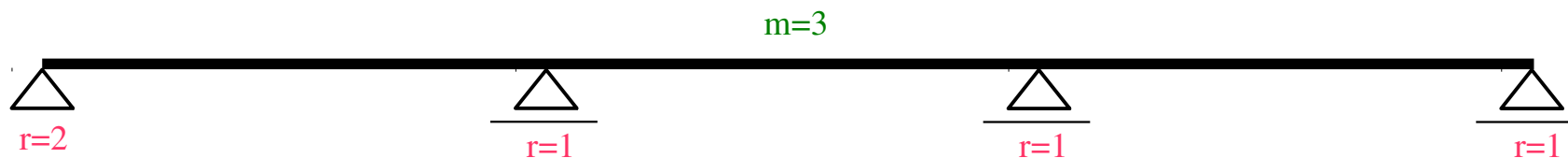


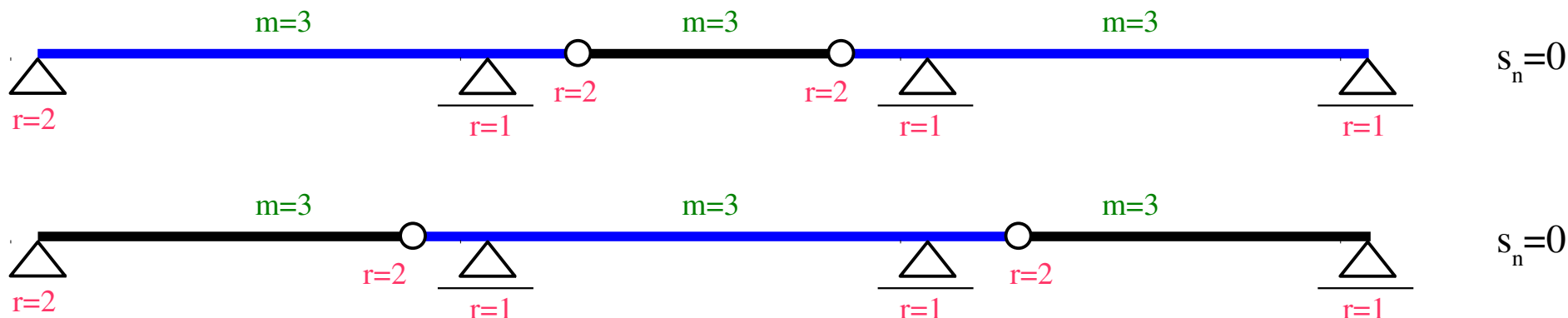
Gerberovy nosníky

- Spojitý nosník je staticky neurčitý o stupni statické určitosti $s_n = r - 3$, r je celkový počet vnějších vazeb



$s_n = 2$, 2x staticky neurčitý spojitý nosník

- Vhodným vložením kloubů vznikne složená, staticky určitá soustava, tvořená **nesoucími** a **nesenými** nosníky, tzv. Gerberův nosník

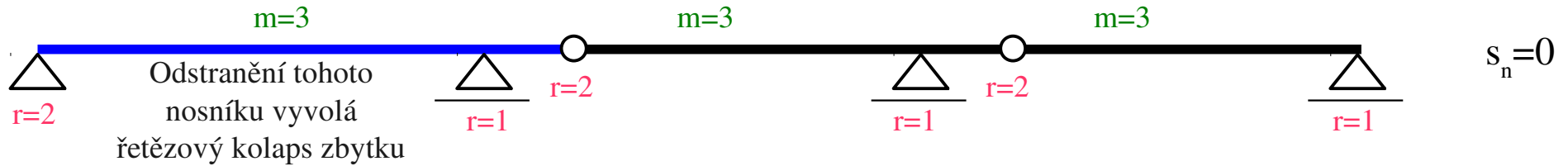


Copyright (c) 2007-2008 Vít Šmilauer

Czech Technical University in Prague, Faculty of Civil Engineering, Department of Mechanics, Czech Republic

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License" found at <http://www.gnu.org/licenses/>

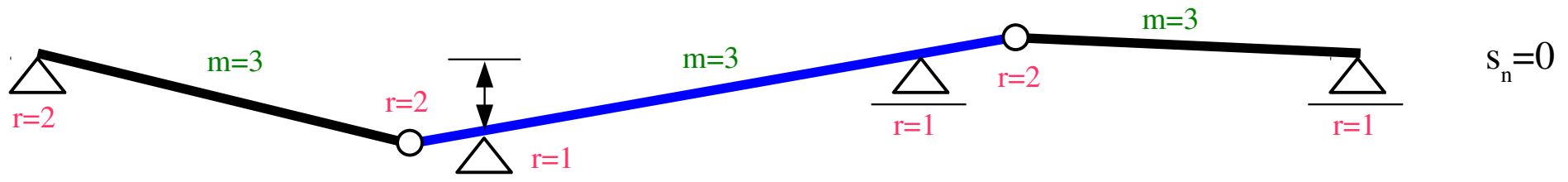
- Nevhodné uspořádání kloubů může vést k řetězovému kolapsu



- Při vkládání kloubů nesmí vzniknout kinematický mechanismus, který vede na výjimečný případ (determinant soustavy = 0)

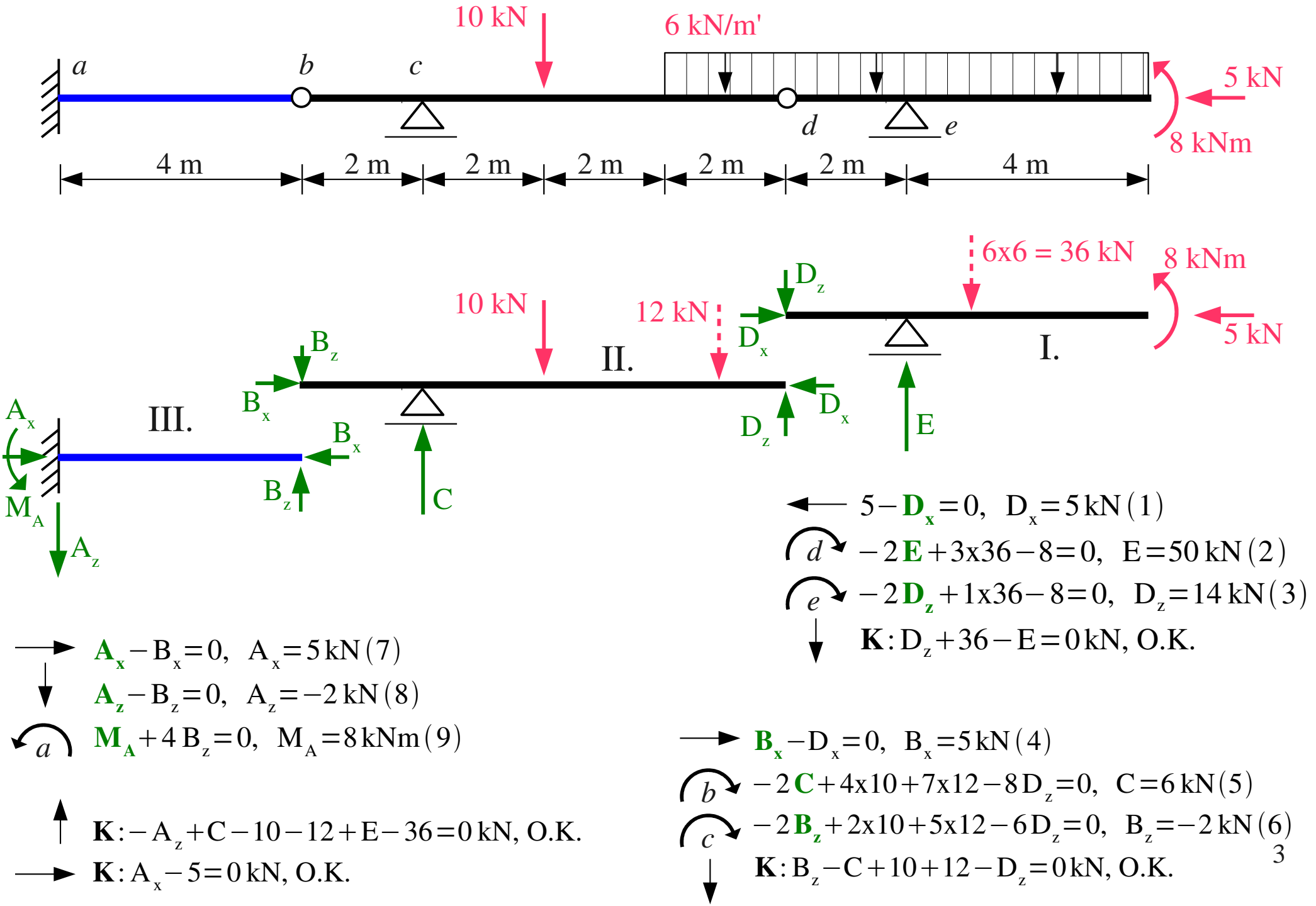


- Narozdíl od spojitých nosníků jsou Gerberovy nosníky staticky určité, tedy jsou odolné vůči podklesům podpor či účinkům teploty – použití na nestabilním i poddolovaném území



- Výpočet začíná od **nesených** částí směrem k **nesoucím**, vodorovné reakce lze určit z celku

Určete reakce a síly v kloubech Gerberova nosníku



Příhradové konstrukce - základní charakteristika

- Konstrukce je vytvořena z přímých prutů
- Pruty jsou navzájem pospojovány v bodech – styčnicích
- Vzájemné spojení prutů se ve všech styčnicích předpokládá kloubové (obvykle vícenásobný kloub), klouby se často do statických modelů nekreslí
- Soustava je podepřena jen vnějšími vazbami, které zabraňují pouze posunu, a to výhradně ve styčnicích



Detail styčnicku zastřešení haly Sazka, Praha, foto: autor

Příklady příhradových konstrukcí



Nosná konstrukce eskalátoru metra, Dejvická



Střešní vazníky, materiál Střediska výroby vazníků v Brně



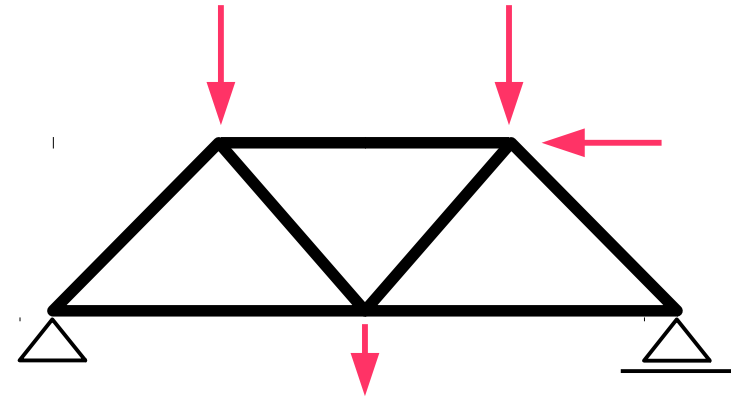
Železniční příhradový most na trati Plesná, st. hranice – Cheb, 1998

- Příhradové konstrukce

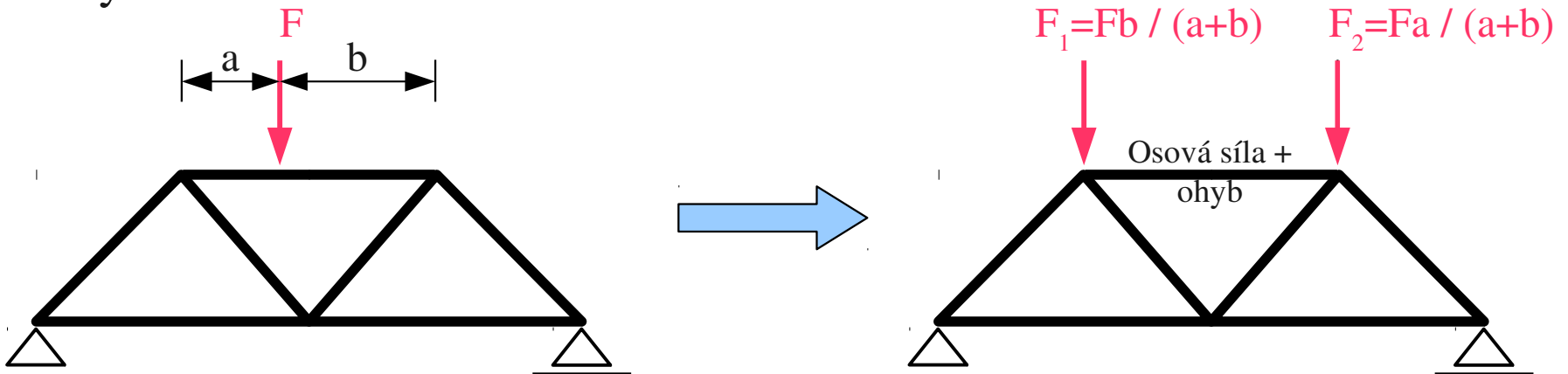
- Prostorové
- Rovinné – všechny pruty i zatížení leží v jedné rovině

- Zatížení

- Styčnickové – vznikají pouze osová síly

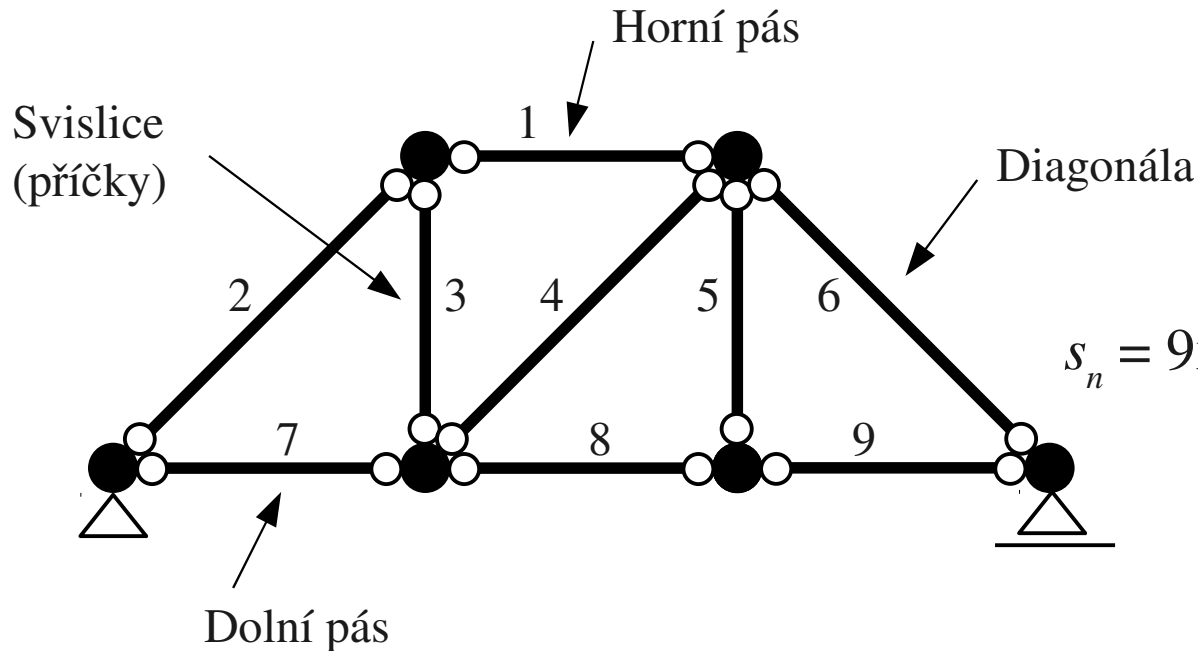


- Mimostyčné – kromě osová síly je prut namáhán i ohybem, staticky odpovídá prostému nosníku s osovou silou, zatížení lze převést do styčnicků



