



České vysoké učení technické v Praze

Fakulta stavební

Studentská vědecká a odborná činnost

Akademický rok 2009/2010

Modely pro dotvarování
a smršťování betonu

Jméno a příjmení studenta : Petr Havlásek
Ročník, obor : 6. roč., Konstrukce a dopravní stavby
Vedoucí práce : prof.Ing. Milan Jirásek, DrSc.
Katedra : Katedra mechaniky

Anotace:

Vývoj a ověření numerických algoritmů pro simulaci dotvarování a smršťování betonu metodou konečných prvků v rámci programu OOFEM. Porovnání výsledků výpočtů užitím pokročilých modelů a modelu B3.

Annotation:

Development and verification of numerical algorithms for simulation of concrete creep and shrinkage using finite element method implemented in program OOFEM. Comparison of results obtained from calculations using sophisticated models and model B3.

OBSAH

1. Motivace	3
2. Přetvárná chování betonu	3
2.1 Smršťování a dotvarování - charakteristika a rozdělení	4
2.2 Faktory ovlivňující smršťování a dotvarování	4
3. Solidifikační teorie	5
4. Microprestress-Solidification Theory	7
5. Solidifikující Kelvinův řetězec	10
6. Implementace do programu OOFEM	12
6.1 Předchozí implementace modelu B3	12
6.2 Nová implementace modelu B3	13
6.3 Popis desorpční izotermy	14
7. Srovnávací výpočty	15
7.1 Simulace v programu OOFEM	15
7.2 Vyhodnocení	18
8. Závěr	20
9. Literatura	20

1. MOTIVACE

Stále rostoucí výpočetní výkon osobních počítačů i profesionálních výpočetních stanic pomalu odstraňuje nutnost uvažovat při výpočtech metodou konečných prvků zjednodušené chování materiálu popsané Hookeovým zákonem. Nastává čas nelineární analýzy, kdy je problém řešen v mnoha časových krocích a v každém z nich je rovnováha hledána iteracemi a materiály jsou popsány pokročilými teoriemi, například teorií plasticity, lomovou mechanikou a mnoha dalšími.

Díky tomuto trendu snad časem dojde k zefektivnění výpočtů a především konstrukčních návyků, kvůli kterým vznikají zbytečně předimenzované konstrukce, což v dnešní době – v době finanční krize a na prahu surovinové krize – jistě není žádoucí. Oproti tomu, vlivem přílišných zjednodušení a neznalosti skutečného chování materiálu byla v minulosti navržena celá řada staveb, které buď dobře neplní svou funkci, nebo již zkolabovaly. Co je horší – řada těchto staveb byla navržena *správně*, podle platných norem. Některé z nich jsou platné dodnes. Narážím na popis dotvarování, jehož hodnoty při výpočtu podle norem nemusí být na straně bezpečné.

Cílem této práce ale není srovnávat experimentálně změřená data a pomocí norem přepočítávat, zda by normy daly správný odhad. Prvním dílčím úkolem je zmapovat současnou implementaci modelu pro výpočet dotvarování a smršťování betonu B3 v programu OOFEM, vyvíjeném na Fakultě stavební Bořkem Patzákem, rozšířit ji o další třídy a metody. Práce si klade za cíl ve stručnosti představit dvě teorie (solidifikační teorii a solidifikační teorii mikropředpětí), které poslouží jako základ pro vytvoření efektivních algoritmů pro výpočet dotvarování a smršťování betonu.

Cílem práce je také ověřit platnost *plné* verze modelu B3, modelu, který zohledňuje vliv geometrie průřezu, vlhkosti, teploty a podmínek ošetřování na výsledné smrštění a dotvarování. Jako srovnávací rovina poslouží současná nebo nová implementace tohoto modelu, která bude obsahovat stejné *jádro* jako výše zmíněný model, nicméně rozložení vlhkosti bude čerpat z přesného výpočtu získaného řešením difuzní rovnice metodou konečných prvků. Srovnáván tedy bude *průřezový* model s modelem *bodovým*.

2. PŘETVÁRNÉ CHOVÁNÍ BETONU

Základní vlastností přetvoření betonu je závislost jeho průběhu i velikosti na čase; týká se to zejména procesů, které jsou předmětem této práce – dotvarování a smršťování.

Přetvoření můžeme podle časové závislosti rozdělit podle odezvy na okamžitá (nezávislá na délce trvání příčiny přetvoření) a opožděná (závislá na délce trvání příčiny přetvoření). Opožděné přetvoření lze vypočítat jako rozdíl celkového přetvoření a okamžitého přetvoření. Přetvoření lze rozlišit na závislá a nezávislá na silovém působení a také na přetvoření vratná a nevratná.

V případě betonu ale nelze většinu přetvoření takto přesně specifikovat, většinou jde o jistou kombinaci výše uvedených kategorií. Deformace způsobené dotvarováním i smršťováním betonu lze zařadit do procesů opožděných. Smršťování betonu je proces na zatížení nezávislý, oproti tomu dotvarování na vnějším zatížení závisí.

