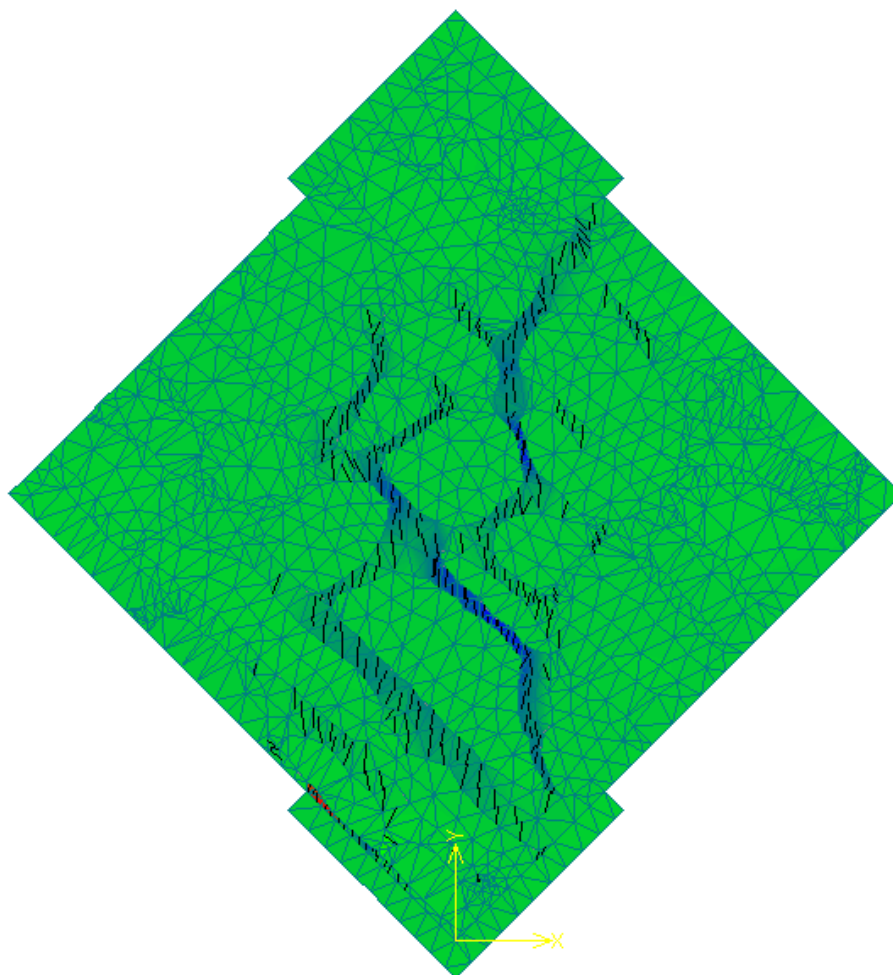


POČÍTAČOVÉ MODELOVÁNÍ LOMOVÉHO ZDIVA



AUTOR:

Jan Sýkora

VEDOUCÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE:

Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc.

20. PROSINCE 2005

PODĚKOVÁNÍ

panu prof. Ing. Jiřímu Šejnohovi, DrSc.

panu doc. Ing. Václavovi Blažkovi, CSc.

kolegovi Honzovi Vorlovi

kolegovi Petrovi Jůnovi

a mojí rodině

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 20.12.2005

FORMULÁŘ - vlepít zadání

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá *počítačovým modelem* lomového zdiva na *mezoskopické úrovni* a jeho dalším využitím. Výstupy z počítačových simulací jsou porovnány s výsledky laboratorní zkoušky provedené v Kloknerově ústavu na stejném strukturním zkušební vzorku. Z pohledu materiálového jsou lomové kameny a spojovací materiál vnímány jako *kvazikřehké*. Tato materiálová vlastnost se projevuje tvorbou magistrálních trhlin a deformačním změkčením. Pro popis tvorby a otevírání trhlin u kvazikřehkých materiálů je potřeba definovat pojem *lomové energie*. V závěru práce jsou řešeny *homogenizační postupy* termomechanických parametrů lomového zdiva na *periodické buňce*, zvláště pak *součinitel tepelné vodivosti*. Výsledky z této diplomové práce byly využity při 3D termomechanické analýze Karlova mostu v Praze.

Klíčová slova: Počítačový model, mezoskopická úroveň, kvazikřehký materiál, lomová energie, homogenizace, periodická buňka – PUC, součinitel tepelné vodivosti

ABSTRACT

The present diploma work deals with *numerical modeling* of quarry masonry on *mesostructural level (mesoscopic)* and its applications. The outputs of numerical simulations are compared with the experimental results carried out in the Klokner Institute on the same structural specimen. From the material point of view, the quarry-stone blocks and mortar joints are viewed as *quasi-brittle materials*. This material feature manifests itself by the macro-cracks growth and softening behavior. Describing the initiation and propagation of cracks requires the definition of *fracture energy*. The *homogenization techniques* of thermomechanical parameters (*thermal conductivity* and moisture permeability) applied to a *periodic unit cell (PUC)* are addressed in the last chapter. The results of this work were utilized in the thermomechanical analysis of the Charles Bridge in Prague.

Keywords: Numerical model, mezostructural level, quasi-brittle material, fracture energy, homogenization techniques, periodic unit cell – PUC, thermal conductivity

OBSAH

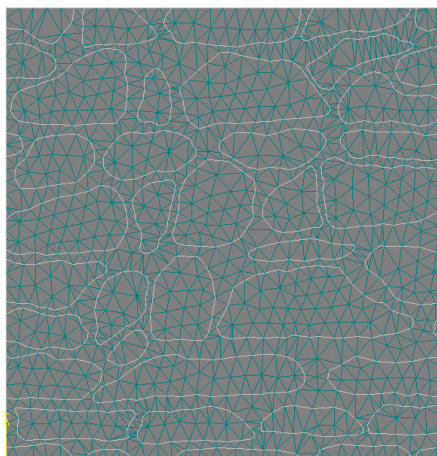
1	ÚVOD.....	8
2	POČÍTAČOVÉ MODELY LOMOVÉHO ZDIVA.....	10
2.1	OBECNÝ PŘEHLED POČÍTAČOVÝCH MODELŮ ZDIVA.....	11
2.2	CHOVÁNÍ KVAZIKŘEHKÝCH MATERIÁLŮ.....	13
2.3	VLASTNOSTI PŘECHODOVÉ ZÓNY.....	15
2.4	VLASTNOSTI OPUKY A MALTY.....	18
2.5	STATISTICKÁ ANALÝZA DAT.....	18
2.5.1	VÝBĚROVÉ CHARAKTERISTIKY.....	19
2.5.2	LOGNORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ.....	20
2.5.3	VSTUPNÍ PARAMETRY.....	25
2.6	ZKOUŠKA OPUKOVÉHO ZDIVA.....	27
2.6.1	GEOMETRIE OPUKOVÉ BUŇKY.....	27
2.6.2	LABORATORNÍ ZKOUŠKA.....	28
2.7	ZJEDNODUŠENÝ NUMERICKÝ MODEL ZDIVA.....	29
2.7.1	MATERIÁLOVÉ MODELY	30
2.7.2	ANALÝZA VÝSLEDKŮ.....	32
2.8	PODROBNÝ NUMERICKÝ MODEL ZDIVA.....	37
2.8.1	MODEL BEZ PŘECHODOVÉ ZÓNY.....	37
2.8.2	MODELOVÁNÍ PŘECHODOVÉ ZÓNY KONEČNÝMI PRVKY.....	39
2.8.3	MODELOVÁNÍ PŘECHODOVÉ ZÓNY KONTAKTNÍMI PRVKY.....	43
2.9	ZÁVĚR.....	44
3	LOMOVÁ ENERGIE OPUKOVÉHO ZDIVA.....	45
3.1	KONCEPT LOKÁLNÍ LOMOVÉ ENERGIE A ROZMĚROVÉHO EFEKTU.....	46
3.2	WEDGE SPLIT TEST.....	49
3.3	PROSTÝ TAH.....	52
3.4	ZÁVĚR.....	55

4	HOMOGENIZACE TERMOMECHANICKÝCH PARAMETRŮ	
	LOMOVÉHO ZDIVA.....	56
	4.1 HOMOGENIZACE SOUČINITELE TEPELNÉ VODIVOSTI.....	56
	4.1.1 ENERGETICKÁ FORMULACE.....	57
	4.1.2 SLABÉ ŘEŠENÍ POMOCÍ MKP.....	59
	4.2 APLIKACE ROVNIC.....	62
	4.2.1 PROGRAM ACC.....	62
	4.2.2 PLOŠNÉ SOUŘADNICE.....	62
	4.2.3 PŘÍKLADY.....	64
	4.3 ZÁVĚR.....	68
5	SHRNUTÍ.....	69
	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	70
	SEZNAM TABULEK.....	72
	LITERATURA.....	75

1 ÚVOD

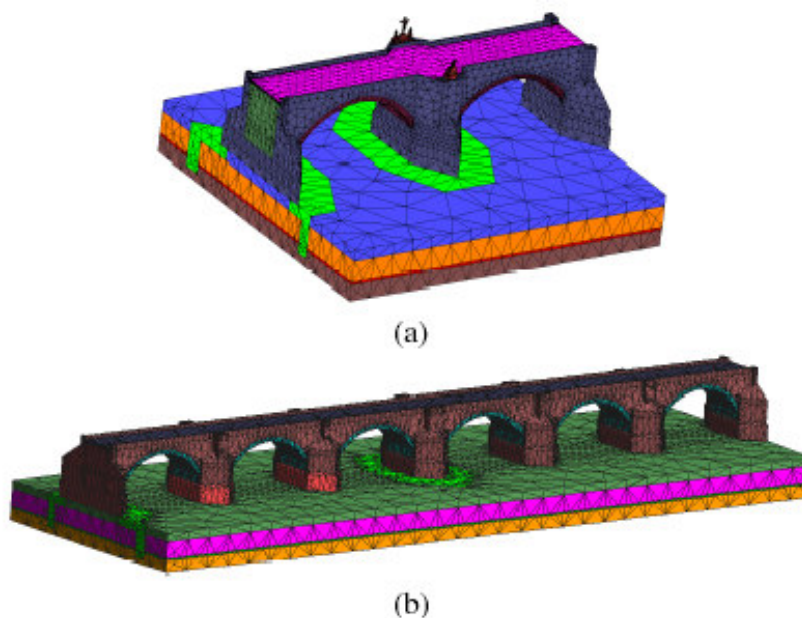
Autor této diplomové práce měl možnost podílet se na počítačové analýze Karlova mostu. Na principu konstrukce numerického modelu mostu [Šejnoha J. a kol., 2003] je vysvětlena logická struktura této diplomové práce.

- 1) Model je dvouúrovňový.
- 2) *První úroveň*, označovaná jako mezostrukturální či mezoskopická, slouží k zjištění efektivních termomechanických vlastností zdiva pro materiálový bod, a to jak pro zdivo opukové, tak pro zdivo pískovcové (opukové zdivo tvoří výplňový materiál mostu, pískovcové potom lící konstrukce). Oba druhy zdiva se liší nejen materiálovými vlastnostmi jednotlivých složek (kamene a malty), ale i strukturním uspořádáním. Pro náhodně uspořádanou strukturu se vytváří tzv. *PUC* (Periodic Unit Cell) pomocí statistických metod. Pokud podklady pro plně statistický přístup nejsou k dispozici, využívají se k sestrojení *PUC* údaje z vyhodnocených jádrových vrtů a popisné informace o zdivu uvedené při vyhodnocení kopaných sond. Vhodným počítačovým modelem lomového – opukového zdiva na mezoskopické úrovni (viz obr. 1.1) pro simulaci termomechanické odezvy *PUC* se zabývá kapitola **2**.



Obr. 1.1: Mezoskopický počítačový model lomového/opukového zdiva

- 3) Na mezoúrovni model respektuje *kvazikřehké* vlastnosti jak kamene, tak malty. Výsledkem mezostrukturálních počítačových simulací jsou zatěžovací dráhy, vyjadřující nelineární závislost efektivních (průměrných, makroskopických) napětí na efektivních (průměrných) deformacích. Z nich lze pak sestavit hranice porušení, viz [Vorel, 2005]. Další získané efektivní materiálové parametry jsou lomová energie – princip průměrné lomové energie opukového zdiva je zmíněn v kapitole **3** nebo efektivní součinitel tepelné vodivosti popsán v kapitole **4** a další.
- 4) *Druhá úroveň* (makroskopická) (viz obr. 1.2) využívá materiálových závislostí z mezoskopické úrovně. Opukové/pískovcové zdivo je tedy v makroskopickém modelu uvažováno jako homogenní anizotropní prostředí s efektivními termomechanickými materiálovými parametry.



Obr. 1.2: Makroskopický model Karlova mostu: (a) dvoupolový; (b) šestipolový

Z výše uvedeného textu je zřejmé, že celá diplomová práce se dotýká pouze mezoúrovně. Makroskopický počítačový model Karlova mostu je řešen v práci [Šejnoha J. a kol., 2005]. Na závěr tohoto krátkého úvodu bych rád doporučil, zároveň s touto prací číst diplomovou práci mého kolegy [Vorel, 2005], na kterou se často odvolám a která se s mojí diplomovou prací navzájem doplňuje.

2 POČÍTAČOVÉ MODELÝ LOMOVÉHO ZDIVA

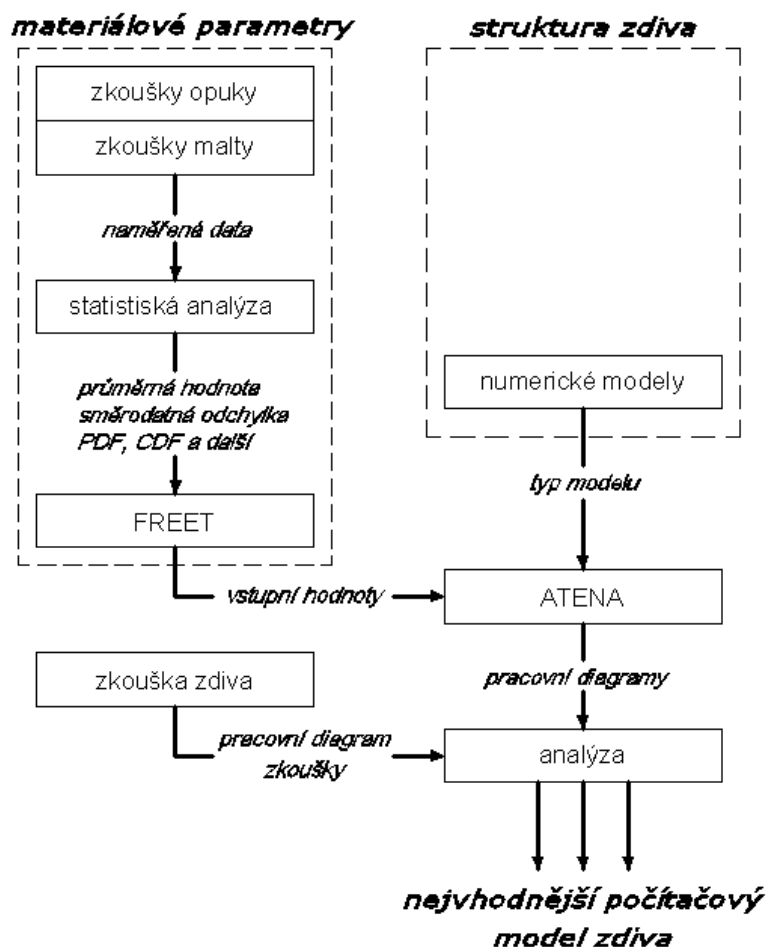
Matematický popis chování materiálu, který dává do souvislosti vztahy mezi tenzorem napětí a deformace v materiálovém bodě, je označován jako *konstitutivní model*. Konstitutivní modely jsou vytvořeny fenomenologicky a to tak, že pozorovaný děj je reprezentován v takovém tvaru, že numerické simulace jsou v rozumné shodě s experimenty. Není možné pokusit se formulovat konstitutivní modely, které plně zahrnují všechny interakční mechanismy materiálu, protože každý konstitutivní model nebo teorie je pouze zjednodušením reality.

Vývoj spolehlivého a přesného počítačového modelu, který je založen na důkladném materiálovém popisu a vlastní kontrole dat, by proto neměl opominout srovnání s dostatečným počtem experimentů. Jsou to experimenty zděných vzorků a jejich komponent (kamenů, popř. cihel a malt), které jsou řízeny deformací. Tento typ řízení experimentů nám umožňuje získat sestupnou větev pracovního diagramu a plně tak porozumět mechanismu porušení. Klíčem ke kontrole, rozšíření a zlepšení existujících metod je tedy kombinace experimentů a numerických výpočtů.

V této kapitole je uvedeno srovnání počítačových modelů zdiva s experimenty, které byly provedeny v Klonerově ústavu na vzorcích opuky a různých druhů malt. Samotný experiment na opukovém zdivu byl proveden pouze jeden, ale to nám nebrání v porovnání s numerickými výpočty, i když ze statistického hlediska se jistě nemůže jednat o relevantní vzorek charakterizující přesně chování opukového zdiva. Naším úkolem bylo numerický model namodelovat a nakalibrovat tak, aby si v rozumné míře odpovídal s experimentem. Nejlepší numerický model se potom může doladit pravděpodobnostní analýzou, ze které získáme spektrum odezev. Tento přístup může částečně eliminovat existenci jediného experimentu.

Princip návrhu počítačového modelu pro opukové zdivo je zobrazen na obr. 2.1. Podle tohoto základního principu je také rozčleněna tato kapitola, která se v první části věnuje základnímu popisu a přehledu numerických modelů a materiálovému chování zdiva. Následují odstavce zaměřené na statistické zpracování obdržných výsledků ze zkoušek opuky a malty a na popis laboratorní zkoušky opukového zdiva. Na závěr jsou uvedeny různé počítačové modely, které

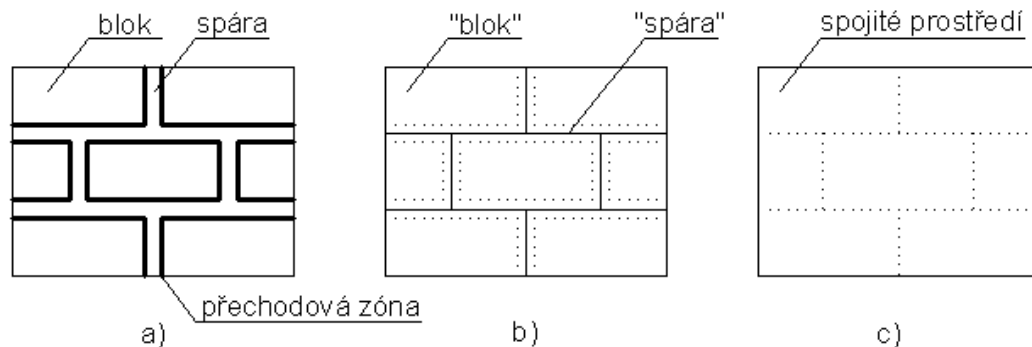
jsme vyzkoušeli pro simulaci opukového zdiva a které jsou porovnané s reálnou zkouškou.



Obr. 2.1: Princip návrhu vhodného numerického modelu

2.1 OBECNÝ PŘEHLED POČÍTAČOVÝCH MODELŮ ZDIVA

Zdivo je materiál, který se projevuje rozdílnými směrovými mechanickými vlastnostmi (anizotropie), jejichž příčinou je rozložení spár ve zdivu a které fungují jako roviny porušení [Lourenço a kol., 1998]. Na numerickou prezentaci zdiva může být nahlíženo z přístupu *mezostrukturálního měřítko*, kde se každá složka zdiva modeluje zvlášť (bloky a spáry), nebo z přístupu *makrostrukturálního měřítko*, kde je zdivo modelováno jako spojité prostředí. V závislosti na míře přesnosti a zjednodušení je možné použít tyto typy počítačových modelů modelů (viz obr. 2.2):



Obr. 2.2: Typy modelů pro zdivo: (a) podrobný numerický model; (b) zjednodušený numerický model; (c) makromodel

- **Podrobný počítačový model** – mezoskopická úroveň – (někdy označován jako *detailed micromodel*) bloky, stykové a ložné spáry jsou reprezentovány spojitými konečnými prvky, zatímco přechodová zóna je reprezentována kontaktním prvkem. V modelu je zahrnuto *kvazikřehké* chování bloků a zároveň i spár. Přechodová zóna reprezentuje potencionální “crack/slip” rovinu. Tato kombinace mechanických a geometrických vlastností bloků, spár a přechodové zóny nejlépe vystihuje chování zdiva.
- **Zjednodušený počítačový model** – mezoskopická úroveň – (*simplified micromodel*) rozšířené bloky jsou modelovány spojitými konečnými prvky, zatímco mechanické chování spáry a přechodové zóny je spojeno do kontaktního prvku. Každá modelová “spára” tedy nahrazuje jednu spáru s reálnou tloušťkou a dvě přechodové zóny. Bloky se rozšiřují tak, aby geometrická struktura zůstala nezměněná. Modelová spára představuje “fracture/slip” rovinu.
- **Makromodel** – makroskopická úroveň – bloky, spáry a přechodová zóna jsou rozptýleny v spojitém prostředí (není uvažována geometrická struktura komponent zdiva). Model se chová jako homogenní anizotropní prostředí.

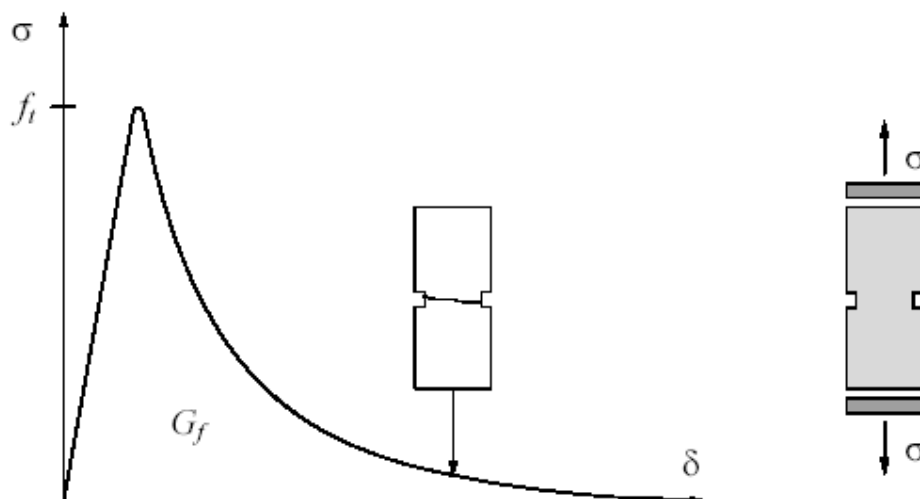
Jeden modelový princip nemůže být preferován nad jiným, protože pro uvedené přístupy existují rozdílné aplikace. Podrobný/zjednodušený počítačový model se používá pro lepší pochopení mechanického chování zdiva na mezostrukturální úrovni. Model potřebuje více vstupních informací, generuje se

složitější síť konečných prvků, tím pádem je více časově a hardwarově náročnější. Modelovaná konstrukce musí mít přijatelné rozměry, aby se dal problém vůbec spočítat. Makromodel je použitelný na konstrukce, které jsou tvořené dostatečně velkými rozměry. Modelování konstrukce tímto typem modelu je obecně více prakticky orientováno a je méně náročné na čas a hardwarové prostředky (samozřejmě nelze uvažovat v případě makroskopického modelu Karlova mostu). V dalších částech tohoto textu se makromodelem zabývat nebudeme.