Statická určitost rovinných příhradových konstrukcí

- Pruty příhradové konstrukce lze pokládat za tuhé desky spojené klouby
- Jednodušší je pokládat styčníky za hmotné body a tuhé desky za kyvné pruty



$$s_n = 9 \times 1^\circ + 3^\circ - 6 \times 2^\circ = 0^\circ$$

$$s_n = p + r_{ext} - 2n$$

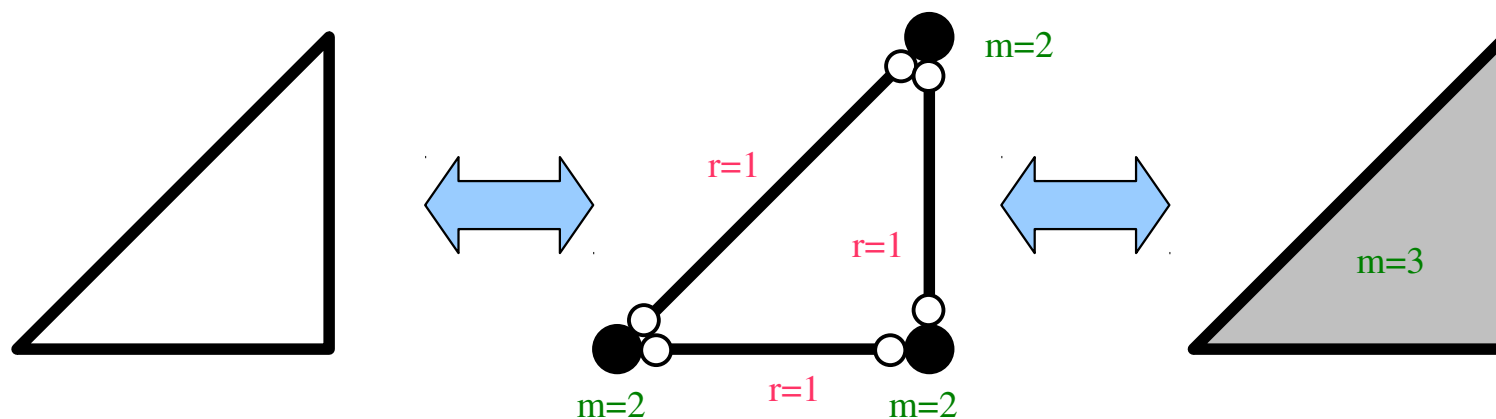
s_n ... stupeň statické neurčitosti příhradové soustavy

n ... počet styčníků

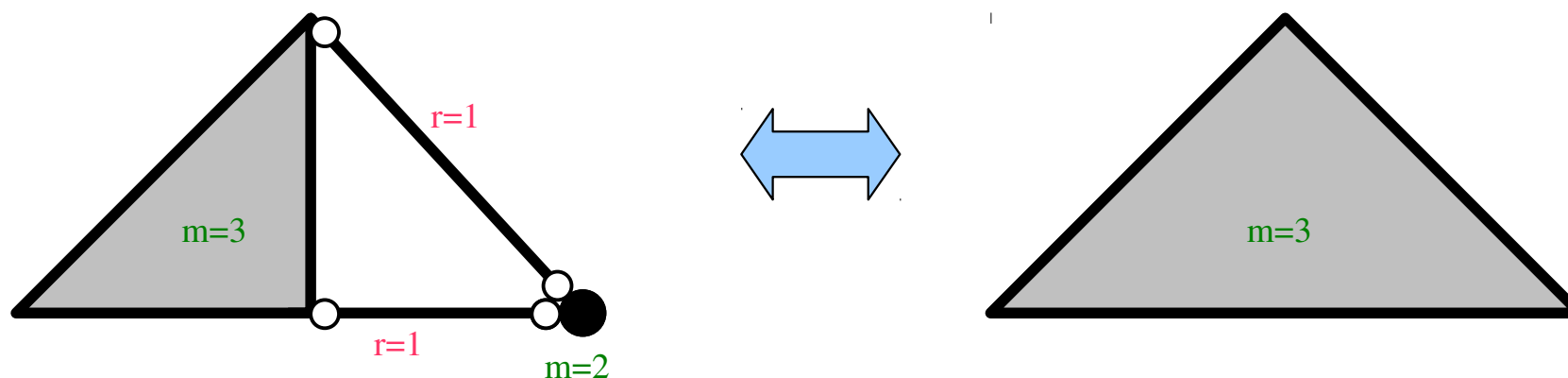
p ... počet prutů

r_{ext} ... počet stupňů volnosti od vnějších vazeb

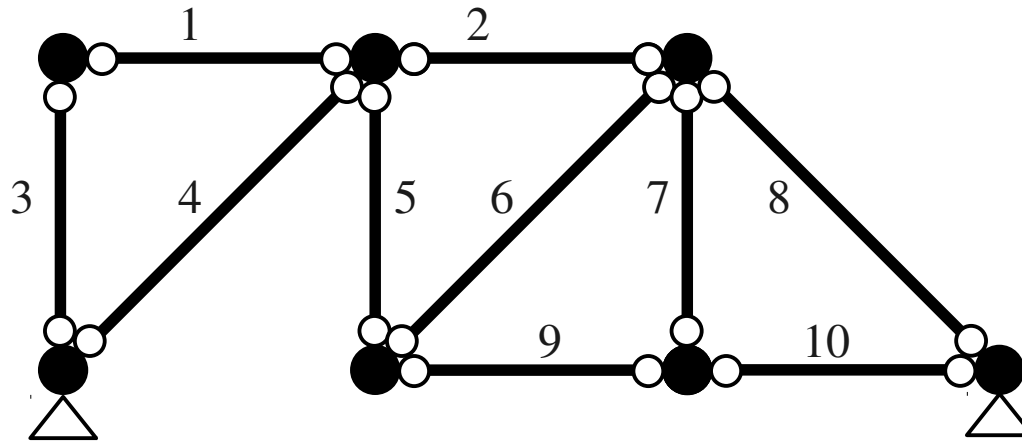
- Tři příhradové pruty spojené do trojúhelníku tvoří tzv. **příhradu** - soustavu vnitřně staticky i kinematically určitou – chová se jako tuhá deska



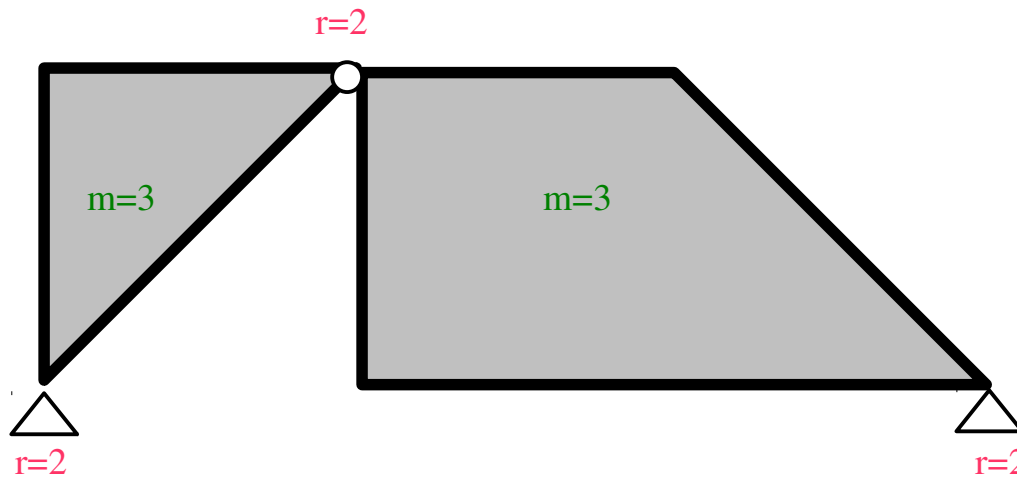
- Pokud k příhradě připojíme dva kyvné pruty se společným styčným bodem vznikne opět příhrada – chová se opět jako jedna tuhá deska



- Příhradová soustava může tvořit součást složené soustavy jako tuhá deska



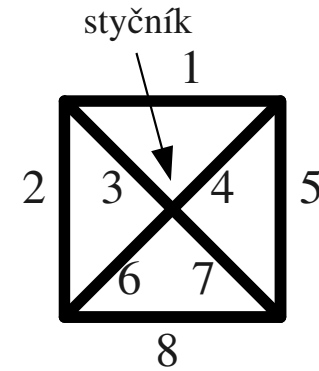
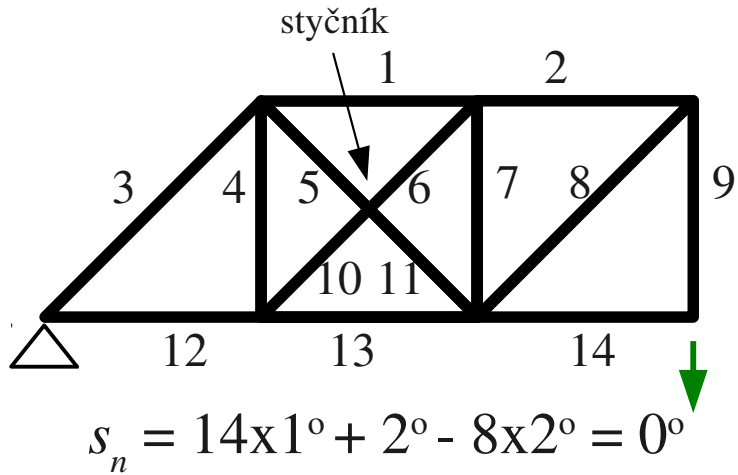
$$s_n = 10 \times 1^\circ + 2 \times 2^\circ - 7 \times 2^\circ = 0^\circ$$



$$s_n = 2 \times 2^\circ + 2^\circ - 2 \times 3^\circ = 0^\circ$$

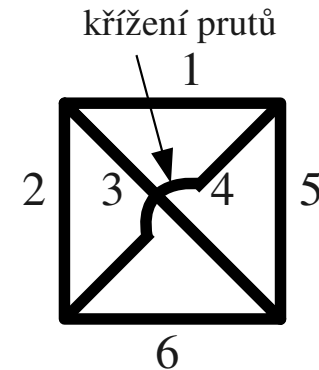
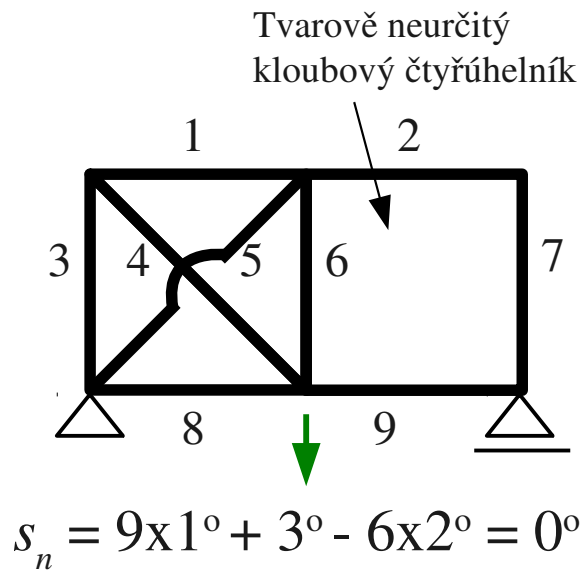
Trojkloubová soustava z příhrad

Výjimkové případy ($s_n=0$)



$$s_n = 8 \times 1^\circ - 5 \times 2^\circ = -2^\circ$$

Vazba navíc oproti tuhé desce.



$$s_n = 6 \times 1^\circ - 4 \times 2^\circ = -2^\circ$$

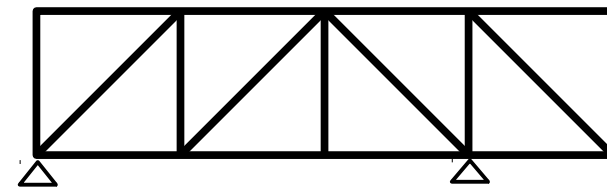
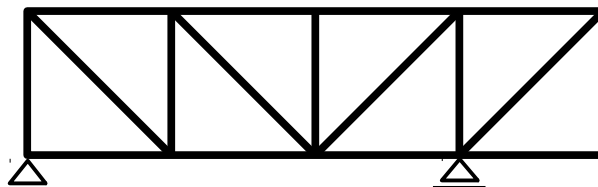
Vazba navíc oproti tuhé desce.

Časté typy příhradových konstrukcí

- Ocelové příhradové železniční mosty běžně do rozpětí pole 60 m

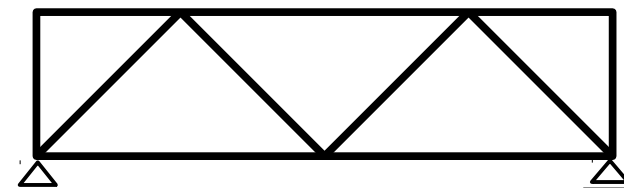
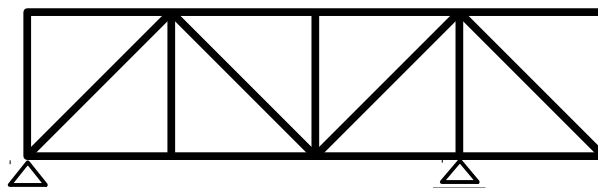
– pravoúhlé