2.1 SMRŠŤOVÁNÍ A DOTVAROVÁNÍ – CHARAKTERISTIKA A ROZDĚLENÍ

Smršťování (značit ho budeme ε_{shr} , pro znaménka platí stejná konvence jako pro klasické přetvoření) lze rozdělit do dvou hlavních skupin v závislosti na tom, zda došlo k transportu vlhkosti mezi vzorkem a jeho okolím či nikoliv. Pokud je vzorek izolován, dochází k tzv. autogennímu smrštění (též chemickému smrštění). To je způsobeno hydratační reakcí cementu a vody, jejichž produkt má menší objem než výchozí látky. U většiny normálních betonů jde o zanedbatelnou položku (5% smrštění způsobeného vysycháním), v případě vysokopevnostních betonů dosahuje stejné velikosti jako smrštění způsobené vysycháním a mělo by se proto uvažovat.

Druhou skupinu tvoří smršťování způsobené výměnou vlhkosti mezi betonem a okolím. Ve většině případů se beton nachází v sušším prostředí, než je jeho původní vlhkost, dochází tedy k vysychání, při němž se zvětšuje povrchové napětí v kapilárách, což má za následek jejich zúžení a tedy makroskopické zmenšení objemu. Oproti tomu, pokud se beton bude nacházet ve vyšší vlhkosti, dojde k opačnému jevu, tzv. bobtnání (zvětšování objemu). Bobtnání bývá výrazně menší než smršťování, a proto se ve většině případů zanedbává.

Kromě těchto dvou základních druhů existuje ještě *plastické smrštění*, které je způsobeno ztrátou vody z ještě neztvrdlého betonu. Posledním uváděným druhem smrštění je *smrštění způsobené karbonatáci*. Při něm dochází k reakci cementové pasty s oxidem uhličitým za přítomnosti vlhkosti.

Dotvarování lze definovat jako opožděnou reakci deformace na napětí. Po zatížení se rychlost dotvarování s délkou trvání zatížení snižuje. Podobně jako smršťování lze i dotvarování rozdělit do dvou skupin: základní dotvarování a dotvarování spojené s vysycháním. O základním dotvarování (basic creep) betonu můžeme hovořit v případě, pokud je zamezeno výměně vlhkosti s okolím. Pokud není zamezeno výměně vlhkosti s okolím, beton dotvaruje více; rozdíl mezi celkovým dotvarováním a základním dotvarováním se označuje jako dotvarování spojené s vysycháním (drying creep). Hodnota základního dotvarování nezávisí na tvaru tělesa ani jeho velikosti; závisí pouze na vlastnostech betonu a vnějším zatížení.

2.2 FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ SMRŠŤOVÁNÍ A DOTVAROVÁNÍ

Ačkoliv je tato práce svou povahou spíše teoretická, rád bych se v této kapitole zmínil o tématu ryze praktickém – o faktorech, které mají za následek odlišné chování betonu. Dopad těchto vlivů bude sledován jen pro dotvarování a smršťování. Náš zájem omezíme na oblast, kde platí princip superpozice a kde lze hovořit o lineárním dotvarování. Tento obor platnosti je v případě betonu limitován horní hranicí zatížení, která je přibližně rovna polovině střední hodnoty tlakové pevnosti ve stáří 28 dní. I když je proces dotvarování a smršťování zcela odlišný, oba mají jedno společné – téměř zcela závisí na chování cementového tmelu. Jeho objem se v betonu se běžně pohybuje mezi 25 – 30 %. Typ a vlastnosti kameniva mají při popisu dotvarování i smršťování roli druhořadou.

Celkové smrštění (součet autogenního a smrštění z vysychání) se pohybuje v rozmezí od 0.0001 do 0.001. Velikost smrštění je úměrná obsahu cementové pasty v betonu. Hlavním faktorem ovlivňujícím magnitudu smrštění je objem vypařené vody. Proto se smrštění zvětšuje s rostoucím vodním součinitelem a klesající vlhkostí okolního prostředí. Smrštění také roste s jemností mletí cementu a s přítomností zásad. Smrštění klesá s rostoucím modulem pružnosti kameniva (poddajnější zrna kameniva méně zabrání smrštění). Finální hodnota smrštění je nezávislá na velikosti

a tvaru prvku, nicméně prvky s větším poměrem plochy k objemu smršťují rychleji. Pro betony normálních pevností má doba ošetřování malý vliv na magnitudu smrštění; větší vliv má v případě vysokopevnostních betonů. U nich totiž dochází ke značnému autogennímu smrštění již během doby ošetřování a výsledné smrštění při vysychání tedy bude o to menší, čím déle budeme beton ošetřovat. Pro všechny druhy a třídy betonu ale platí, že ošetřování příznivě působí proti vzniku trhlin způsobených smrštěním, které bývají mnohdy způsobené nedostatečnou péčí o mladý beton. Přetvoření způsobené smrštěním je jen částečně vratné.

