

1 Úvod

- Stavební konstrukce musí být *navržena* (a provedena) tak, aby vyhovovala požadovanému účelu a *odolala vlivům*, které se *mohou* vyskytnout během její *životnosti*.
- „Odolání vlivům“ se prokazuje *statickým* resp. *dynamickým výpočtem*.
- Statický/dynamický výpočet vychází ze *zjednodušeného* modelu
 - Konstrukce - rozměry, podepření konstrukce,
 - konstrukčního materiálu - konstitutivní model,
 - působících vlivů $\equiv$ zatížení.
- Nejistota ve vstupních datech zohledněna použitím *teorie spolehlivosti*.



Světové obchodní centrum

www.dorm.org/archives/2001/95-world-trade-center-from-bottom.jpg



Příklad vnějšího mimořádného vlivu

www.civil.usyd.edu.au/latest/wtc.php

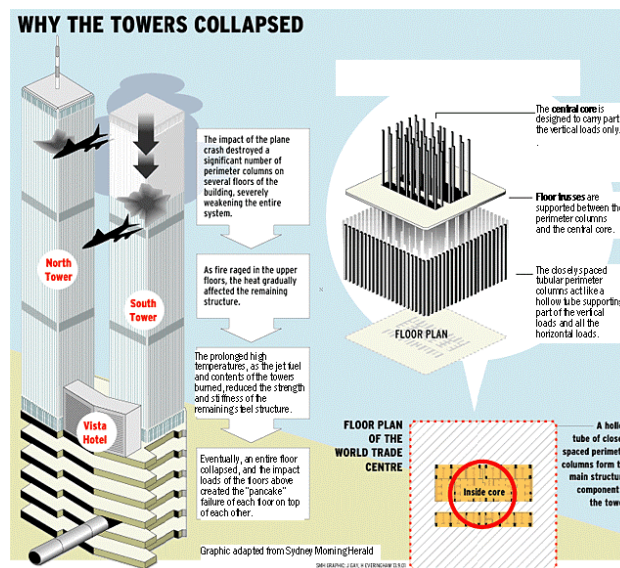


Schéma konstrukce

www.civil.usyd.edu.au/latest/wtc.php

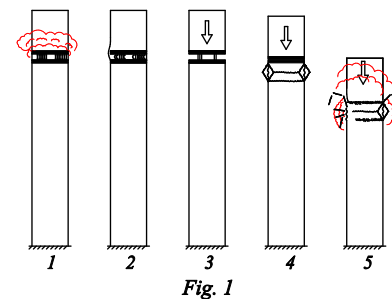


Fig. 1

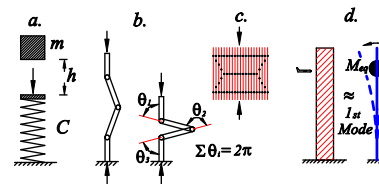


Fig. 2

Model konstrukce

Z. P. Bažant and Y. Zhou,

Why Did the World Trade Center Collapse?—Simple Analysis,
J. Engineering Mechanics ASCE, September 28, 2001

2 Základní terminologie

- *Zatížení* je vliv způsobující změnu
 - stavu napětí,
 - stavu přetvoření,
 - tvaru a polohy konstrukce.
- *Účinek* zatížení je projev zatížení působícího na *konstrukci*. Možno kvantifikovat např.
 - velikostí vnitřních sil (SM1 + SM2),
 - hodnotami napětí a deformací (PRPE),
 - průhyby a pootočeními (PRPE + SM3).
- *Intenzita* zatížení $f(\mathbf{x}, t)$ je veličina popisující velikost daného zatížení v daném bodě $\mathbf{x}$ a čase t .



Zatížení konstrukce tíhou destiček
Fakulta stavební ČVUT v Praze, 2005
departments.fsv.cvut.cz/halaroku



Účinek zatížení větrem
Fakulta stavební ČVUT v Praze, 2004
Foto: T. Plachý

3 Klasifikace zatížení – analýza konstrukce

Podle času

- Časově neproměnná – vlastní tíha, zemní tlaky
- Časově proměnná
 - bez setrvačných účinků – pomalé zatěžování
 - se setrvačnými účinky – účinky strojů, dopravy

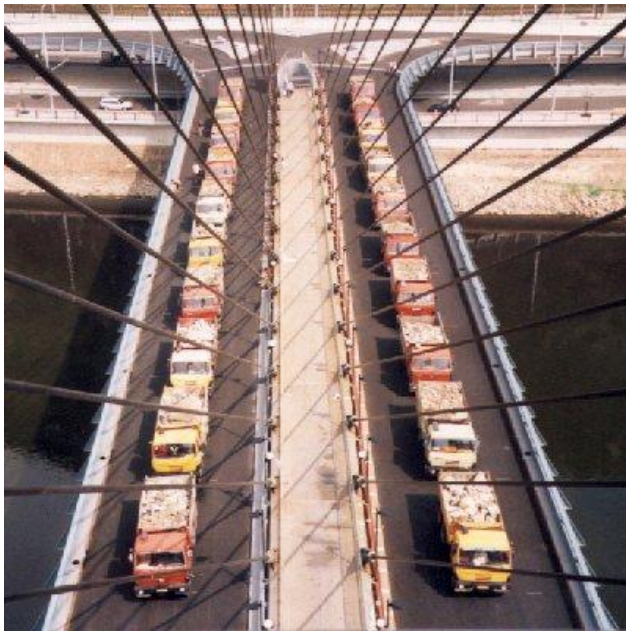
Časově neproměnná zatížení

statika

Časově bez setrvačných účinků

Časově proměnná zatížení se setrvačnými účinky

dynamika



Zatížení tíhou vozidel

(Statické zatížení)

Mariánský most, Ústí nad Labem, 1994-8

Foto: T. Plachý & M. Polák



Zatížení přejezdem přes překážku

(Dynamické zatížení)

Ulice Hapalova, Brno, 2002

Foto: T. Plachý & M. Polák

Podle povahy

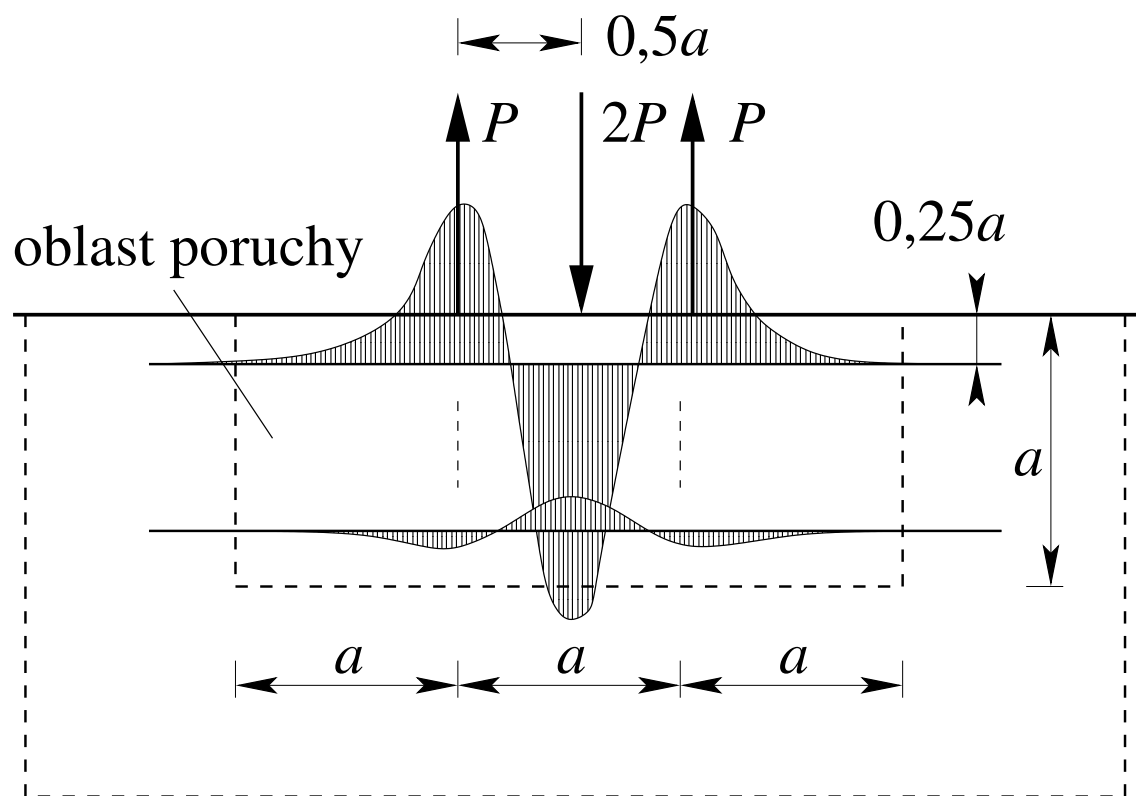
- Deterministická zatížení – přesně definovaná intenzita, poloha a čas působícím sil