stat. určitá



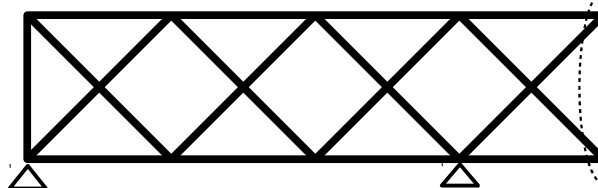
– kosoúhlé

stat. určitá



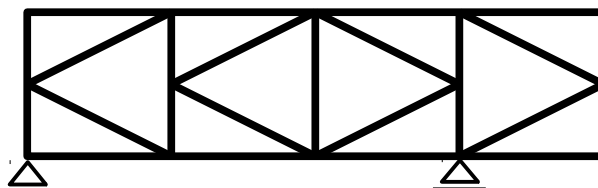
– rombické

staticky neurčitá, prostě podepřená
příhrada $26+3-2 \times 14=1$



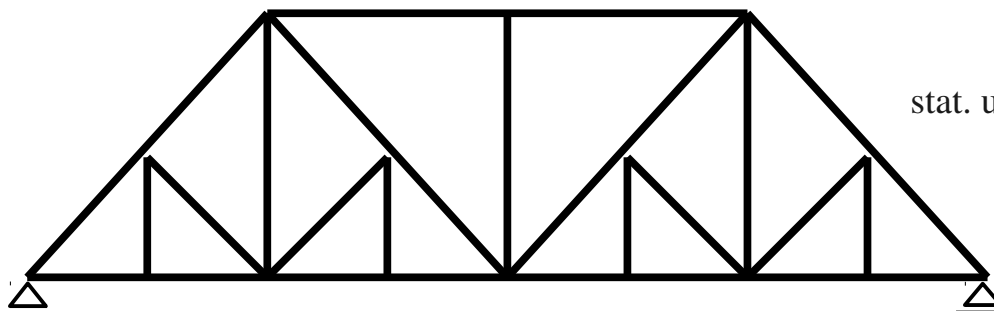
– polopříčkové

stat. určitá

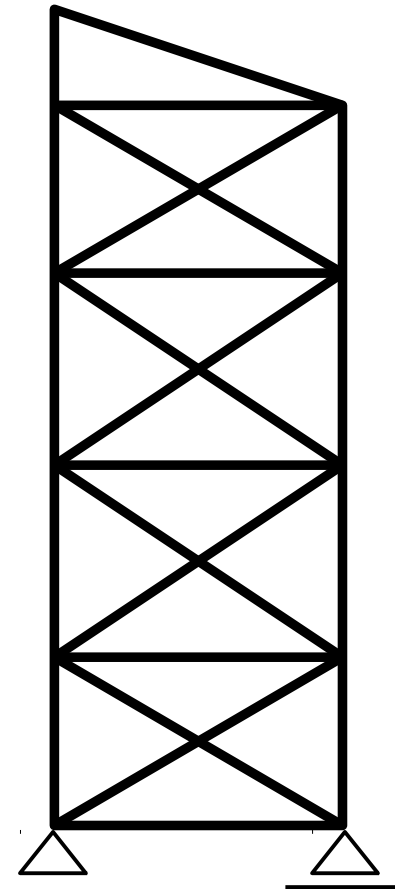


– na velká rozpětí

stat. určitá



Rovinný model podpůrné konstrukce



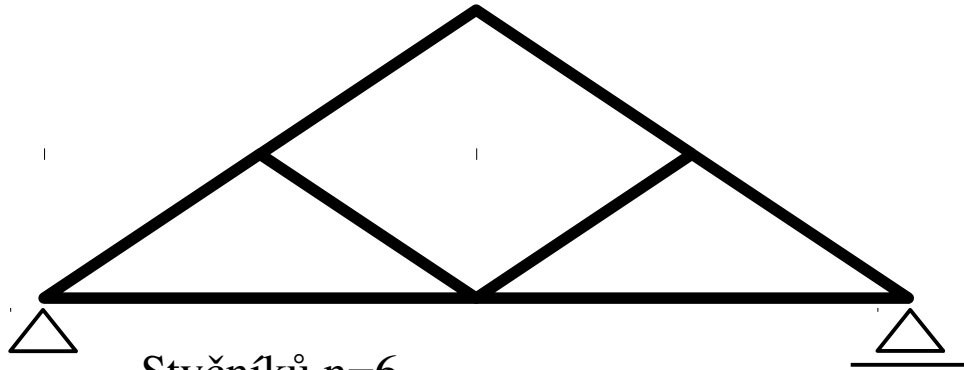
Styčnicků $n=15$

Prutů $p=31$

Vnější vazby $r=3$

$$s_n = p + r - 2n = 4^\circ$$

Určete stupeň statické neurčitosti

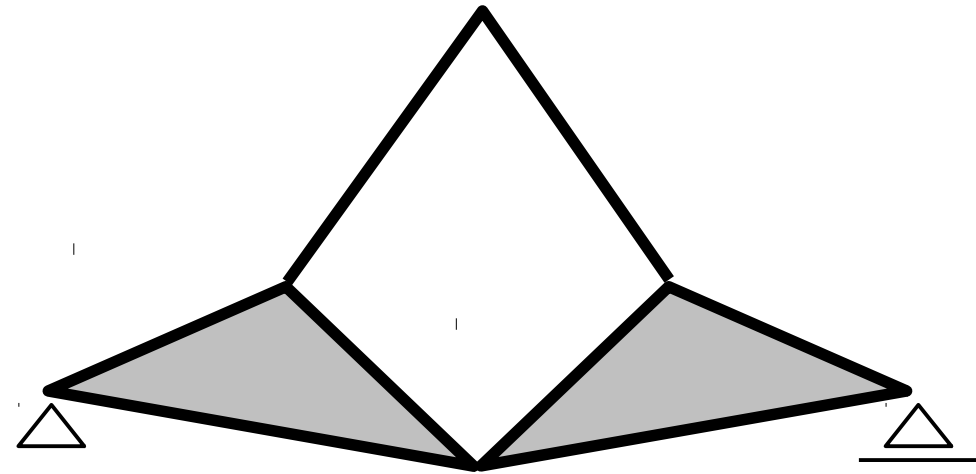


Styčníků $n=6$

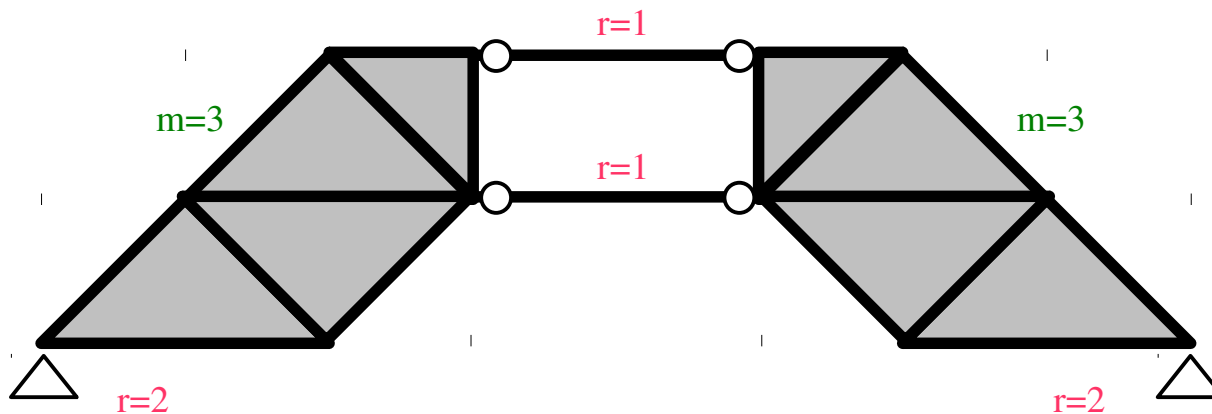
Prutů $p=8$

Vnější vazby $r=3$

$s_n = p + r - 2n = -1^\circ$ (staticky přeurlčitá)



Kinematický mechanismus

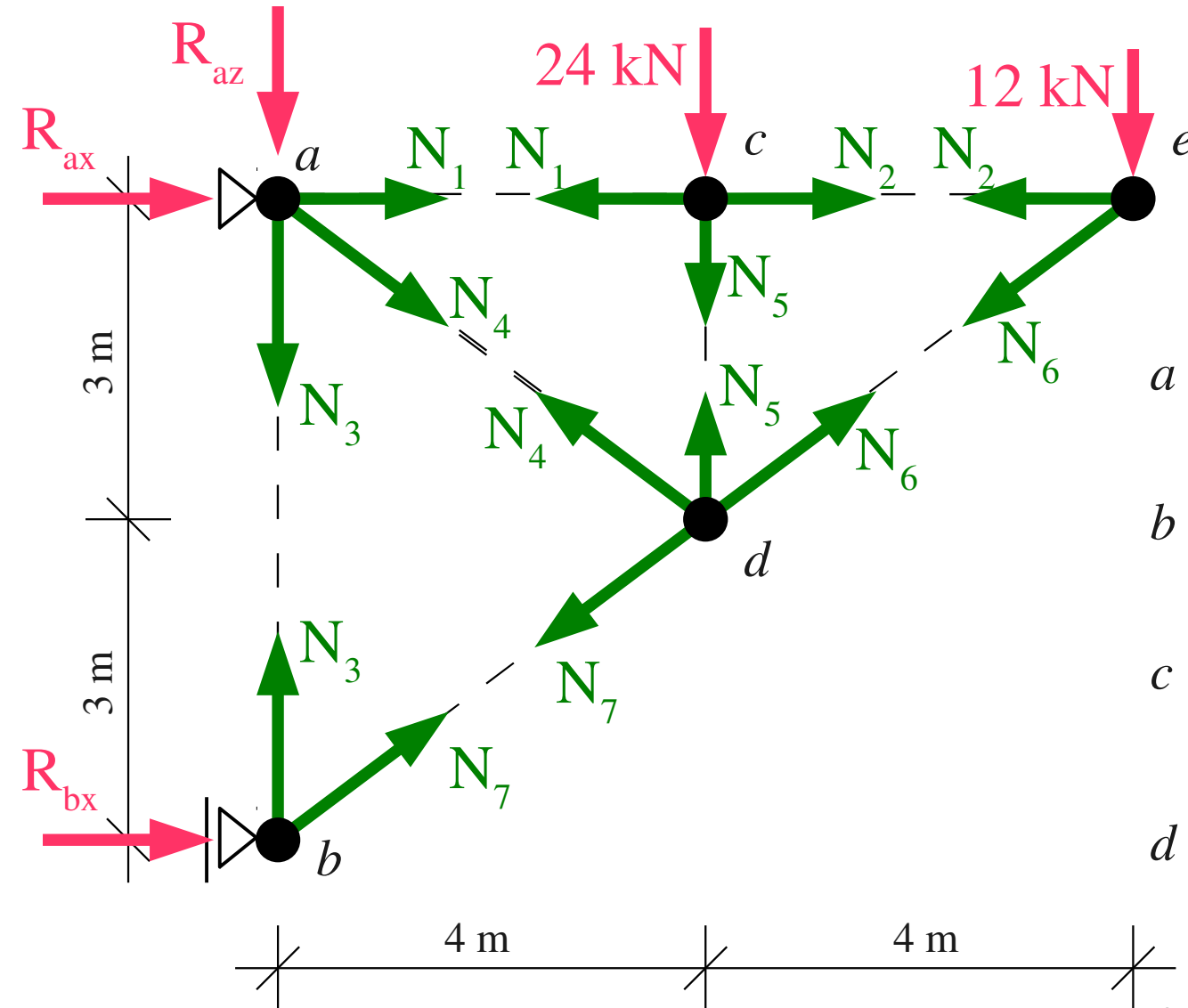


$s_n = (2+2+1+1) - 2 \times 3 = 0^\circ$ (určitá)

Styčnicková metoda

- Vnější i vnitřní vazby nahradíme složkami reakcí, síly zavedeme tak, aby **kladná hodnota znamenala tah v prutu** (konvence)
- Pokud má být celá příhradová soustava v rovnováze, **musí být v rovnováze každý styčnick**
- V každém styčnicku jsou k dispozici dvě silové podmínky, celkem $2n$ rovnic
- Obecná styčnicková metoda – neznámé jsou osově síly i reakce, vede na soustavu $2n$ rovnic, vhodné pro algoritmus na počítači
- Zjednodušená styčnicková metoda začíná výpočet ve dvojném styčnicku, neřeší se soustava rovnic, získané dílčí výsledky se použijí ihned v dalších styčnicích
- Dvojným styčnickem rozumíme styčnick o dvou neznámých
- Protože většina příhradových konstrukcí takovýto dvojný styčnick neobsahuje, provedou se postupy pomocí kterých se dvojný styčnick nejprve vytvoří
 - Určení vnějších reakcí z podmínek rovnováhy na celku
 - Průsečnou metodou se určí některé neznámé osově síly

Určete neznámé osové síly a reakce obecnou styčnickovou metodou



Podmínky rovnováhy

$$a \begin{cases} R_{ax} + N_1 + \frac{4}{5} N_4 = 0 & (1) \\ R_{az} + N_3 + \frac{3}{5} N_4 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$b \begin{cases} R_{bx} + \frac{4}{5} N_7 = 0 & (3) \\ N_3 + \frac{3}{5} N_7 = 0 & (4) \end{cases}$$

$$c \begin{cases} -N_1 + N_2 = 0 & (5) \\ 24 + N_5 = 0 & (6) \end{cases}$$

$$d \begin{cases} -\frac{4}{5} N_4 - \frac{4}{5} N_7 + \frac{4}{5} N_6 = 0 & (7) \\ N_5 + \frac{3}{5} N_4 + \frac{3}{5} N_6 - \frac{3}{5} N_7 = 0 & (8) \end{cases}$$

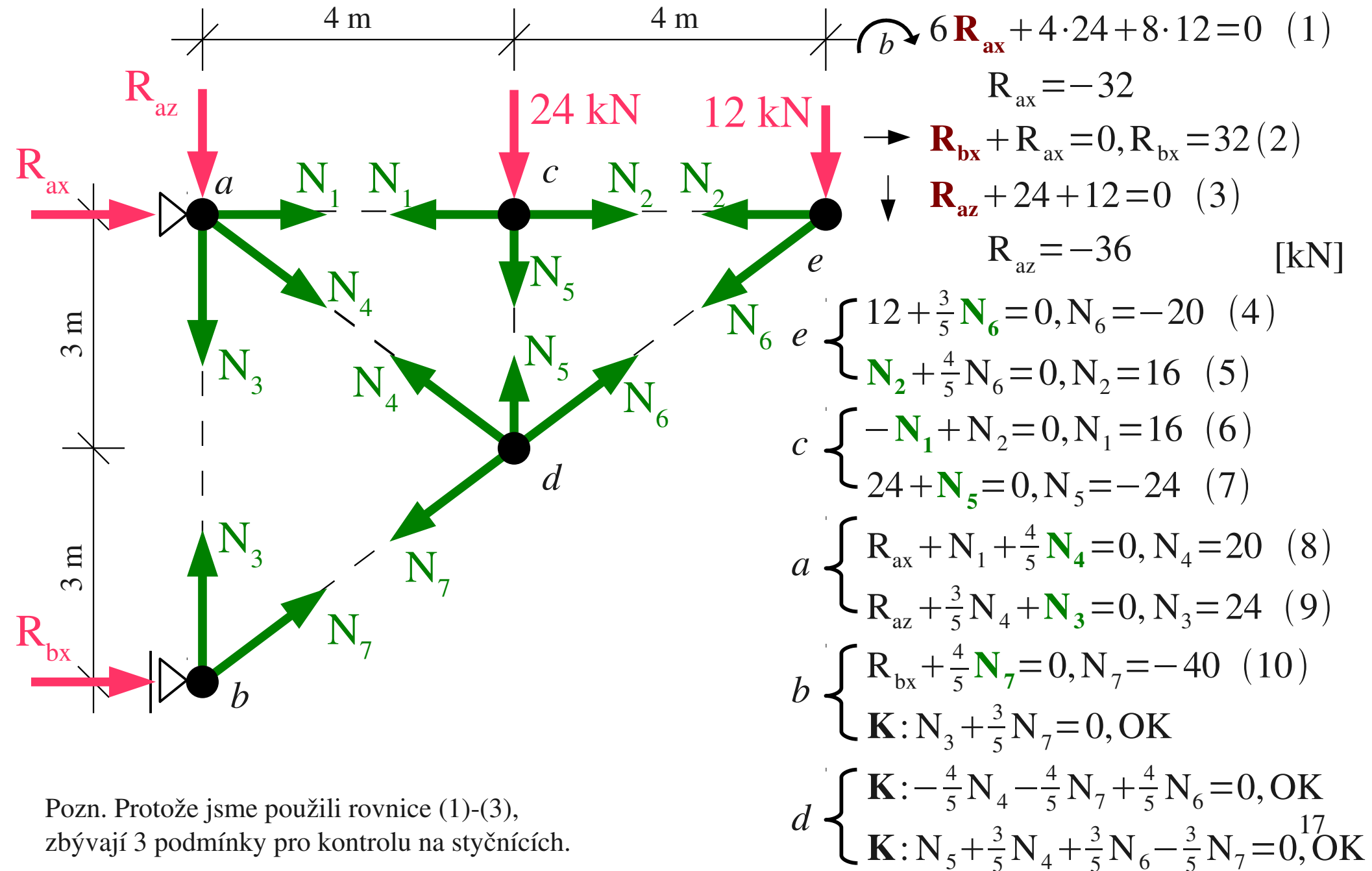
$$e \begin{cases} N_2 + \frac{4}{5} N_6 = 0 & (9) \\ 12 + \frac{3}{5} N_6 = 0 & (10) \end{cases}$$

$$s_n = p + r - 2n$$

$$s_n = 7 \times 1^\circ + 3^\circ - 5 \times 2^\circ = 0^\circ$$

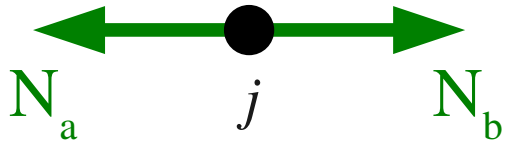
Zjednodušená styčnicková metoda

- Ačkoli je možné začít ve dvojném styčnicku e , určíme nejprve reakce z celku

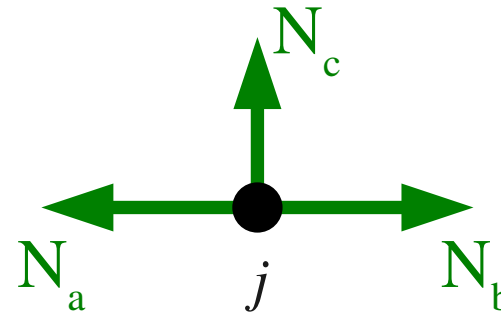


Pozn. Protože jsme použili rovnice (1)-(3), zbývají 3 podmínky pro kontrolu na styčnicích.