2.2 CHOVÁNÍ KVAZIKŘEHKÝCH MATERIÁLŮ

Změkčení je postupné snížení mechanického odporu pod spojitým nárůstem deformace na daném materiálovém vzorku. Je to charakteristická vlastnost pro kvazikřehké materiály jako je malta, beton nebo opuka. K selhání dojde kvůli postupnému nárůstu trhlin. Takovéto mechanické chování je běžně připisováno heterogenitě materiálu, která je způsobena přítomností různých fází a materiálových defektů. Malta obvykle obsahuje smršťovací mikrotrhliny, dále potom uzavřené vzduchové póry vzniklé nedostatečným zpracováním maltové směsi. Uzavřené póry a mikrotrhliny se také vyskytují i u druhé složky zdiva - kamenů (opuky). Počáteční napětí a mikrotrhliny, jakož i počáteční změny v tuhosti a pevnosti, zapříčiňují další postupný růst trhlin, jestliže je materiál vystaven vzrůstající deformaci. V počátku jsou tedy mikrotrhliny stabilní, to tedy znamená, že k nárůstu trhlin dochází při vzrůstajícím zatížení. Okolo meze pevnosti dojde ovšem k vytvoření *magistrálních trhlin*. Tyto trhliny jsou však nestabilní, musí proto tedy dojít k odtížení, jinak by hrozil nekontrolovatelný vzrůst. V experimentech, které jsou řízeny deformací, představuje sestupná větev nárůst magistrální trhliny, lokalizaci porušení a napětí do malých oblastí, zatímco zbytek vzorku zůstává nezatížen.

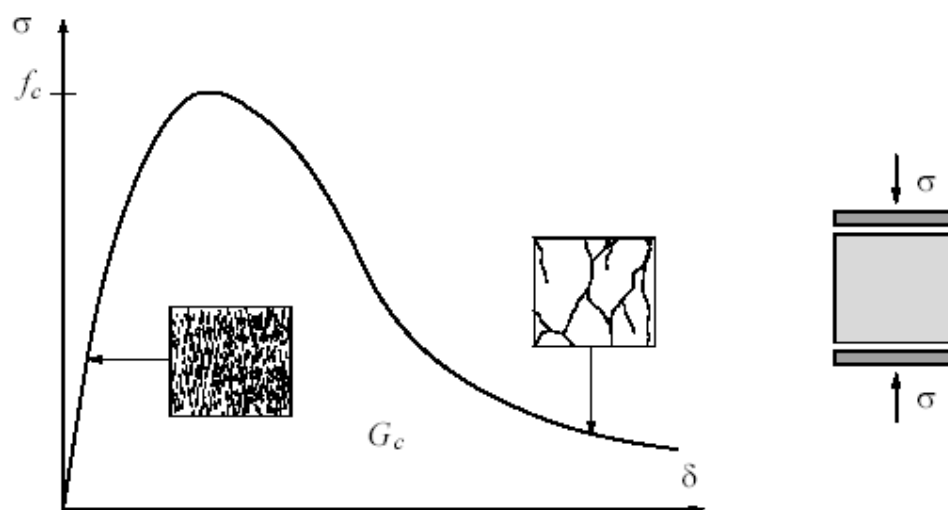
Obr. 2.3 a 2.4 ukazuje charakteristický pracovní diagram pro kvazikřehké materiály v prostém tahu, resp. prostém tlaku. Nepružné chování v prostém tahu, resp. prostém tlaku, je pospáno průměrnou lomovou energií G_f , resp. průměrnou lomovou energií v tlaku G_c .



Obr. 2.3: Typické chování kvazikřehkých materiálů v prostém tahu s definicí průměrné lomové energie G_f

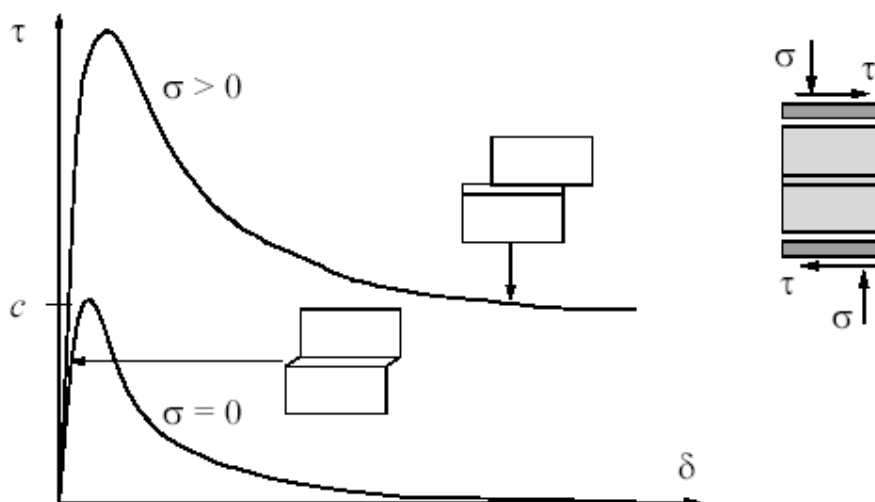
Průměrné lomové energie jsou definovány jako integrály pod křivkou pracovního diagramu v tahu, popř. tlaku podělené plochou porušení. Přístup k popisu tahového i tlakového změkčení může být popsán ve stejném kontextu, protože základní mechanismus je identický - postupný nárůst mikrotrhlin s následným vznikem magistrálních trhlin.

Je třeba podotknout, že pro zdivo existuje ještě jiný mechanismus porušení, označovaný jako mód II. Jedná se o porušení přechodové zóny mezi blokem a



Obr. 2.4: Typické chování kvazikřehkých materiálů v prostém tlaku s definicí průměrné lomové energie v tlaku G_c

maltou vlivem smykového zatížení (viz obr. 2.5). Nepružné chování ve smyku je popsáno průměrnou lomovou energií módu II G_f^{II} , která je definována jako integrál pod křivkou pracovního diagramu při nulovém normálovém napětí vztahený na plochu porušení.



Obr. 2.5: Mechanická odezva zdiva při zatížení tlakem a smykem s definicí průměrné lomové energie v tlaku G_f^{II}

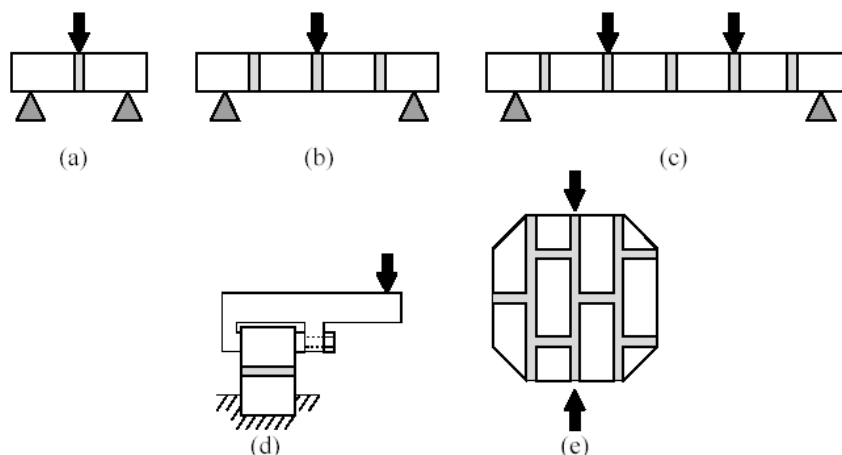
2.3 VLASTNOSTI PŘECHODOVÉ ZÓNY

Spoj mezi maltou a bloky je často nejslabším článkem zdiva. Existují tři rozdílné jevy v přechodové zóně - jeden souvisí s tahovým porušením (mód I), druhý souvisí s porušením smykovým (mód II) a poslední s porušením antirovinným (mód III). Protože nebyly v Kloknerově ústavu provedeny potřebné experimenty pro zjištění mechanických vlastností kontaktu, dovolíme si uspořádání a výsledky experimentů převzít z literatury [Lourenço a kol., 1998].

- **Mód I – Tahové porušení**

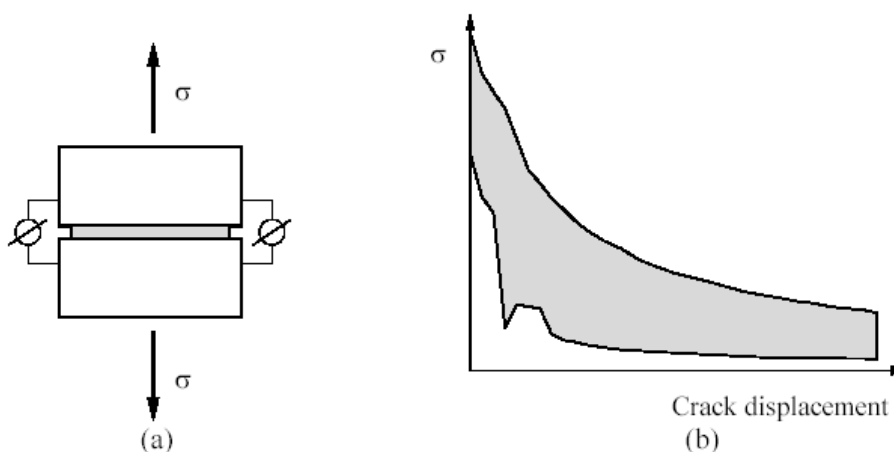
Několik rozdílných typů uspořádání experimentu lze použít pro charakteristiku tahového chování přechodové vrstvy. Jsou to experimenty založené na ohybu (three-point bending test, four-point bending test, bond-wrench

test), na prostém tahu (direct tension test) a na principu wedge split testu (detailněji v kapitole 3), viz obr. 2.6.



Obr. 2.6: Uspořádání experimentu pro mód I: (a) three-point bending with a single joint; (b) three-point bending with a longer specimen; (c) four-point bending; (d) bond-wrench; (e) wedge split test.

Výsledku experimentu (direct tension test) na plné cihle s cementovou maltou jsou znázorněny na obr. 2.7. Graf ukazuje exponenciální tahové změkčení.



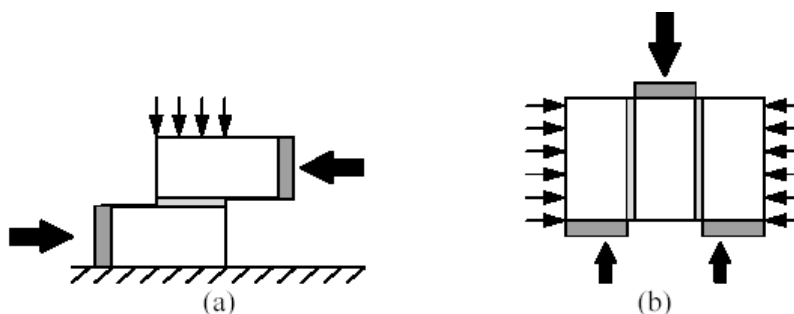
Obr. 2.7: Tahové chování přechodové vrstvy: (a) uspořádání zkoušky (direct tension test); (b) graf napětí-otevření trhliny (vyšrafovaná plocha představuje obálku odezev).

Průměrná lomová energie módu I G_f^I je definována jako množství energie potřebné na vytvoření volné plochy trhliny. Hodnoty vycházejí okolo 5 – 20 [N/m],

pro tahovou soudržnost obdržíme hodnoty v rozmezí 0,3 – 0,9 [MPa] v závislosti na kombinaci cihel a spár .

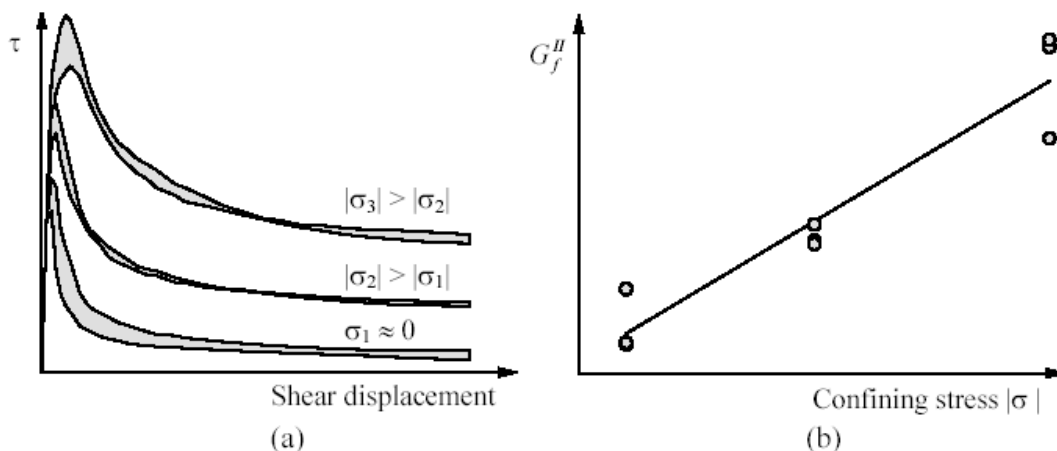
• **Mód II – Smykové porušení**

Důležitým hlediskem pro určení smykové odezvy kontaktu je uspořádat zkoušku tak, aby bylo dosaženo konstantního normálové napětí ve spáře. Opět existuje mnoho typů uspořádání experimentu (např. couple test, triplet test) viz obr. 2.8.



Obr. 2.8: Možné uspořádání zkoušek módu II: (a) couple test; (b) triplet test.

Výsledkem je exponenciální křivka smykového změkčení (viz obr. 2.9) s průměrnou lomovou energií módu II G_f^{II} . Hodnoty se obvykle pohybují od 10 – 250 [N/m].



Obr. 2.9: Smykové chování přechodové vrstvy: (a) pracovní diagram pro různé hodnoty normálových napětí (vyšrafovaná plocha představuje obálku odezvy); (b) závislost průměrné lomové energie G_f^{II} na normálovém napětí.

- **Mód III – Antirovinné porušení**

Antirovinné porušení se může sice vyskytnout (např. při kroucení zděné příčky), ale v této práci není uvažováno.

2.4 VLASTNOSTI OPUKY A MALTY

Obě komponenty zdiva, tj. opuka a malta, lze považovat za *kvazikřehký* materiál (viz odst. 2.2). Rozhodujícími materiálovými parametry jsou lomová energie G_F a pevnost materiálu v tahu F_t . Vzhledem k tomu, že tyto parametry nebyly pro opuku v ČR dostupné, byly pro dále popsané numerické simulace provedeny laboratorní zkoušky v Kloknerově ústavu. Dalšími zjištěnými materiálovými parametry byly pevnost v tlaku F_c , modul pružnosti E , Poissonovo číslo μ a měrná hmotnost ρ .

Protože se většinou jedná o standardizované zkušební postupy ke zjištění materiálových charakteristik (normované velikost zkušebního tělesa, způsob podepření, způsob zatížení, typ řízení zkoušky a řada dalších [Lourenço a kol., 1998]), budeme se dále zabývat pouze statistickým zpracováním naměřených dat z Kloknerova ústavu na vzorcích opuky a malty.

2.5 STATISTICKÁ ANALÝZA DAT

Na naměřená materiálové charakteristiky opuky a malty lze nahlížet jako na realizace náhodných veličin, které tvoří náhodné výběry základních souborů a na které mohou být aplikovány metody *matematické statistiky*.

Výběrové charakteristiky, popsané v odst. 2.5.1, se používají pro odhad parametrů (průměr, rozptyl, šikmost a variační koeficient) základního souboru. V odst. 2.5.2 je popsáno *lognormální rozdělení*, které popisuje rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny základního souboru a které je zkonstruováno na základě výběrových charakteristik. Na závěr, v odst. 2.5.3 nazvaném *vstupní parametry*, jsou výsledky statistické analýzy experimentálně zjištěných materiálových parametrů opuky a malty přehledně tabelovány .

2.5.1 VÝBĚROVÉ CHARAKTERISTIKY

Základní charakteristikou výběru, popisující jeho polohu je *výběrový průměr* [Holický, 1998], který je dán obecným momentem prvního řádu

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (2.1)$$

Výběrový průměr je nestranným bodovým odhadem průměru μ příslušného základního souboru.

Základní charakteristikou popisující míru rozptýlení je *výběrový rozptyl*, který je definován na základě centrálního momentu druhého řádu

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right], \quad (n \geq 2). \quad (2.2)$$

Takto definovaný výběrový rozptyl je nestranným odhadem rozptylu základního souboru σ^2 . Druhá odmocnina výběrového rozptylu se nazývá *výběrová směrodatná odchylka* a je definována

$$S = \sqrt{S^2}. \quad (2.3)$$

Výběrová koeficient šikmosti je bezrozměrná veličina charakterizující nesymetrii souboru. Nestranný bodový odhad šikmosti α základního souboru je stanoven na základě třetího centrálního momentu.

$$G_1 = \frac{n}{(n-1)(n-2)S^3} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3. \quad (2.4)$$

Nakonec je potřeba definovat další bezrozměrnou charakteristiku souboru, která je podílem výběrové směrodatné odchylky a výběrového průměru a která se

nazývá *výběrový variační koeficient*. Jde o analogickou veličinu k variačnímu koeficientu základního souboru w .

$$C = \frac{S}{|\bar{X}|}. \quad (2.5)$$

Pro úplnost definujeme *výběrový k -tý centrální moment* [Rektorys a kol., 2000]

$$M_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_i)^k, \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2.6)$$

2.5.2 LOGNORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ

Obecné, jednostranně omezené nesymetrické lognormální rozdělení je definováno na jednostranně omezeném intervalu $x_0 < x < -\infty$ nebo $-\infty < x < x_0$. Odstraňuje tedy jednu z nežádoucích vlastností normálního rozdělení, které je definováno na intervalu $-\infty < x < \infty$. Lognormální rozdělení je obecně závislé na třech parametrech. Běžně se používají momentové parametry: průměr μ , směrodatná odchylka σ a šikmost α . Potom dolní mez nebo horní mez x_0 je možno vyjádřit vztahem

$$x_0 = \mu + \delta\sigma, \quad (2.7)$$

ve kterém součinitel δ je dán hodnotou šikmosti α podle vztahu

$$\alpha = \delta^{-3} + 3\delta^{-1}, \quad (2.8)$$

ze kterého plyne explicitní vztah pro δ

$$\delta = \frac{-2^{1/3}}{\left((\sqrt{\alpha^2 + 4} + \alpha)^{1/3} - (\sqrt{\alpha^2 + 4} - \alpha)^{1/3} \right)}. \quad (2.9)$$

Pro obecné lognormální rozdělení platí

$$\varphi(x) = \frac{1}{|x-x_0|\sqrt{\ln(1+\delta^2)}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left(\ln\frac{|x-x_0|\delta\sqrt{1+\delta^2}}{\sigma}\right)^2 / (2\ln(1+\delta^2))\right). \quad (2.10)$$

Zvláštním případem je lognormální rozdělení s dolní mezí v nule ($x_0=0$), které stejně jako normální rozdělení závisí pouze na dvou parametrech, střední hodnotě μ a směrodatné odchylce σ . Výhodou tohoto rozdělení je eliminace záporných hodnot veličiny, navíc z rovnice (2.11) plyne, že šikmost¹ α lognormálního rozdělení s dolní mezí v nule je dána hodnotou variačního koeficientu w podle vztahu

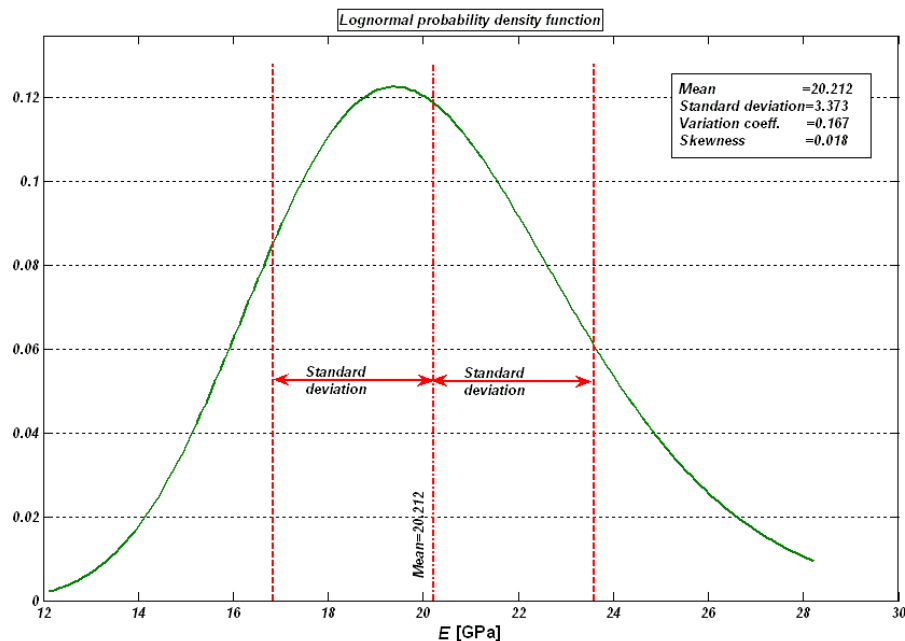
$$\alpha = 3w + w^3. \quad (2.11)$$

Pro lognormálního rozdělení s dolní mezí v nule je definován vztah

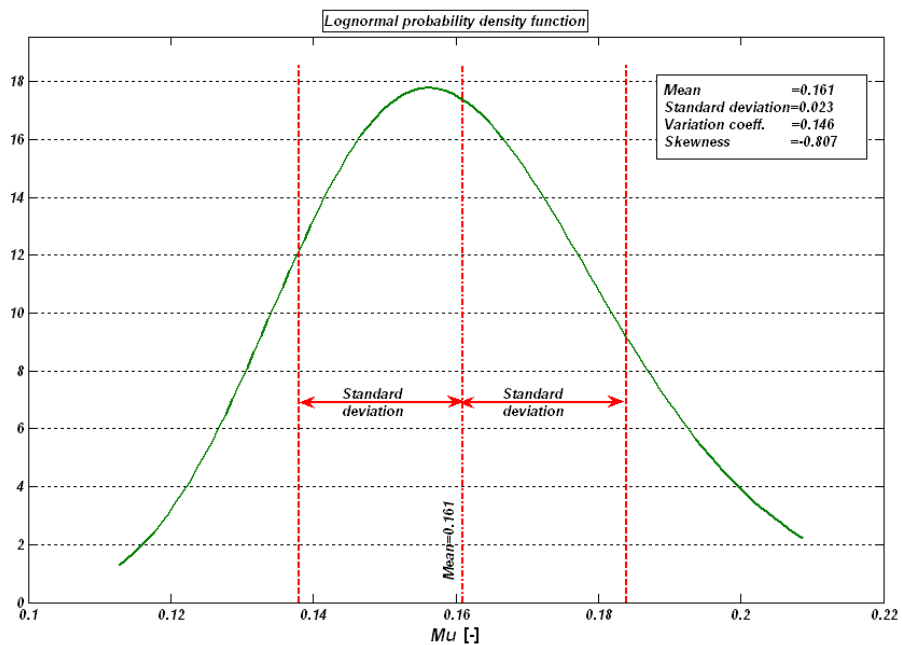
$$\varphi(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln(1+w^2)}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left(\ln\frac{x\sqrt{1+w^2}}{\mu}\right)^2 / (2\ln(1+w^2))\right). \quad (2.12)$$

V další části je uvedeno pro ilustraci pět lognormálních rozdělení s dolní mezí v nule pro důležité materiálové charakteristiky opuky (modul pružnosti E , Poissonovo číslo μ , pevnost v tahu F_t , pevnost v tlaku F_c a měrná hmotnost ρ). Na závěr je přidána funkční závislost šikmosti na variačním koeficientu pro lognormální rozdělení. Všechny materiálové a jejich výběrové charakteristiky opuky a malt jsou shrnuty v tabulkách odstavce nazvaného **Vstupní parametry**.