- Stochastická (náhodná) zatížení – intenzitu zatížení není možné přesně předpovědět
 - stochastická vzhledem k času
 - stochastická vzhledem k prostoru
 - stochastická vzhledem k času i prostoru

Podle výpočetního modelu

- Objemová $[f]=Nm^{-3}$ – zatížení vztažené na jednotku objemu – vlastní tíha patky základu
- Plošná $[f]=Nm^{-2}$ – zatížení vztažené na jednotku plochy – užitná zatížení
- Liniová $[f]=Nm^{-1}$ – zatížení vztažené na jednotku délky křivky – nosné příčky
- Bodová $[f]=N$ – idealizace zatížení osamělou silou – osamělý sloup

Saint-Venantův princip lokálnosti. Působí-li na malou část povrchu tělesa rovnovážná soustava sil, potom v dostatečné vzdálenosti od této části hranice napětí *vymizí* $\Rightarrow$ v dostatečné vzdálenosti od poruchy nezáleží na rozložení sil, ale na jejich *výslednici* $\equiv$ bodovém zatížení.



Podle působící veličiny

- Silová zatížení – výsledek gravitačního působení, setrvačné síly
- Nesilová zatížení – zatížení klimatickými vlivy, vynucený posun podpor

Idealizace zatížení

- Všechna působící zatížení jsou ve skutečnosti
 - časově proměnná se setrvačnými účinky,
 - stochastická vzhledem k času i prostoru,
 - objemová.
- Z hlediska výpočtu lze však tyto vlivy zohlednit *idealizovanými* výpočetními modely při zachování „rozumné“ přesnosti výsledku – zohledněno v použité normě.
- Časovou proměnnost převádíme na posloupnost časově neproměnných úloh.

4 Zatížení – ČSN P ENV 1991-1

4.1 Klasifikace zatížení

Podle působení

- Zatížení přímá $\equiv$ silová zatížení
- Zatížení nepřímá $\equiv$ nesilová zatížení

Podle proměnnosti v čase

- Stálá zatížení G – zatížení vlastní tíhou, předpětí
- Nahodilá zatížení Q – užitná zatížení, zatížení větrem a sněhem
- Mimořádná zatížení A – výbuchy, nárazy vozidel

Podle proměnnosti v prostoru

- Pevná – vlastní tíha, předpětí
- Volná – užitná zatížení, zatížení sněhem a větrem

Podle svého charakteru

- Statická – nezpůsobují výrazná zrychlení
- Dynamická – způsobují výrazná zrychlení

4.2 Charakteristiky zatížení

- Intenzita zatížení F popsána
 - Charakteristickou hodnotou zatížení F_k
 - Dílčím součinitelem zatížení γ

které zohledňují skutečné působení zatížení

- *Charakteristická hodnota* zatížení F_k je základní reprezentativní hodnota zatížení. Je odvozena pomocí statistických metod a založena na pravděpodobnosti, že nebude překročena jistá hodnota.
- Dílčí součinitel zatížení γ vyjadřuje nejistoty, jejichž důsledkem je zvýšení intenzity zatížení vůči charakteristické hodnotě.
- *Návrhová hodnota* zatížení je hodnota, kterou použijeme pro určení účinku zatížení. Určí se jako

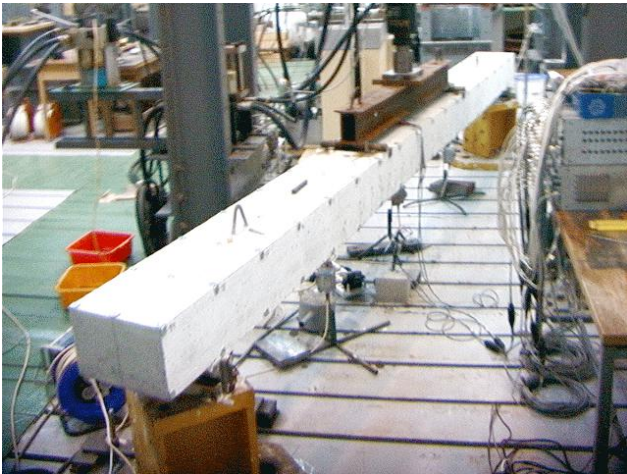
$$F_d = \gamma F_k.$$

- Podrobnější rozbor těchto členů a metod jejich určení bude předmětem přednášky č. 7.

5 Výpočetní model y zatížení

5.1 Liniová zatížení

Příklad (nosník konstantního průřezu). Určete zatížení daného nosníku vlastní tíhou. Materiál nosníku má objemovou hmotnost ρ [kgm⁻³].



Příklad konstrukce

Foto: T. Plachý

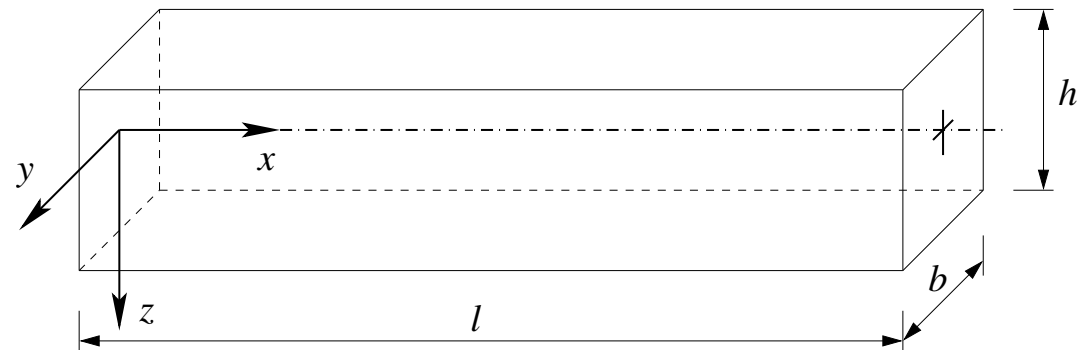


Schéma konstrukce

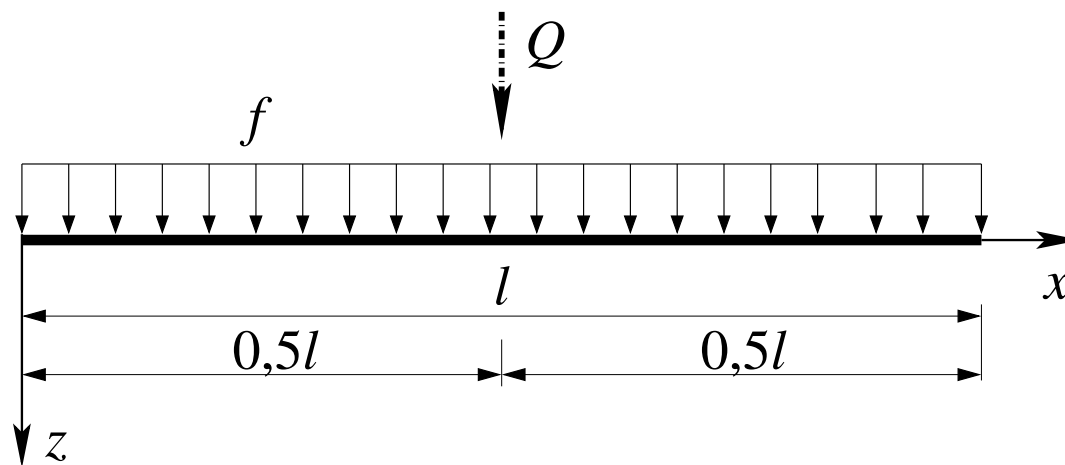
Řešení. Zatížení budeme idealizovat jako liniové (nosníková konstrukce).