Osové síly ve vztahu ke geometrii styčnicků

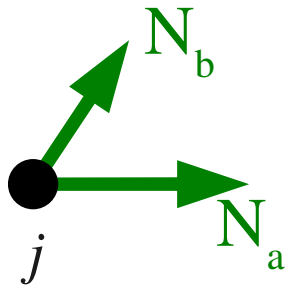


$$N_a = N_b$$



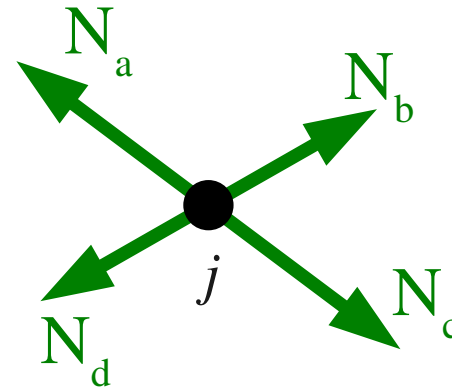
$$N_a = N_b$$

$$N_c = 0$$



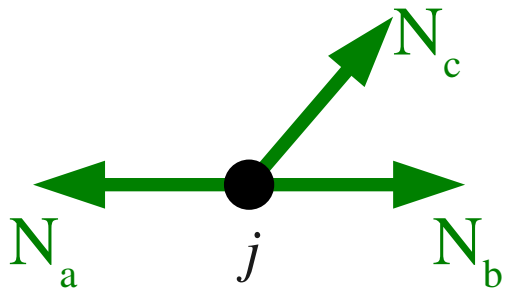
$$N_a = 0$$

$$N_b = 0$$



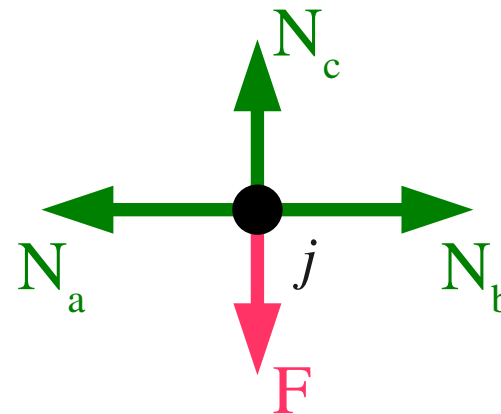
$$N_a = N_c$$

$$N_b = N_d$$



$$N_a = N_b$$

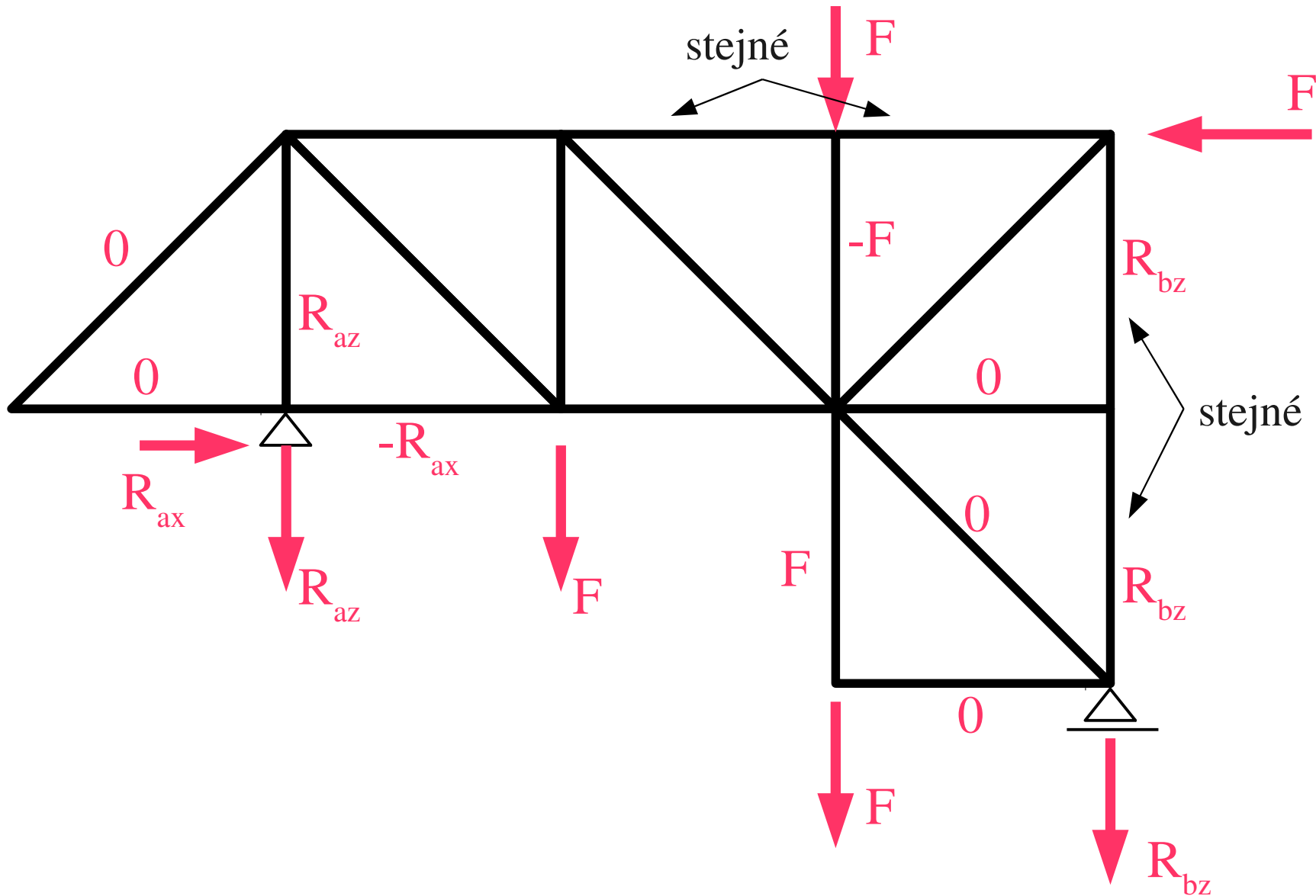
$$N_c = 0$$



$$N_a = N_b$$

$$N_c = F$$

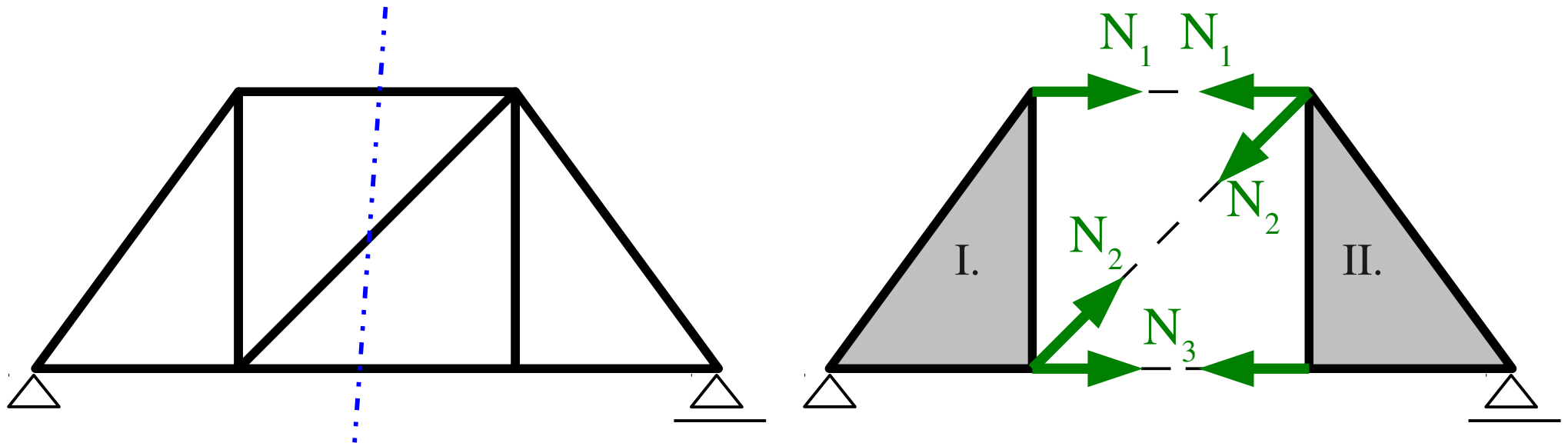
Určete osové síly z geometrie konstrukce



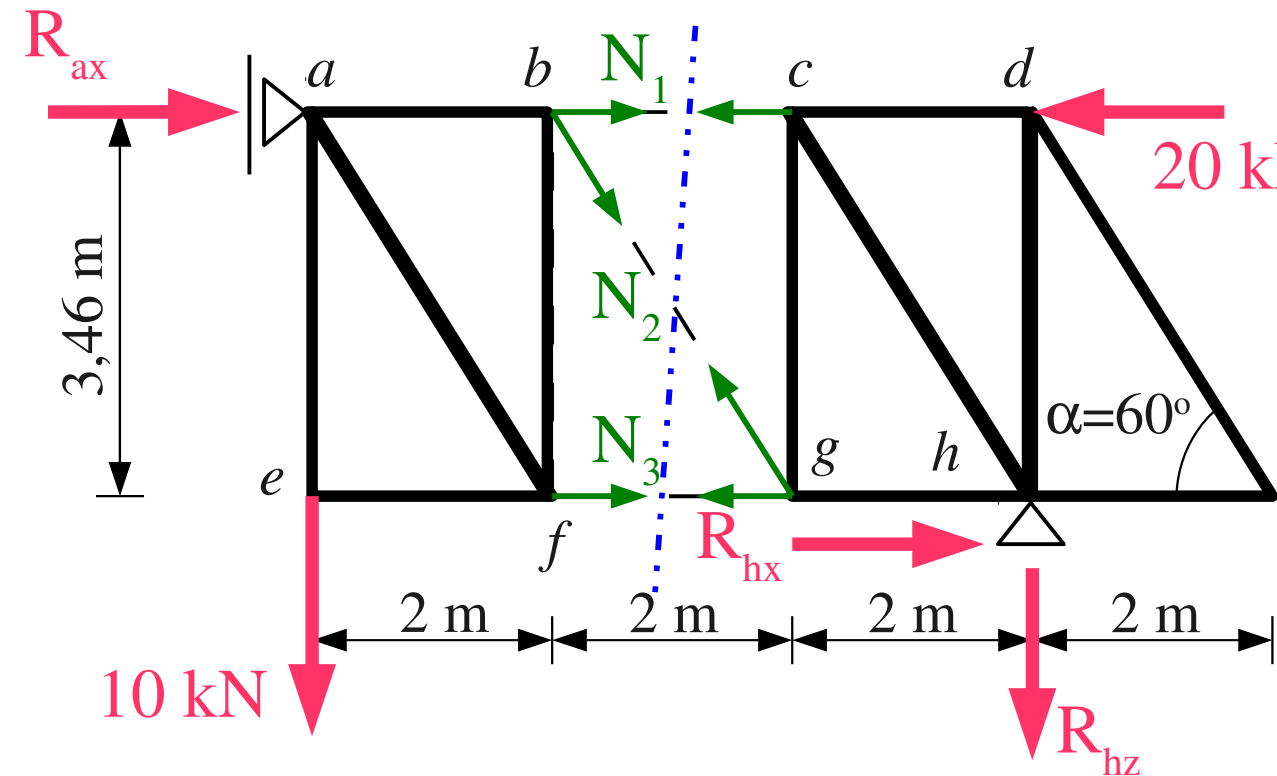
Určeno 11 osových sil z 19 pouze z geometrie a ze známých reakcí !

Průsečná metoda

- Pokud je příhradová konstrukce v rovnováze, musí být v rovnováze každá její část
- Nejprve určíme vnější zatížení a reakce, např. z rovnováhy na celku
- Příhradovou konstrukci rozdělíme na dvě samostatné části tak, aby řez prořal **nanejvýš tři pruty** (výjimečně i více - při rovnoběžnosti prutů či průsečíku více prutů v jednom uzlu)
- V přeřatých prutech zavedeme standardně neznámé osové síly a jejich hodnoty určíme ze třech podmínek rovnováhy na odřatých částech



Určete průsečnou metodou síly N_1 až N_3



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \alpha = 0,5$$

$$\curvearrowright_h 3,46 \cdot 20 - 3,46 R_{ax} + 6 \cdot 10 = 0$$

$$R_{ax} = 37,34 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_d 6 \cdot 10 + 3,46 R_{hx} = 0$$

$$R_{hx} = -17,34 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_e 3,46 R_{ax} - 3,46 \cdot 20 + 6 R_{hz} = 0$$

$$R_{hz} = -10 \text{ kN}$$

$$\downarrow \mathbf{K}: 10 + R_{hz} = 0, \text{ OK}$$

Tuhá deska I.