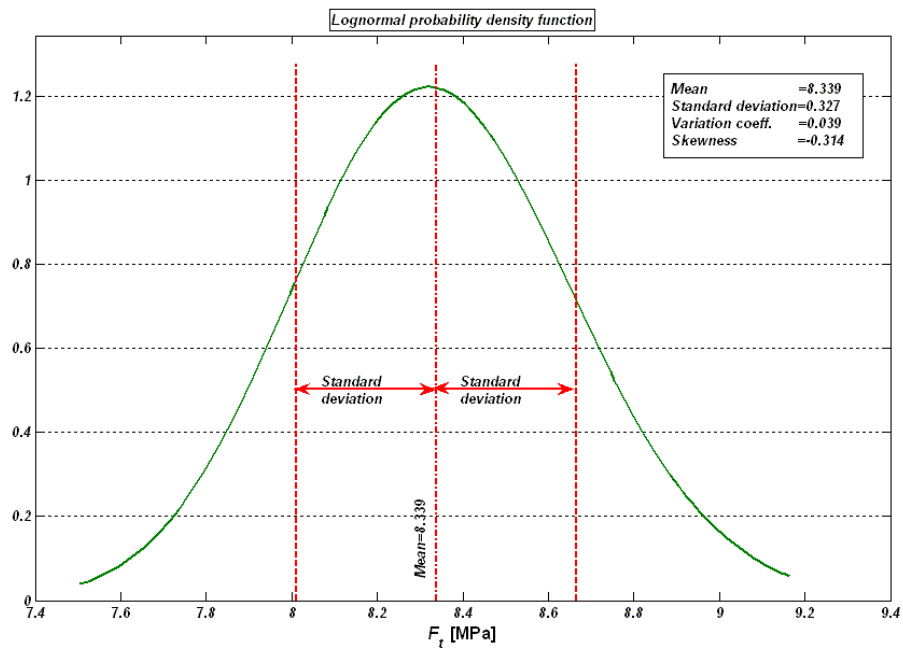
¹ Šikmost je citlivá na extrémní výběrové hodnoty (viz rovnice (2.4)) a může být snadno zatížena významnou chybou. K výpočtu šikmosti je v každém případě třeba použít pokud možno velké soubory ($n > 30$). V našem případě, jak je patrné z tabulek (2.1) a (2.2), se většinou jednalo o výběry malé, kde se rozsah pohybuje do deseti realizací ($n < 10$). Hodnoty šikmostí vycházejí záporné nebo absolutní hodnoty šikmostí jsou větší než jedna. Jsou to hodnoty "podezřelé", které lognormální rozdělení s dolní mezí v nule eliminuje. U tohoto rozdělení je šikmost funkcí variačního koeficientu a má pořád kladnou hodnotu (viz obr. 2.15).



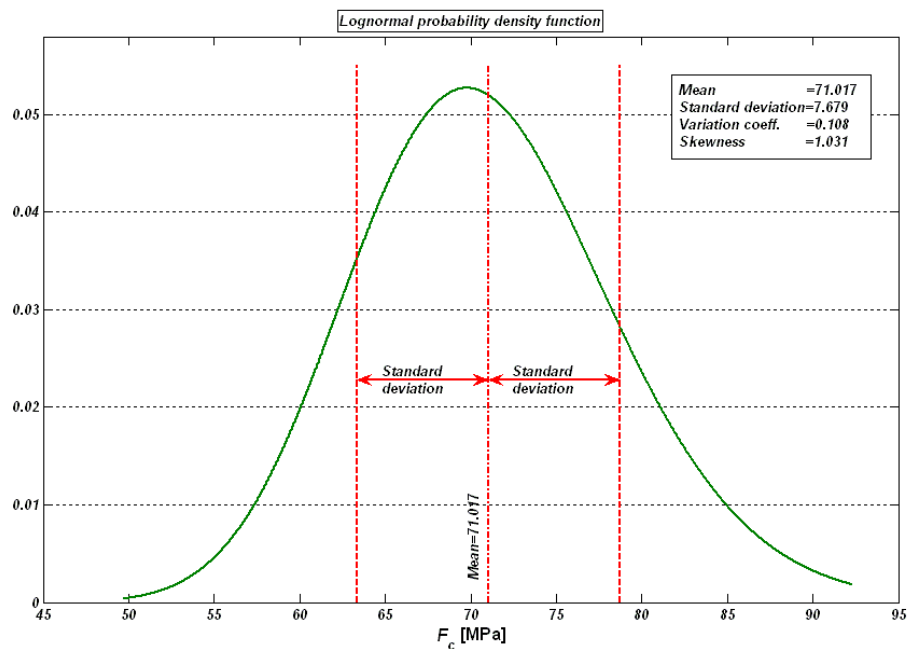
Obr. 2.10: Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule -
Modul pružnosti opuky E [GPa]



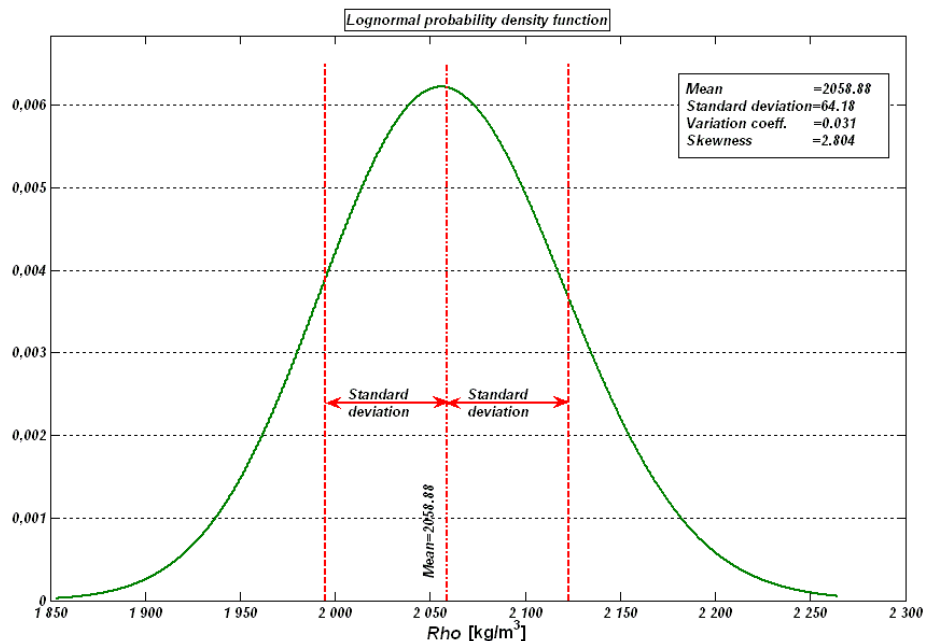
Obr. 2.11: Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule –
Poissonovo číslo opuky μ [-]



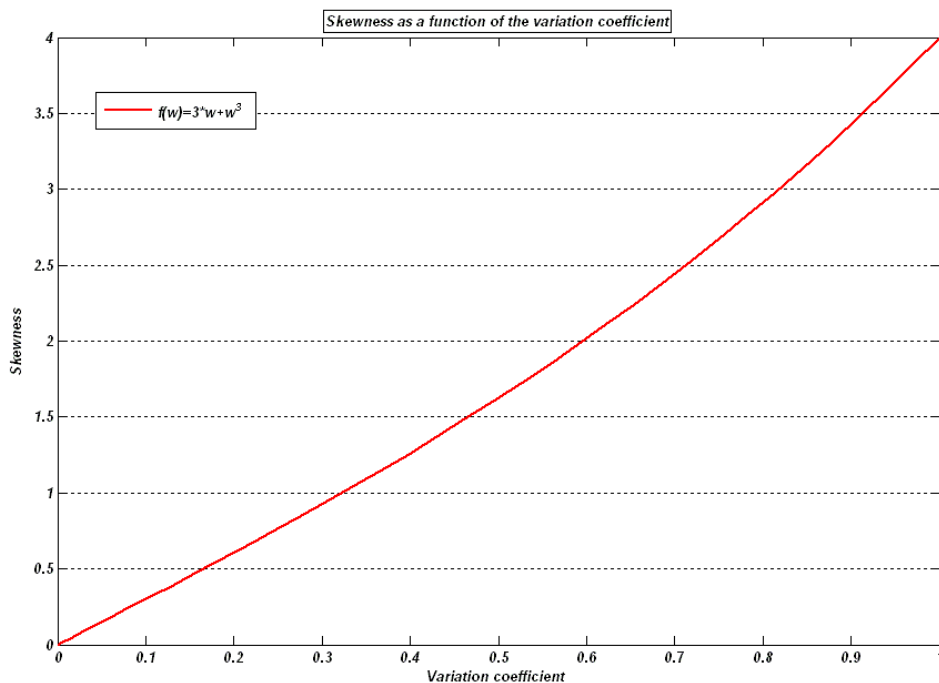
Obr. 2.12: Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule –
Pevnost v tahu opuky F_t [MPa]



Obr. 2.13: Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule –
Pevnost v tlaku opuky F_c [MPa]



Obr. 2.14: Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule –
Měrná hmotnost ρ [kg/m³]



Obr. 2.15: Funkční závislost šikmosti na variačním koeficientu

2.5.3 VSTUPNÍ PARAMETRY

Aplikací rovnic 2.1-2.12 matematické statistiky na experimentálně zjištěné materiálové parametry obdržíme následující vstupní hodnoty (tab. 2.1, 2.2) **opuky** a **malty**. V některých případech je určení výběrových charakteristik materiálových parametrů opřeno o malé rozsahy souborů naměřených dat, což je bohužel dáno možností počtu laboratorních experimentů (pro lomové energie opuky máme dokonce pouze jen deterministické hodnoty – při zkoušce byl zohledněn rozměrový efekt, navíc se uvažoval vliv sedimentace).

Nejdůležitější vstupní hodnotou do programu **ATENA 2D** jsou bezesporu výběrové průměry (zvýrazněny žlutým pozadím). Ostatní výběrové charakteristiky

		$E_{(dry)}$	$\mu_{(dry)}$	$E_{(wet)}$	$\mu_{(wet)}$	F_t	$F_{t(T)}$
		[GPa]	[-]	[GPa]	[-]	[MPa]	[MPa]
ROZSAH	n	6	5	6	5	4	3
VÝBĚR. PRŮMĚR	X	20,212	0,161	13,591	0,151	8,339	4,609
	M_2	9,480	0,000	3,866	0,000	0,080	0,212
VÝBĚR. ROZPTYL	S^2	11,376	0,001	4,639	0,000	0,107	0,318
VÝBĚR. ODCHYLKA	S	3,373	0,023	2,154	0,021	0,327	0,564
	M_3	0,389	0,000	3,920	0,000	-0,004	-0,028
VÝBĚR. ŠIKMOST	G_1	0,018	-0,807	0,706	-0,737	-0,314	-0,698
ŠIKMOST - LN(X, S)		0,505	0,441	0,479	0,420	0,118	0,369
V. VARIČNÍ KOEF.	C	0,167	0,146	0,158	0,139	0,039	0,122

		$F_{c(wet, L)}$	$F_{c(wet, T)}$	$F_{c(dry, L)}$	$F_{c(dry, T)}$	$\rho_{(dry)}$	$\rho_{(wet)}$
		[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[kg/m ³]	[kg/m ³]
ROZSAH	n	11	3	10	4	28	14
VÝBĚR. PRŮMĚR	X	42,247	35,440	71,017	66,107	2053,880	2242,861
	M_2	55,914	9,846	53,068	8,531	3971,990	945,164
VÝBĚR. ROZPTYL	S^2	61,505	14,769	58,965	11,375	4119,101	1017,869
VÝBĚR. ODCHYLKA	S	7,843	3,843	7,679	3,373	64,180	31,904
	M_3	-312,581	-1,172	336,000	-17,126	663712,83	-20461,44
VÝBĚR. ŠIKMOST	G_1	-0,871	-0,093	1,031	-1,190	2,804	-0,792
ŠIKMOST - LN(X, S)		0,563	0,327	0,326	0,153	0,094	0,043
V. VARIČNÍ KOEF.	C	0,186	0,108	0,108	0,051	0,031	0,014

Tab. 2.1: Materiálové charakteristiky **opuky**

		$E^{(3)}$ [MPa]	F_t [MPa]	F_c [MPa]	$G_{F(3)}$ [N/m]	$\rho^{(3)}$ [kg/m ³]
ROZSAH	n	3	3	3	3	3
VÝBĚR. PRŮMĚR	X	1774,870	1,313	6,099	6,661	1742,123
	M_2	47826	0,205	0,096	0,089	21,240
VÝBĚR. ROZPTYL	S^2	71739	0,307	0,145	0,134	31,860
VÝBĚR. ODCHYLKA	S	267,842	0,554	0,380	0,366	5,644
	M_3	-1585968	-0,043	0,020	0,019	-24,158
VÝBĚR. ŠIKMOST	G_1	-0,371	-1,137	1,606	1,698	-0,605
ŠIKMOST - LN(X, S)		0,456	1,341	0,187	0,165	0,010
V. VARIČNÍ KOEF.	C	0,151	0,422	0,062	0,055	0,003

Tab. 2.2: Materiálové charakteristiky *malty*

(výběrový variační koeficient a šikmost) slouží ke konstrukci normálního/lognormálního (pozn.: uvažované typy) rozdělení materiálové veličiny do pravděpodobnostního programu **FREET**². Modelováním opukové zdiva se stochastickými materiálovými parametry (materiálové vstupy komponent zdiva byly modelovány lognormálním rozdělením, vstupy přechodové zóny rozdělením normálním) se zabývá diplomová práce mého kolegy [Vorel, 2005], .

² **FREET - Feasible REliability Engineering Tool**, je víceúčelový pravděpodobnostní počítačový program vytvořený pro statistickou, citlivostní a spolehlivostní analýzu, která je shrnuta do následujících bodů [Novák a kol., 2002], [Červenka Consulting, 2003]:

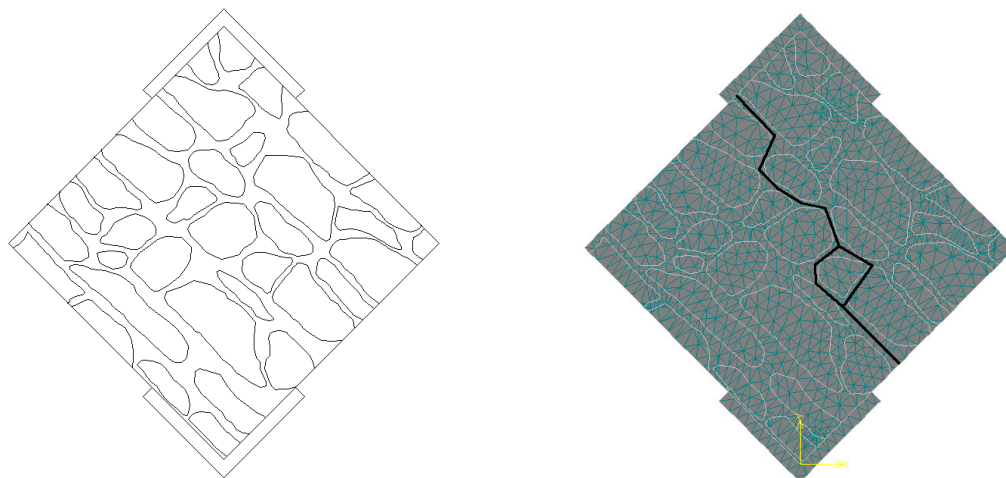
- Materiálové charakteristiky jsou modelovány jako náhodné proměnné s hustotou pravděpodobnosti – PDF (průměr, směrodatná odchylka, variační koeficient, šikmost – viz tab. 2.1 a 2.2).
- N – realizací náhodných materiálových charakteristik, které jsou generovány podle hustot pravděpodobností (PDF) použitím metody Monte Carlo (Latin Hypercube Sampling), slouží jako vstupy do deterministického konečně prvkového programu (např. **ATENA 2D**) .
- Použitím programů **FREET-ATENA 2D** obdržíme spektrum mechanických odezev, které mohou být dále statisticky zpracovány (histogramy, PDF, CDF).

2.6 ZKOUŠKA OPUKOVÉHO ZDIVA

Před rozborem počítačových modelů je potřeba se pár slovy zmínit o laboratorním experimentu na opukovém zdivu, který nám slouží jako srovnávací rovina pro numerické simulace. Další věcí, kterou je nutné uvést, je princip tvorby struktury zdiva na mezoskopické úrovni, která je výchozím bodem geometrického uspořádání zkoušeného vzorku pro počítačové simulace a zkoušky v laboratořích.

2.6.1 GEOMETRIE OPUKOVÉ BUŇKY

Při náhodném uspořádání struktury zdiva jsou k sestavení geometrie buňky potřeba statistické momenty do druhého řádu. Pro moment prvního řádu – objemové zastoupení kamene a malty – jsou k dispozici výsledky vyhodnocených jádrových vrtů. Místo momentů druhého řádu máme pro opukovou výplň k dispozici podpůrné údaje o rozměrech kamenů (max. délka a výška), o tloušťce spáry apod.



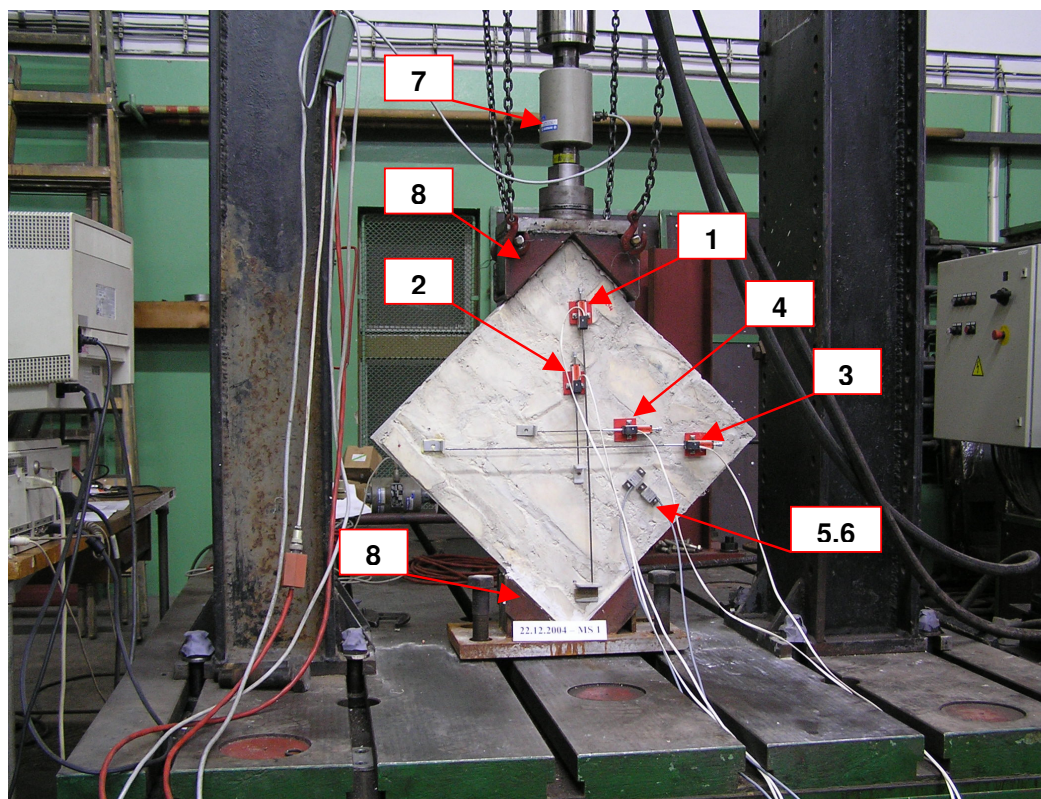
Obr. 2.16: (a) Mezoskopická buňka opukového zdiva; (b) síť konečných prvků s vyznačenou hranicí porušení laboratorní zkoušky

Mezoskopická buňka pro opukové zdivo je zobrazena na obr. 2.16a. Buňka pro počítačové simulace se plně shoduje s opukovou buňkou použitou v experimentu.

Ta byla vytvořena podle výše uvedených pravidel. Ještě pro úplnost dodáváme procentuální zastoupení kamene, které činí 69%³.

2.6.2 LABORATORNÍ ZKOUŠKA

Uspořádání zkoušky je zobrazeno na obr. 2.17. Opukový vzorek zdiva má rozměr 600x600x150 mm (šířka x výška x tloušťka), do zatěžovacího zařízení je uchycen pomocí dvou ocelových botek (8), nerovnosti na stykové ploše vzorek –

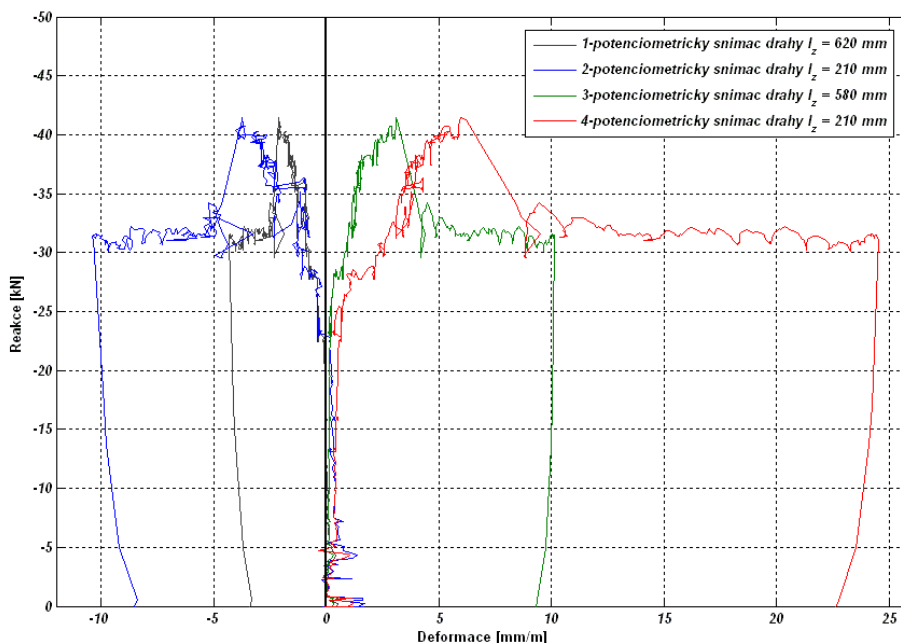


Obr. 2.17: Uspořádání zkoušky opukového zdiva – Kloknerův ústav 22.12.2004

Vysvětlivka k obr. 4.2: (1) potenciometrický snímač dráhy (délka základny 620 mm); (2) potenciometrický snímač dráhy (délka základny 210 mm); (3) potenciometrický snímač dráhy (délka základny 580 mm); (4) potenciometrický snímač dráhy (délka základny 210 mm); (5) extenzometr; (6) extenzometr; (7) hydraulický válec se LVDT snímačem dráhy; (8) ocelová botka.

³ Rozborem vrtů z Karlova mostu se ukázalo, že objemové zastoupení kamene se pohybuje v rozsahu od 50% do 90%, v průměru cca 60%.

ocelová čelist jsou odstraněny použitím sádry (v podporách je tak možné částečné pootočení – nejedná se o tedy o vetknutí). Režim zatěžování je řízen deformací, která je realizována posunem hydraulickým válcem (7) se snímačem dráhy, rychlost zatěžování byla stanovena na hodnotu 0.004 [mm/s]. Deformace zkušebního tělesa jsou měřeny čtyřmi potenciometrickými snímači dráhy (1-4) (viz obr. 2.18) a dvěma extenzometry (5,6) (naměřené údaje z extenzometrů nebyly použity z důvodu nepřesnosti v převodních konstantách). Jako srovnávací údaj pro numerické simulace byla vybrána pracovní křivka potenciometrického snímače č.1. Pro úplnost zde uvedeme názvy zkušebního systému *TestStar* (fy. MTS), ze kterého bylo řízeno zatěžování, a měřicí ústředny *Autolog 2100* (fy. Peekel).