I v případě dotvarování je finální hodnota přibližně úměrná objemu cementového tmelu v betonu. (Klasické kamenivo se chová elasticky – nedotvaruje.) V případě betonu normální pevnosti a hodnoty zatížení nepřesahující polovinu pevnosti v tlaku je součinitel dotvarování většinou v intervalu $\langle 1; 4 \rangle$. Faktory ovlivňující dotvarování jsou podobné jako v případě smršťování. Proto je zmíním jen ve zkratce. Dotvarování zvyšuje: objem cementové pasty, porozita, menší hutnost betonu, vyšší vodní součinitel, menší stupeň hydratace, menší modul pružnosti kameniva, nižší vlhkost okolního prostředí. Dotvarování je velmi ovlivněno i způsobem ošetřování. Při ošetřování parou nebo při autoklávování dojde k urychlení tvrdnutí a dotvarování se zmenší. Například při ošetřování parou po dobu 13 hodin při teplotě 65 °C dojde ke snížení dotvarování od 30 do 50 %. Závislost průběhu dotvarování v čase na mocnosti prvku je podobná jako v případě smršťování, protože i zde závisí na rychlosti a průběhu vysychání. Dotvarování je částečně vratný proces. Lze jej proto rozdělit na část viskoelastickou, ϵ_v , (která je zcela vratná v případě nestárnoucího materiálu) a na část ϵ_f , která je nevratná.

Beton je stárnoucí materiál. Pokud je zatížen stejně dlouho trvajícím zatížením mladý a vyzrálý beton, více dotvaruje beton mladší. Definujeme tři charakteristické časy (z hlediska dotvarování). Jsou to (seřazeno vzestupně) okamžik ukončení ošetřování, který budeme označovat t_0 , okamžik vnesení zatížení t' a konečně aktuální čas t , ve kterém zkoumáme výsledek dotvarování. Tyto časy představují stáří betonu, které je měřeno od jeho zatuhnutí, a většinou se tyto hodnoty uvádějí ve dnech.

3. SOLIDIFIKAČNÍ TEORIE

(Solidification Theory)

Solidifikační teorie pochází, stejně jako většina modelů a teorií zmíněných v této práci, z dílny Prof. Bažanta (1977). Solidifikační teorie představuje velmi efektivní nástroj pro popis přetvárných vlastností betonu, byla z ní odvozena současná formulace základního dotvarování v modelu B3. Jak je známo, hodnotu relativní deformace ϵ v čase t lze vypočítat integrací součinu funkce poddajnosti J a změny působícího napětí σ :

$$\epsilon(t) = \int_0^t J(t, t') d\sigma(t') \quad (3.1)$$

Jak je ze vztahu vidět, funkce poddajnosti závisí na hodnotách časů t a t' , nikoliv pouze na jejich rozdílu $(t - t')$, tedy délce trvání zatížení. Tímto se reálný popis přetvoření stává z inženýrského hlediska nelehkou úlohou. Solidifikační teorie tento problém řeší velmi elegantní cestou – zavádí se veličina, která má *jasný fyzikální význam* a je časově závislá. Současně matematické vyjádření časového průběhu této veličiny v čase není komplikované. Stárnoucí funkci

poddajnosti lze pak zapsat jako součin této veličiny s nestárnoucí funkcí poddajnosti, jejíž hodnota závisí jen na délce trvání zatížení $(t - t')$. Odvození viz [13]. Vyjádřeno pomocí první časové derivace

$$\dot{J}(t, t') = \frac{1}{v(t)} \dot{\Phi}(t - t') \quad (3.2)$$

kde Φ je nestárnoucí funkce poddajnosti, jejímž argumentem je jen délka trvání zatížení, a $v(t)$ je ona pomocná veličina závisící jen na stáří betonu v okamžiku zatížení.

Tato teorie tedy nepopisuje měnící se fyzikální vlastnosti jednotlivých složek kompozitu v čase – to by skutečně problém nezjednodušilo. Veličina $v(t)$ popisuje důsledek chemické reakce probíhající v betonu (cementové pastě): vyjadřuje objemový podíl vzájemně propojených hydratačních produktů vůči jejich konečnému objemu. Funkce $v(t)$ je rostoucí, $v(0) = 0$, $v(\infty) = 1$. Průběh solidifikace si lze představit podobně jako proces sedimentace – postupné usazování vrstviček hydratačních produktů, které jsou vzájemně pevně spojeny.

Bohužel pro popis reálného chování betonu nám funkce poddajnosti (3.2) stačit nebude. Vzhledem k tomu, že vlastnosti betonu se mění (roste efektivní modul) i po ukončení hydratačních reakcí (přibližně ve stáří jednoho roku), potřebujeme do funkce poddajnosti zařadit člen, který by toto postihoval. Tento člen bude představován stárnoucím tlumičem (viz obrázek 4.1). Po doplnění členu vystihujícího okamžitou deformaci můžeme funkci poddajnosti zapsat ve tvaru

$$J(t, t') = q_1 H(t - t') + J_v(t, t') + J_f(t, t') \quad (3.3)$$

První člen s Heavisideovou funkcí H vystihuje okamžitou poddajnost. U betonu se předpokládá, že q_1 je časově nezávislá konstanta. Druhý člen představuje viskoelastické chování popsané solidifikační teorií ($J_v(t, t') = J(t, t')$ z rovnice (3.2)) a poslední člen popisuje dlouhodobé deformace.