Intenzita objemového zatížení $f_v = \rho g$ $[\text{Nm}^{-3}]$

Intenzita liniového zatížení $f = A f_v = b h \rho g$ $[\text{Nm}^{-1}]$

Náhradní výslednice $Q = f \ell$ $[\text{N}]$

Model zatížení



Poznámky.

- Veličina g [ms^{-2}] označuje *tíhové zrychlení*, které je definováno vztahem

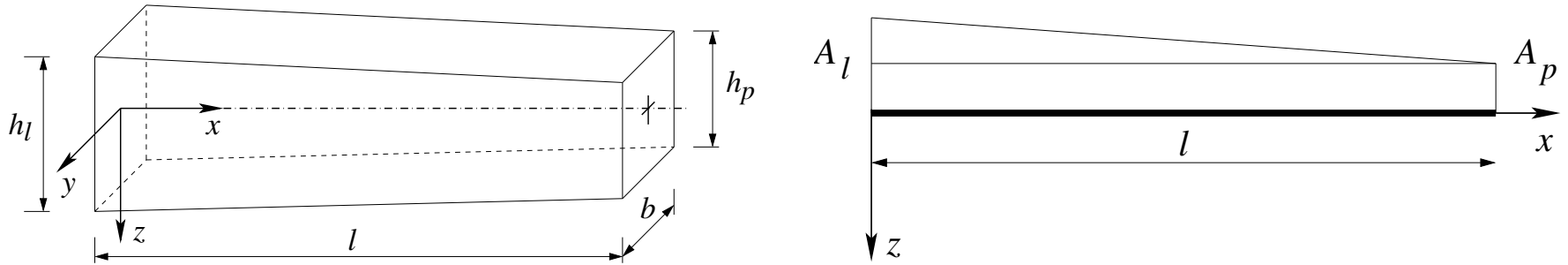
$$g(\mathbf{x}) = \kappa \frac{M}{R(\mathbf{x})^2},$$

kde $\kappa \doteq 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ je Newtonova gravitační konstanta, $M \doteq 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ je hmotnost Země a $R(\mathbf{x}) \doteq 6378 \text{ km}$ je vzdálenost bodu $\mathbf{x}$ od středu Země.

- Ve statických výpočtech se většinou uvažuje $g \doteq 10 \text{ ms}^{-2}$, pro dynamické výpočty se uvažuje hodnota $g \doteq 9,81 \text{ ms}^{-2}$.
- V dynamických výpočtech se též využívá hmotnost na jednotky délky μ [kgm^{-1}],

$$\mu = A \cdot \rho.$$

Příklad (nosník s náběhem). Určete zatížení daného nosníku vlastní tíhou. Materiál nosníku má objemovou hmotnost ρ [kgm⁻³].



Řešení. Zatížení budeme idealizovat jako liniové (nosníková konstrukce).

Intenzita objemového zatížení	$f_v = \rho g$	[Nm ⁻³]
-------------------------------	----------------	---------------------

Průřezová plocha	$A(x) = A_p + \frac{\ell - x}{\ell} (A_l - A_p)$	[m ²]
------------------	--	-------------------

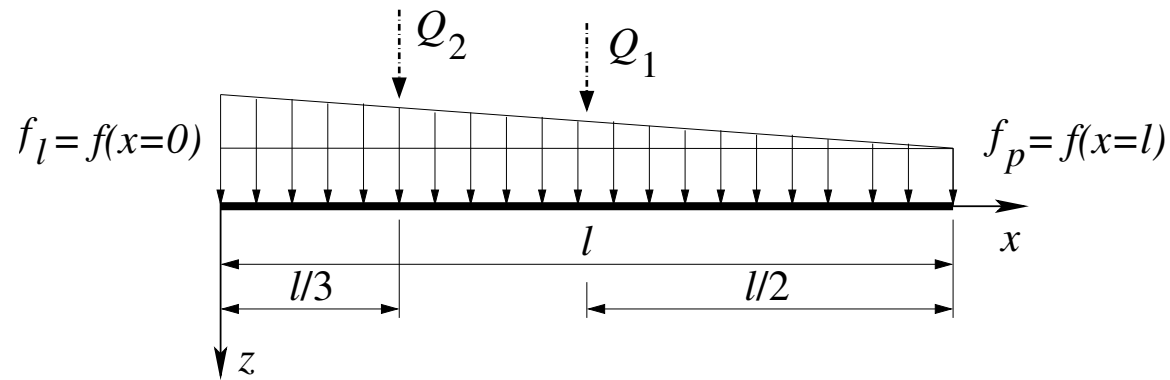
$$A_l = bh_l, \quad A_p = bh_p$$

Intenzita liniového zatížení	$f(x) = A(x)f_v = A(x)\rho g$	[Nm ⁻¹]
------------------------------	-------------------------------	---------------------

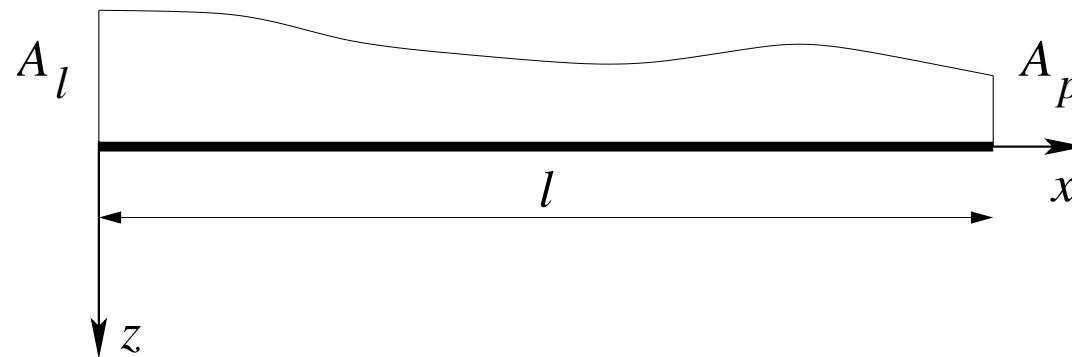
Náhradní výslednice	$Q_1 = f_p \ell$	[N]
---------------------	------------------	-----

	$Q_2 = (f_l - f_p) \frac{\ell}{2}$	[N]
--	------------------------------------	-----

Model zatížení



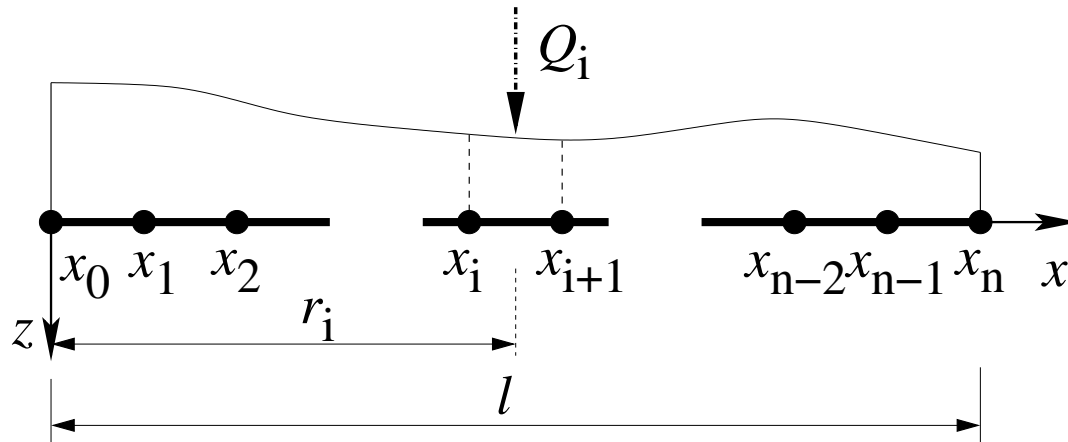
Příklad (nosník obecného průřezu). Určete zatížení daného nosníku vlastní tíhou. Nosník má objemovou hmotnost ρ [kgm⁻³].