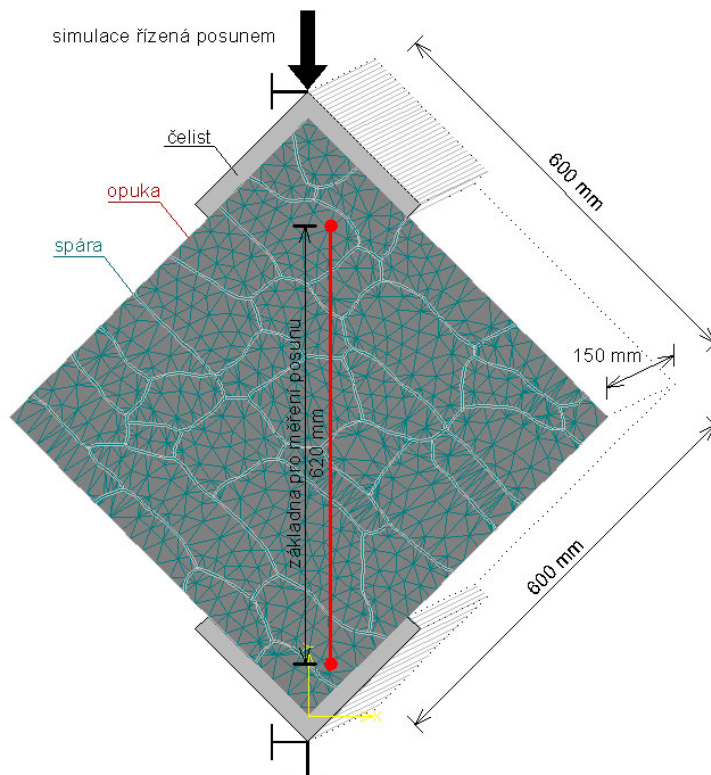


Obr. 2.18: Pracovní diagram zkoušky opakovaného zdiva

2.7 ZJEDNODUŠENÝ NUMERICKÝ MODEL ZDIVA

Je to nejelementárnější počítačový model zdiva na mezoskopické úrovni. Geometrie opakovaného zdiva je vytvořena takovým způsobem, že každá modelová spára obsahuje jednu spáru skutečnou s dvěma přechodovými zónami. Modelová

spára se tedy zmenší na nulovou tloušťku (viz obr. 2.19) oproti opukovým blokům, které se rozšíří tak, aby struktura zůstala zachována.



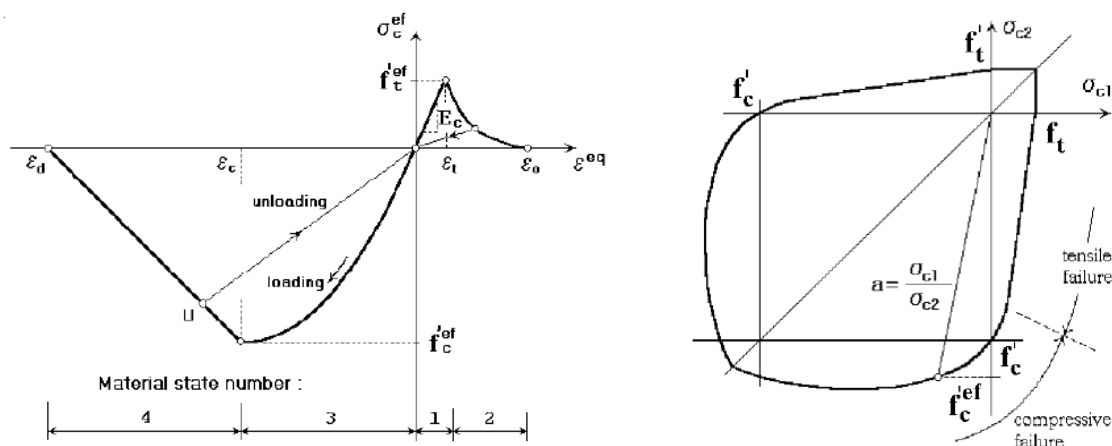
Obr. 2.19: Zjednodušený numerický model opukového zdiva s délkovými rozměry a sítí konečných prvků

Dalším krokem při konstrukci počítačového modelu je použití dostupného softwaru, který je schopen strukturu namodelovat a přitom obsahuje přijatelné materiálové modely. My jsme použili program **ATENA 2D**, který obsahuje mimo jiné materiálový model SBETA a materiálový model pro simulaci kontaktu [Červenka V. a kol., 2003].

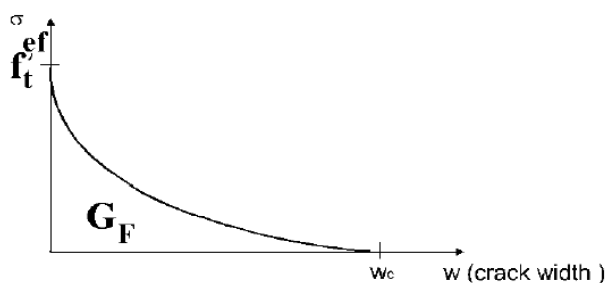
2.7.1 MATERIÁLOVÉ MODELY

Materiálový model SBETA byl navržen pro potřebu simulací betonových konstrukcí. Nicméně model lze použít i pro opukové bloky, které vykazují podobné kvazikřehké chování jako beton. Materiálový model SBETA zahrnuje následující charakteristiky kvazikřehkého chování

- porušení v tahu založené na nelineární lomové mechanice (obr. 2.21),
- nelineární chování v tlaku respektující změkčení a ztužení (obr. 2.20a),
- kritérium dvouosého porušení (obr. 2.20b)
- dva modely trhlin: rotované a fixované.



Obr. 2.20: Grafy chování SBETA modelu: (a) pracovní diagram pro jednoosé namáhání; (b) kritérium dvouosého porušení.



Obr. 2.21: Exponenciální funkce otevření trhliny s definicí šířky trhliny.

Materiálový model pro modelování kontaktu je založen na Mohr-Columbově hypotéze (obr. 2.22) s omezenou hranicí pevnosti v tahu. Hranici porušení je definována vztahem, viz další strana

Pro otevření trhliny w_c na obr. 3.1 platí vztah

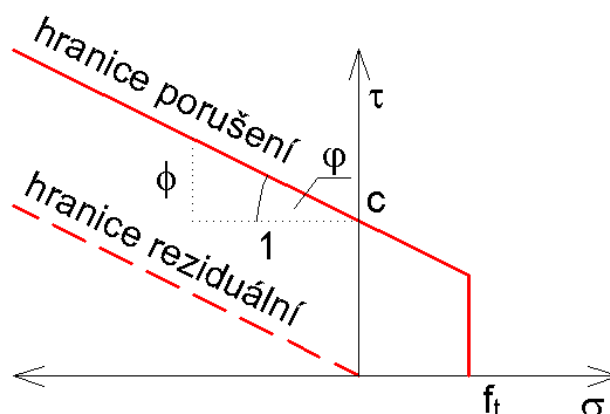
$$w_c = 5.14 \frac{G_F}{f_t^{ef}}, \quad (2.13)$$

kde G_F [N/m] je lomová energie potřebná na plochu porušení, f_t^{ef} [MPa] je efektivní tahová pevnost odvozená z kritéria dvouosého porušení (viz obr. 2.21b).

$$\tau \leq c + \sigma \tan \varphi \quad \text{a zároveň} \quad \sigma \leq f_t, \quad (2.14)$$

kde c [MPa] je soudržnost, φ [-] je součinitel vnitřního tření a f_t [MPa] je tahová pevnost. Jestliže dojde k porušení, model přechází do reziduálního stavu, který je na obr. 2.22 vyznačen tlustou čárkovanou čarou a pro který platí vztah

$$\tau \leq \sigma \tan \varphi. \quad (2.15)$$



Obr. 2.22: Hranice porušení kontaktního materiálové modelu

2.7.2 ANALÝZA VÝSLEDKŮ

Počet simulací pro objasnění chování zjednodušeného modelu v závislosti na experimentu dosáhl čísla šestnáct. Počet je dán změnou materiálových charakteristik modelové spáry, která je nejslabším prvkem numerického modelu a určuje tak maximální dosaženou únosnost a deformaci. Charakteristiky opuky zůstaly konstantní. Statistickou analýzu modelu programem **FREET** jsme neprováděli - volba velikosti a kombinací hodnot, tak zůstala na naší volbě (pohybovali jsme se v reálných intervalech materiálových charakteristik).

			<i>Model 3</i>	<i>Model 6</i>	<i>Model 7</i>	<i>Model 10</i>	<i>Model 11</i>
Normálová tuhost	K_{nn}	[MN/m ³]	9000	9000	9000	8000	8000
Tečná tuhost	K_{tt}	[MN/m ³]	3000	3000	3000	2000	6000
Tahová pevnost	F_t	[MPa]	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
Koheze	c	[MPa]	0,150	0,075	0,150	0,150	0,150
Součinitel tření	φ	[-]	0,300	0,300	0,150	0,150	0,150

Tab. 2.3a: Vstupní hodnoty modelové spáry

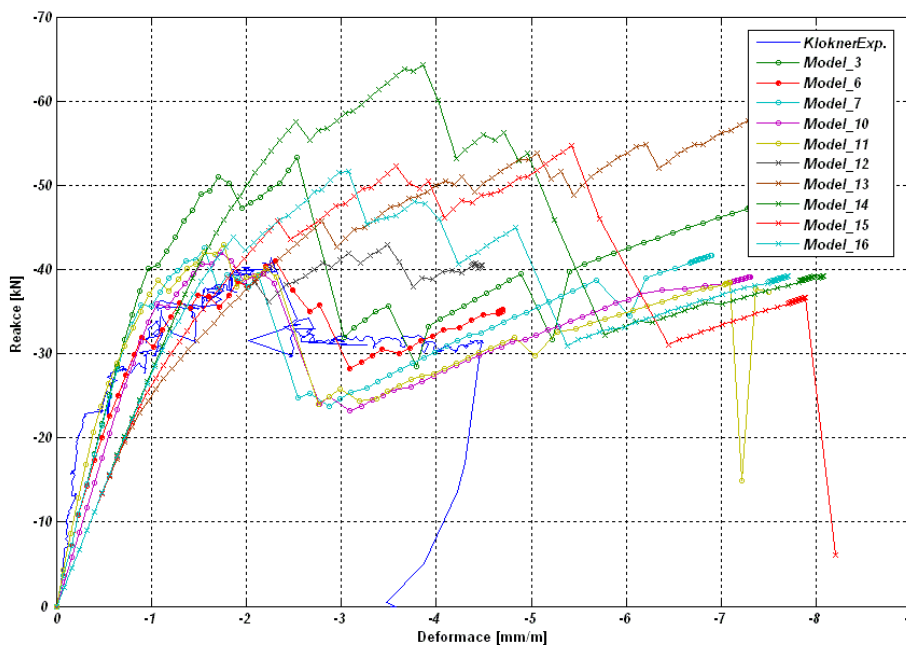
			Model 12	Model 13	Model 14	Model 15	Model 16
Normálová tuhost	K_{nn}	[MN/m ³]	4000	4000	4000	4000	4000
Tečná tuhost	K_{tt}	[MN/m ³]	3000	3000	3000	3000	3000
Tahová pevnost	F_t	[MPa]	0,500	0,750	0,500	0,500	0,500
Koheze	c	[MPa]	0,150	0,150	0,300	0,150	0,200
Součinitel tření	φ	[-]	0,150	0,150	0,150	0,300	0,300

Tab. 2.3b: Vstupní hodnoty modelové spáry

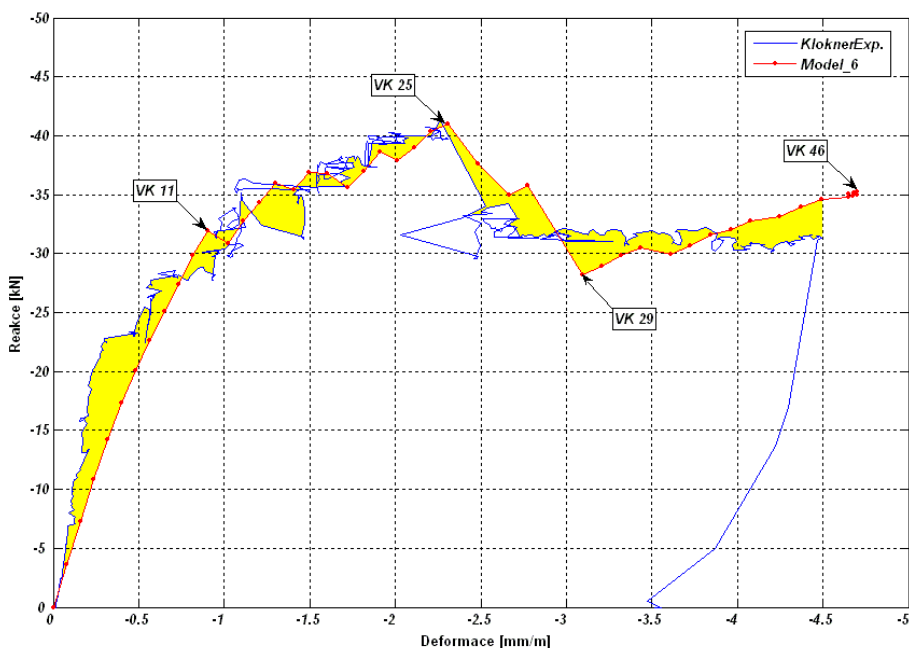
Škála vypočtených výsledků je uvedena na obr. 2.23. K porovnání je přidána pracovní křivka laboratorní zkoušky opukového zdiva (modrá čára bez značek). Je vizuálně zřejmé, že pracovní diagram experimentu kopíruje nejlépe křivka modelu **6**. Přesto pro porovnání s dalšími typy numerických modelů aplikujeme na vypočtenou křivku metodu nejmenších čtverců. Pro váhu pracovní křivky platí vztah

$$v = \int_0^{\varepsilon_{\max}} (F_{\text{zkouška}} - F_{\text{simulace}})^2 d\varepsilon, \quad (2.16)$$

kde $F_{\text{zkouška}} = f(K_m, K_t, F_t, c, \varphi)$. Dosazením do rovnice (2.16) obdržíme váhu křivky modelu **6**, $v = \underline{30,36}$. Z obr. 2.24 lze konstatovat, že model vystihuje

Obr. 2.23: Pracovní diagramy numerických modelů **3, 6, 7, 10 - 16**

charakter chování laboratorní zkoušky opukového zdiva, bohužel, ale s geometrickou strukturou zdiva, která pro mezoskopickou úroveň není úplně výstižná. Nicméně, existují taky takové numerické modely, které počítají s reálnou tloušťkou spáry a výstižnější strukturou, viz další odstavce této kapitoly.

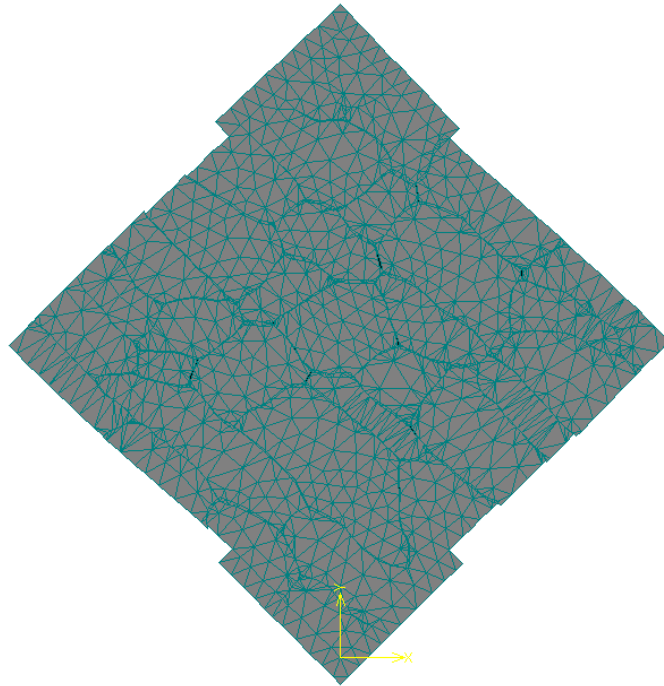


Obr. 2.24: Pracovní diagram⁴ numerického modelu 6⁵
s vyznačenou oblastí rozdílu křivek

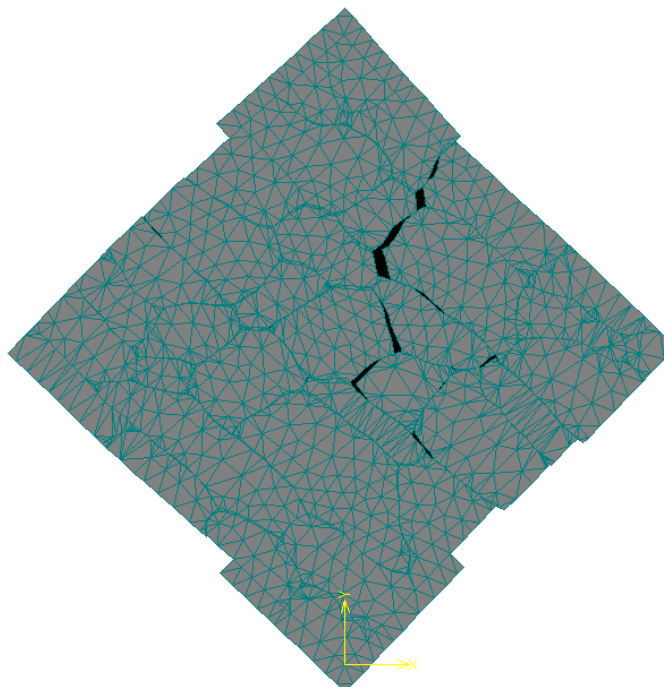
Bez dalších komentářů je na obr. 2.25, 2.26, 2.27 a 2.28 zobrazen vývoj trhlin ve výpočtových krocích 11, 25, 29 a 45 s měřítkem deformace, které udává celočíselnou hodnotu zvětšení posunů a deformací tak, aby byly dostatečně viditelné

⁴ VK je označení pro výpočtový krok.

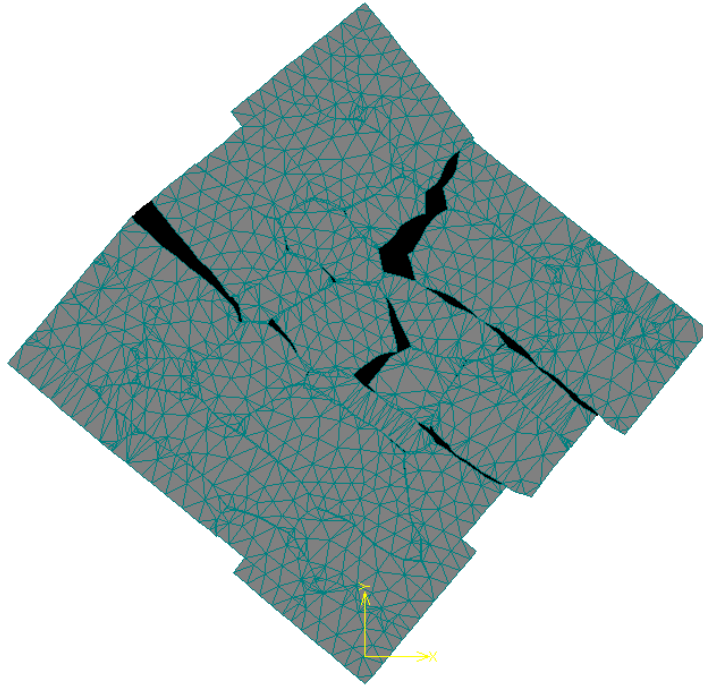
⁵ Z matematického hlediska (číselná hodnota získaná z metody nejmenších čtverců) je určitě nejbližší experimentu model_6. Problém ale nastává v okamžiku kolapsu, který se relativně shoduje s bodem na pracovní křivce laboratorní zkoušky. Tento bod je ale ve skutečnosti stavem odtížení zkušební vzorku z důvodů ochrany měřicí aparatury. Následkem čehož nám chybí konec sestupné větve pracovního diagramu experimentu, tedy kolaps. S tímto závěrem, lze považovat za vhodné i počítačové simulace modelů 7, 10 a 11, jejichž sestupné větve jsou delší, ale matematicky méně přesnější.



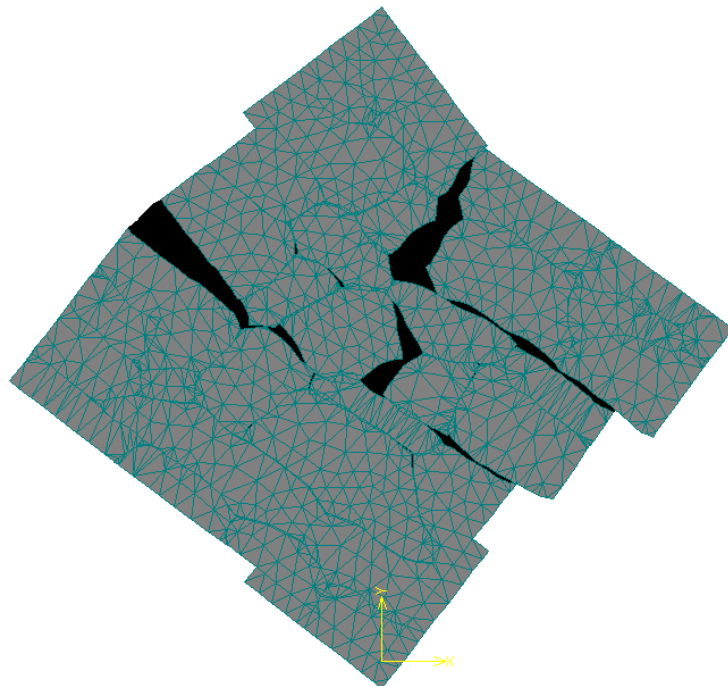
Obr. 2.25: Vývoj trhlin na deformovaném modelu **6**, výpočtový krok 11,
měřítko deformace=50x



Obr. 2.26: Vývoj trhlin na deformovaném modelu **6**, výpočtový krok 25,
měřítko deformace=20x



Obr. 2.27: Vývoj trhlin na deformovaném modelu **6**, výpočtový krok 29,
měřítko deformace=20x



Obr. 2.28: Vývoj trhlin na deformovaném modelu **6**, výpočtový krok 46,
měřítko deformace=15x

2.8 PODROBNÝ NUMERICKÝ MODEL ZDIVA

Dalším přístupem k modelování zdiva je použití podrobného numerického modelu. Vyznačuje se nejen tím, že zachovává přesné rozměry bloků a spár, ale také tím, že zvláště modeluje chování přechodové zóny, které je v ostatních případech numerických modelů sdruženo s chováním malty (zjednodušený numerický model) nebo úplně opomíjeno (numerický model na makroskopické úrovni). Existuje mnoho prvků, které jsou schopny chování přechodové zóny simulovat, záleží tedy pouze na softwaru, zda má implementován konkrétní typ prvku. Přechodovou zónu tedy můžeme namodelovat následujícími prvky [Giambanco a kol., 2001]:

- **spojitým konečným prvkem** s malými rozměry a tloušťkou,
- **kontaktním prvkem** s nulovou tloušťkou,
- **spojovacím prvkem** mezi protilehlými uzly přechodové zóny.

Program **ATENA 2D** nám umožňuje použít dva nejvýše jmenované prvky. Proto naše další kroky budou směřovat k numerickým simulacím, které by měly nejlépe vystihnout charakter mechanického chování opukového zdiva a umožnit nám, co možná nejlepší přiblížení pracovních diagramů k reálnému experimentu.