Nyní popíšeme jednotlivé členy této funkce poddajnosti; nejprve viskoelastický člen $J_v(t, t')$. Z experimentálních měření bylo zjištěno, že funkce poddajnosti vynesená v semilogaritmickém měřítku v závislosti na délce zatížení $t - t'$ má zpočátku exponenciální charakter, který po určité době přejde v lineární průběh. Funkci poddajnosti charakterizující nestárnoucí viskoelastickou odezvu můžeme hledat ve tvaru

$$\Phi(t - t') = q_2 \ln \left(1 + \left(\frac{t - t'}{\lambda_0} \right)^n \right) \quad (3.4)$$

Vliv stárnutí pak zapíšeme pomocí výše zmíněné funkce popisující časový vývoj objemu hydratačních produktů:

$$\frac{1}{v(t)} = \alpha + \left(\frac{\lambda_0}{t} \right)^m \quad (3.5)$$

kde q_2 , λ_0 , n , m a α jsou konstanty. Postupným dosazením do vztahu (3.2) a integrací

$$J_v(t, t') = \frac{\Phi(0)}{v(t')} + \int_{t'}^t \frac{\dot{\Phi}(s - t')}{v(s)} ds = \dots = q_3 \ln \left(1 + \left(\frac{t - t'}{\lambda_0} \right)^n \right) + q_2 \cdot Q(t, t') \quad (3.6)$$

Pokud dosadíme za konstantu $\lambda_0 = 1$ den, dostaneme první dva členy z výrazu pro základní dotvarování modelu B3. Převrácená hodnota viskozity stárnoucího tlumiče je dána předpisem

$$\frac{1}{\eta(t)} = \frac{q_4}{t} \quad (3.7)$$

kde q_4 je materiálová konstanta. Funkci poddajnosti tlumiče

$$J_f(t, t') = \int_{t'}^t \frac{ds}{\eta(s)} = q_4 \ln\left(\frac{t}{t'}\right) \quad (3.8)$$

získáme integrací vztahu (3.7). Pomocí solidifikační teorie jsme tedy získali metodu, jak řešit jednoduchým způsobem komplexní úlohu. Stárnoucí funkci poddajnosti, kterou nelze integrovat, jsme nahradili součinem nestárnoucí funkce poddajnosti a funkcí, která vyjadřuje charakter stárnutí. V případě numerického řešení bylo v případě stárnoucí funkce popsané Dirichletovou řadou nutné v každém časovém kroku vyhodnocovat tuhosti jejich členů. Solidifikační teorie nám dává možnost tyto tuhosti vyřešit jen jednou na počátku výpočtu a stárnutí zohlednit pouhým vynásobením s časově závislou funkcí, kterou lze *levně* v každém časovém kroku vyhodnotit.

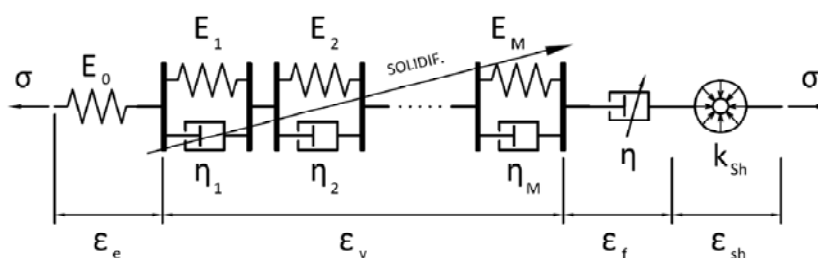
Pokud za konstanty uvedené ve vzorcích dosadíme doporučené hodnoty ($\lambda_0 = 1$ den, $m = 0.5$, $n = 0.1$), zbývá určit pouze čtyři materiálové parametry $q_1 - q_4$, pro jejichž stanovení byly vyvinuty empirické vzorce zohledňující složení betonové směsi a pevnost v tlaku. Zde uvedené vzorce lze použít pouze pro základní dotvarování. Zobecnění o vliv proměnné vlhkosti (a teploty) je předmětem následující kapitoly.

4. MICROPRESTRESS-SOLIDIFICATION THEORY

(Solidifikační teorie mikropředpětí)