Řešení. V tomto případě bude mít zatížení obecný průběh

$$f(x) = A(x)\rho g.$$

- Pokud použijeme k výpočtu výslednice *přibližného výpočtu*, rozdělíme průběh zatížení na n intervalů $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = \ell$.



Na každém intervalu nahradíme zatížení náhradním bodovým zatížením Q_i

$$Q_i \approx (x_{i+1} - x_i)f(r_i), \quad i = 1, \dots, n,$$

působící v bodě o souřadnici r_i

$$r_i = \left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2} \right)$$

Velikost výslednice je pak

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

a výsledný moment k počátku se určí jako

$$M_Q = \sum_{i=1}^n r_i Q_i.$$

Poloha výslednice plyne z ekvivalence výslednic

$$r = \frac{M_Q}{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i Q_i}{\sum_{i=1}^n Q_i}$$

- Přesné řešení. Pro „ $n \rightarrow \infty$ “ získáváme „*přesný*“ vztah

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^\ell f(x) \, dx \\ M_Q &= \int_0^\ell x f(x) \, dx \\ r &= \frac{M_Q}{Q} \end{aligned}$$

Příklad. Konkrétní tvar zatížení

$$f(x) = f_0 \sin \left(\frac{\pi x}{2\ell} \right)$$

Výslednice

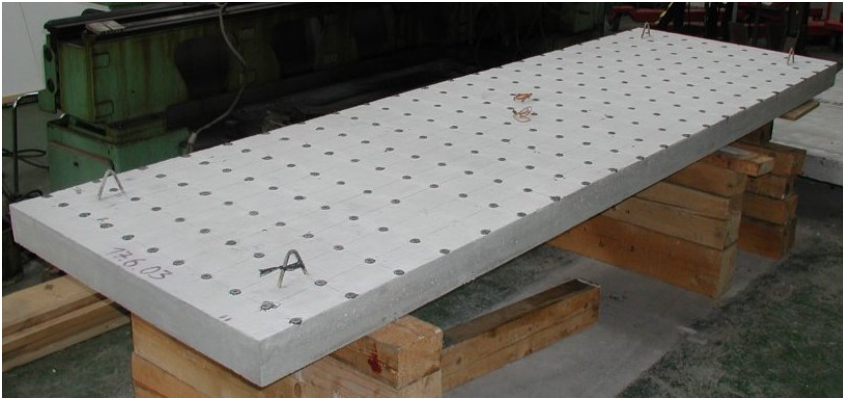
$$\begin{aligned}
 Q &= \int_0^\ell f(x) \, dx = \int_0^\ell f_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right) \, dx = -f_0 \frac{2\ell}{\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right) \right]_0^\ell = f_0 \frac{2\ell}{\pi} \\
 M_Q &= \int_0^\ell x f(x) \, dx = \int_0^\ell x f_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right) \, dx \\
 &= \left[-x f_0 \frac{2\ell}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right) \right]_0^\ell + \int_0^\ell f_0 \frac{2\ell}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right) \, dx \\
 &= f_0 \left(\frac{2\ell}{\pi} \right)^2 \left[\sin\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right) \right]_0^\ell = f_0 \left(\frac{2\ell}{\pi} \right)^2
 \end{aligned}$$

Poloha výslednice

$$r = \frac{M_Q}{Q} = \frac{\left(\frac{2\ell}{\pi}\right)^2}{\frac{2\ell}{\pi}} = \frac{2\ell}{\pi}$$

5.2 Plošné zatížení

Příklad. Určete intenzitu zatížení železobetonové desky vlastní tíhou, uvažujte materiál s objemovou hmotností ρ .



Příklad konstrukce
Foto: T. Plachý

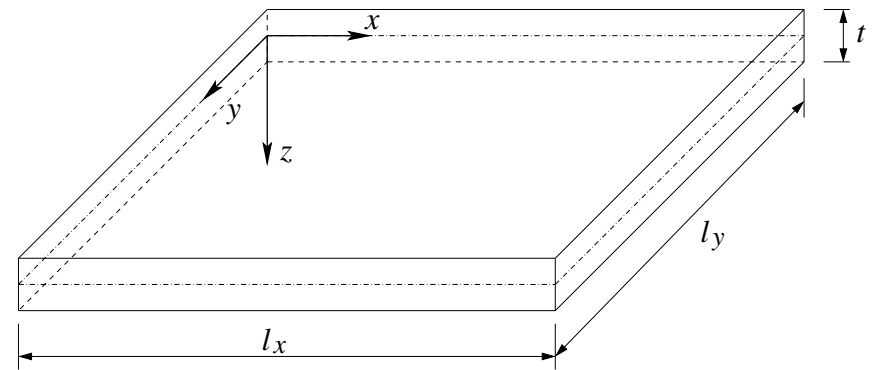
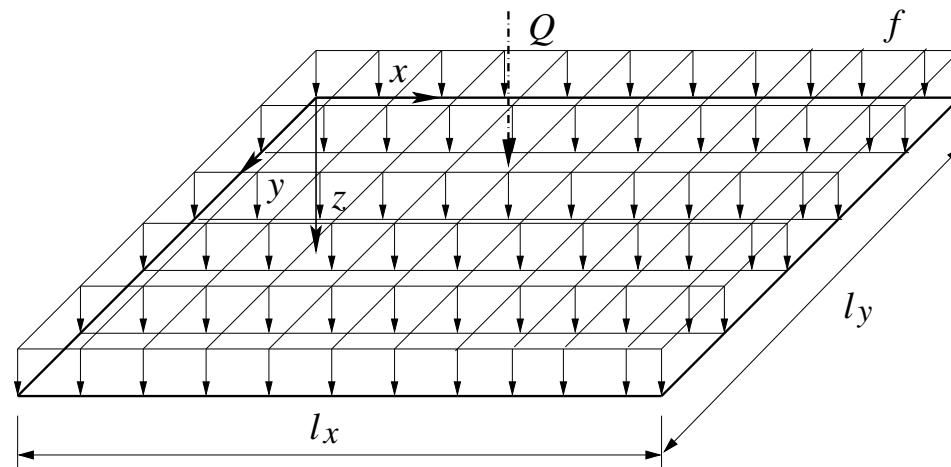


Schéma konstrukce

Řešení. Zatížení budeme modelovat jako plošné (desková konstrukce).