Tuhá deska II.

$$\downarrow 10 + \frac{\sqrt{3}}{2} N_2 = 0, N_2 = -11,55 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_g 3,46 (R_{ax} + N_1) - 4 \cdot 10 = 0$$

$$N_1 = -25,78 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_b 2 \cdot 10 + 3,46 N_3 = 0, N_3 = -5,78 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \mathbf{K}: 37,34 + N_1 + 0,5 N_2 + N_3 = 0, \text{ OK}$$

$$\downarrow R_{hz} - \frac{\sqrt{3}}{2} N_2 = 0, N_2 = -11,55 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_g 3,46 (20 + N_1) - 2 R_{hz} = 0$$

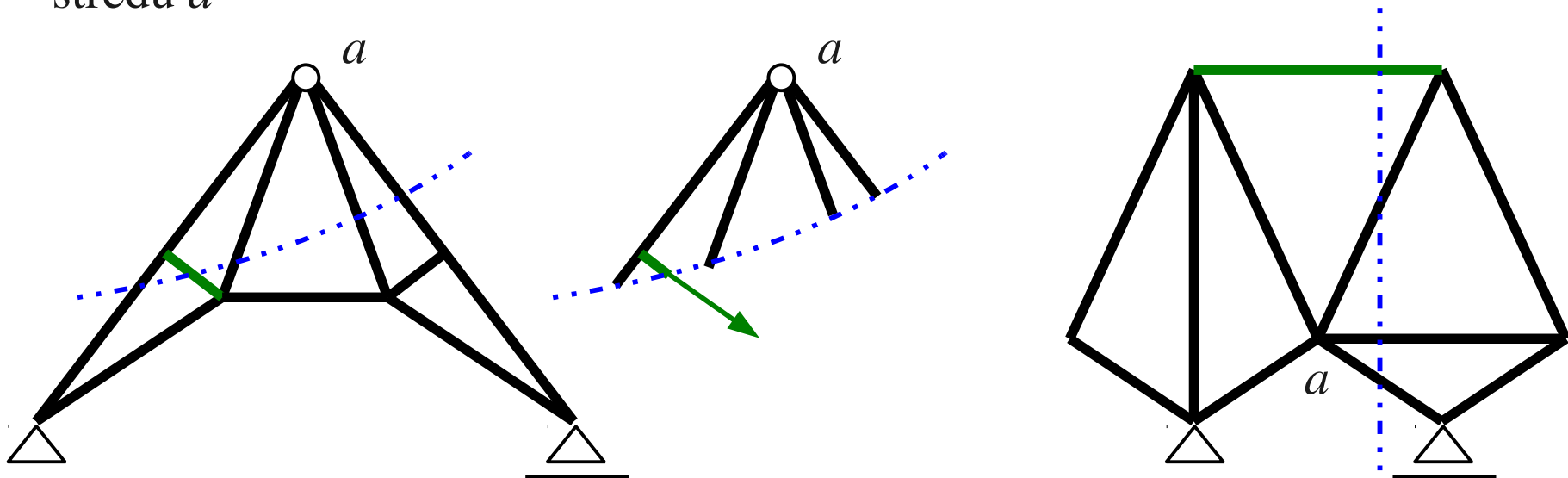
$$N_1 = -25,78 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_b 3,46 (R_{hx} - N_3) - 4 R_{hz} = 0, N_3 = -5,78 \text{ kN}$$

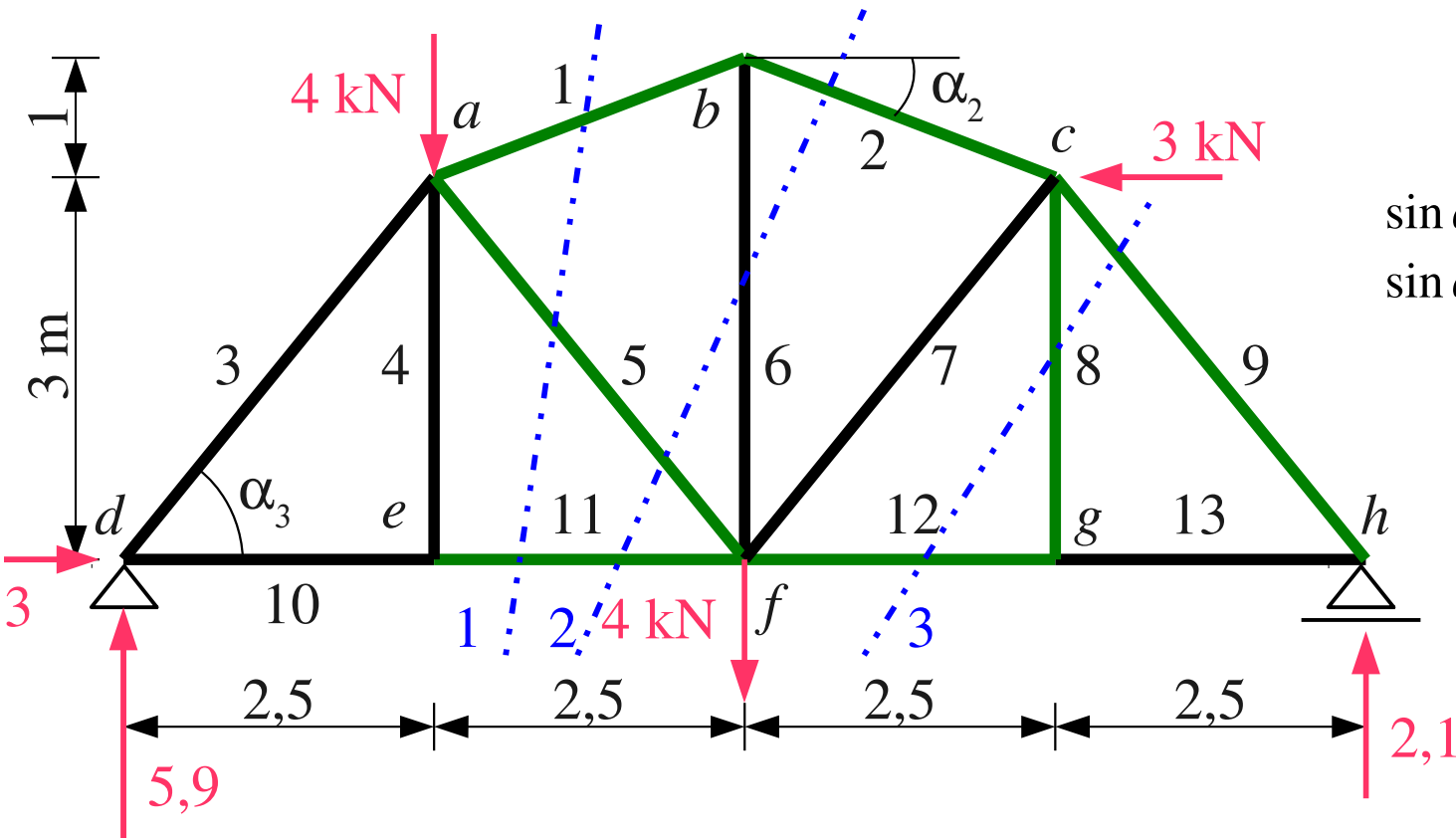
$$\leftarrow \mathbf{K}: N_1 + 0,5 N_2 + N_3 + 20 - R_{hx} = 0, \text{ OK}^1$$

Průsečná metoda podrobněji

- Obvyklé použití
 - Určení několika sil, kontrola vybraných sil ze styčnickové metody
 - Startovací metoda pro vytvoření dvojného styčnicku ve styčnickové metodě
- Průsečná metoda je omezena podmínkami vedení řezů
- Řez může protínat i více než tři pruty ($n > 3$), $n - 1$ prutů se musí protínat v jediném bodě, tzv. přidružený momentový střed
- Sílu v prutu získáme z momentové podmínky k přidruženému momentovému středu a



- Určete osově síly $N_1, N_5, N_{11}, N_2, N_8, N_9, N_{12}$ průsečnou metodou



$$\sin \alpha_3 = 0,768, \quad \cos \alpha_3 = 0,640$$

$$\sin \alpha_2 = 0,371, \quad \cos \alpha_2 = 0,928$$

Řez 1 (levá část)

$$\begin{aligned} \curvearrowright_f & 5 \cdot 5,9 - 2,5 \cdot 4 + 4 \cdot N_1 \cos \alpha_2 = 0, \quad N_1 = -5,253 \\ \uparrow & 5,9 - 4 + N_1 \sin \alpha_2 - N_5 \sin \alpha_3 = 0, \quad N_5 = -0,064 \\ \curvearrowleft_a & 3 \cdot 3 - 2,5 \cdot 5,9 + 3 \cdot N_{11} = 0, \quad N_{11} = 1,917 \end{aligned}$$

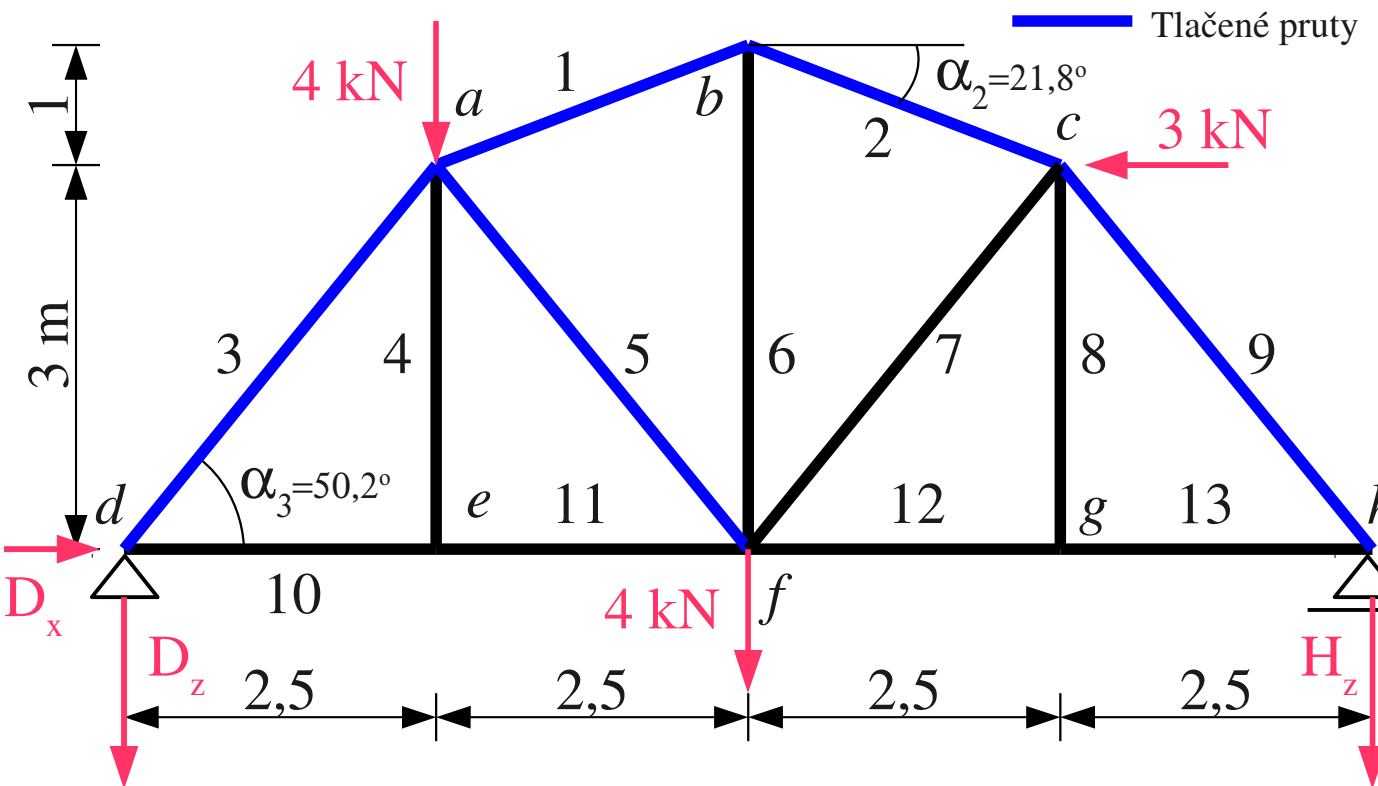
Řez 2 - přidružený momentový střed f (levá část)

$$\curvearrowright_f 5 \cdot 5,9 - 2,5 \cdot 4 + 4 \cdot N_2 \cos \alpha_2 = 0, \quad N_2 = -5,253$$

Řez 3 (pravá část)

$$\begin{aligned} \curvearrowright_h & 2,5 \cdot N_8 = 0, \quad N_8 = 0 \\ \curvearrowleft_g & 2,5 \cdot 2,1 + 3 \cdot N_9 \cos \alpha_3 = 0, \quad N_9 = -2,734 \\ \curvearrowleft_c & 2,5 \cdot 2,1 - 3 \cdot N_{12} = 0, \quad N_{12} = 1,750 \\ \leftarrow & (N_{12} + N_9 \cos \alpha_3 = 0, \quad N_{12} = 1,750) \end{aligned}$$

• Určete všechny osové síly styčnickovou metodou



$$\sin \alpha_3 = 0,768, \quad \cos \alpha_3 = 0,640$$

$$\sin \alpha_2 = 0,371, \quad \cos \alpha_2 = 0,928$$

$$\rightarrow \mathbf{D}_x - 3 = 0, \quad \mathbf{D}_x = 3 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright \mathbf{d} \quad 2,5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 - 3 \cdot 3 + 10 \mathbf{H}_z = 0$$

$$\mathbf{H}_z = -2,1 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright \mathbf{h} \quad 3 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 7,5 \cdot 4 + 10 \mathbf{D}_z = 0$$

$$\mathbf{D}_z = -5,9 \text{ kN}$$

$$\mathbf{K}: 4 + 4 + \mathbf{D}_z + \mathbf{H}_z = 0, \text{ OK}$$

$$\mathbf{N}_4 = \mathbf{N}_8 = 0$$

$$\mathbf{N}_{10} = \mathbf{N}_{11}, \quad \mathbf{N}_{12} = \mathbf{N}_{13}$$

$$\mathbf{d} \begin{cases} \mathbf{D}_z - \mathbf{N}_3 \sin \alpha_3 = 0, \quad \mathbf{N}_3 = -7,682 \\ \mathbf{D}_x + \mathbf{N}_3 \cos \alpha_3 + \mathbf{N}_{10} = 0, \quad \mathbf{N}_{10} = \mathbf{N}_{11} = 1,917 \end{cases}$$

$$\mathbf{a} \begin{cases} 4 + \mathbf{N}_3 \sin \alpha_3 + \mathbf{N}_5 \sin \alpha_3 - \mathbf{N}_1 \sin \alpha_2 = 0 \\ -\mathbf{N}_3 \cos \alpha_3 + \mathbf{N}_5 \cos \alpha_3 + \mathbf{N}_1 \cos \alpha_2 = 0 \end{cases} \text{ soustava}$$

$$\mathbf{b} \begin{cases} \mathbf{N}_5 = -0,064, \quad \mathbf{N}_1 = -5,254 \\ -\mathbf{N}_1 \cos \alpha_2 + \mathbf{N}_2 \cos \alpha_2 = 0, \quad \mathbf{N}_2 = \mathbf{N}_1 = -5,254 \\ \mathbf{N}_1 \sin \alpha_2 + \mathbf{N}_2 \sin \alpha_2 + \mathbf{N}_6 = 0, \quad \mathbf{N}_6 = 3,898 \end{cases}$$

$$\mathbf{h} \begin{cases} \mathbf{H}_z - \mathbf{N}_9 \sin \alpha_3 = 0, \quad \mathbf{N}_9 = -2,734 \\ \mathbf{N}_9 \cos \alpha_3 + \mathbf{N}_{13} = 0, \quad \mathbf{N}_{13} = \mathbf{N}_{12} = 1,750 \end{cases}$$