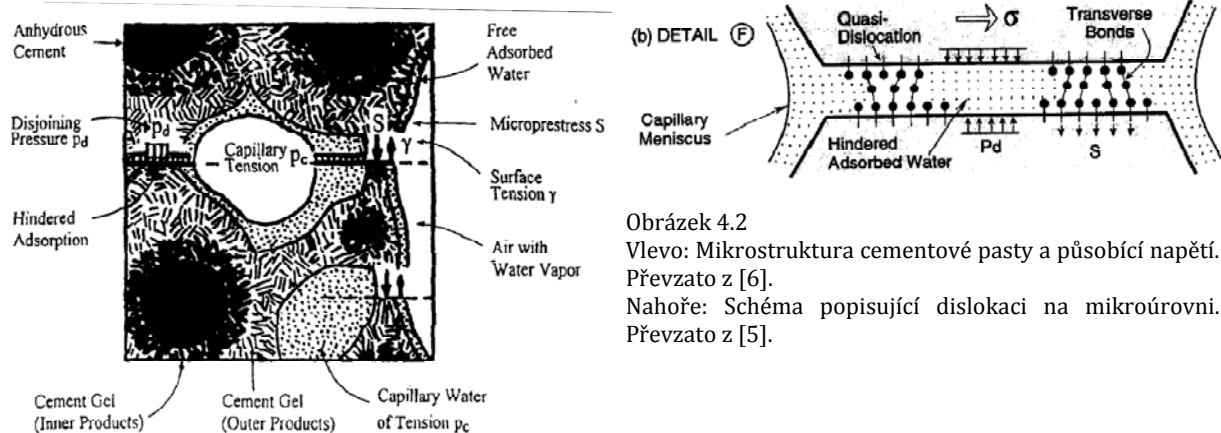
Předmětem této teorie je popis reálného přetvárného chování betonu. Její řídicí rovnice mají skutečný fyzikální význam; charakter vzorců tedy nebyl formulován jen tak, aby došlo k dobré shodě s daty získanými z měření a experimentů. Důvodem pro formulování této teorie byla potřeba postihnout dlouhodobé deformace betonu, jejichž průběh je ovlivněn nejen stářím betonu v okamžiku zatížení, ale i okolní vlhkostí a teplotou. V této kapitole budou formulovány vztahy postihující jen vliv průběhu vlhkosti. Předpokladem této teorie je fakt, že pokud nedojde ke změně vlhkosti, zjednoduší se řídicí rovnice na vztah popisující základní dotvarování popsané v předchozí kapitole. Je potřeba dodat, že ač jsou obě teorie – teorie solidifikace a teorie mikropředpětí – založeny na fyzikálním popisu mikrostruktury betonu, vzájemně se nevyklučují. Popisují totiž dva zcela odlišné procesy.

V druhé části této kapitoly bude definován vztah, díky kterému budeme moci popsat chování betonu formou reologického řetězce, viz obrázek 4.1. Jeho první dva členy, popisující okamžitou deformaci ϵ_e a viskoelastickou deformaci ϵ_v , převezmeme ze solidifikační teorie, popis druhých dvou, tedy tlumiče (deformace ϵ_f) s viskozitou závislou na čase, vlhkosti (a teplotě) a členu popisujícího smrštění ϵ_{sh} , formulujeme v této kapitole.



Obrázek 4.1 Schéma reologického řetězce popisujícího microprestress-solidification theory.

Základní řídicí veličinou této teorie je tzv. mikropředpětí. Předpona mikro je v tomto případě motivována popisem mikrostruktury betonu. Mikropředpětí vzniká během hydratace betonu vlivem velkých a velmi lokalizovaných objemových změn. Velikost mikropředpětí je ovlivňována změnami vlhkosti a teploty, popřípadě lokálními změnami objemu způsobenými chemickými reakcemi. Velikost mikropředpětí je mnohem větší než velikost vnějšího makroskopického napětí. Proto se nepředpokládá, že by změny makroskopického napětí (se stejnou orientací jako mikropředpětí) mohly ovlivnit relativní deformace v místech, kde působí mikropředpětí. Je dobré vysvětlit, proč je právě mikropředpětí vhodnou veličinou pro popis chování betonu. Ztvrdlá cementová pasta vyrobená z portlandského cementu je velmi porézní materiál s až nepředstavitelným specifickým povrchem: 500 m² / 1 cm³. Tento materiál je protkán soustavou kapilár (průměr větší než 1 μm) a podkapilár (průměr od 0.263 nm do 1 μm), což vede ke vzniku velkých kapilárních a adsorpčních sil, (viz. obrázek 4.2). Například tlak vyvozený při relativní vlhkosti 100% v nanopóru (průměr od 0.263 do 2.63 nm) o průměru dvou molekul vody je při teplotě 25 °C 174 MPa. Tento tlak působí na stěny póru a musí být vyrovnán tahovými silami působícími v úzkých krčích, které spojují dvě protilehlé strany stejného nanopóru (viz. obrázek 4.2). Na mikroúrovni se tedy cementová pasta nachází v samorovnovážném poli napětí. Termín mikropředpětí je zřejmě převzat z analogie mezi tahovými můstky působícími proti pórovému tlaku a taženou předpínací výztuží působící proti tlačnému betonu – oba systémy jsou z globálního hlediska v rovnováze.



Obrázek 4.2
 Vlevo: Mikrostruktura cementové pasty a působící napětí. Převzato z [6].
 Nahoře: Schéma popisující dislokaci na mikroúrovni. Převzato z [5].

Deformaci lze popsat pomocí napětí působícího v kolmém směru k mikropředpětí, viz obrázek 4.2. Mikropředpětí označené S vzniká reakcí na působící tlak p_d v nanopóru. Průběh deformace můžeme popsat podobně, jako se popisuje plasticita – totiž posunem v krystalové mřížce o jeden atom. Zde ale proces funguje mírně odlišně. Nepředpokládá se, že by všechny můstky přenášející mikropředpětí byly stejně zatíženy. Proto dojde při zatížení příčným makroskopickým napětím σ k přerušení nejvíce zatížené vazby a následné relaxaci makroskopického napětí, největší namáhání se přesune na jiný můstek a situace se opakuje. Pokud dojde k posunu, může nastat opětovné spojení přerušených můstků. Je zřejmé, že čím větší bude napětí přenášené můstky (mikropředpětí S), tím spíše dojde k přerušení vazeb a následné deformaci. Snížení relativní vlhkosti vede ke zvýšení povrchového napětí a tím zvýšení tlaků uvnitř (nano)pórů. Stárnutí materiálu bude jistě souviset se snižováním mikropředpětí.