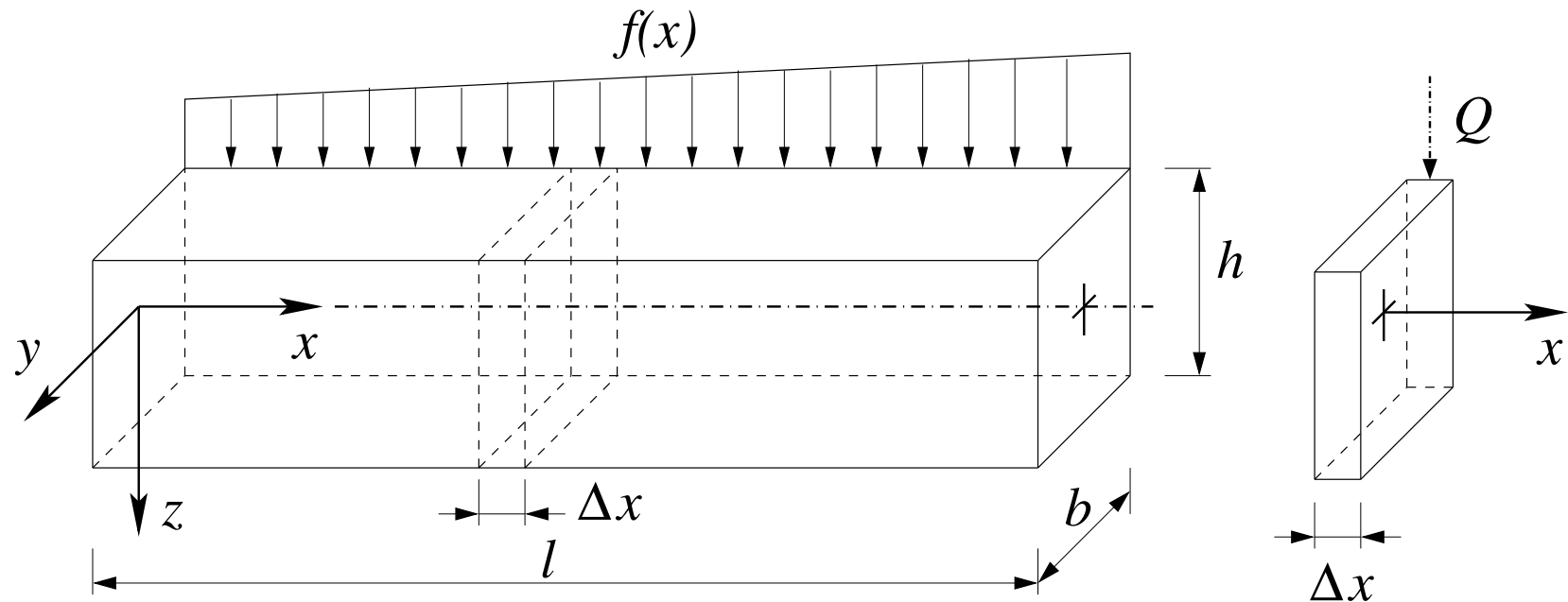
Objemová hmotnost	ρ	$[\text{kgm}^{-3}]$
Hmotnost jednotkové plochy	$\mu = \rho \cdot t$	$[\text{kgm}^{-2}]$
Intenzita plošného zatížení	$f = g \cdot \mu$	$[\text{Nm}^{-2}]$
Náhradní výslednice	$Q = f \cdot \ell_x \cdot \ell_y$	$[\text{kN}]$

Model zatížení



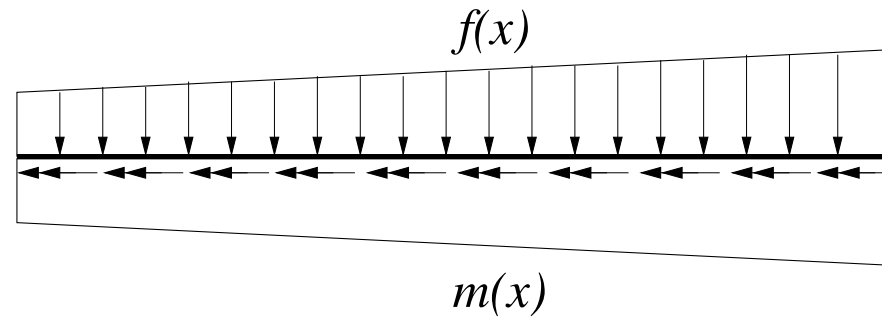
5.3 Některé výpočetní postupy

5.3.1 Redukce zatížení ke střednici

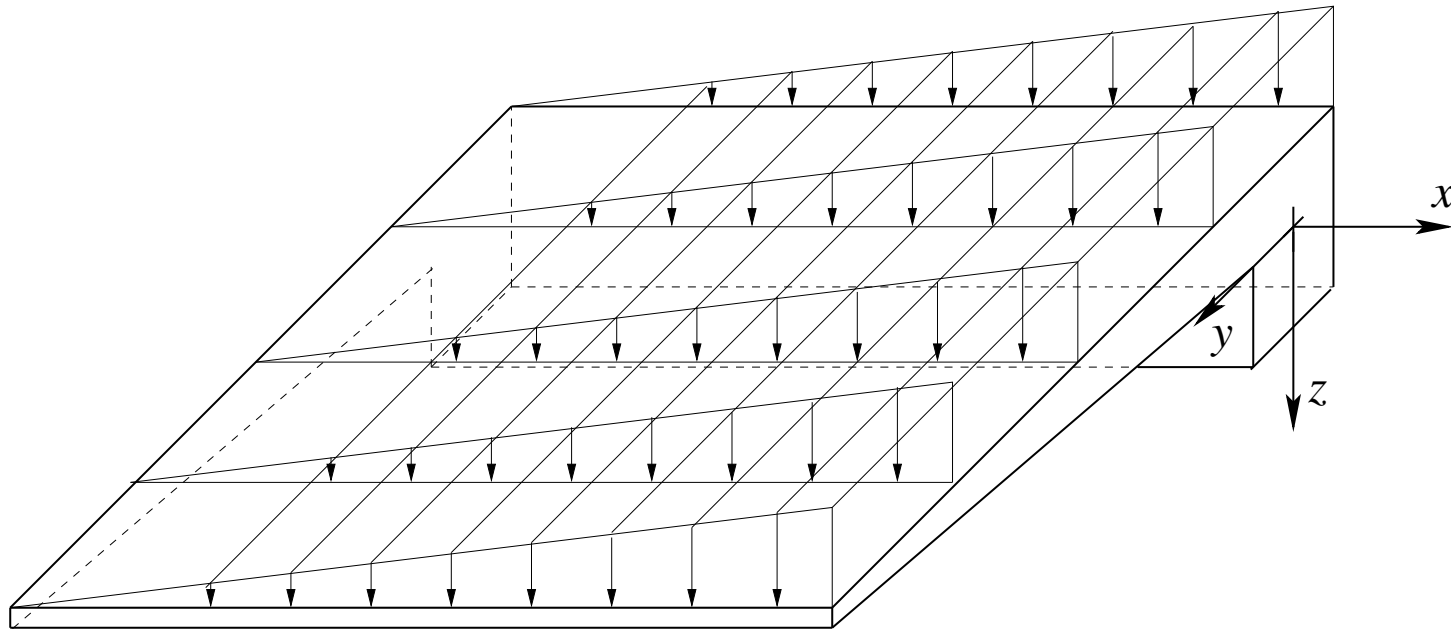


Náhradní bodové zatížení (Δx)	$Q(x) = f(x)\Delta x$	[N]
Krouticí moment (Δx)	$M_x(x) = -Q(x)\frac{b}{2}$	[kNm]
Liniové momentové zatížení	$m_x(x) = \frac{M_x}{\Delta x} = -f(x)\frac{b}{2}$	[kNm/m]