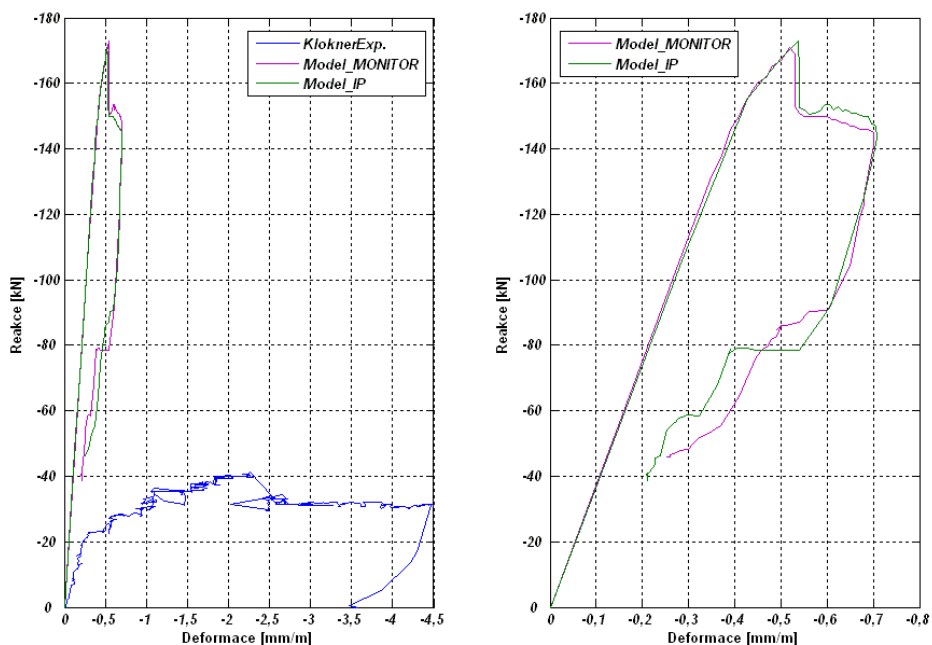
2.8.1 MODEL BEZ PŘECHODOVÉ ZÓNY

Ještě než přistoupíme k rozboru numerických modelů s různě modelovanými přechodovými zónami, podívejme se na příklad chování opukového zdiva, které je namodelováno podle principu podrobného numerického modelu, ale které neuvažuje žádné přechodové vlastnosti mezi maltou a opukou.

Kvazikřehké chování opuky a malty vystihneme opět materiálovým model SBETA. Materiálové vstupní charakteristiky do numerického modelu jsou použity z tabulek 2.1 a 2.2.

Pracovní diagram opukového zdiva je na obr. 2.29. Je zřejmé, že model vykazuje mnohem tužší chování než opukové zdivo z experimentu a dosahuje čtyřnásobně větší únosnosti. Oba jevy jsou způsobeny absencí přechodové zóny.

Navíc je zajímavá i sestupná větev simulace, která je dána charakterem porušení a umístěním monitorů posunu⁶.



Obr. 2.29: Pracovní diagram numerického modelu⁷ bez uvažování přechodové zóny: (a) numerický model v porovnání s experimentem; (b) detailní zobrazení

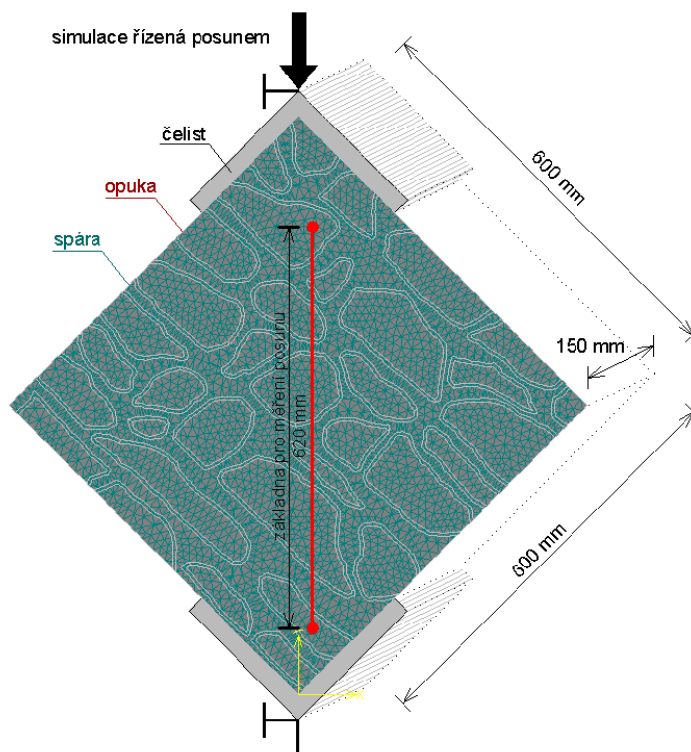
Tento model tedy nevystihuje přesně chování zdiva, ale je to model, který geometricky správně modeluje strukturu na mezoskopické úrovni (struktura modelu je zobrazena na obr. 2.16a). My jsme přesto s tímto modelem provedli mnoho simulací určujících mechanické vlastnosti zdiva (např. odvození konceptu lokální lomové energie opukového zdiva, viz kapitola 3), i když naše výsledky se jeví z dnešního hlediska jako numericky nepřesné. V současné době používáme sofistikovanější numerický model, který je popsán v odstavci 2.8.3.

⁶ Pro odečet posunů jsme použili stejně umístěné monitory posunu jako na obr. 2.17 (potenciometrický snímač dráhy č.1) – tento předpoklad platí pro všechny počítačové simulace v kapitole 2.

⁷ Použili jsme jediný numerický model s jedněmi materiálovými vstupy, měnili jsme pouze výpočtové kroky a způsob odečítání posuvu. Proto jsou zobrazeny dvě pracovní křivky.

2.8.2 MODELOVÁNÍ PŘECHODOVÉ ZÓNY KONEČNÝMI PRVKY

Geometrie modelu je znázorněna na obr. 2.30. Přechodová zóna je v tomto počítačovém modelu simulována 5 mm širokou vrstvou konečných prvků. S tím zároveň došlo k odebrání hmoty opukovým blokům, aby struktura buňky zůstala zachována. Pro chování opuky, malty a přechodové zóny je použit známý materiálový model SBETA (vstupní materiálové parametry jsou v tab. 2.1, 2.2 a 2.4).



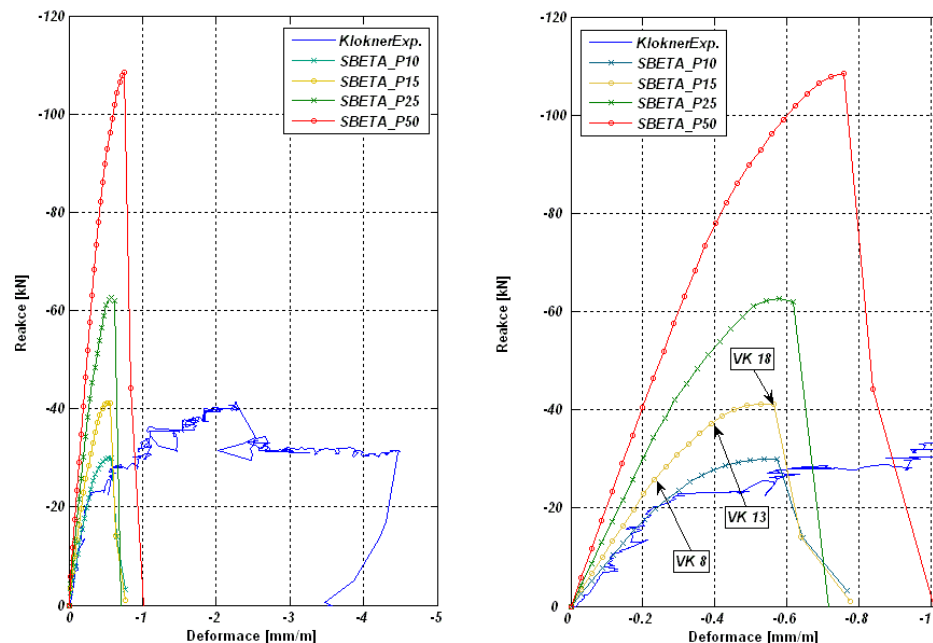
Obr. 2.30: Podrobný numerický model opukového zdiva s délkovými rozměry a sítí konečných prvků

Vstupní parametry přechodové zóny jsou zadané jako snížené hodnoty materiálových charakteristik malty (číslo v názvu modelu odpovídá procentuálně původním materiálovým hodnotám malty).

Na začátku odstavce 3.3 jsem se zmínil pouze o vhodném typu prvku pro modelování kontaktu a záměrně jsem opominul další důležitou vlastnost pro simulaci chování přechodové zóny, kterou je bezesporu vhodný materiálový

			SBETA_P10	SBETA_P15	SBETA_P25	SBETA_P50
Modul pružnosti	E	[MPa]	177,5	266,3	443,8	887,5
Poisnovo číslo	μ	[-]	0,175	0,175	0,175	0,175
Tahová pevnost	F_t	[MPa]	0,131	0,197	0,328	0,657
Tlaková pevnost	F_c	[MPa]	-0,610	-0,915	-1,525	-3,050
Lomová energie	G_F	[N/m]	0,661	0,999	1,665	3,331
Měrná hmotnost	ρ	[kg/m ³]	1709	1709	1709	1709
Souč. tepl. roz.	α	[1/K]	1,2E-05	1,2E-05	1,2E-05	1,2E-05

Tab. 2.4: Vstupní hodnoty přechodové zóny modelované pomocí konečných prvků

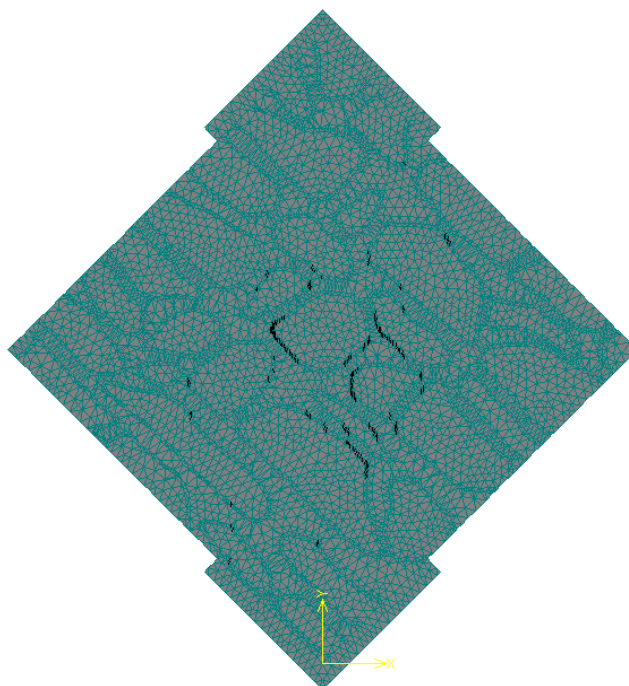
Obr. 2.31: Pracovní diagramy⁸: (a) numerický model v porovnání s experimentem; (b) detailní zobrazení pracovních křivek

model. Jak vyplývá z pracovních diagramů na obr. 2.31a, materiálový model SBETA, který simuloval chování kontaktu se sníženými materiálovými charakteristikami malty, není vhodným reprezentantem pro tento úkol. Numerický model je oproti experimentu tužší a vykazuje chování křehkého materiálu, které pro zdivo není charakteristické. K přiblížení s reálnou zkouškou jsme se dostali pouze v hodnotě dosažené mezní únosnosti s modelem **SBETA_P15**, viz obr. 2.31b.

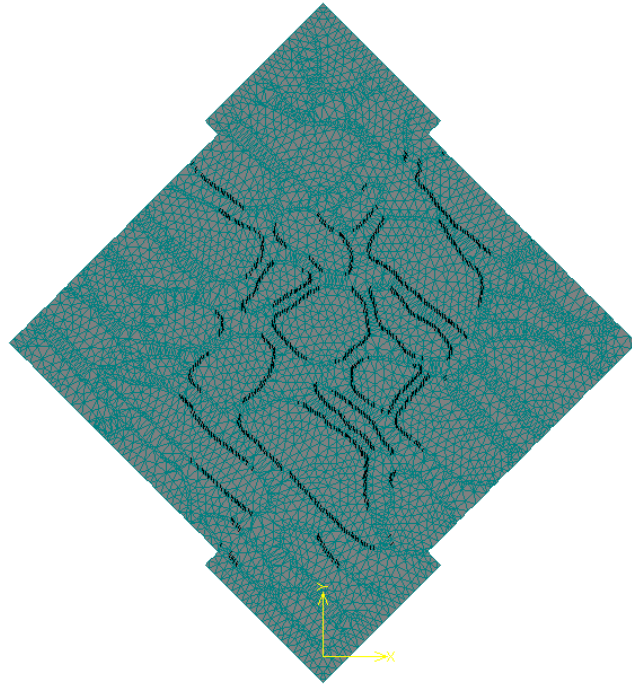
⁸ VK je označení pro výpočtový krok.

Závěrem lze uvést, že tento typ modelu jsme pouze odzkoušeli jako alternativu k podrobnému numerickému modelu s kontaktními prvky, na který byl dáván hlavní důraz. Model by byl jistě funkční, kdybychom použili jiný materiálový model kontaktu pro konečný prvek. Ten bohužel ale v programu **ATENA 2D** implementován není, takže přechodovou zónou modelovanou konečnými prvky jsme se již dále nezabývali.

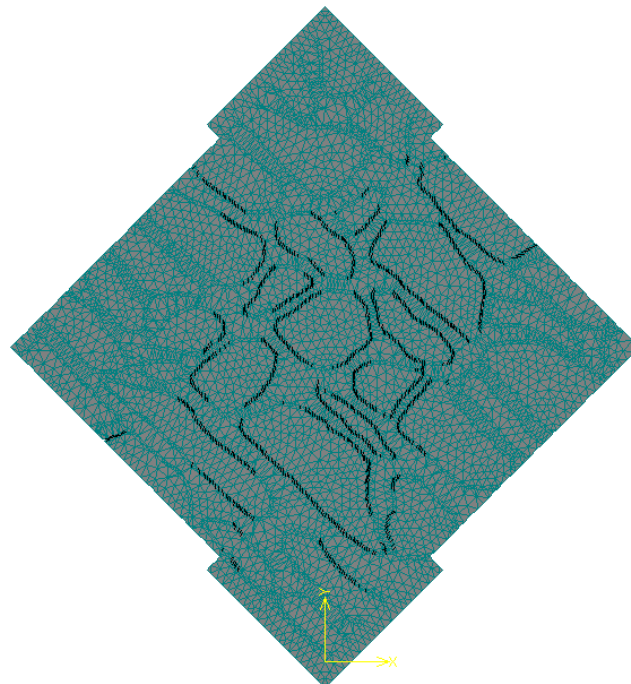
Bez dalších komentářů je na obr. 2.32, 2.34 a 2.35 zobrazen vývoj trhlin modelu **SBETA_P15**, ve výpočtových krocích 8, 13 a 18.



Obr. 2.32: Vývoj trhlin na nedeformovaném modelu **SBETA_P15**,
výpočtový krok 8



Obr. 2.33: Vývoj trhlin na nedeformovaném modelu **SBETA_P15**,
výpočtový krok 13

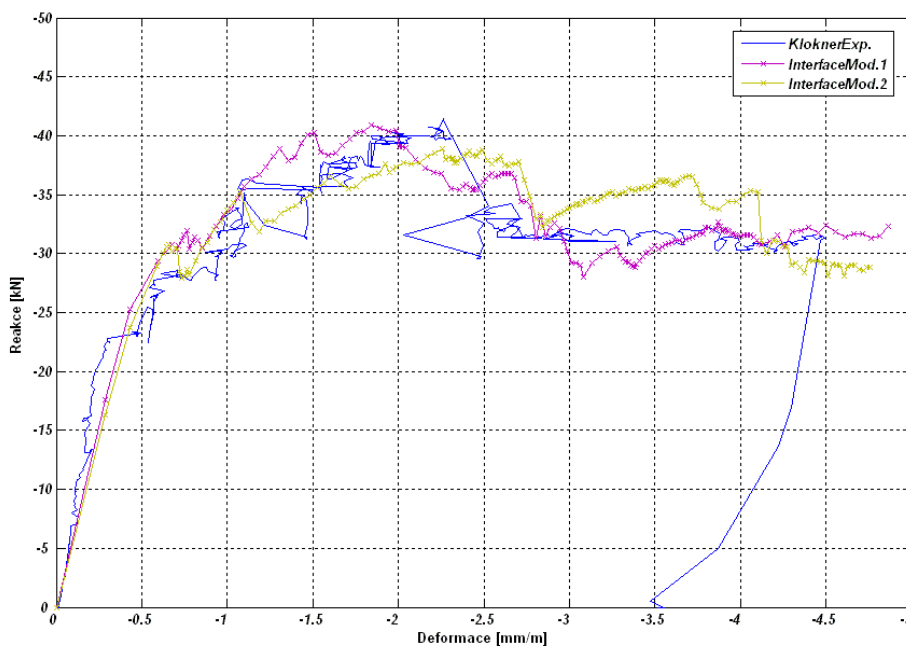


Obr. 2.34: Vývoj trhlin na nedeformovaném modelu **SBETA_P15**,
výpočtový krok 18

2.8.3 MODELOVÁNÍ PŘECHODOVÉ ZÓNY KONTAKTNÍMI PRVKY

V nadpisu odstavce je obsažena základní podstata tohoto podrobného počítačového modelu. Kontaktní prvky s nulovou tloušťkou, které jsou založeny na Mohr-Columbově hypotéze (viz odst. 2.7.1), simulují mechanické chování přechodové zóny mezi oběma komponentami zdiva. Kvazikřehké chování opuky a malty je modelováno konečnými prvky s používaným SBETA materiálovým modelem (geometrie buňky je na obr. 2.16a). Takovýto charakter předpokládaného chování a struktury je nejvýstižnější model opukového zdiva, který lze do programu **ATENA 2D** zadat.

Počítačovým modelem se stochastickými vstupními materiálovými hodnotami přechodové zóny se zabývá diplomová práce mého kolegy [Vorel, 2005] a proto zde uvedeme pouze nejzajímavější a nejpřesnější pracovní křivky analýzy vzniklé simulací programů **FREET – ATENA**.



Obr. 2.35: Pracovní diagramy podrobného počítačového modelu; váhy

pracovních křivek: $V_{InterfaceModel_1} = \underline{32,32}$

$V_{InterfaceModel_2} = \underline{37,51}$

2.9 ZÁVĚR

Závěrečné shrnutí se opět dotýká hlavního faktoru numerických modelů lomového - opukového zdiva, kterým bezesporu je přístup k tvorbě geometrické struktury simulované buňky. První, *zjednodušený* přístup i přes mnoho výhod, kterými jsou např. menší náročnost časová i výpočtová, reálné materiálové charakteristiky pouze kamene, resp. opuky, zavádí do modelu fiktivní spáru, pro kterou se v žádném případě nedají experimentálně určit materiálové charakteristiky a musí být tak odhadnuty. Jestliže chceme reálně modelovat chování lomového zdiva a dokonce máme k dispozici i experimentálně určené vstupní parametry (dokonce se dají zjistit i pro přechodovou zónu, viz odst. 2.3 – vlastnosti přechodové zóny), zvolíme přístup označovaný jako *podrobný*. Efektivní termomechanické vstupní parametry opukového zdiva do makroskopického modelu Karlova mostu jsme určovali právě na tomto modelu.

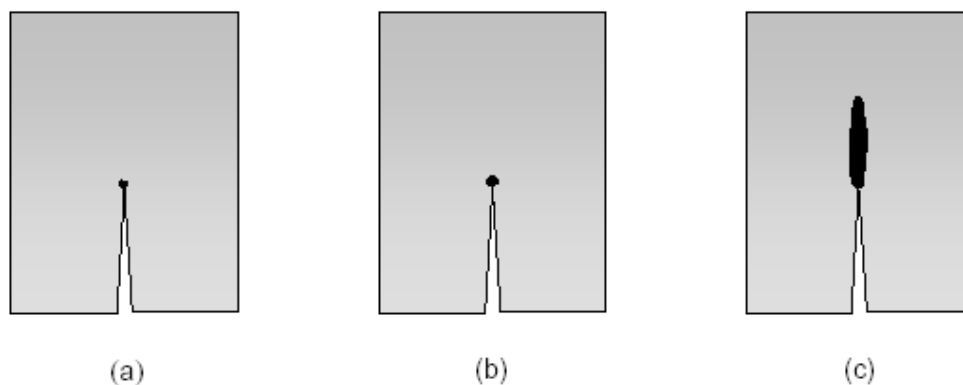
Jak je vidět v tab. 2.5, i zjednodušeným přístupem můžeme model naitovat (v reálných mezích vstupních hodnot) takovým způsobem, že dosahuje přesnosti modelu podrobného.

<i>typ modelu</i>	<i>ozn.</i>	<i>v [-]</i>
<i>Zjednodušený počítačový model</i>	<i>Model_6</i>	30,36
<i>Podrobný počítačový model</i>	<i>InterfaceModel_1</i>	32,32
<i>Podrobný počítačový model</i>	<i>InterfaceModel_2</i>	37,51

Tab. 2.5: Porovnání počítačových modelů

3 LOMOVÁ ENERGIE OPUKOVÉHO ZDIVA

Lomové vlastnosti kvazikřehkých materiálů se často projevují jako silně závislé na geometrických rozměrech vzorků, kvůli veliké zóně porušení (FPZ – Fracture Process Zone) a hrubé materiálové struktuře [Hu a kol., 2001]. Rozměrový efekt souvisí s interakcí mezi trhlinou, zónou porušení (FPZ) a volným



Obr. 3.1: Relativní velikosti zóny porušení FPZ: (a) křehký; (b) tažný; (c) kvazikřehký materiál

okrajem vzorku. Lomová energie zůstává konstantní, jestliže trhlina a s ní FPZ jsou daleko od volného okraje, naopak prudce se snižuje, jestliže se trhlina přibližuje k volnému okraji. Tento jev přináší sebou problém s určením lomového chování konstrukcí s velkými rozměry, jejichž vlastnosti nemohou být extrapolovány ze zjištěného lomového chování vzorků, které jsou testovány v laboratořích a jejichž rozměry jsou podstatně menší. Nicméně rozsáhlé experimenty a teoretické studie, který byly uskutečněny pro lepší pochopení rozměrového efektu, vedly ke konceptům lomových vlastností, které jsou funkcemi rozměrů vzorků a které mohou být odvezeny z experimentálních poznatků menších zkušebních těles.

Naše pozornost se proto zaměřila na ověření těchto poznatků v souvislosti s určením lomové energie opukového zdiva. Koncept lokální lomové energie a rozměrového efektu je popsán v prvním odstavci této kapitoly. Aplikace základních vztahů je řešena na dvou různých počítačových simulacích opukového zdiva v odstavci 3.2 a 3.3.

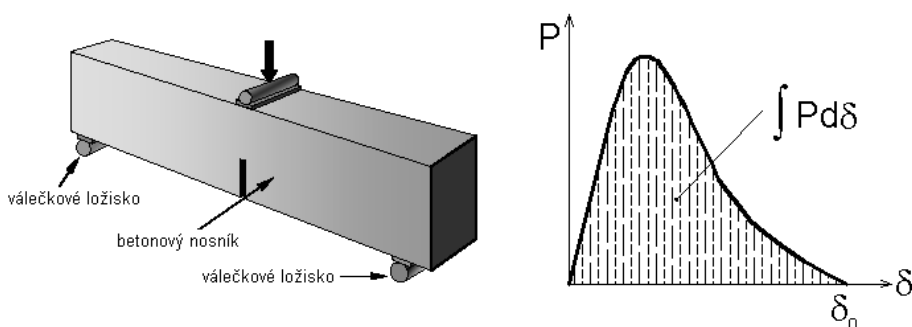
3.1 KONCEPT LOKÁLNÍ LOMOVÉ ENERGIE A ROZMĚROVÉHO EFEKTU

Specifická lomová energie G_f (RILEM 1985) je definována jako lomová energie potřebná k vytvoření plochy porušení a je běžně počítána z pracovního diagramu zatěžovací síla (P)-posun (δ) použitím následujícího vztahu (princip rovnice vychází z tříbodového ohybu na betonovém nosníku⁹ se zářezem)

$$G_f = \frac{1}{(W-a)B} \int Pd\delta, \quad (3.1)$$

kde W [m] je výška vzorku, B [m] je tloušťka a a [m] je výška zářezu. Podle rov. 3.1 je tedy celková lomová energie $\int Pd\delta$ zprůměrována přes celou lomovou plochu $(W-a)B$ a proto je někdy označována jako *průměrná lomová energie*.