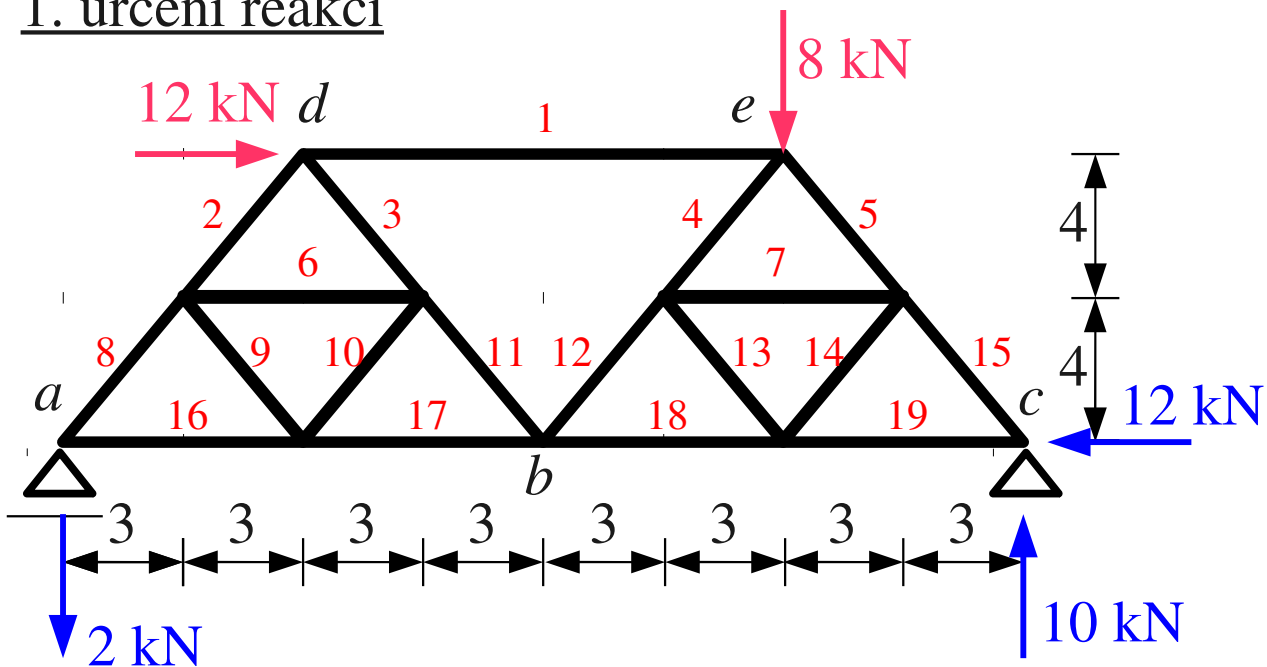
$$\mathbf{c} \begin{cases} 3 + \mathbf{N}_2 \cos \alpha_2 + \mathbf{N}_7 \cos \alpha_3 - \mathbf{N}_9 \cos \alpha_3 = 0 \\ \mathbf{N}_7 = 0,197 \\ -\mathbf{N}_2 \sin \alpha_2 + \mathbf{N}_7 \sin \alpha_3 + \mathbf{N}_9 \sin \alpha_3 \approx 0, \quad \text{O.K.} \end{cases}$$

$$\mathbf{f} \begin{cases} \mathbf{N}_{11} - \mathbf{N}_{12} + \cos \alpha_3 (\mathbf{N}_5 - \mathbf{N}_7) \approx 0, \quad \text{O.K.} \\ 4 - \mathbf{N}_6 - \sin \alpha_3 (\mathbf{N}_5 + \mathbf{N}_7) \approx 0, \quad \text{O.K.} \end{cases}$$

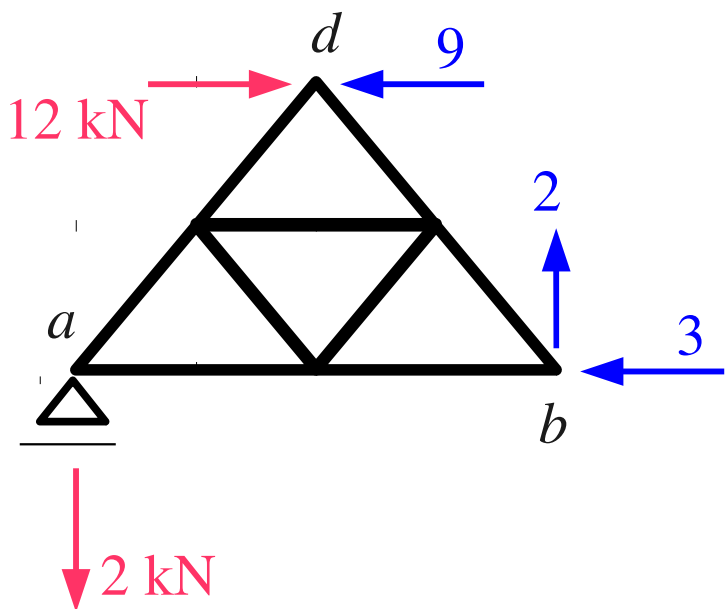
[kN]²⁴

Vypočtete všechny osové síly v prutech

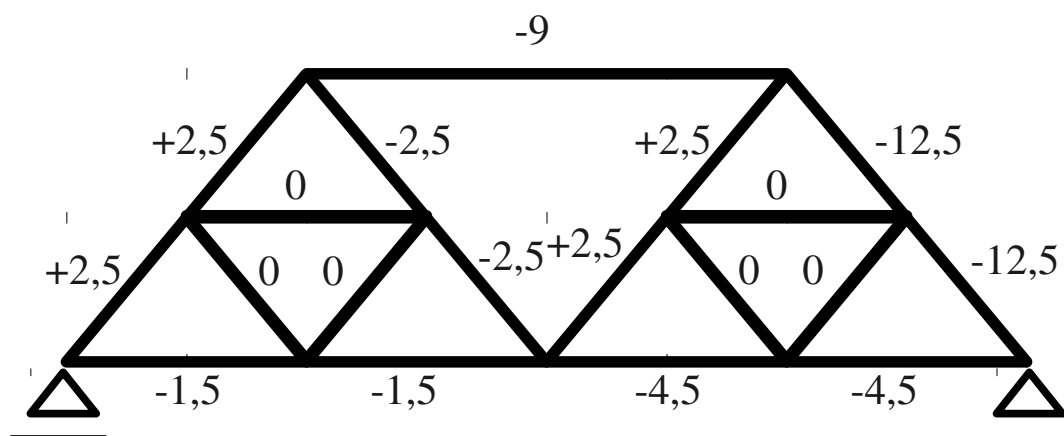
1. určení reakcí



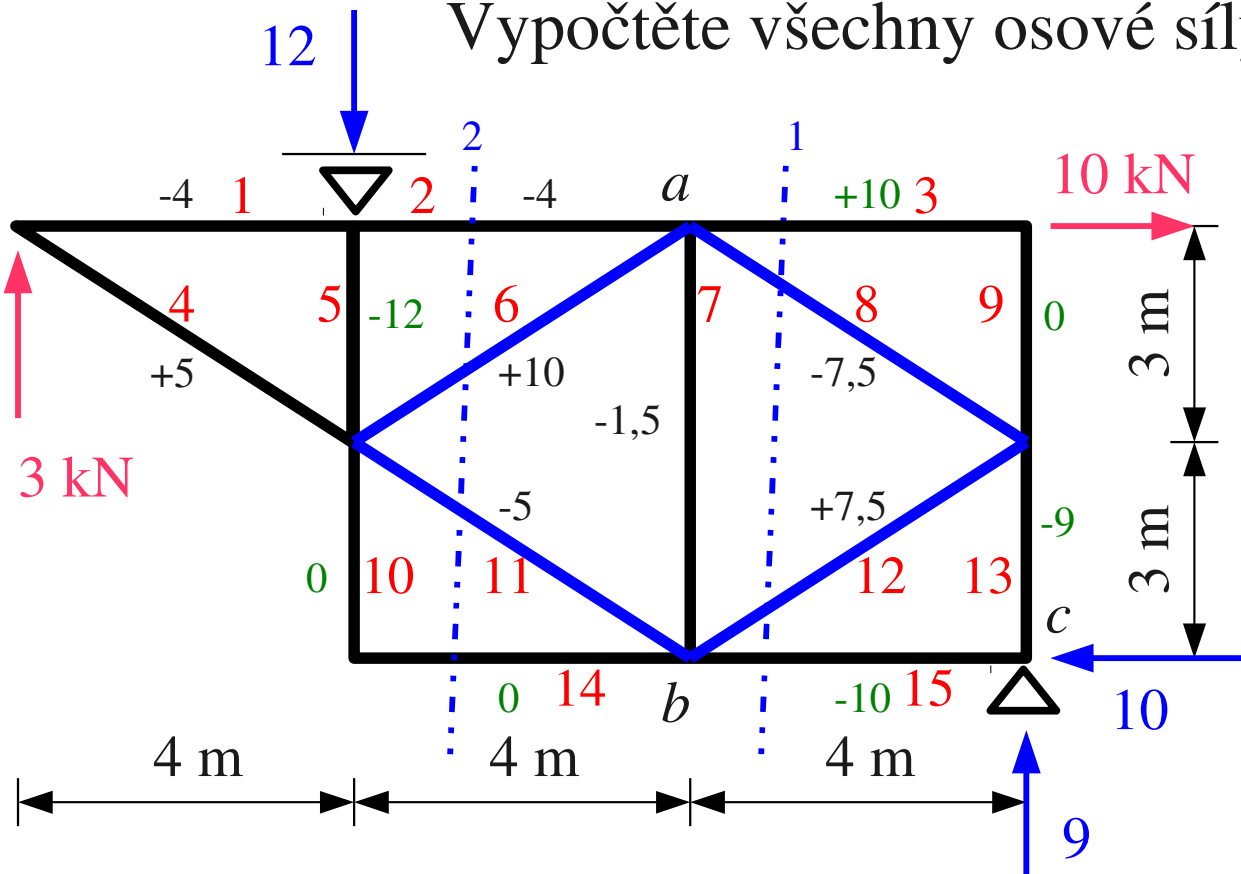
2. průsečná metoda



3. styčnicková metoda



Vypočtete všechny osové síly v prutech



1. nulové a jasné pruty

2. určení reakcí

3. styčnicková metoda

4. průsečná metoda

pro výpočet modrých prutů
(styčnicková metoda vede na soustavu rovnic)

Řez 1

$$\curvearrowright_a 6 \cdot \frac{4}{5} N_2 + 6 \cdot 10 - 6 \cdot 10 - 4 \cdot 9 = 0$$

$$N_2 = 7,5 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright_b 6 \cdot \frac{4}{5} N_1 + 6 \cdot 10 - 6 \cdot 10 + 4 \cdot 9 = 0$$

$$N_1 = -7,5 \text{ kN}$$

Řez 2

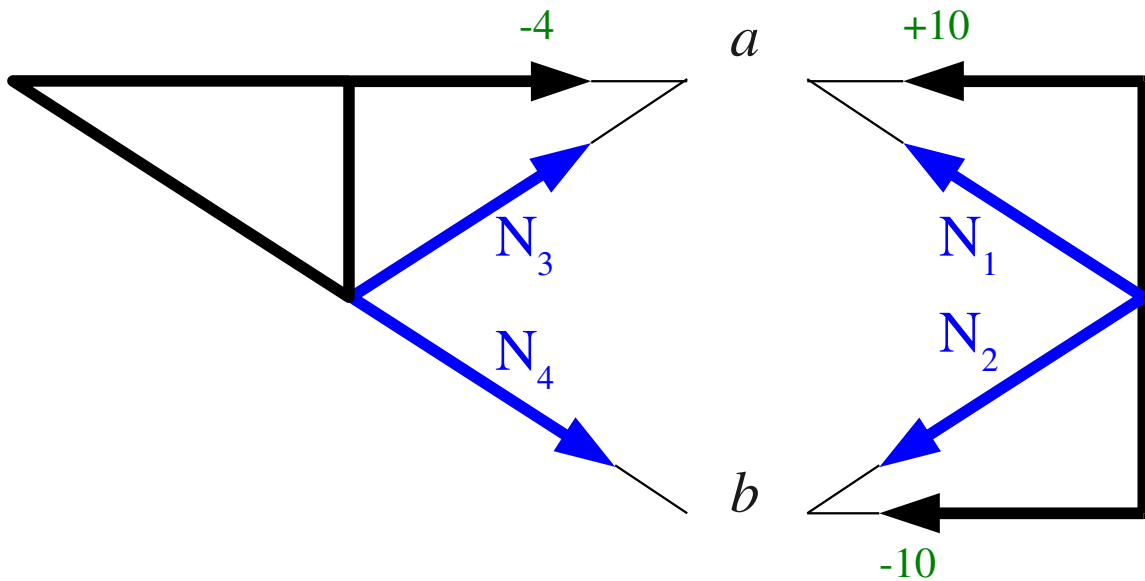
$$\curvearrowright_a 6 \cdot \frac{4}{5} N_4 + 4 \cdot 12 - 8 \cdot 3 = 0$$

$$N_4 = -5 \text{ kN}$$

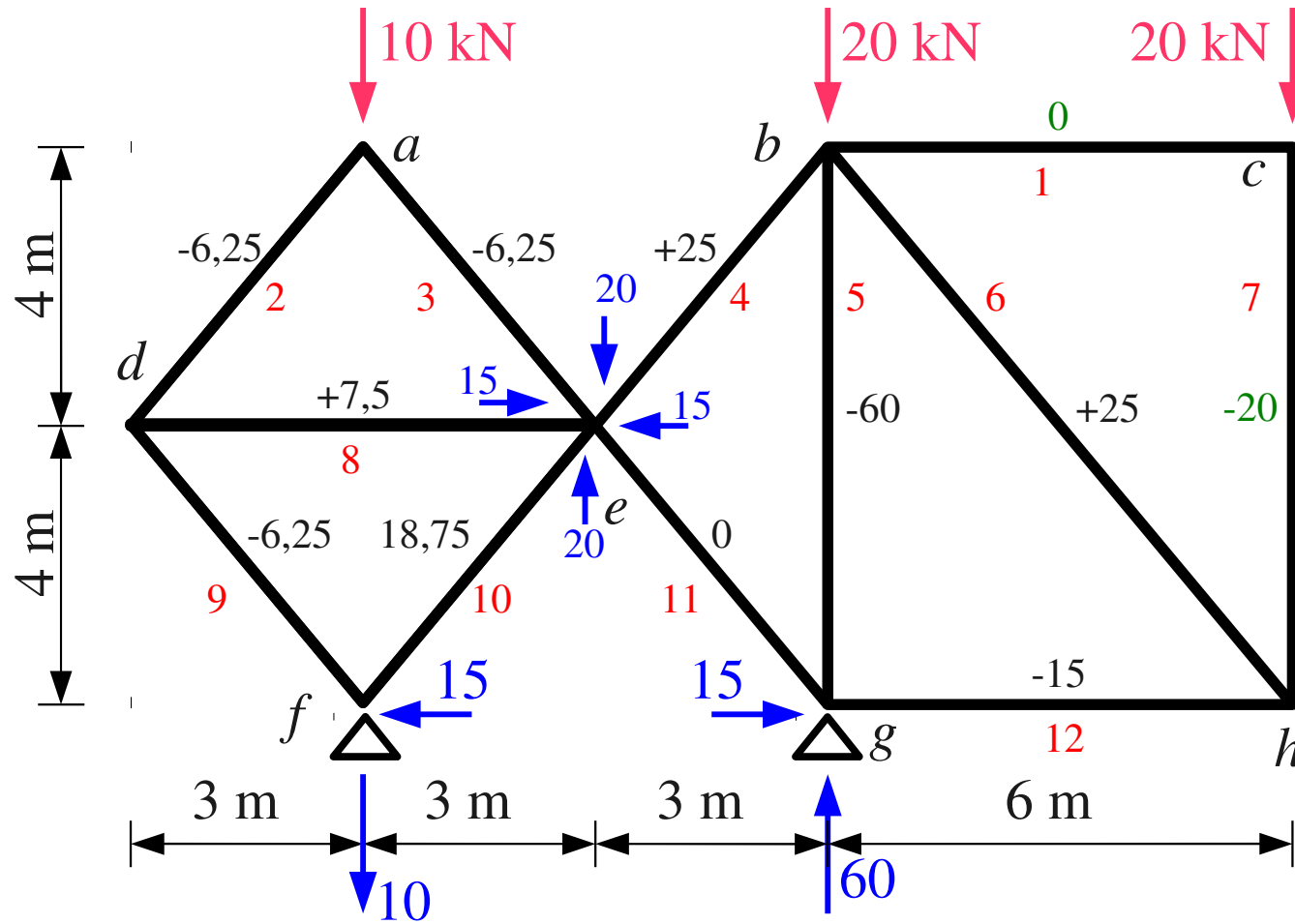
$$\curvearrowright_b 6 \cdot \frac{4}{5} N_3 - 4 \cdot 12 + 8 \cdot 3 - 6 \cdot 4 = 0$$