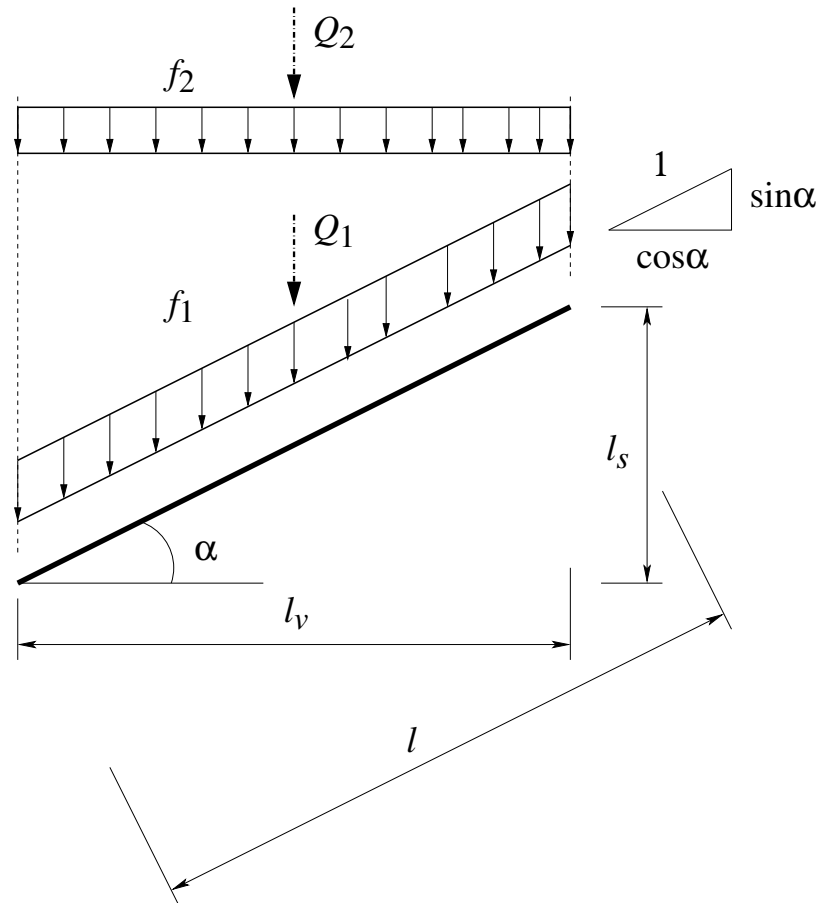
Výpočetní model



Ilustrativní příklad (konzola)



5.3.2 Nosník v obecné poloze



Geometrické vztahy

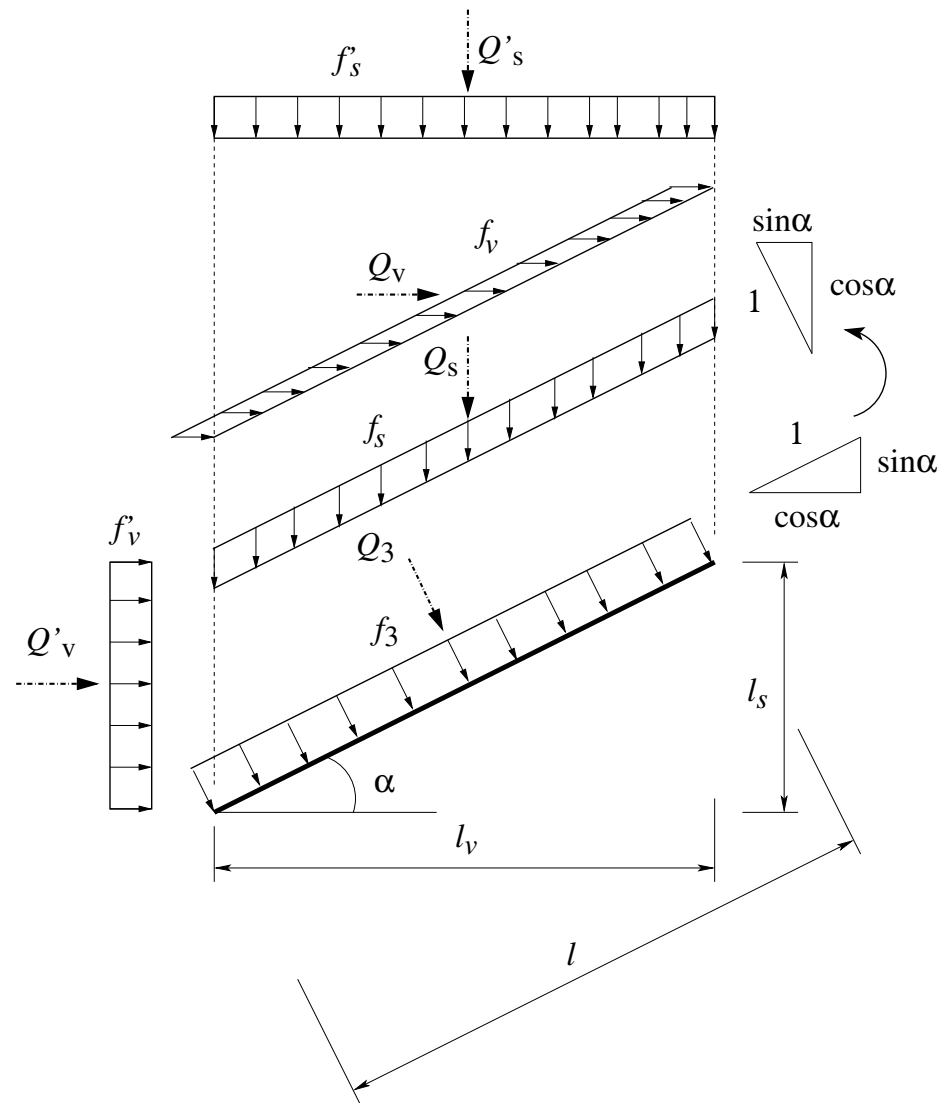
$$\ell^2 = \ell_v^2 + \ell_s^2, \quad \cos \alpha = \frac{\ell_v}{\ell}, \quad \sin \alpha = \frac{\ell_s}{\ell}$$

- f_1 – zatížení na jednotku délky nosníku (např. zatížení vlastní tíhou) – výslednice $Q_1 = f_1 \cdot \ell$
- f_2 – zatížení na jednotku délky půdorysu (např. zatížení sněhem) – výslednice $Q_2 = f_2 \cdot \ell_v$
- Převodní vztah $f_1 \leftrightarrow f_2$ lze odvodit z podmínky rovnosti výslednic na nosníku délky 1 m

$$f_1 \cdot 1 = f_2 \cdot \cos \alpha$$



Příklad zatížení sněhem



- f_3 – zatížení na jednotku délky nosníku působící kolmo k ose prutu (např. zatížení větrem) – výslednice $Q_3 = f_3 \cdot \ell$

- Přepočet na zatížení f_v a f_s („typ f_1 “)

$$f_v = f_3 \sin \alpha \quad f_s = f_3 \cos \alpha$$

- Přepočet na zatížení f'_v a f'_s („typ f_2 “) (na 1 m délky nosníku)

$$f'_s \cos \alpha = f_s \cdot 1 = f_3 \cos \alpha$$

$$f'_v \sin \alpha = f_v \cdot 1 = f_3 \sin \alpha$$

- Výslednice

$$Q_3 = f_3 \ell$$

$$Q_v = f_s \ell = f_3 \ell \cos \alpha$$

$$Q_s = f_v \ell = f_3 \ell \sin \alpha$$

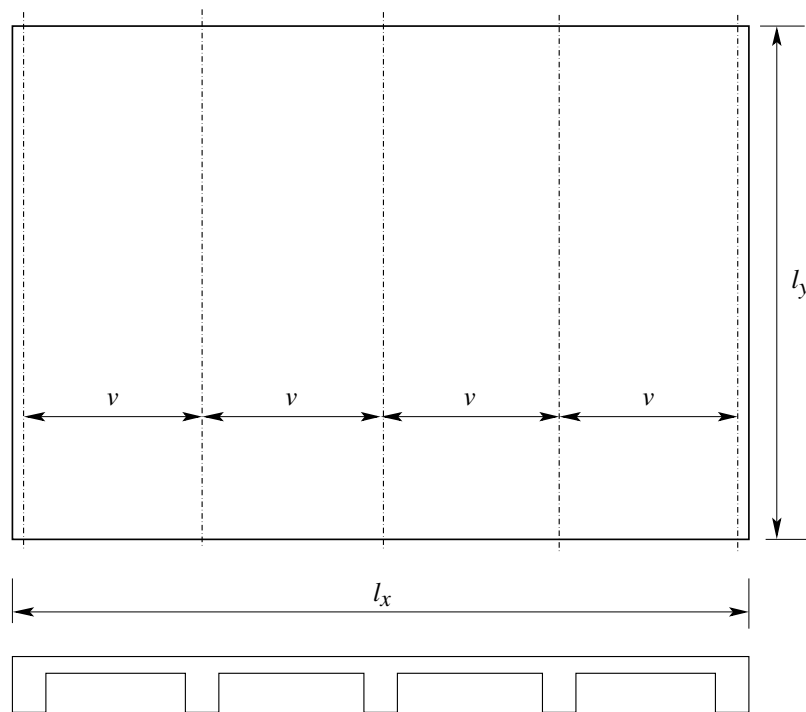
$$Q'_v = f'_v \ell_v = f_3 \ell \cos \alpha = Q_v$$