⁹ V tříbodovém ohybu je betonový nosník se zářezem zatížen uprostřed nosníku. Vzorek je podepřen na koncích pomocí válečkových ložisek (viz obr. 3.2a).



Obr. 3.2: Tří bodový ohyb: (a) Uspořádání zkoušky; (b) pracovní diagram P - δ

Zkouška je řízena vzrůstajícím posunem až do momentu, kdy se betonový nosník rozlomí na dvě poloviny. Během zkoušky je měřen posun δ uprostřed rozpětí nosníku a odpovídající zatěžovací síla (viz obr. 3.2b). Lomová energie je stanovena podle doporučení RILEM, komise FMC 50 (1985), ze vztahu,

$$G_f = \frac{\int Pd\delta + P_s \delta_o}{A_{lig}}, \quad (3.2)$$

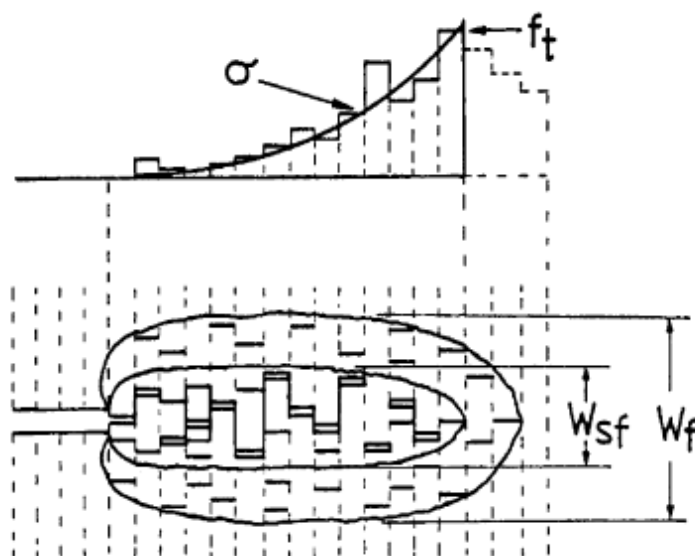
kde δ_o [m] je maximální posun, A_{lig} [m²] je iniciační plocha ligamentu, P_s [kN] je suma vlastní tíhy nosníku a tíhy měřící aparatury položené na nosníku.

Specifická lomová energie může také být spočítána z plochy pod pracovním diagramem otevření trhliny ($\sigma_b - w$) podle zákona zachování energie, pro který platí vztah

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma_b dw, \quad (3.3)$$

kde w_c [m] je kritické otevření trhliny. Pracovní křivka ($\sigma_b - w$) je považována za materiálovou vlastnost a tudíž je nezávislá na rozměrech a geometrii vzorků, a podmínkách zatížení. Je proto potřeba důsledně rozlišovat lomovou energii na rozměrech vzorku závislou G_f a na rozměrech nezávislou lomovou energii G_F . Navíc G_F je asymptotickou hodnotou G_f , jestliže rozměry jsou dostatečně velké.

K vysvětlení konceptu lokální lomové energie uvažujme vzorek s pevně definovanou tloušťkou¹⁰. Jak je ukázáno na obr 3.3, zóna porušení (FPZ) okolo rozšiřující se trhliny může být v ideálním případě rozdělena do dvou oblastí, na vnitřní zónu změkčení (W_{sf}) a na vnější zónu mikroporušení (W_f). Vnitřní zóna



Obr. 3.3: Zóna porušení (FPZ)

změkčení obsahuje sdružené aktivity porušení jako jsou spojování mikrotrhlin, klikaté tvoření trhlin, a větvení trhlin, které jsou odpovědné u kvazikřehkých

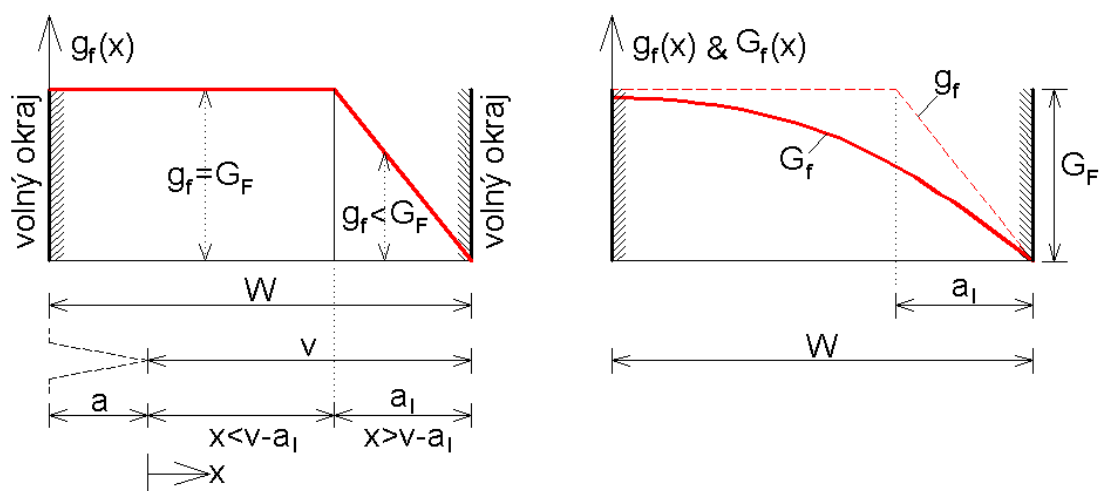
¹⁰ Uvažujeme pouze rozměrový 2D efekt lomové energie.

materiálů za tahové změkčení. Vnější zóna mikroporušení hlavně obsahuje izolované mikrotrhliny, které jsou hlavní příčinou nelineárního chování kvazikřehkých materiálů před tahovým změkčením (lomová energie této se oblasti zpravidla zanedbává). Kritické otevření trhliny w_c je tedy realizováno především ve vnitřní zóně W_{sf} . Rozdělením zóny porušení FPZ do úzkých proužků obdržíme N-kritických otevření trhliny w_i , která jsou proporcionálně úměrná výšce vnitřní zóny změkčení W_{sf} . Lomová energie spočítána použitím vztahu 3.3 s lokálním principem otevření trhliny w_i , je definována jako *lokální lomová energie* g_f , která je opět proporcionálně úměrná výšce W_{sf} .

Protože výška zóny porušení FPZ nezůstává konstantní přes celý ligament a rapidně se snižuje, jestliže se přiblíží k volnému okraji, můžeme definovat *průměrnou lomovou energii* závislou na geometrických rozměrech následujícím vztahem

$$G_f(a) = \frac{1}{(W-a)} \int_0^{W-a} g_f(x) dx \quad \text{nebo} \quad G_f(v) = \frac{1}{v} \int_0^v g_f(x) dx. \quad (3.4)$$

Takto spočtená lomová energie představuje zprůměrovanou hodnotu lokálních lomových energií $g_f(x)$ po celém ligamentu. Pro popis rozdělení lokální lomové energie se používá bilineární model, který je v dobré shodě s experimentálními výsledky (viz obr. 3.4a). Parametr a_1 (přechodová zóna ligamentu) zavedený



Obr. 3.4: (a) Bilineární model lokální lomové energie g_f ;
(b) distribuce průměrné lomové energie G_f

předpokladem bilineárního modelu je funkcí materiálových vlastností, podmínek zatížení, rozměrů a geometrií vzorku a reprezentuje tak jejich vliv na velikost FPZ u volného okraje. Bilineární model používá následující matematický popis lokální lomové energie [Hu a kol., 2001]

$$g_f(x) = G_F; \quad x < W - a - a_l, \quad (3.5)$$

$$g_f(x) = G_F \frac{(W - a) - x}{a_l}; \quad x \geq W - a - a_l. \quad (3.6)$$

Dosazením rovnic 3.5 a 3.6 do vztahu 3.4 a následnou integrací obdržíme vztah pro určení průměrné lomové energie

$$G_f = G_F \frac{v}{2a_l} = G_F \frac{1 - a/W}{2a_l/W}; \quad x < W - a - a_l, \quad (3.7)$$

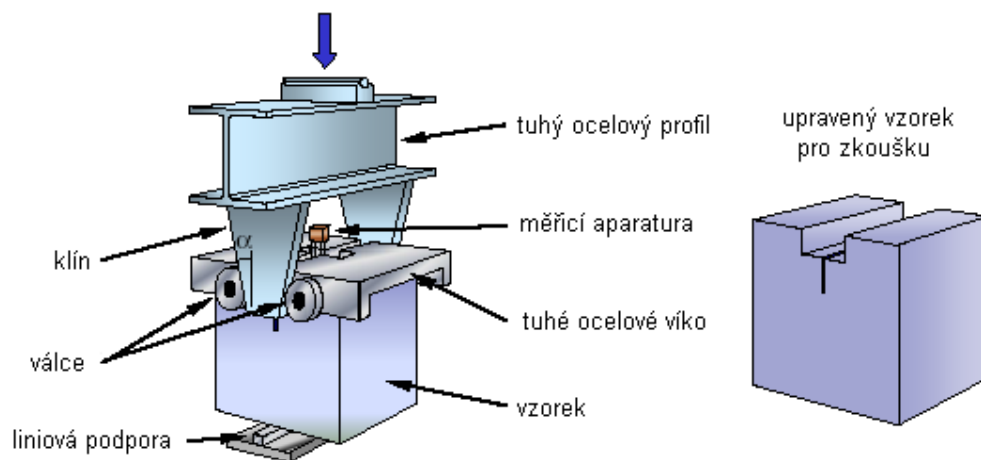
$$G_f = G_F \left(1 - \frac{a_l}{2v}\right) = G_F \left[1 - \frac{a_l/W}{2(1 - a/W)}\right]; \quad x \geq W - a - a_l, \quad (3.8)$$

⇒ řešením soustavy rovnic 3.7 a 3.8 obdržíme G_F, a_l pro uvažované výšky zářezu $\alpha = 0,05; \alpha > 0,5$. (pozn. $\alpha = a/W$).

Pokud je ligament dostatečně větší než přechodová zóna ligamentu a_l , potom platí předpoklad, že průměrná lomová energie G_f se zdola rovná lomové energii G_F (viz obr. 3.4b). V následujících dvou odstavcích se pokusíme tento závěr ověřit pomocí numerických simulací.

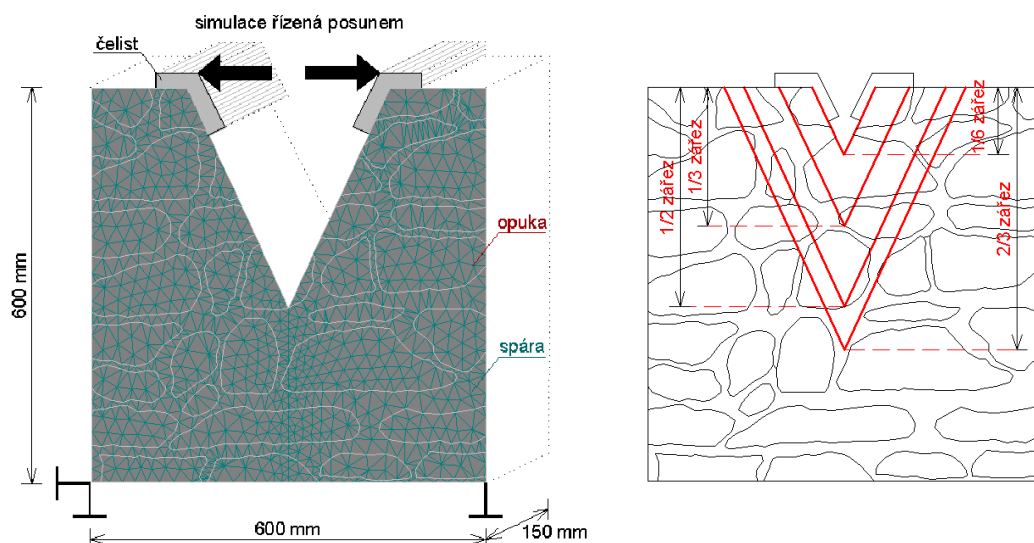
3.2 WEDGE SPLIT TEST

Wedge split test je zkouška navržená pro určení lomových vlastností módu I [Que, 2003]. Je to test, který nám umožňuje získat kompletní pracovní diagram zatěžovací síla (P)-posun (δ). Zkoumaný vzorek má předem připravený zářez a drážku pro uložení válců (viz obr. 3.5b), které spolu s klínem, jenž mezi tyto válce zajíždí, rozštěpí zkušební těleso na dvě poloviny. Schéma uspořádání zkoušky je na obr. 3.5a.

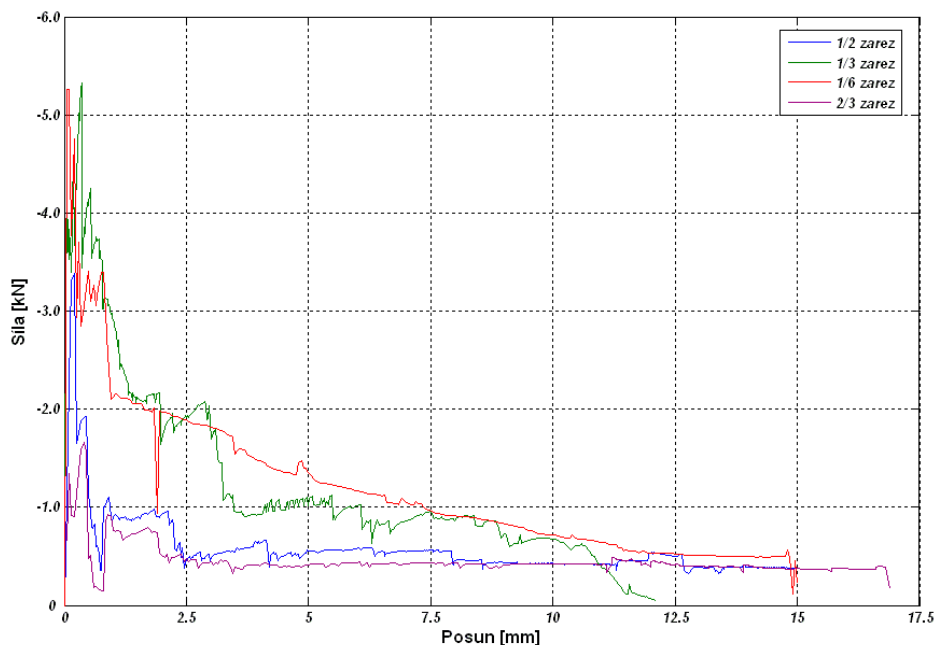


Obr. 3.5: (a) Uspořádání wegde split testu; (b) zkušební těleso

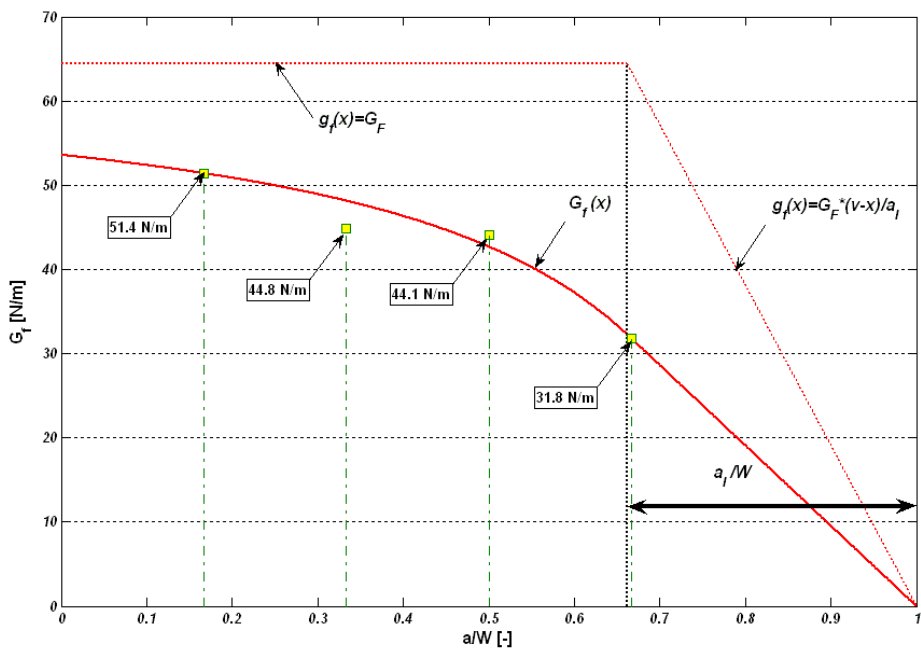
Náš počítačový model působení válců a klínu nahrazuje spojitě vzrůstajícím posunem v předpokládaném místě namáhání (viz obr. 3.6a). Geometrie a uspořádání opukových bloků a spár je totožné s modelem v předchozí kapitole **2**. Počítačový model je navržen jako podrobný numerický model bez uvažování přechodové vrstvy (opuka, malta – materiálový model SBETA, viz odst. 2.7.1), materiálové vstupní charakteristiky jsou uvedeny v tab. 2.1 a 2.2. Celkem jsou uvažovány čtyři výškové stupně zářezu ($2/3$ výšky numerického modelu, $1/2$, $1/3$ a $1/6$), viz obr. 3.6b.



Obr. 3.6: (a) Model se sítí konečných prvků; (b) výškové úrovně zářezů



Obr. 3.7: Pracovní diagramy zatěžovací síla (P)-posun (δ) pro různě vysoké zářezy



Obr. 3.8: Bilineární graf lomové energie G_f numerického wedge split testu

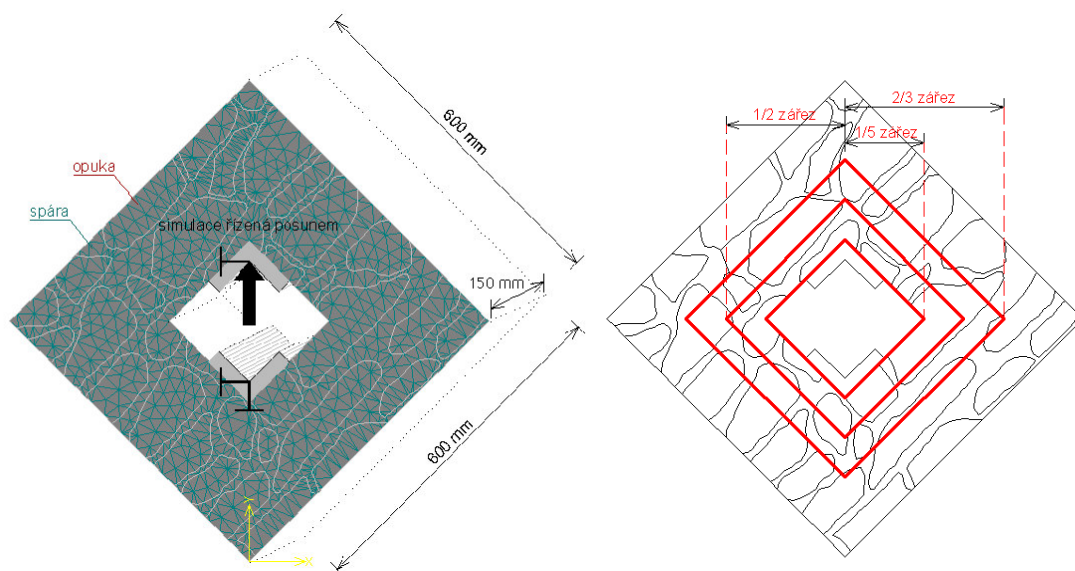
Lomová energie G_f opukového zdiva je spočítána podle vztahu 3.1, integrál výrazu je dán plochou pod pracovní křivkou zatěžovací síla (P)-posun (δ) (viz obr. 3.7). Lomová plocha $(W-a)B$ se získá z velikosti trhliny při kolapsu. Výsledky výpočtů jsou zobrazeny v tabulce 3.1. Pro konstrukci bilneárního modelu (viz obr. 3.8) použijeme maximální, resp. minimální výšku zářezu (viz předpoklad rov. 3.7 a 3.8) $\Rightarrow \alpha = 0,667$; *resp.* $\alpha = 0,167 \Rightarrow G_f = 64,47 \text{ N/m}$; $a_l/W = 0,3379$.

	1/6 zářez	1/3 zářez	1/2 zářez	2/3 zářez
G_f [N/m]	51,40	44,80	44,10	31,80

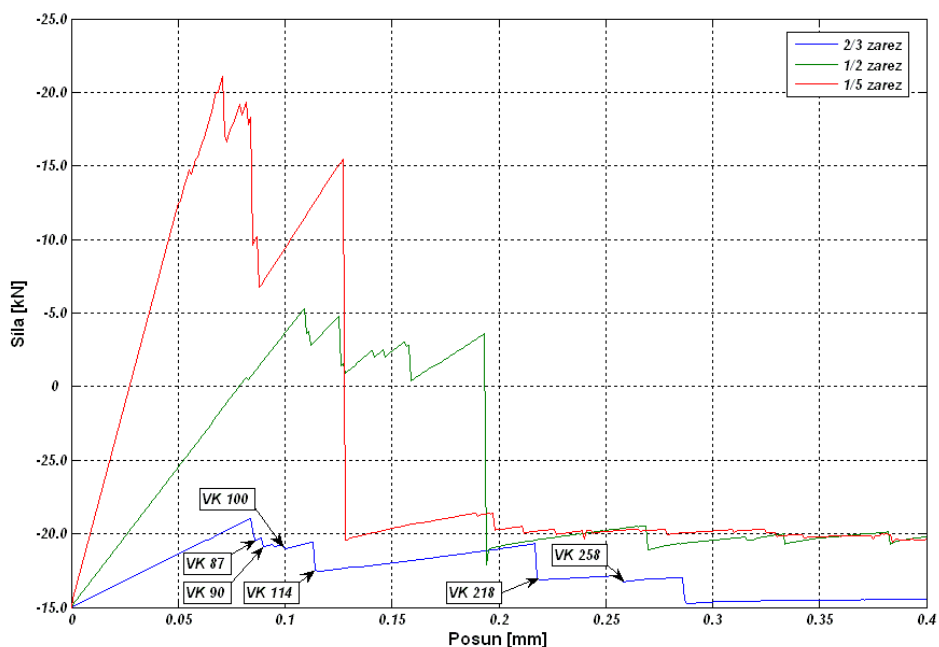
Tab. 3.1: Průměrné lomové energie G_f pro wedge split test

3.3 MODIFIKOVANÝ WEDGE SPLIT TEST (WST)

Modifikace numerického modelu spočívá ve změně geometrie zářezů a umístění ocelových čelistí, které jsou situovány do otvoru v opukové buňce (viz obr. 3.9a). Uspořádání této počítačové zkoušky neodpovídá žádnému experimentálnímu testu na určování lomové energie, přesto částečná představa uspořádání vychází z laboratorní zkoušky opukového zdiva, viz odst. 2.6.2. Počítačový model po stránce vstupních hodnot a materiálových modelů opuky a



Obr. 3.9: (a) Model se sítí konečných prvků; (b) geometrické uspořádání zářez

Obr. 3.10: Pracovní diagramy (P) - (δ) numerické simulace

malty je úplně stejný jako v odst. 3.2. Změna geometrických rozměrů zářezu je zobrazena na obr. 3.9b - celkem jsem do numerické simulace uvažoval tři výškové stupně zářezu (2/3 výšky numerického modelu, 1/2 a 1/5).