$$N_3 = +10 \text{ kN}$$

5. prostřední svislice č. 7



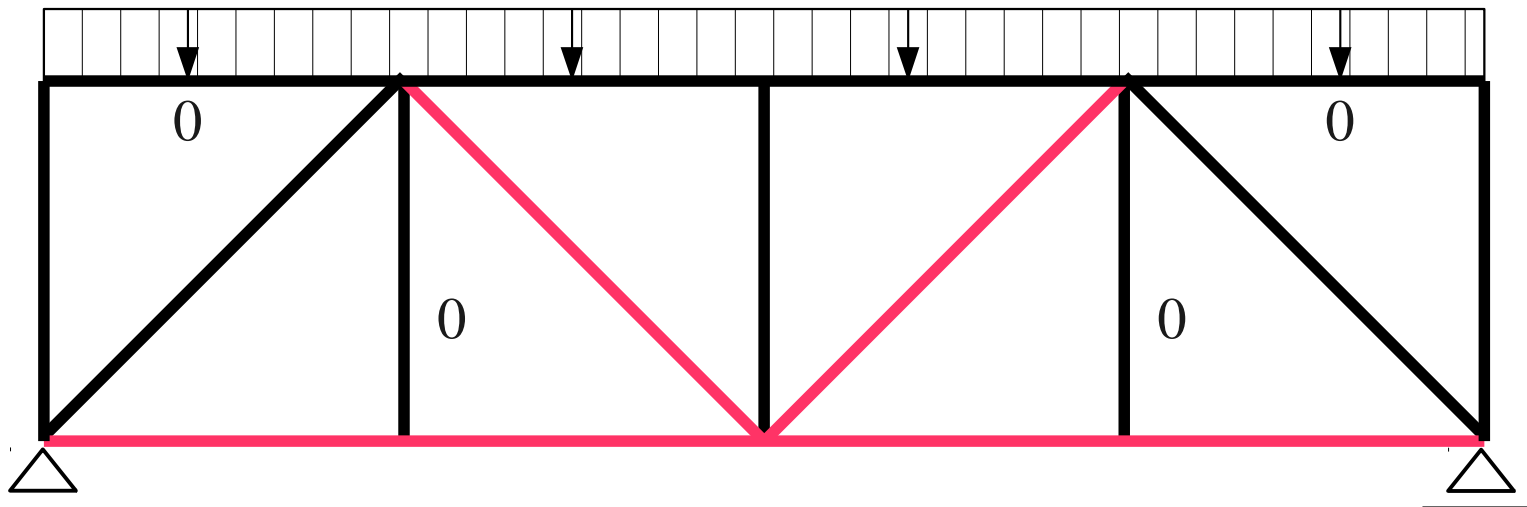
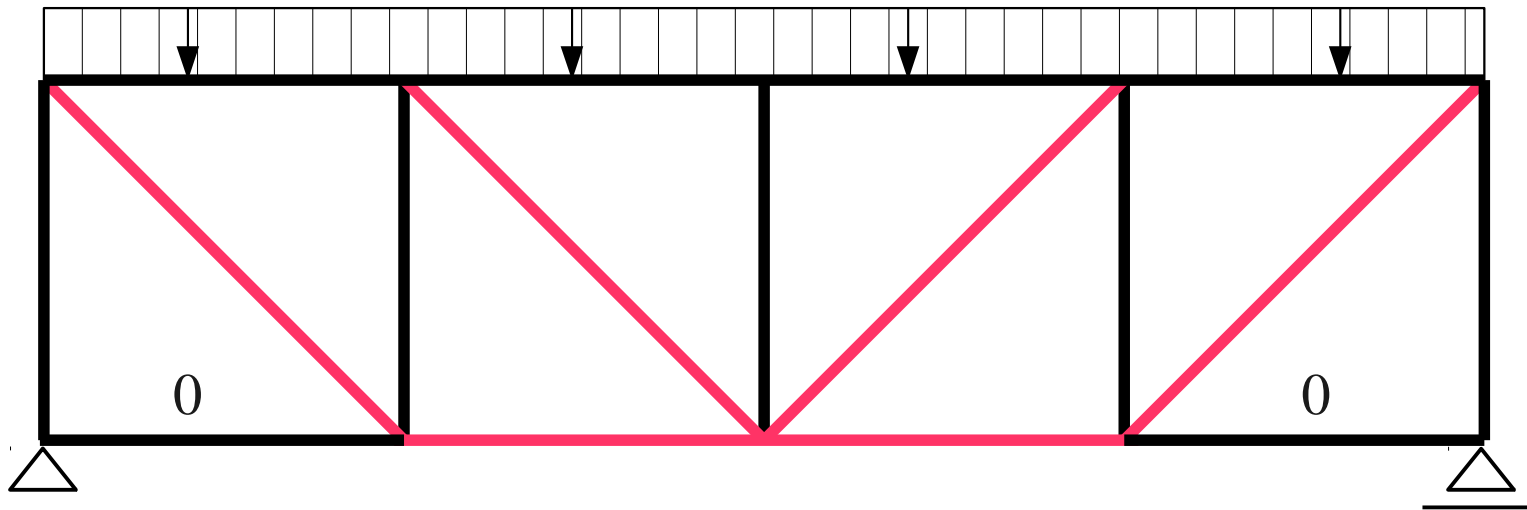
Vypočtete všechny osové síly v prutech



1. určení jasných sil v prutech (č. 1,7)
2. reakce na levé části
3. reakce na pravé části
4. styčnicková metoda

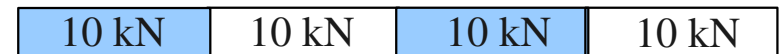
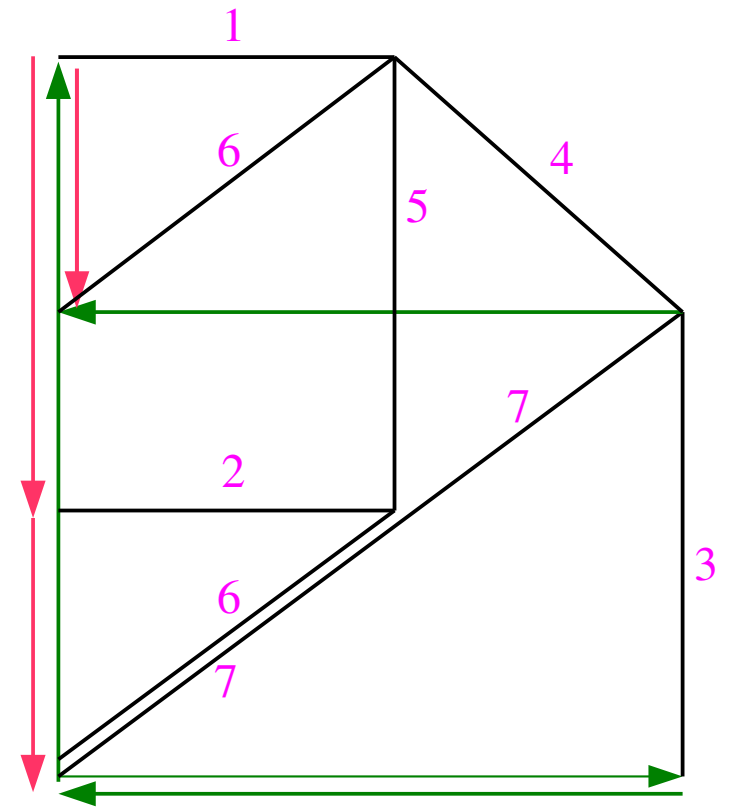
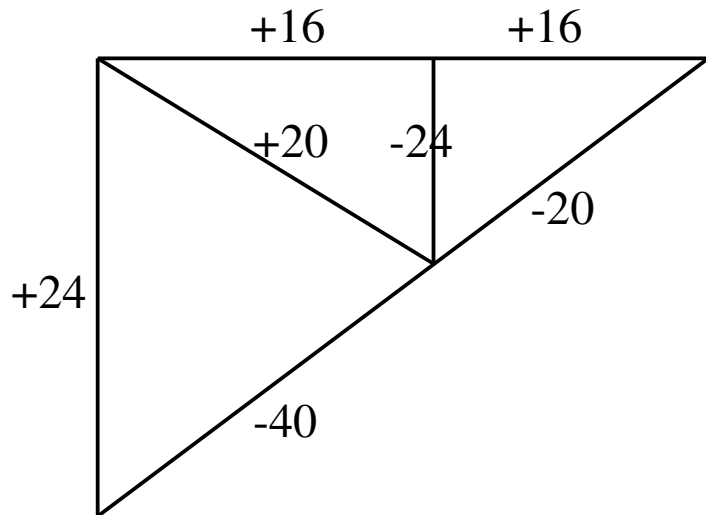
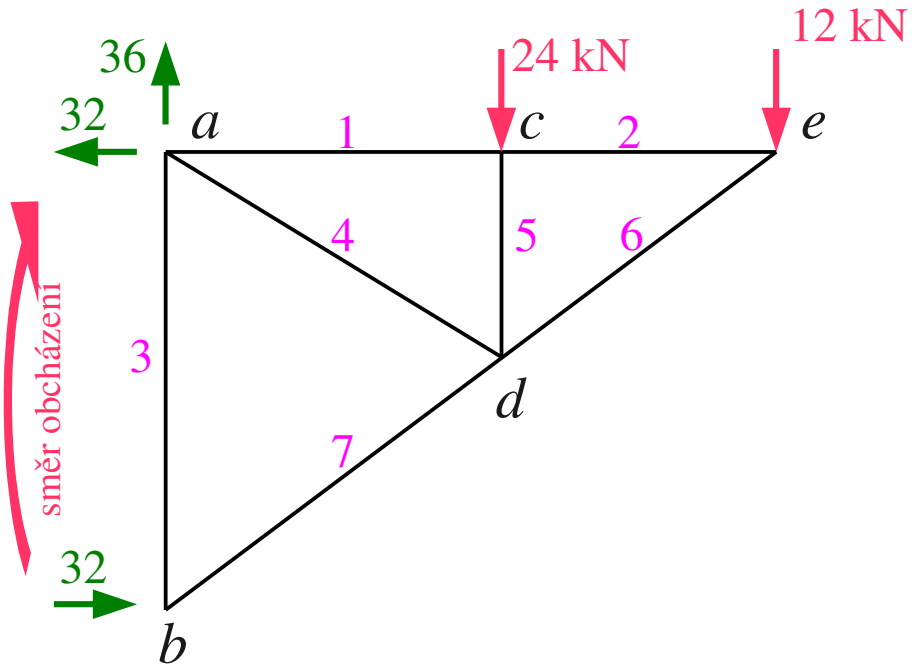
Otázky

- Které pruty budou tažené při rovnoměrném zatížení příhradové konstrukce ?
- Které budou mít nulovou osovou sílu ?



Cremonova grafická metoda (dnes se již nepoužívá)

- Luigi Cremona 1830-1903, italský matematik



Eiffelova věž

- Inženýr, architekt Gustav Eiffel (1832 – 1923)
- Geometrie odvozena z prutu konstantního napětí
- Dokončena 1889
- Výška 300 m bez antén, hloubka základů 14 m
- 9547 t oceli, 2,5 mil. nýtů
- 60 t barev na údržbu každých 7 let
- Výchylka špičky až 7 cm při větru



Most Firth of Forth, Edinburgh

- Železniční most, celková délka 2529 m, niveleta 46 m
- Návrh John Fowler (1817-98) a Benjamin Baker (1840 - 1907)
- Výstavba 1873 - 1890
- Stavělo až 4600 lidí, (>57 úmrtí)
- 55 000 t oceli, 8 mil. nýtů

en.wikipedia.org



Přednášky z předmětu SM1, Stavební fakulta ČVUT v Praze

Autor Vít Šmilauer

Náměty, připomínky, úpravy, vylepšení zasílejte prosím na

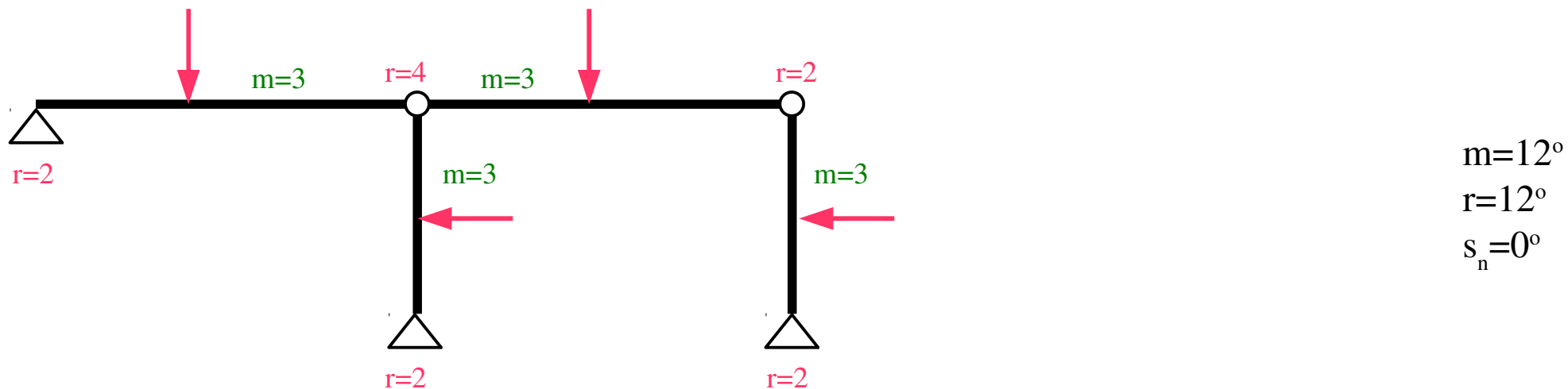
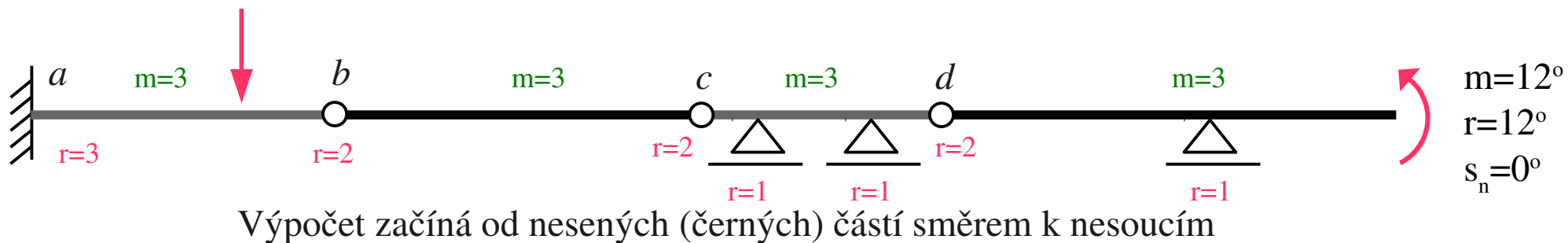
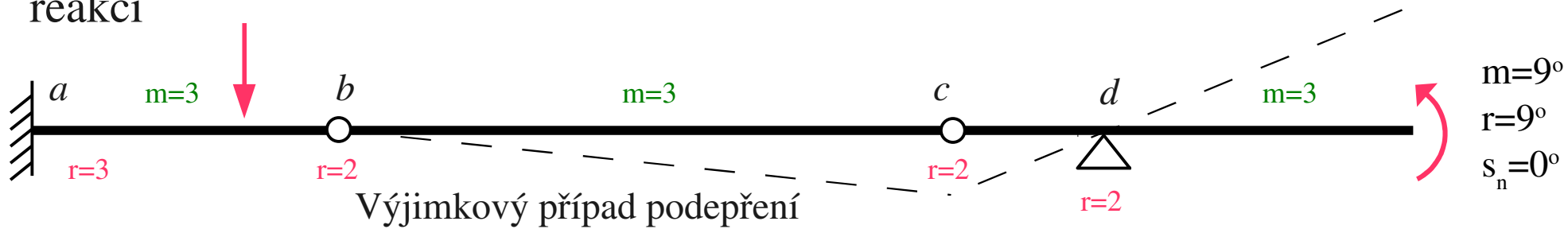
vit.smilauer@fsv.cvut.cz