$$Q'_s = f'_s \ell_s = f_3 \ell \sin \alpha = Q_s$$

5.4 Přibližné zatížení prvků konstrukce

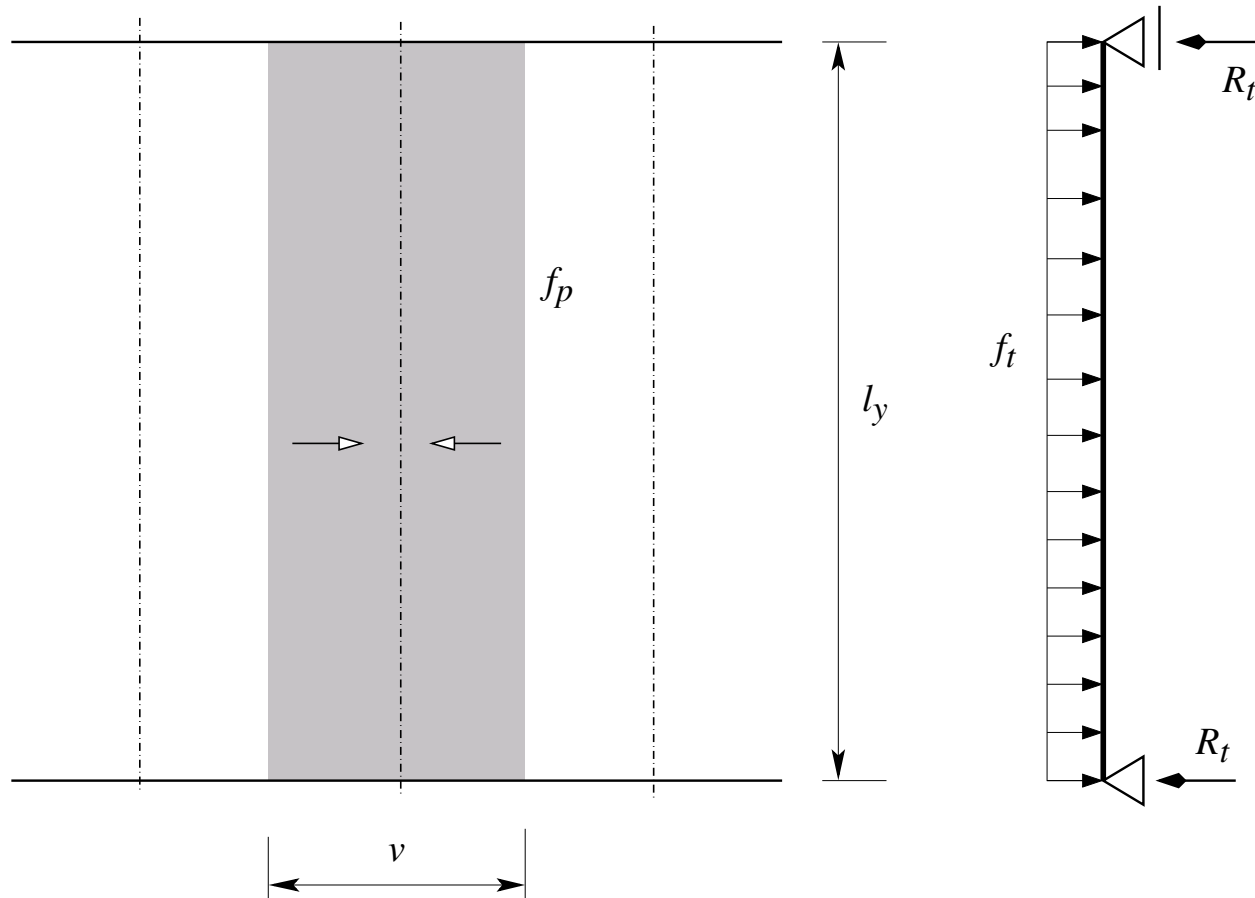
5.4.1 Trámový strop

Schéma konstrukce



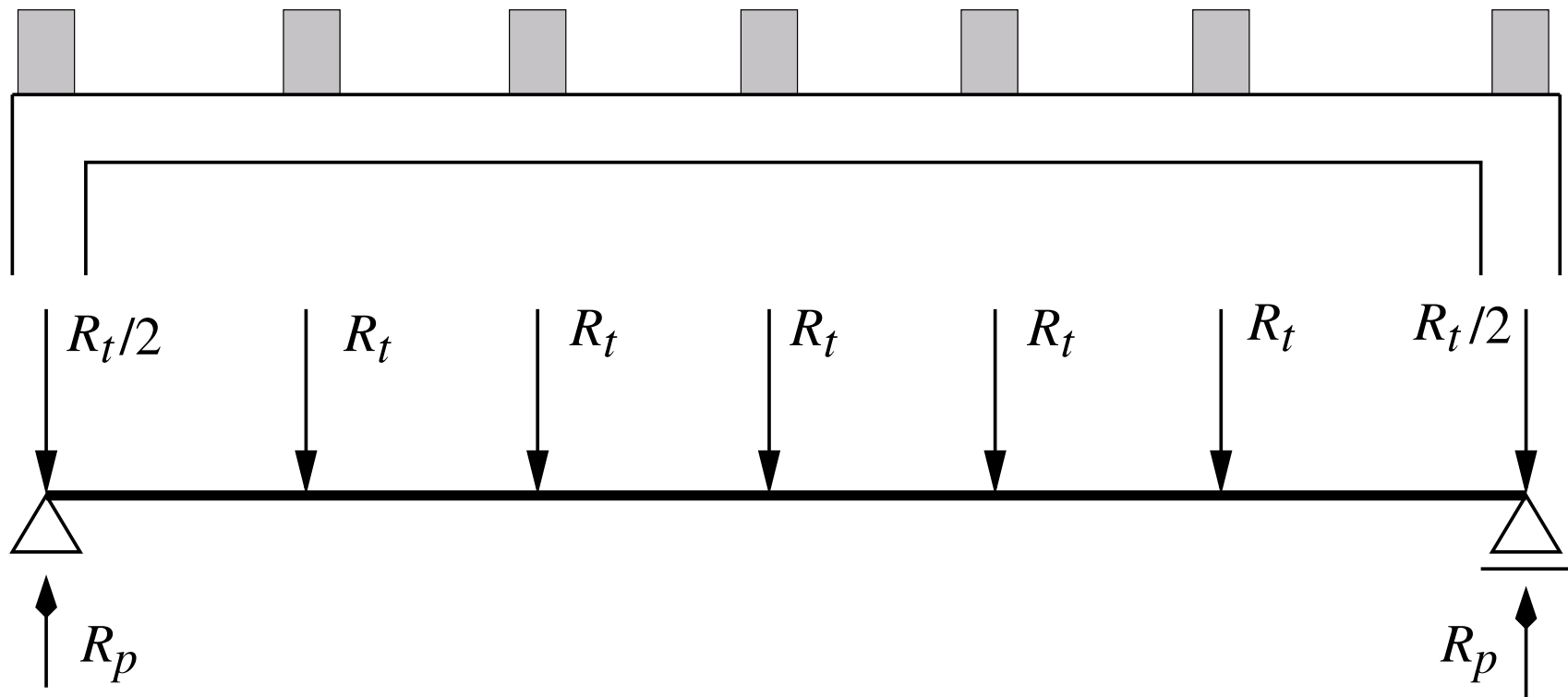
Plošné zatížení f_p [Nm^{-2}].