Předpokládáme mocninný tvar funkce viskozity v závislosti na mikropředpětí,

$$\frac{1}{\eta(S)} = c \cdot p \cdot S^{p-1} \quad (4.1)$$

kde $p > 1$ je vhodná konstanta [-] a $c > 0$ [MPa⁻²·s⁻¹]. Relaxace mikropředpětí v závislosti na vlhkosti a její časové změně je popsána rovnicí

$$\dot{S} + c_0 S^p = -\frac{c_1 \cdot \dot{h}}{h} \quad (4.2)$$

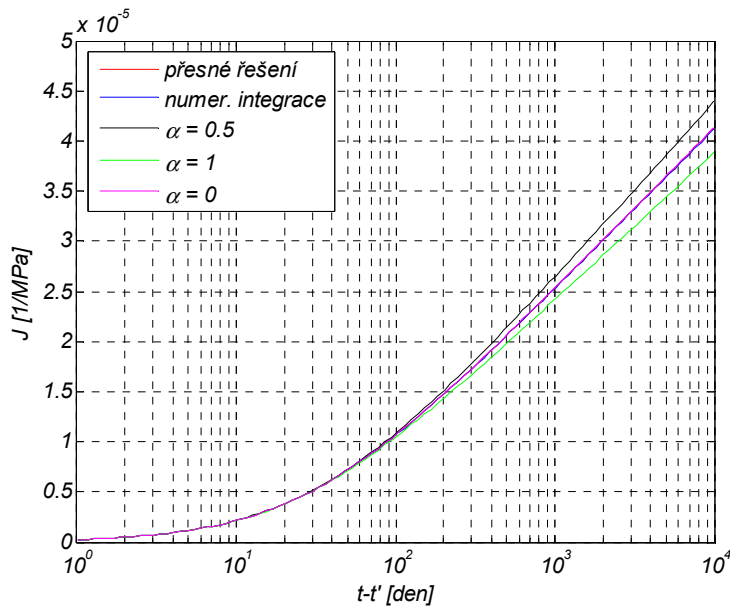
Pokud nedochází k vysychání, má tato rovnice nulovou pravou stranu. Po zavedení speciální počáteční podmínky v čase t_0

$$S_0 = \left((p-1)c_0 \cdot t_0 \right)^{\frac{1}{1-p}} \quad (4.3)$$

najdeme partikulární řešení homogenní verze diferenciální rovnice (4.2) ve tvaru

$$S(t) = S_0 \left(\frac{t_0}{t} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (4.4)$$

Pokud ale dochází ke změně vlhkosti, nezbyvá než se vrátit k původní nehomogenní diferenciální rovnici (4.2). Jsou dvě možnosti, jak ji vyřešit: zobecněné lichoběžníkové pravidlo (vedoucí na kvadratickou rovnici) nebo analytické řešení. V obou případech by se předpokládalo lineární průběh vlhkosti v rámci jednoho časového kroku. Pro zajímavost a ilustraci dosažené přesnosti při různých výpočetních metodách uvádím graf, na kterém je znázorněna funkce poddajnosti pouze pro viskózní tlumič při základním dotvarování.



Obrázek 4.3 Průběh funkce poddajnosti pouze pro viskózní tlumič při základním dotvarování.

Řešení označené jako *numer. integrace* bylo získané numerickou integrací vztahu

$$\dot{\varepsilon}_f(t) = \frac{\sigma(t) \cdot c \cdot p}{c_0 \cdot (p-1) \cdot t} \quad \text{podle vzorce}$$

$$\Delta \varepsilon_{fk} = \frac{\Delta t_k}{\eta_{k+1/2}} \cdot \sigma_{k+1/2}, \quad \alpha = 0 - \text{dopředná}$$

Eulerova metoda, $\alpha = 1$ - zpětná Eulerova metoda a $\alpha = 0.5$ - lichoběžníkové pravidlo. Je důležité poznamenat, že v případě základního dotvarování nehraje roli koeficient c_1 a u koeficientů c , c_0 a p nezáleží na jejich jednotlivých hodnotách, ale jen na hodnotě q_4 (empirický parametr závisléjící na složení betonové směsi).

Křivky, které jsou v legendě označeny jako „přesné řešení“, „numer. integrace“ a „ $\alpha=0.5$ “ splývají. U řešení označeného „numer. integrace“ je maximální chyba 0.06 %; max. chyba řešení pro lichoběžníkové pravidlo ($\alpha=0.5$) je 0.3 %.