Created 12/2007 in OpenOffice 2.3, ubuntu linux 6.06

Last update Feb 21, 2011

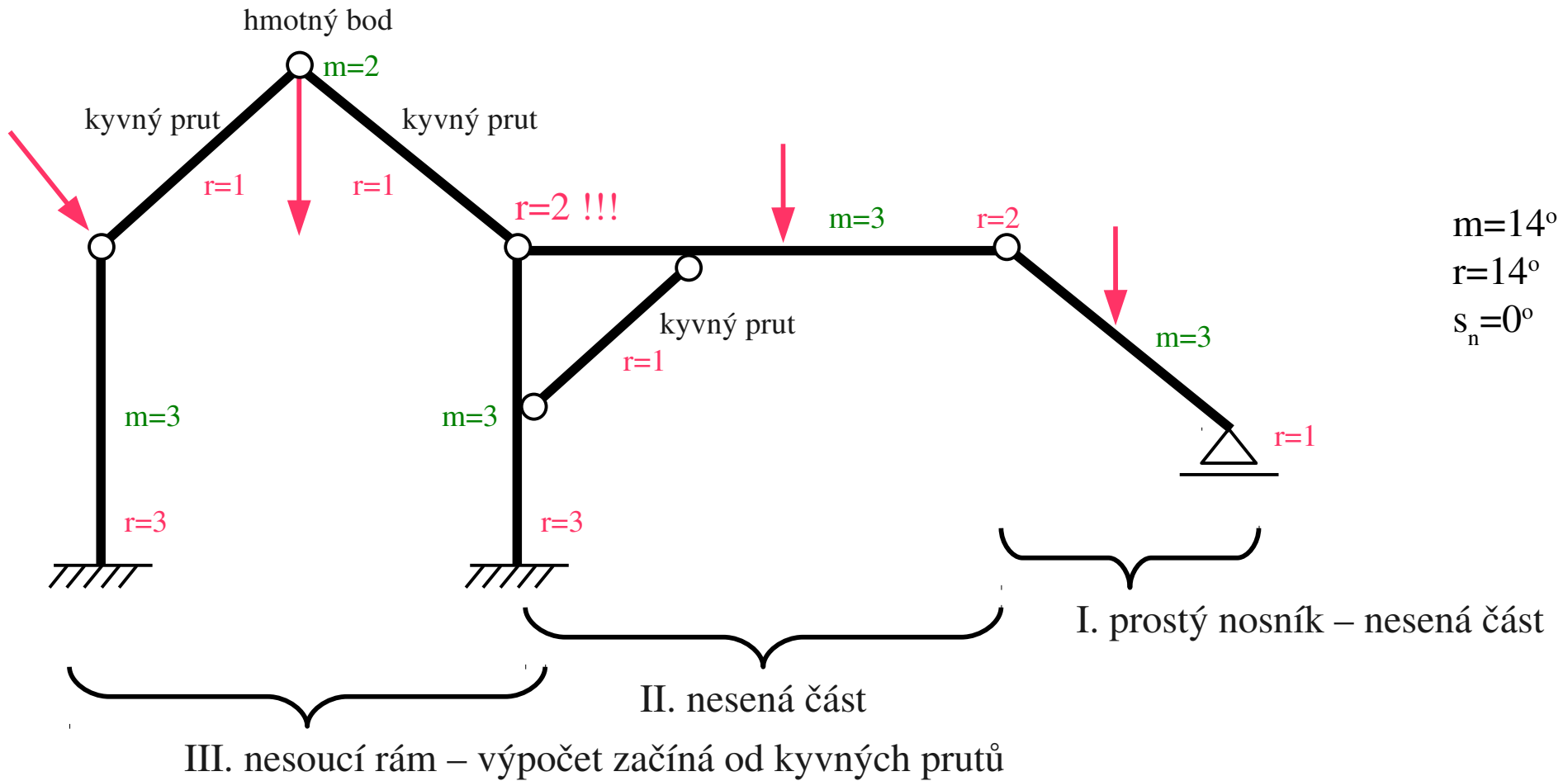
Příklady – složené soustavy

- Určete statickou neurčitost složených soustav a pokud lze, určete postup výpočtu reakcí



Každý prut je prostý nosník s osovou silou. Výpočet začíná určením příčných sil na prostých nosnících.

Určete způsob výpočtu složené soustavy

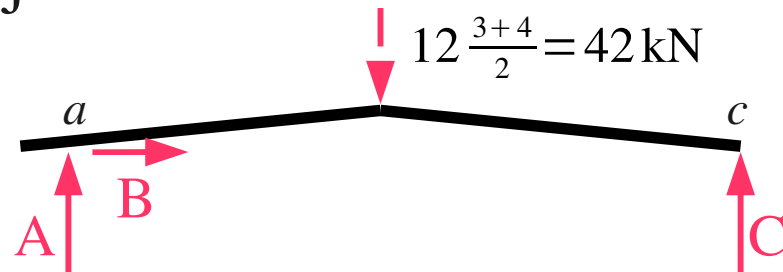


Směr demontáže a výpočtu

Určete reakce od tíhy předpjatého vazníku



Železobetonová hala, SAPA-LPJ

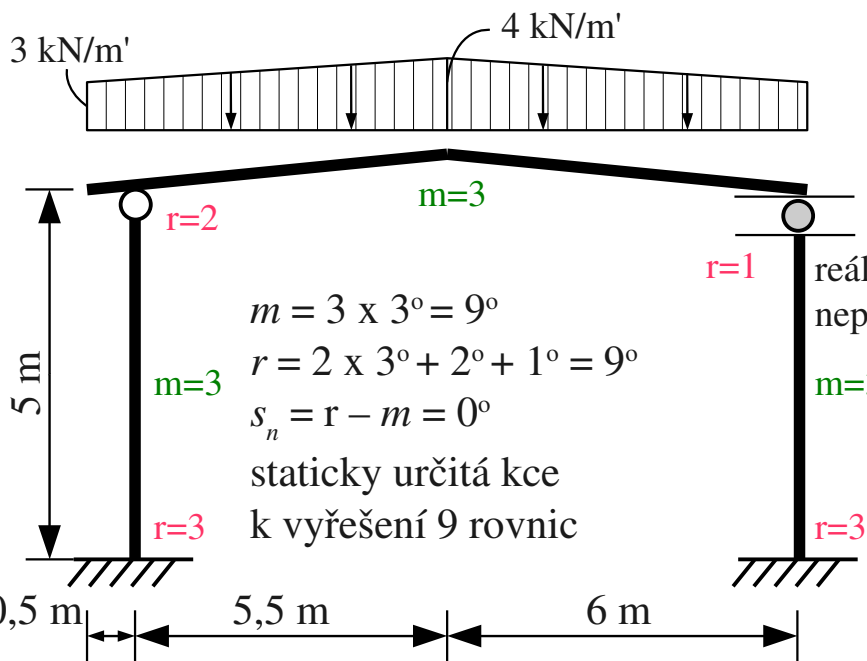
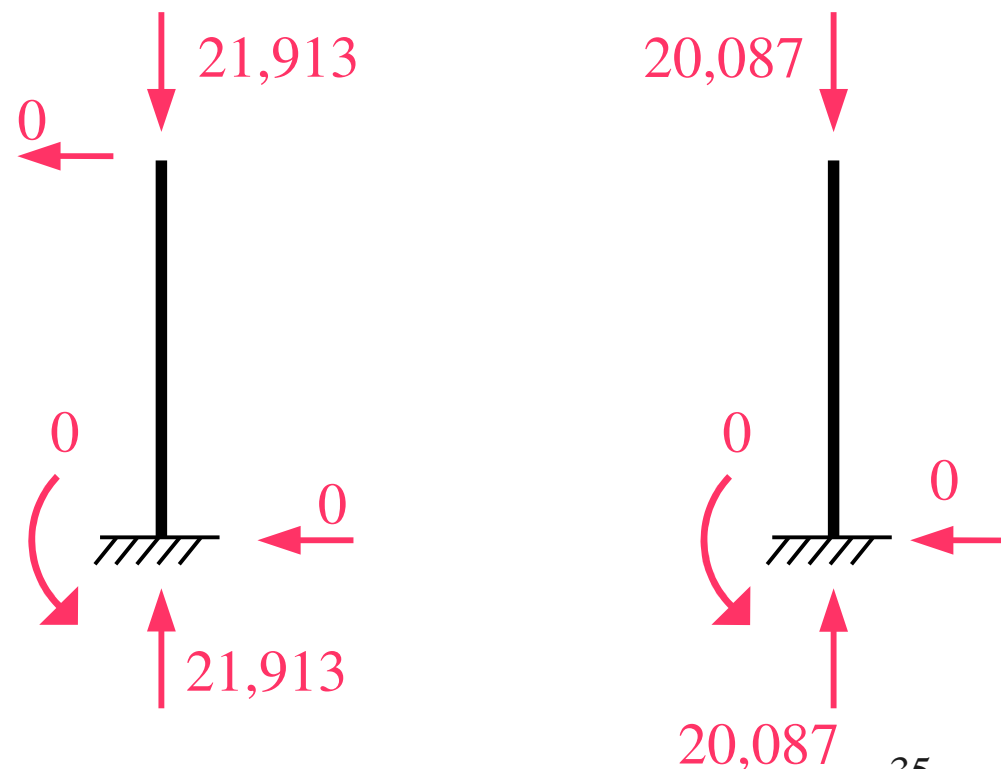


$$\rightarrow \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

$$\curvearrowright_a \quad 5,5 \cdot 42 - 11,5 \mathbf{C} = 0, \quad \mathbf{C} = 20,087 \text{ kN} \quad (2)$$

$$\curvearrowright_c \quad 6 \cdot 42 - 11,5 \mathbf{A} = 0, \quad \mathbf{A} = 21,913 \text{ kN} \quad (3)$$

$$\mathbf{K} \uparrow \quad \mathbf{A} + \mathbf{C} - 42 = 0, \quad \text{O.K.}$$

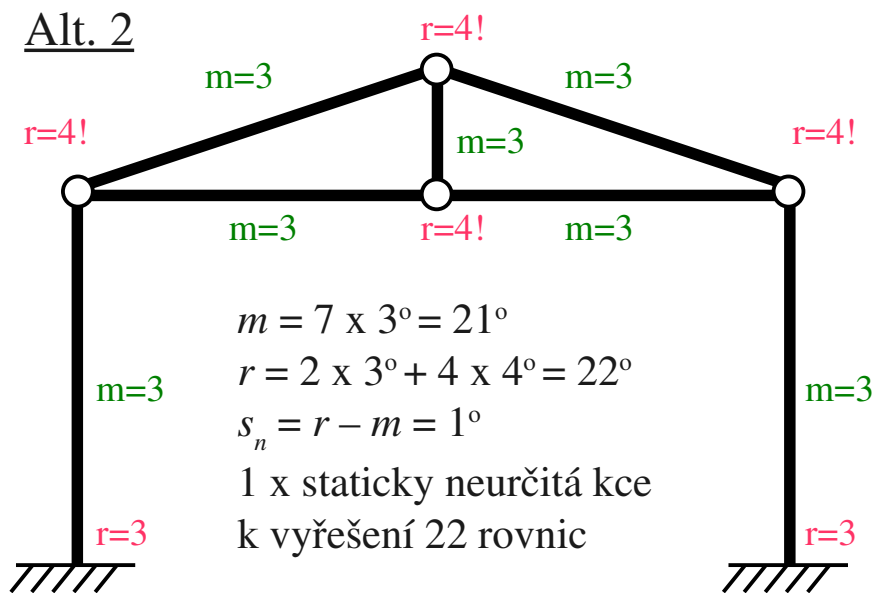
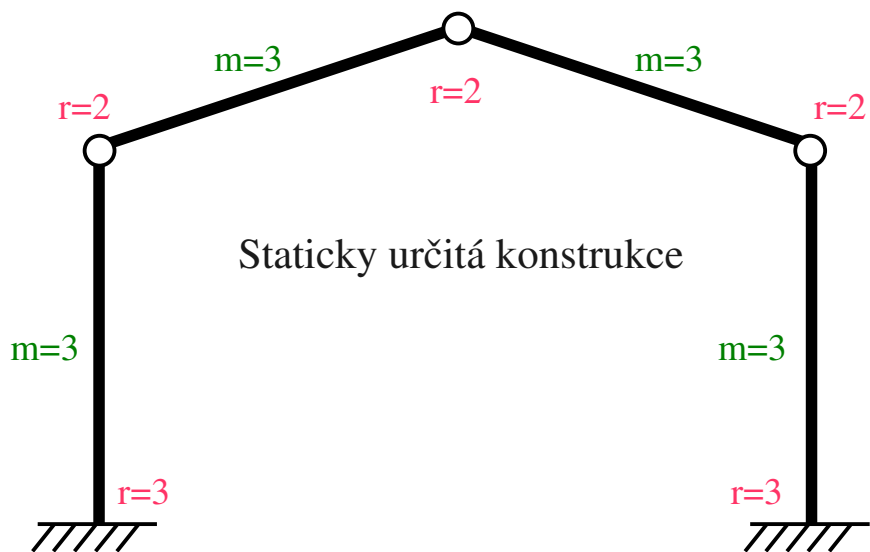
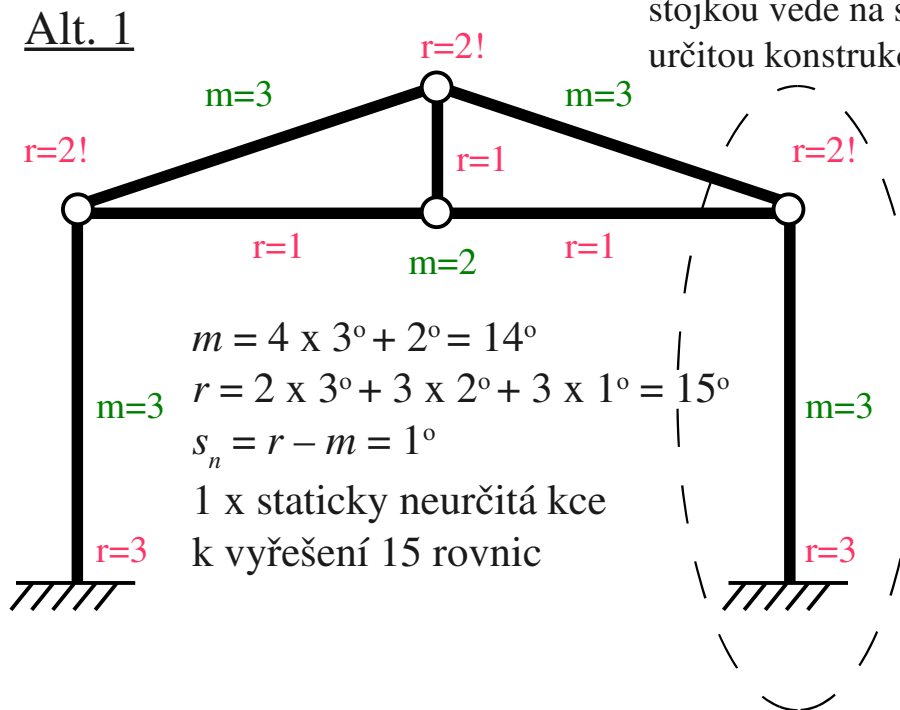


Vytvořte příčné statické schéma konstrukce haly



Ocelová hala, SAPA – LPJ

Nahrazení kyvnou
stojkou vede na staticky
určitou konstrukci



Určete stupeň statické určitosti



- Osová rozteč vazníků 1200 mm
- Ztužení OSB deskami v rovině střechy