Zatížení trámu



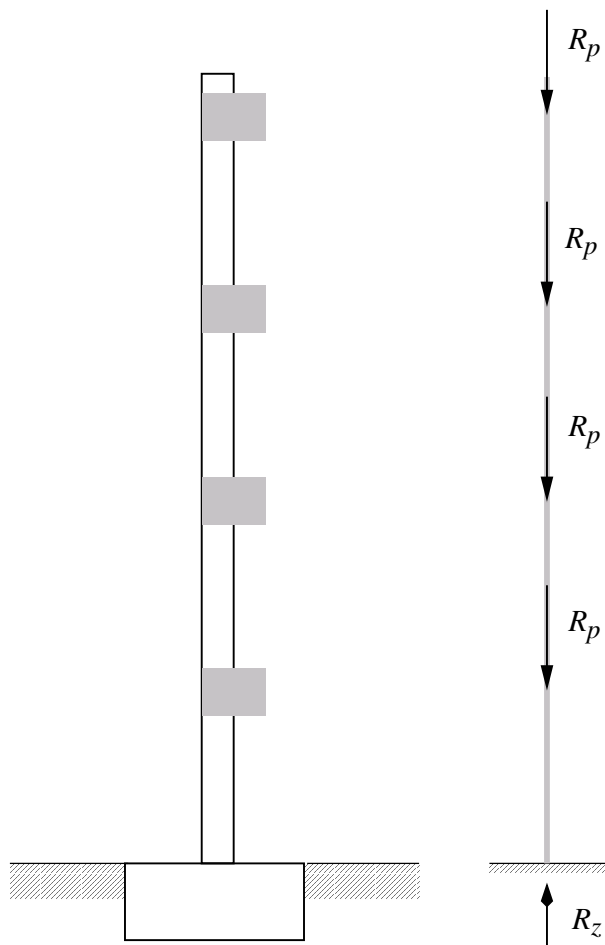
- Na jeden trám připadá liniové zatížení o intenzitě $f_t = f_p \cdot v$ [Nm^{-1}]
- Reakce $R_t = \frac{1}{2} f_t l_y = \frac{1}{2} f_p v l_y$

Zatížení průvlaku



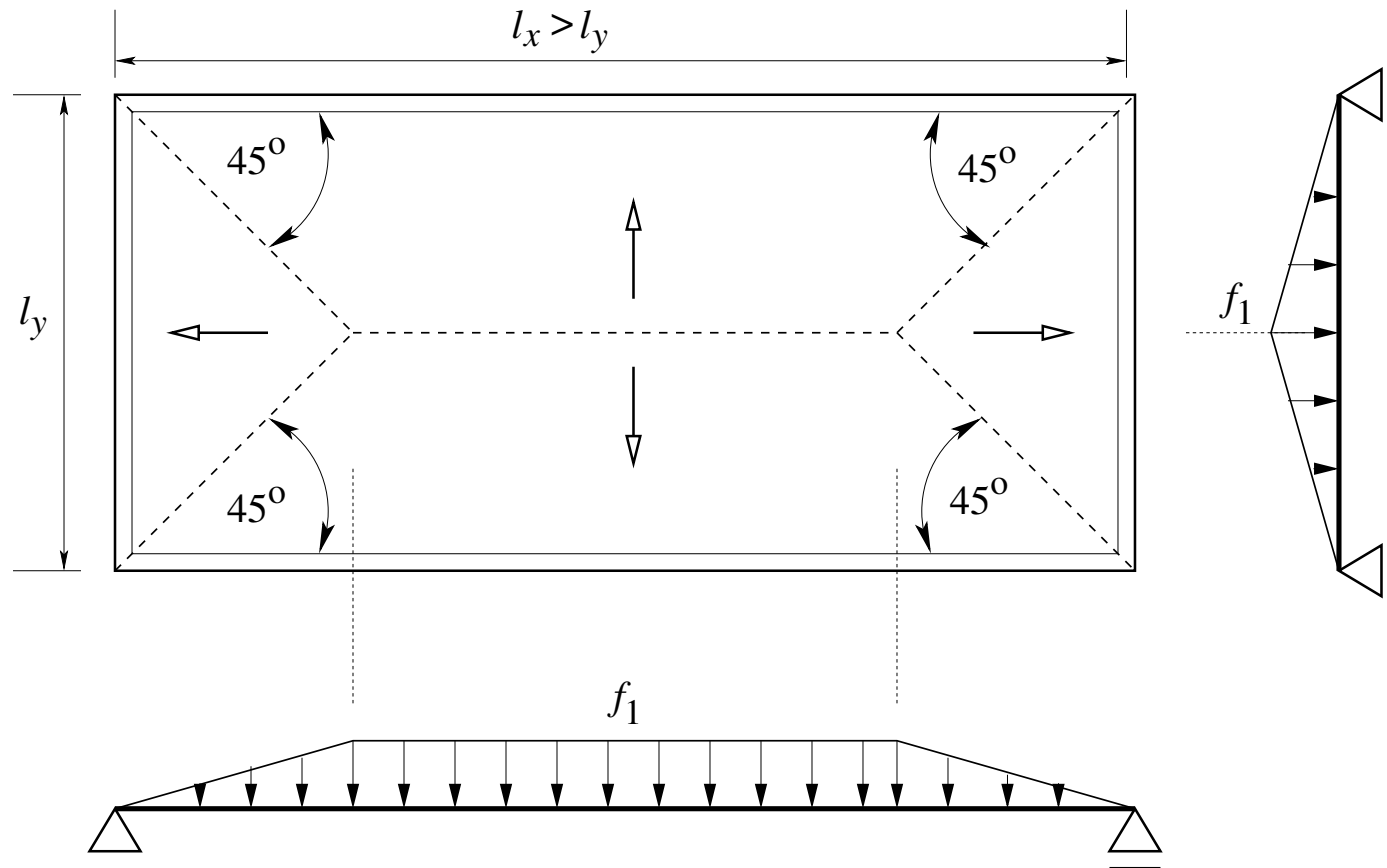
- Reakce $R_p = 3R_t = \frac{3}{2}f_p v \ell_y$

Zatížení patky a sloupu



- Reakce $R_z = 4R_p$

5.5 Zatížení podpor oboustranně pnuté desky



- Intenzita plošného zatížení f_v [Nm^{-2}]
- Intenzita liniového zatížení $f_1 = \frac{1}{2} f_p l_y$

$$(účinky) \text{ zatížení} = \text{vnější vlivy} + \text{konstrukce}$$



Prosba. V případě, že v textu objevíte nějakou chybu nebo budete mít námět na jeho vylepšení, ozvěte se prosím na zemanj@cml.fsv.cvut.cz.

Opravy verze 000: Zpřesnění terminologie, oprava chybných výsledků v příkladech a značení v obrázcích (na chyby upozornili J. Šejnoha a J. Maděra)

Opravy verze 001: oprava textu na straně 1, str. 2, doplněný mimořádný vliv, str. 3: záměna „mohutnost“ za „velikost“, str. 9: záměna „skutečná zatížení“ za „idealizace“ zatížení, str. 11: zkrácena sekce o charakteristikách zatížení, str. 25, nahrazeno „Praktický“ za „Idealizovaný“, opraven obrázek na str. 32 (na chyby upozornil P. Fajman),

Verze 001