Průměrná lomová energie je oproti předchozímu příkladu spočtena pomocí poměrových diferencí, pro který platí vztah

$$i = j \Rightarrow G_{f_{ij}} = 0, \quad (3.9)$$

$$i \neq j \Rightarrow G_{f_{ij}} = \frac{\int_0^{w_j} Pd\delta - \int_0^{w_i} Pd\delta}{(a_{trhlina,j} - a_{trhlina,i})B}. \quad (3.10)$$

Matice $G_{f_{ij}}$ pro 2/3 zářez vypočtená na základě tohoto vzorce je v tab. 3.3. Diferenční metoda počítá průměrnou lomovou energii z myšlenky podílu přírůstku

	1/5 zářez	1/3 zářez	1/2 zářez
G_f [N/m]	39,90	36,50	19,00

Tab. 3.2: Průměrné lomové energie G_f pro modifikovaný WST

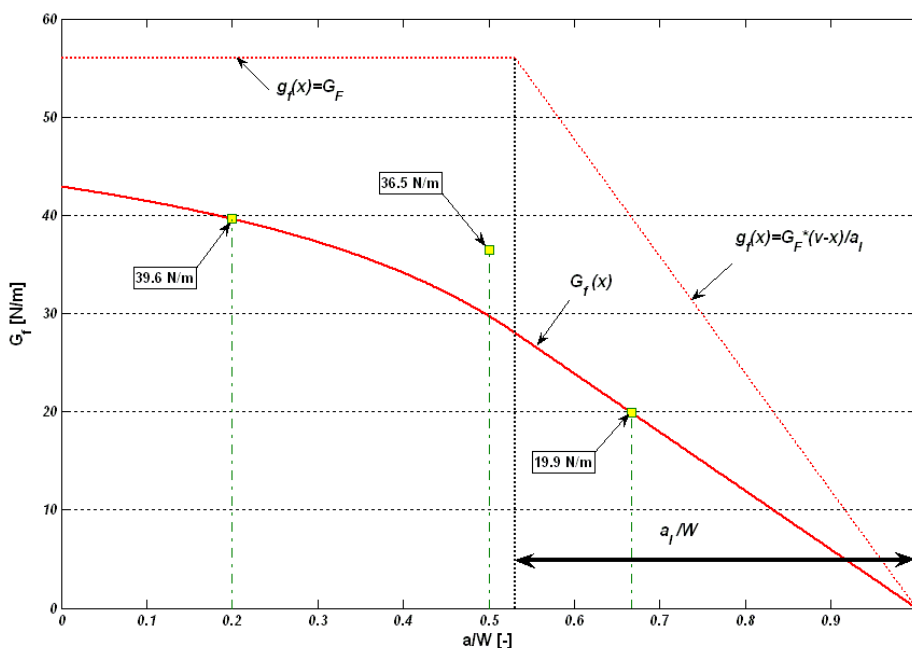
mechanické práce (integrály pracovních křivek (P) - (δ), viz obr. 3.10) a přírůstku porušené plochy. Hodnota $G_{f_{iN}}$ ($i, j=1, 2, \dots, N$, N =stav porušení) se v okamžiku kolapsu blíží hodnotě (RILEM) vypočtené ze vztahu 3.1. Aplikací vzorce 3.9 - 3.10

VK	85	86	87	90	100	114	218	258
85		2,18	3,13	2,90	6,15	9,60	18,91	19,85
86			6,00	3,23	7,32	11,21	20,57	21,41
87				2,74	7,46	11,61	21,07	21,88
90					14,81	18,52	25,42	25,79
100						22,22	27,33	27,45
114							28,46	28,38
218								28,07
258								

G_f [N/m]

Tab. 3.3: Hodnoty poměrových diferencí G_f 2/3 zátězu

pro různé výškové úrovně zátězu obdržíme průměrné lomové energie G_f (viz tab. 3.2) numerické simulace modifikovaného WST. Bilineární graf (viz obr. 3.11) je už sestaven stejným způsobem jako v příkladu prvním (aplikace vzorců 3.7 a 3.8 pro mezní zátězy). $\Rightarrow \alpha = 0,667$; resp. $\alpha = 0,2 \Rightarrow G_F = 56,04$ N/m; $a_l/W = 0,4693$.



Obr. 3.11: Bilineární graf lomové energie G_f numerického modifikovaného WST

3.4 ZÁVĚR

Pro přesnější závěry použití bilineární aproximace popisující vztahy lomové energie opukového zdiva v závislosti na geometrických rozměrech by bylo potřeba provést řadu laboratorních zkoušek na opukové buňce v uspořádání např. wedge split, popř. prostý tah nebo tříbodový ohyb. Přesto v porovnání obou počítačových simulací, uvážíme-li různou orientaci struktury kamenů, geometrii zářezu nebo velikost ocelových čelistí, docházíme k relativní shodě výsledků.

Na úplný závěr této kapitoly bych rád uvedl na pravou míru číselné hodnoty lomových energií opukového zdiva, které jsou spočtené sice na dvou rozdílných geometrických přístupech a principech uspořádání zkoušky, ale na modelu zdiva, které vůbec nebere v úvahu existenci přechodové zóny. Tyto hodnoty lomových energií jsou samozřejmě nadhodnocené, a proto pro další použití by se musely určitě procentuálně snížit, nicméně v současné době už máme k dispozici i hodnoty získané s počítačových modelů respektující vliv přechodové zóny (viz odst. 2.8.3).

4 HOMOGENIZACE TERMOMECHANICKÝCH PARAMETRŮ LOMOVÉHO ZDIVA

Prohlídky historických konstrukcí (Karlova mostu) odhalují nepříznivý dopad působení teploty a vlhkosti na mechanické odezvy. Tyto vlivy, kterým jsou konstrukce vystaveny, nemohou být zanedbány v mechanické analýze, navíc se ukazuje, že mohou být hlavním faktorem odpovědným za vznik trhlin. Proto se v této kapitole zaměříme na určení termomechanických parametrů (*součinitele tepelné vodivosti a součinitele difúze vodní páry*), které navzájem korelují s koeficientem tepelné roztažnosti zdiva. Efektivní koeficient tepelné roztažnosti klesá s rozvojem trhlin ve zdivu [Sýkora a kol., 2005]). Principem homogenizace lze získat efektivní hodnoty heterogenního materiálu na mezoúrovni (tzn. model reprezentuje geometricky přesně danou strukturu zdiva), které jsou dále využity do makroúrovně, viz kapitola **1**, kde je už původní heterogenní materiál představován homogenním prostředím .

V další části se omezíme pouze na přenos tepla, viz odst. 4.1 (teoretická formulace přenosu tepla). Tento náš krok je dán snahou poskytnout řešení z vlastního programu, který byl pro tento účel vytvořen, viz odst. 4.2 (praktické ukázky výpočtu), a jehož výsledky mohou být dále využity pro řešení sdruženého problému přenosu tepla a vlhkosti v komerčních programech, viz odst. 4.3.

4.1 HOMOGENIZACE SOUČINITELE TEPELNÉ VODIVOSTI

Numerické metody pro řešení přenosu vlhkosti a tepla mohou být rozděleny do dvou hlavních skupin – metoda založená na výpočtu konečných objemů a metoda založená na výpočtu konečných prvků (MKP). Metoda konečných objemů s metodou konečných diferencí, viz [Krejčí a kol., 2001], je užitečná při analýze sdruženého transportního přenosu za předpokladu, že pevný skelet se nemění. Naproti tomu metoda konečných prvků se jeví jako dobře použitelný nástroj nejen pro řešení vázaného problém přenosu tepla a vlhkosti, ale také jestliže uvažujeme deformaci skeletu.

4.1.1 ENERGETICKÁ FORMULACE

Konduktivní přenos tepla je popsán Fourierovým zákonem.

$$q = -\chi \text{ grad } t, \quad (4.1)$$

kde q je tepelný tok [Wm^{-2}], χ je matice tepelné vodivosti [$\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$] a t je teplota [K]. Kromě rovnice (4.1) je potřeba také definovat bilanční rovnici

$$(\rho C_p) \frac{\partial t}{\partial \tau} + \text{div } q = 0, \quad (4.2)$$

kde výraz ρC_p je efektivní tepelná kapacita, která je popsána vzorcem

$$\rho C_p = \rho_s C_p^s + \rho_w C_p^w + \rho_g C_p^g. \quad (4.3)$$

Indexy označují jednotlivé fáze (s = pevná fáze, w = voda, g = vzduch). Spojením rovnic (4.1) a (4.2) obdržíme rovnici vedení tepla, která nám umožňuje vypočítat teplo jako funkci polohy a času

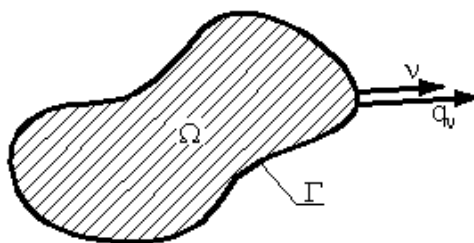
$$\rho C_p \frac{\partial t}{\partial \tau} - \nabla(\chi \nabla t) = 0. \quad (4.4)$$

Na oblasti Ω s hranicí Γ (obr. 4.1) zavedeme tepelný tok q_v definovaný jako

$$-v^T \chi \text{ grad } t = -v^T \nabla t = q_v. \quad (4.5)$$

Na bilanční rovnici (4.4) s hraničními podmínkami (4.5) aplikujeme metodu vážených reziduí

$$\int_{\Omega} \left[(\rho C_p) \frac{\partial t}{\partial \tau} - (\chi_{ij} t_{,j})_{,i} \right] \delta f d\Omega + \int_{\Gamma} (q_v + v_i \chi_{ij} t_{,j}) \delta f d\Gamma = 0, \quad (4.6)$$



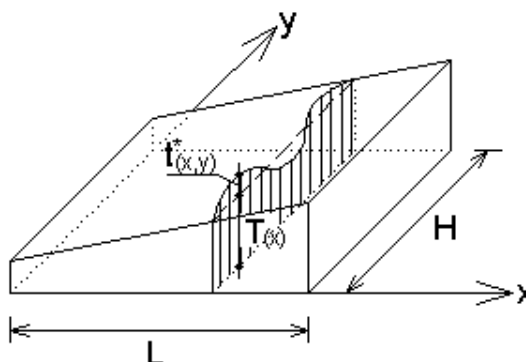
Obr. 4.1: Hranice Γ s tepelným tokem q_v

kde δf je váhová funkce. V rovnici je vynechán sumační symbol. Sumace je zavedena přes dolní indexy, čárka v dolních indexech značí derivaci ($t_{,i} = \partial t / \partial x_i$). Aplikací Gaussova teorému a označení $f = t$ obdržíme rovnici (4.6) ve tvaru

$$\int_{\Omega} \left[\delta t (\rho C_p) \frac{\partial t}{\partial \tau} + \delta t_{,i} \chi_{ij} t_{,j} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \delta t q_v d\Gamma = 0. \quad (4.7)$$

Při homogenizaci rozložíme aktuální teplotu t na střední složku T a flukтуаční složku t^* viz (obr. 4.2)

$$t(x) = T(x) + t^*(x). \quad (4.8)$$



Obr. 4.2: Střední a flukтуаční složka teploty t v řezu¹¹

¹¹ Pro přehlednost se mění střední teplota T pouze ve směru osy x .

4.1.2 SLABÉ ŘEŠENÍ POMOCÍ MKP

Řešení flukтуаčního pole je hledáno ve tvaru lineární kombinace bázových funkcí N^α , popř. N

$$t(x, \tau) = T(x, \tau) + N^\alpha(x)r_\alpha^*(\tau) \quad \text{nebo} \quad t(x, \tau) = T(x, \tau) + N(x)r^*(\tau). \quad (4.9)$$

Tento speciální lineární přístup k řešení slouží k porovnání výsledků obdržených z dalších komerčních, nelineárních a sofistikovanějších modelů. Navíc je uvažován tepelný tok jako stacionární, z čehož vyplývá, že makroskopický gradient teploty ∇T je konstantní, tzn. nezávislý na poloze x a čase τ .

Nyní dosadíme rovnici (4.9) s výše zmíněným předpokladem do rovnice (4.7) a dostaneme

$$Kr^* + G\nabla T = 0, \quad (4.10)$$

kde

$$K = \int_{\Omega} \nabla N^T(x) \nu(x) \nabla N(x) d\Omega(x) \quad (4.11)$$

je matice vodivosti a

$$G = \int_{\Gamma} N^T(x) \nu^T(x) \chi(x) \nabla N(x) d\Gamma(x). \quad (4.12)$$

Rovnice (4.10) může být vyjádřena jako

$$r^* = -K^{-1}G\nabla T = -H\nabla T. \quad (4.13)$$

Homogenizovanou matici vodivosti $\overline{\chi}$ obdržíme po zprůměrování tepelného toku (4.1) z relace, viz další strana

$$\int_{\Omega} \chi(x) \nabla t(x) d\Omega(x) = \bar{\chi} \nabla T \Omega. \quad (4.14)$$

Kombinací rovnic (4.9), (4.12) a (4.13) nacházíme hledaný vzorec pro výpočet pro makroskopickou matici tepelné vodivosti

$$\int_{\Omega} \chi(x) [I - \nabla N(x) H] d\Omega(x) = \bar{\chi}, \quad (4.15)$$

kde I je jednotková matice. Tento vzorec platí za předpokladu, že rovnice (4.13) musí být splněna pro libovolný makroskopický teplotní gradient ∇T .

Efektivní makroskopické parametry vyšetříme na periodické buňce PUC jako reprezentativním objemovém elementu (RVE), jejíž periodickým opakováním bychom pokryli celou strukturu konstrukce. Geometrie buňky je popsána šířkou a výškou kamenných bloků, tloušťkou ložných a stykových spár a vazbou zdiva, viz odst. 2.6.1, popř. [Vorel, 2005].

V další části se omezíme pouze na dvourozměrný problém. Uvažujme buňku PUC, kterou vystavíme působení gradientu ∇T . Teplotní pole t obdržíme vyřešením diferenciálních rovnic (4.15)

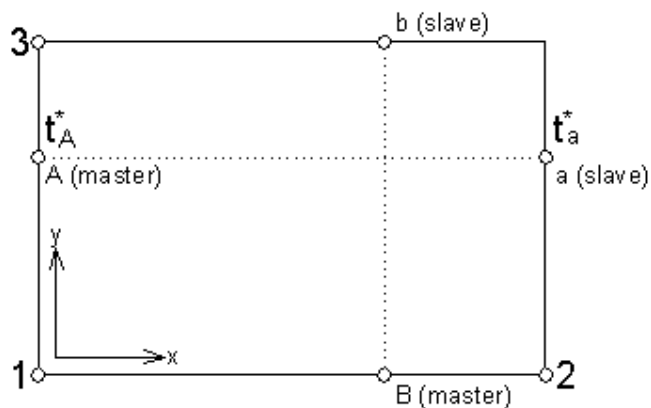
$$t_{,i} = T_{,i} + t_{,i}^*, \quad i = 1, 2. \quad (4.16)$$

Po úpravách obdržíme

$$t(x) = T_{,i} x_i + t^*(x) + c_0. \quad (4.17)$$

Je potřeba poznamenat, že jednotlivé teplotní gradienty ($T_{,i}$) $i = 1, 2$ zůstávají konstantní po celé ploše a konstanta c_0 charakterizuje parametry na kterých může být teplota závislá.

V poslední části tohoto odstavce si nadefinujeme podmínky periodicity na dvourozměrné buňce (PUC) s rozměry H a L (obr. 4.3) (pozn.: geometrická struktura lomového zdiva není na obrázku znázorněna).



Obr. 4.3: Podmínky periodicity

Pro protilehlý pár styčnicků (např. dvojice A(master) – a(slave)) platí následující vztah

$$t_A = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) y_A + t_A^* + c_0, \quad t_a = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) L + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) y_a + t_a^* + c_0. \quad (4.18)$$

Dále musíme vzít v úvahu fakt, že fluktuační pole musí splňovat podmínky periodicity, přičemž obdržíme

$$t_a^* = t_A^*, \quad (4.19)$$

Upravením rovnic (4.17) a (4.18) dostaneme pro směr x vztah

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) L = t_a - t_A = t_2 - t_1, \quad (4.20)$$

stejně tak i pro směr y

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) H = t_b - t_B = t_3 - t_1. \quad (4.21)$$

4.2 APLIKACE ROVNIC

Tento odstavec je zaměřen na praktické využití uvedených rovnic v odst. 4.1.1. Především je snahou ukázat výsledky s vlastního programu **ACC**, viz odst. 4.2.1, na strukturách lomového/opukového zdiva používaných v této práci, viz odstavec 4.2.3 nazvaný **Příklady**.

4.2.1 PROGRAM ACC

Program **ACC** byl napsán v syntaxi programovacího jazyka **C**, jako alternativa, s jistou mírou zjednodušení problému, k běžně dostupným komerčním programům a především k porovnání obdržných výsledků. Vstupními parametry výpočtu jsou síť konečných trojúhelníkových prvků, která je vygenerována v programu **ATENA 2D**, dále pak součinitelé tepelné vodivosti χ spár a kamenných bloků a nakonec gradient střední teploty ∇T .

Program řeší rovnice 4.10 – 4.12 metodou konečných prvků s podmínkami periodicity popsány v odst. 4.1.2. Řešením je pole flukтуаčních teplot t^* , které slouží pro výpočet efektivních tepelných vodivostí $\bar{\chi}$, viz rovnice (4.14) a (4.15). Grafický výstup řešení je proveden do postprocesoru programu **GID**.

V dalším odstavci uvedeme pár základních vztahů o *plošných souřadnicích*, které jsou v programu **ACC** použity jako bázové funkce N (viz rovnice 4.9).

4.2.2 PLOŠNÉ SOUŘADNICE

Hlavní předností trojúhelníkových prvků je schopnost pokrýt snadno oblast libovolného tvaru [Bittnar a Šejnoha, 1992]. Na trojúhelníkových prvcích je možné aplikovat různé stupně polynomické aproximace. Nejčastěji užívané jsou:

- lineární aproximace s 3 parametry
- kvadratická aproximace se 6 parametry
- kubická aproximace s 10 parametry



Obr. 4.4: Přehled trojúhelníkových prvků

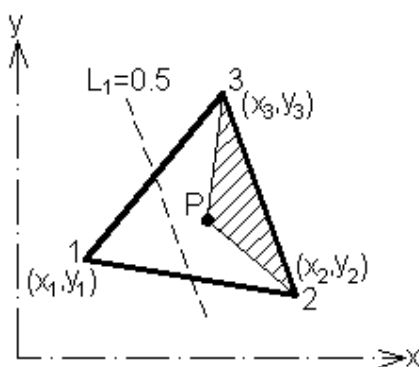
Aby se s trojúhelníkovými prvky lépe pracovalo, je vhodné přejít od kartézské soustavy souřadnic (x, y) k tzv. soustavě *plošných souřadnic* L_1, L_2, L_3 , pro které platí vztah

$$x = L_1x_1 + L_2x_2 + L_3x_3, \quad y = L_1y_1 + L_2y_2 + L_3y_3. \quad (4.22)$$

Každé trojici (L_1, L_2, L_3) je jednoznačně přiřazena dvojice (x, y) a naopak. Funkce L_1, L_2, L_3 nejsou nezávislé neboť jsou vázány vztahem $L_1 + L_2 + L_3 = 1$. Vzhledem k tomu, že vztah mezi kartézskou soustavou souřadnic a plošnými souřadnicemi je lineární, jsou rovnicemi

$$L_1 = \text{konst.}, \quad L_2 = \text{konst.}, \quad L_3 = \text{konst.} \quad (4.23)$$

popsány přímkami rovnoběžné se stranami trojúhelníkového prvku, jak je patrné z obr.4.5.



Obr. 4.5: Plošné souřadnice

Název *plošné souřadnice* je odvozen z jejich geometrického významu. Snadno lze ukázat, že např. L_1 souřadnice bodu P z obr. 4.5 je poměr obsahu plochy vyšrafovaného trojúhelníku k obsahu plochy celého trojúhelníka

$$L_1 = \frac{\text{Obsah} \Delta P23}{\text{Obsah} \Delta 123}. \quad (4.24)$$

Kromě zápisu (4.21) je potřebné v dalším znát i vztah inverzní, který má tvar

$$\begin{aligned} L_1 &= (a_1 + b_1 x + c_1 y) / 2A, \\ L_2 &= (a_2 + b_2 x + c_2 y) / 2A, \\ L_3 &= (a_3 + b_3 x + c_3 y) / 2A, \end{aligned} \quad (4.25)$$

kde

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \text{Obsah} \Delta 123, \quad (4.26)$$

a

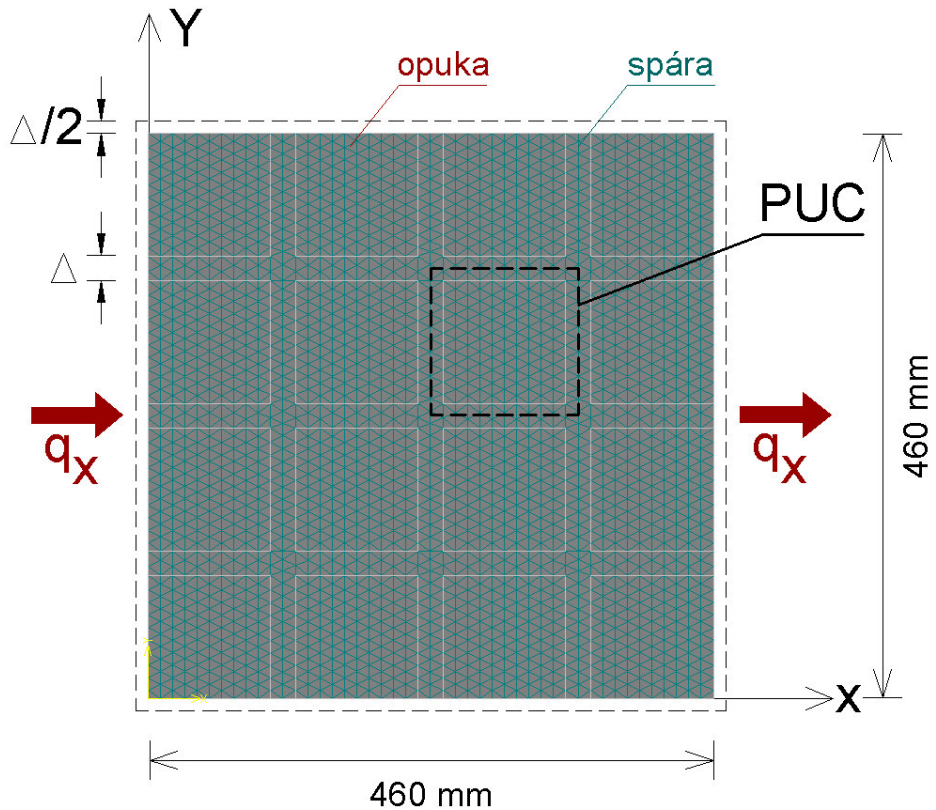
$$a_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad b_i = y_j - y_k, \quad c_i = x_k - x_j. \quad (4.27)$$

Pro výpočet byl použit prvek s lineární aproximací, kde pro bázové funkce platí

$$N_1 = L_1, \quad N_2 = L_2, \quad N_3 = L_3. \quad (4.28)$$

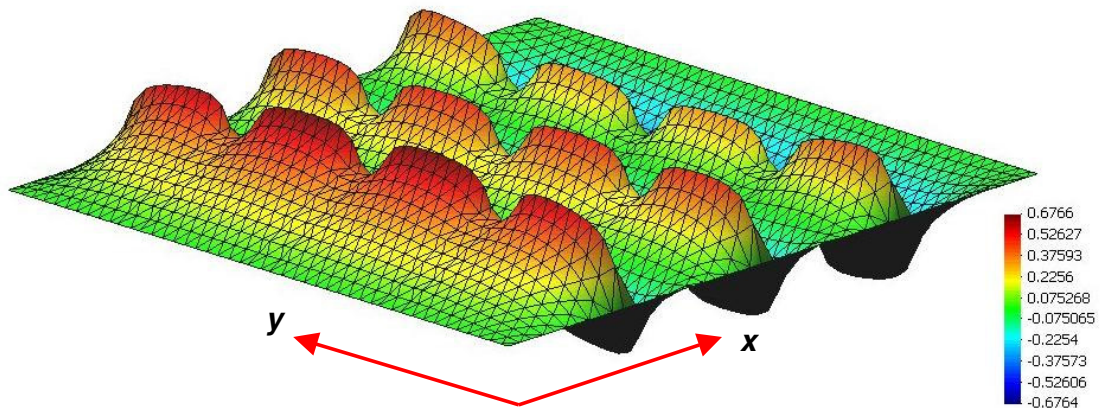
4.2.3 PŘÍKLADY

Prvním příkladem je mezoskopická struktura na obr. 4.6. Je zřejmé, že tato struktura není typickým představitelem lomového/opukového zdiva. Přesto výhoda vazby spočívá v snadném porovnání výsledků obdržných programem **ACC** na bázi MKP s výsledky programu, který používá metodu konečných objemů, např. **DELFIN**.