Při analytickém řešení diferenciální rovnice (4.2) předpokládáme, že její pravá strana je vždy kladná (vysychání – vlhkost klesá). Po zavedení pomocných proměnných

$$k = -\frac{c_1 \cdot \dot{h}}{h} \quad a = \sqrt{\frac{k}{c_0}} \quad (4.5)$$

má rovnice (4.2) partikulární řešení

$$S(t) = a \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot (a - S_0)}{(a - S_0) + (a + S_0) \cdot e^{2 \cdot \sqrt{k \cdot c_0} (t - t_0)}} \right) \quad (4.6)$$

V přírůstkovém tvaru

$$S_{k+1} = a \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot (a - S_k)}{(a - S_k) + (a + S_k) \cdot e^{2 \cdot \sqrt{k \cdot c_0} \cdot \Delta t_k}} \right) \quad (4.7)$$

Experimentálně bylo zjištěno, že stejného dotvarování je dosaženo při vysychání ($\dot{h} < 0$) i zvlhčování ($\dot{h} > 0$) betonu. Tento fakt zohledníme zavedením absolutní hodnoty ve vzorci (4.5)

$$k = \left| -\frac{c_1 \cdot \dot{h}}{h} \right| \quad (4.8)$$

Pro smrštění je v této teorii prezentován jednoduchý vztah, který zavádí lineární závislost mezi časovou derivací smrštění $\dot{\varepsilon}_{sh}$ a první časovou derivací vlhkosti \dot{h} .

$$\dot{\varepsilon}_{sh} = k_{sh} \dot{h} \quad (4.9)$$

Proměnnou k_{sh} je možné považovat za konstantu. Jediné koeficienty, které potřebujeme určit a pro které ještě nebyl uveden vzorec, jsou parametry k_{sh} , c_0 a c_1 . Ve většině případů je nejlepší shody s experimenty dosaženo pro parametr $p = 2$.

5. SOLIDIFIKUJÍCÍ KELVINŮV ŘETĚZEC

V této kapitole bude nejprve odvozeno analytické vyjádření funkce poddajnosti pro jeden solidifikující Kelvinův článek. Toto vyjádření bude dále rozvinuto do tvaru popisujícího Kelvinův řetězec. V závěru kapitoly bude bez odvození uveden numerický algoritmus pro jeho implementaci.

V odvození nejprve využijeme proměnnou $v(t)$, pomocí které vyjádříme funkci modulu pružnosti $E(t)$ i viskozity $\eta(t)$ pomocí jejich konečných hodnot:

$$E(t) = E^\infty \cdot v(t) \quad (5.1)$$

$$\eta(t) = \eta^\infty \cdot v(t) \quad (5.2)$$

Dosazením do konstitutivních vztahů pro stárnoucí pružinu a tlumič získáme popis napětí v závislosti na $v(t)$

$$\dot{\sigma}_e(t) = E^\infty \cdot v(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \quad (5.3)$$

$$\sigma_v(t) = \eta^\infty \cdot v(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \quad (5.4)$$

Časovou derivaci napětí v pružině můžeme vyjádřit pomocí napětí v tlumiči

$$\dot{\sigma}_e(t) = \frac{E^\infty \sigma_v(t)}{\eta^\infty} = \frac{\sigma_v(t)}{\tau} \quad (5.5)$$

kde $\tau = \frac{E^\infty}{\eta^\infty}$ je retardační čas.

Odvození funkce poddajnosti je založeno na rovnici $\dot{\sigma}(t) = \dot{\sigma}_e(t) + \dot{\sigma}_v(t)$ a předpokladu konstantního napětí. Pokud do ní dosadíme vztah (5.5), získáme lineární diferenciální rovnici s konstantními koeficienty a nulovou pravou stranou.

$$\frac{\sigma_v(t)}{\tau} + \dot{\sigma}_v(t) = 0 \quad (5.6)$$

Uplatněním počáteční podmínky pro čas vnesení zatížení $t = t'$: $\sigma_v(t') = \hat{\sigma}$ získáme partikulární řešení

$$\sigma_v(t) = \hat{\sigma} e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \quad (5.7)$$

Relativní deformaci $\varepsilon(t)$ získáme integrací vztahu $\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\sigma_v(t)}{\eta(t)} = \frac{\hat{\sigma} e^{-\frac{t-t'}{\tau}}}{E^\infty \tau v(t)}$

$$\varepsilon(t) = \frac{\hat{\sigma}}{E^\infty \tau} \cdot \int_{t'}^t \frac{e^{-\frac{s-t'}{\tau}}}{v(s)} ds \quad (5.8)$$

Funkci poddajnosti pro jeden Kelvinův člunek v tomto případě nejsme schopni vyjádřit přímo. Musíme se smířit s předpisem pro její první časovou derivaci.

$$\dot{J}(t, t') = \frac{1}{E^\infty \tau} \cdot e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \cdot v(t) \quad (5.9)$$

Časová derivace funkce poddajnosti pro solidifikující Kelvinův řetězec vznikne součtem $\dot{J}(t, t')$ všech článků. Ač jsou parametry článků E^∞ a τ^∞ různé, funkce popisující solidifikovaný objem je pro všechny stejná. Časová derivace funkce poddajnosti je dána předpisem:

$$\dot{J}(t, t') = \frac{1}{v(t)} \cdot \sum_{\mu=1}^M \frac{e^{-\frac{t-t'}{\tau_\mu}}}{E_\mu^\infty \tau_\mu} \quad (5.10)$$

Poslední rovnici můžeme ještě upravit zavedením tzv. nestárnoucí funkce poddajnosti $\Phi(t - t')$, jejíž derivací získáme předchozí rovnici vyhodnocenou pro čas $t = \infty$, tedy s plně solidifikovaným materiálem. Funkce Φ je nestárnoucí, proto její hodnota závisí pouze na rozdílu aktuálního času a času, kdy bylo aplikováno zatížení, nikoliv na obou hodnotách.