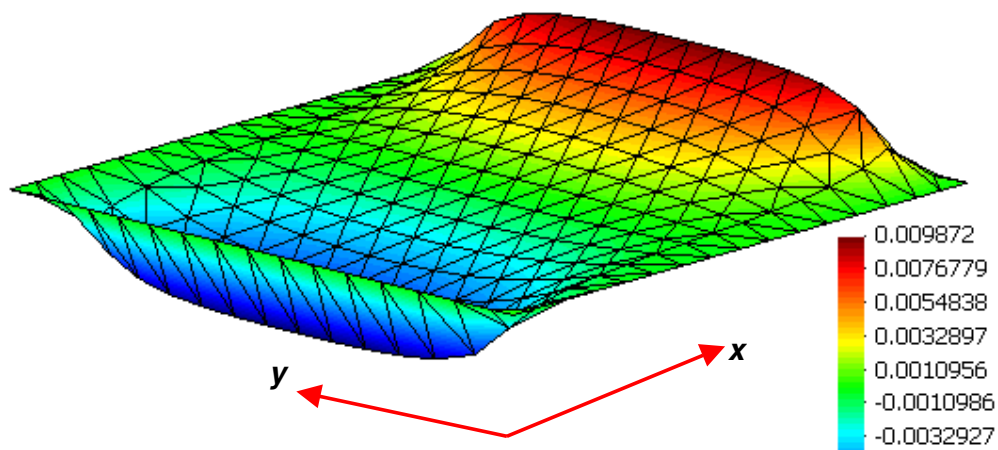
Obr. 4.6: Mezoskopická struktura č.1

Pro hodnoty tepelné vodivosti opuky $0,9 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ a malty $2,0 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ při zatížení konstantním tepelným tokem ve směru x obdržíme výslednou efektivní tepelnou vodivost $\chi_x=1,112 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ (Výsledek z programu **DELFIN** $\chi_x=1,120 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$, viz [Vorel, 2005]).



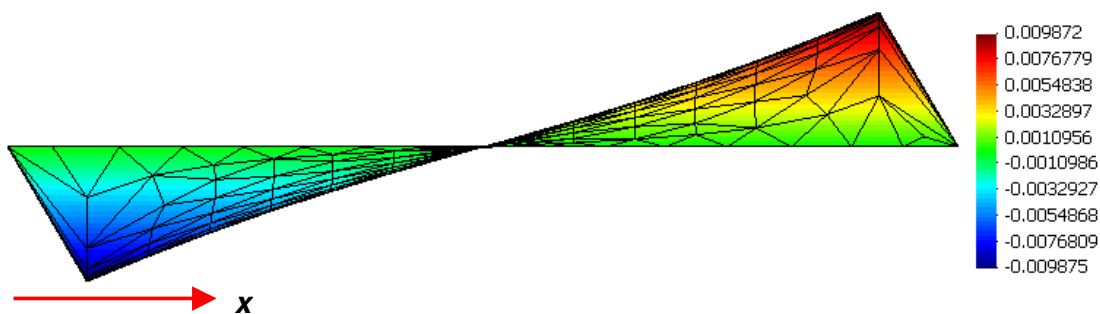
Obr. 4.7: Fluktuační pole příkladu č.1

První struktura není bohužel ani periodická (Pozn.: Periodicitu struktury bychom zajistili přidáním poloviční tloušťky spáry okolo okrajů – viz přidaná čárkovaná čára na obr. 4.6), přesto se dá PUC buňka ve struktuře najít. Na obr. 4.6 je PUC označena tlustou čárkovanou tlustou čarou. Druhý příklad aplikace je proveden právě pro ni. Při stejném zatížení a materiálových parametrech jako



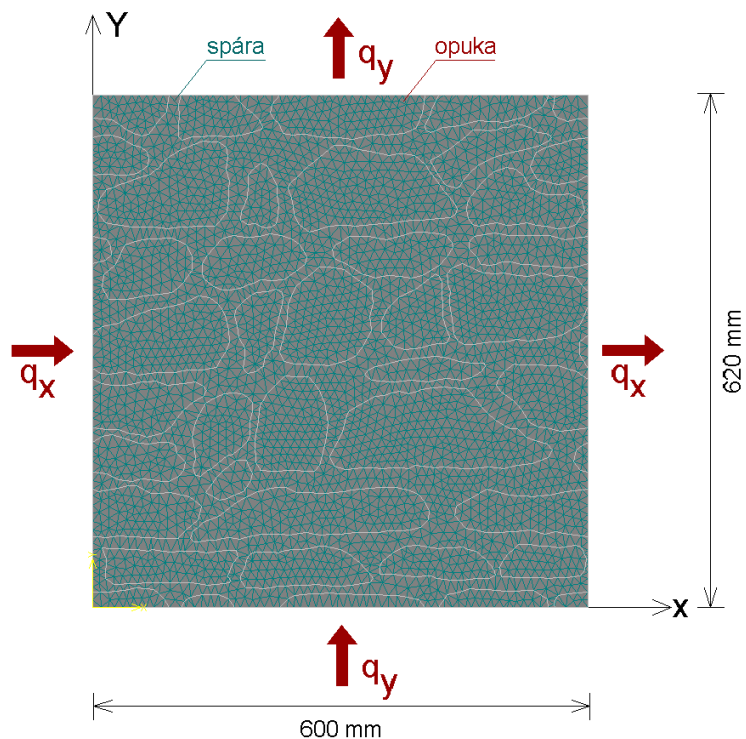
Obr. 4.8: Fluktuální pole příkladu č.2

v příkladu č.1 obdržíme fluktuální pole na obr. 4.8 a 4.9. Efektivní tepelná vodivost je rovna $\chi_x=1,169$ [$\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$].



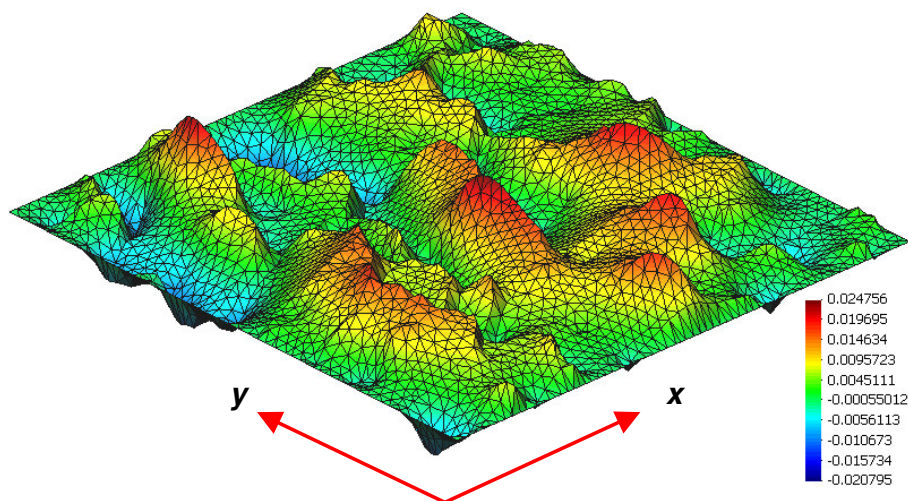
Obr. 4.9: Fluktuální pole příkladu č.2

Poslední příklad je proveden na „pravé“ PUC buňce (obr. 4.10), navíc uspořádání kamenů a malty odpovídá vazbě opukového zdiva. Jedná se o geometrickou strukturu buňky, která byla použita v kapitolách **2** a **3**. Termomechanické charakteristiky opuky a malty zůstaly stejné jako v předešlých

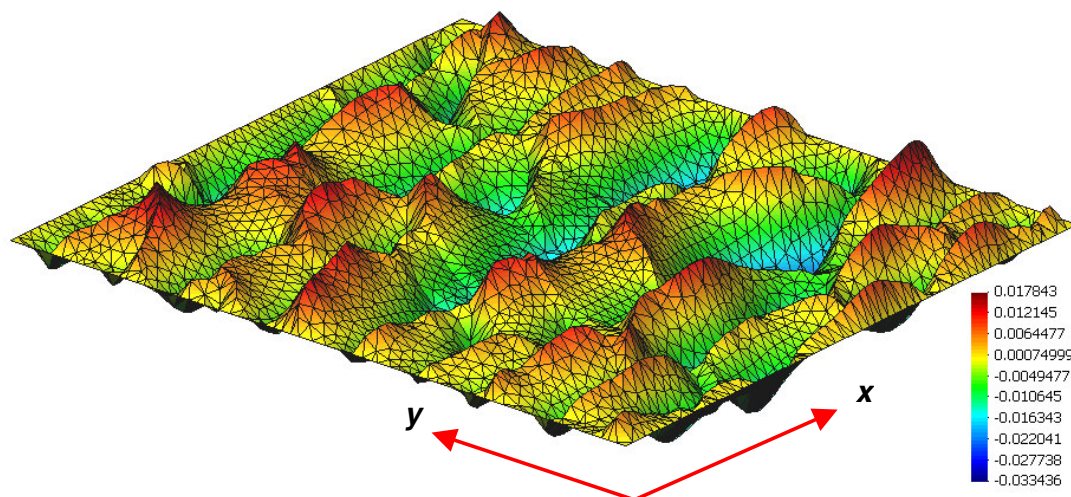


Obr. 4.10: Mezoskopická struktura č.2

příkladech ($\chi_{\text{opuka}} = 0,9 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ a $\chi_{\text{malta}} = 2,0 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$). PUC buňka byla zatížena tepelným tokem ve směru x, ale následně i ve směru y. Pro zatížení konstantním tepelným tokem ve směru x obdržíme výslednou efektivní tepelnou vodivost $\chi_x = 1,224 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$, pro směr y obdržíme výslednou efektivní tepelnou vodivost $\chi_y = 1,162 \text{ [Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}]$.



Obr. 4.11: Flukuační pole pro zatížení ve směru x, příkladu č.3



Obr. 4.12: Flukтуаční pole pro zatížení ve směru y, příkladu č.3

4.3 ZÁVĚR

Takováto zjednodušená řešení poskytují referenční hodnoty homogenizovaného součinitele tepelné vodivosti, které je dále využívány pro hledání závislostí na vlhkostním poli. Řešení sdruženého problému přenosu tepla a vlhkosti v heterogenním materiálu už však vyžaduje použití vhodnějšího modelu (nelineární a nestacionární přístup), který je například používán programem **DELFIN** (založeném na metodě konečných objemů), viz [Vorel, 2005], popř. **SIFEL** (založeném na metodě konečných prvků a který je navíc vyvíjen na naší fakultě).

Na závěr jsou všechny vypočtené efektivní tepelné vodivosti uvedeny v tabulce.

Opuka	χ	0,9 Wm ⁻¹ K ⁻¹
Malta	χ	2,0 Wm ⁻¹ K ⁻¹
Mezostuktura č.1, příklad č.1, 460x460 mm	χ_x	1,112 Wm ⁻¹ K ⁻¹
Mezostuktura č.1, příklad č.2, 120x120 mm, PUC	χ_x	1,169 Wm ⁻¹ K ⁻¹
Mezostuktura č.2, příklad č.3, 600x620 mm, PUC	χ_x	1,224 Wm ⁻¹ K ⁻¹
Mezostuktura č.2, příklad č.3, 600x620 mm, PUC	χ_y	1,162 Wm ⁻¹ K ⁻¹

Tab. 4.1: Efektivní tepelné vodivosti

5 ZÁVĚREČNÉ SHRNU TÍ

V předchozích kapitolách byly položeny základní myšlenky a koncepty (společně s prací [Vorel, 2005]) vedoucí k materiálovému modelu lomového/opukového zdiva na mezosopické úrovni. Nicméně, model vykazuje pořád určité zjednodušení v oblastech geometrie (dvourozměrný model) nebo materiálových charakteristik (pro přechodovou zónu byly stanoveny vstupní hodnoty inženýrským odhadem). Proto se zde pokusíme v několika bodech nastínit další možnou cestu návrhu modelu lomového zdiva, kterou by se mohl ubírat.

- Vytvořit buňky s různě pootočenou základní strukturou komponentů zdiva, tj. kameny a malta, a pokusit se tak lépe vystihnout anizotropní chování lomového zdiva.
- Zavést do počítačových simulací třetí rozměr, který poměrně dobře zvládá program **ATENA 3D**.
- Analýzu modelu podpořit více laboratorními experimenty (určit materiálové charakteristiky přechodové zóny, vystihnout vliv orientace struktury zdiva).
- Numerické simulace provést s pravděpodobnostní hlediskem vstupních materiálových parametrů v programech **FREET-ATENA 3D**.

⇒ materiálový model opět využít pro určení termomechanických vlastností lomového zdiva na mezoúrovni.

Takto navržený model a jeho využití jsou už za hranicí možností této diplomové práce.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Číslo obr.	Název	Strana
Obr. 1.1	Mezoskopický počítačový model lomového/opukového zdiva.....	8
Obr. 1.2	Makroskopický model Karlova mostu: (a) dvoupolový; (b) šestipolový.....	9
Obr. 2.1	Princip návrhu vhodného numerického modelu	11
Obr. 2.2	Typy modelů pro zdivo: (a) podrobný numerický model; (b) zjednodušený numerický model; (c) makromodel.....	12
Obr. 2.3	Typické chování kvazikřehkých materiálů v prostém tahu s definicí průměrné lomové energie G_f	14
Obr. 2.4	Typické chování kvazi-křehkých materiálů v prostém tlaku s definicí průměrné lomové energie v tlaku G_c	14
Obr. 2.5	Mechanická odezva zdiva při zatížení tlakem a smykem s definicí průměrné lomové energie v tlaku G_f''	15
Obr. 2.6	Uspořádání experimentu pro mód I: (a) three-point bending with a single joint; (b) three-point bending with a longer specimen; (c) four-point bending; (d) bond-wrench; (e) split test.....	16
Obr. 2.7	Tahové chování přechodové vrstvy: (a) uspořádání zkoušky (direct tension test); (b) graf napětí-otevření trhliny.....	16
Obr. 2.8	Možné uspořádání zkoušek módu II: (a) couple test; (b) triplet test.....	17
Obr. 2.9	Smykové chování přechodové vrstvy: (a) pracovní diagram pro různé hodnoty normálových napětí; (b) závislost průměrné lomové energie G_f'' na normálovém napětí.....	17
Obr. 2.10	Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule – Modul pružnosti opuky E [GPa].....	22
Obr. 2.11	Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule – Poissonovo číslo opuky μ [-].....	22
Obr. 2.12	Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule – Pevnost v tahu opuky F_t [MPa].....	23

Číslo obr.	Název	Strana
Obr. 2.13	Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule – Pevnost v tlaku opuky F_c [MPa].....	23
Obr. 2.14	Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule – Měrná hmotnost ρ [kg/m ³].....	24
Obr. 2.15	Funkční závislost šikmosti na variačním koeficientu.....	24
Obr. 2.16	(a) Mezoskopická buňka opukového zdiva; (b) síť konečných prvků s vyznačenou hranicí porušení.....	27
Obr. 2.17	Uspořádání zkoušky opukového zdiva – Kloknerův ústav.....	28
Obr. 2.18	Pracovní diagram zkoušky opukového zdiva.....	29
Obr. 2.19	Zjednodušený numerický model opukového zdiva s délkovými rozměry a sítí konečných prvků.....	30
Obr. 2.20	Grafy chování SBETA modelu: (a) pracovní diagram pro jednoosé namáhání; (b) kritérium dvouosého porušení.....	31
Obr. 2.21	Exponenciální funkce otevření trhliny s definicí šířky trhliny.....	31
Obr. 2.22	Hranice porušení kontaktního materiálové modelu.....	32
Obr. 2.23	Pracovní diagramy numerických modelů 3, 6, 7, 10 – 16.....	33
Obr. 2.24	Pracovní diagram numerického modelu 6 s vyznačenou oblastí rozdílu křivek.....	34
Obr. 2.25	Vývoj trhlín na deformovaném modelu 6, výpočtový krok 11, měřítko deformace=50x.....	35
Obr. 2.26	Vývoj trhlín na deformovaném modelu 6, výpočtový krok 25, měřítko deformace=20x.....	35
Obr. 2.27	Vývoj trhlín na deformovaném modelu 6, výpočtový krok 29, měřítko deformace=20x.....	36
Obr. 2.28	Vývoj trhlín na deformovaném modelu 6, výpočtový krok 46, měřítko deformace=15x.....	36
Obr. 2.29	Pracovní diagram numerického modelu bez uvažování přechodové zóny: (a) numerický model v porovnání s experimentem; (b) detailní zobrazení.....	38
Obr. 2.30	Podrobný numerický model opukového zdiva s délkovými rozměry a sítí konečných prvků.....	39

Číslo obr.	Název	Strana
Obr. 2.31	Pracovní diagramy: (a) numerický model v porovnání s experimentem; (b) detailní zobrazení pracovních křivek.....	40
Obr. 2.32	Vývoj trhlin na nedeformovaném modelu SBETA_P15, výpočtový krok 8.....	41
Obr. 2.33	Vývoj trhlin na nedeformovaném modelu SBETA_P15, výpočtový krok 13.....	42
Obr. 2.34	Vývoj trhlin na nedeformovaném modelu SBETA_P15, výpočtový krok 18.....	42
Obr. 2.35	Pracovní diagramy podrobného počítačového modelu.....	43
Obr. 3.1	Relativní velikosti zóny porušení FPZ: (a) křehký; (b) tažný; (c) kvazikřehký materiál.....	45
Obr. 3.2	Tří bodový ohyb: (a) Uspořádání zkoušky; (b) pracovní diagram P - δ	46
Obr. 3.3	Zóna porušení (FPZ).....	47
Obr. 3.4	(a) Bilineární model lokální lomové energie g_f ; (b) distribuce průměrné lomové energie G_f	48
Obr. 3.5	(a) Uspořádání wedge split testu; (b) zkušební těleso.....	50
Obr. 3.6	(a) Model se sítí konečných prvků; (b) výškové úrovně zářezů.....	50
Obr. 3.7	Pracovní diagramy zatěžovací síla (P)-posun (δ) pro různě vysoké zářezy.....	51
Obr. 3.8	Bilineární graf lomové energie G_f numerického wedge split testu.....	51
Obr. 3.9	(a) Model se sítí konečných prvků; (b) geometrické uspořádání zářezů.....	52
Obr. 3.10	Pracovní diagramy (P) - (δ) numerické simulace	53
Obr. 3.11	Bilineární graf lomové energie G_f numerického modifikovaného WST.....	54
Obr. 4.1	Hranice Γ s tepelným tokem q_v	58
Obr. 4.2	Střední a flukтуаční složka teploty t v řezu.....	58
Obr. 4.3	Podmínky periodicity.....	61
Obr. 4.4	Přehled trojúhelníkových prvků.....	63

Číslo obr.	Název	Strana
Obr. 4.5	Plošné souřadnice.....	63
Obr. 4.6	Mezoskopická struktura č.1.....	65
Obr. 4.7	Flukтуаční pole příkladu č.1.....	65
Obr. 4.8	Flukтуаční pole příkladu č.2.....	66
Obr. 4.9	Flukтуаční pole příkladu č.2.....	66
Obr. 4.10	Mezoskopická struktura č.2.....	67
Obr. 4.11	Flukтуаční pole pro zatížení ve směru x, příkladu č.3	67
Obr. 4.12	Flukтуаční pole pro zatížení ve směru y, příkladu č.3.....	68

SEZNAM TABULEK

Číslo obr.	Název	Strana
Tab. 2.1	Materiálové charakteristiky opuky.....	25
Tab. 2.2	Materiálové charakteristiky malty.....	26
Tab. 2.3a	Vstupní hodnoty modelové spáry.....	32
Tab. 2.3b	Vstupní hodnoty modelové spáry.....	33
Tab. 2.4	Vstupní hodnoty přechodové zóny modelované pomocí konečných prvků.....	40
Tab. 2.5	Porovnání počítačových modelů.....	44
Tab. 3.1	Průměrné lomové energie G_f pro wedge split test.....	52
Tab. 3.2	Průměrné lomové energie G_f pro modifikovaný WST.....	53
Tab. 3.3	Hodnoty poměrových diferencí G_f 2/3 zářezu.....	54
Tab. 4.1	Efektivní tepelné vodivosti.....	68

LITERATURA

[Šejnoha J. a kol., 2005] J. Šejnoha, Z. Bittnar, M. Šejnoha, J. Zeman, J. Novák, Z. Janda (2005) *Výpočet stavů napětí a porušení Karlova mostu v Praze*, Praha

[Šejnoha J. a kol., 2003] J. Šejnoha, V. Blažek, M. Šejnoha, J. Zeman (2003) *Počítačový model pro analýzu napětí a přetvoření Karlova mostu*, Praha

[Bittnar a Šejnoha, 1992] Z. Bittnar a J. Šejnoha (1992) *Numerické metody mechaniky*, Vydavatelství ČVUT

[Lourenço a kol., 1998] P. Roca, J.L. González, E. Oñate a P.B. Lourenço (1998) *Structural analysis of historical constructions II - Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry* (Lourenço), CIMNE, Barcelona

[Giambanco a kol., 2001] G. Giambanco, S. Rizzo a R. Spallino (2001) *Numerical analysis of masonry structures via interface models*, Computer methods in applied mechanics and engineering 190 (2001) str. 6493 - 6511

[Hu a kol., 2001] X. Hu, F. H. Wittmann, K. Duan (2001) *Thickness effect on fracture energy of cementitious materials*, Cement and concrete research 33 (2003) str. 499 - 507

[Que, 2003] N. S. Que (2003) *Identification of cohesive crack fracture parameters using mathematical programming*, Sydney

[Červenka V. a kol., 2003] V. Červenka, L. Jendele, J. Červenka (2003) *ATENA Program Documentation*, Praha

[Červenka Consulting, 2003] Červenka Consulting (2003) *SARA User's manual*, Praha

[Novák a kol., 2002] D. Novák, B. Teplý, Z. Keršner, M. Vořechovský (2002) *FREET Program Documentation*, Brno

[Vorel, 2005] J. Vorel (2005) *Diplomová práce – Efektivní termomechanické vlastnosti zdiva*, Praha

[Sýkora a kol., 2005] J. Sýkora , J. Vorel, J. Šejnoha a M. Šejnoha (2005) *Effective Material Parameters for Transport Processes in Historical Masonry Structures*, Civil-Comp Press

[Sýkora a kol. I, 2005] J. Sýkora , J. Vorel, J. Šejnoha a M. Šejnoha (2005) *Materiálový model pro lomové zdivo*, Praha

[Holický, 1998] M. Holický (1998) *Zásady ověřování spolehlivosti a životnosti staveb*, Vydavatelství ČVUT

[Krejčí a kol., 2001] T. Krejčí, T. Nový, L. Sehnoutek a J. Šejnoha (2001) *Structure – Subsoil Interaction in view of Transport Processes in Porous Media*, CTU Reports

[Rektorys a kol., 2000] K. Rektorys a kolektiv (2000) *Přehled užití matematiky I a II*, Prometheus Praha