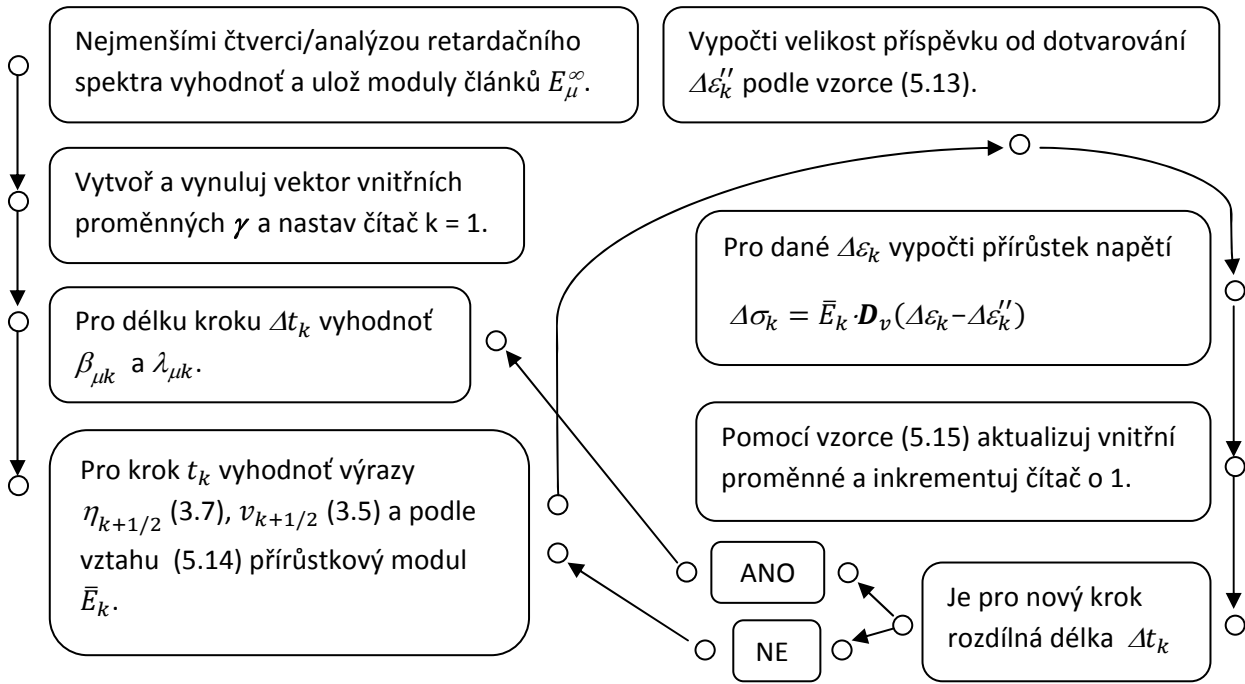
$$\Phi(t - t') = \sum_{\mu=1}^M \frac{1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau_\mu}}}{E_\mu^\infty} \cdot H(t - t') \quad (5.11)$$

Dosažením zpět do (5.10) a integrací podle času t :

$$J(t, t') = \frac{1}{E_0} + \int_{t'}^t \frac{\Phi(s - t')}{v(s)} ds \quad (5.12)$$

Jako integrační konstantu jsme zvolili poddajnost elastické pružiny v čase $t = t'$, kde $E_0(t')$ je tzv. *asymptotický modul* závisící jen na okamžiku aplikace zatížení t' . Z experimentů ale vyplývá, že tato hodnota je na čase nezávislá, a proto jsme ji nahradili konstantou E_0 .

Algoritmus pro solidifikující Kelvinův řetězec doplněný o stárnoucí tlumič:



kde

$$\Delta \varepsilon_k'' = \frac{1}{v_{k+1/2}} \cdot \sum_{\mu=1}^M (1 - \beta_{\mu k}) \gamma_{\mu k} + \frac{\Delta t_k}{\eta_{k+1/2}} \mathbf{C}_v \cdot \sigma_k \quad (5.13)$$

$$\bar{E}_k = \left(\frac{1}{E_0} + \frac{1}{v_{k+1/2}} \cdot \sum_{\mu=1}^M \frac{(1 - \lambda_{\mu k})}{E_{\mu}^{\infty}} + \frac{\Delta t_k}{2 \cdot \eta_{k+1/2}} \right)^{-1} \quad (5.14)$$

$$\gamma_{\mu k+1} = \gamma_{\mu}(t_{k+1}) = \Delta \gamma_{\mu k} + \gamma_{\mu k} = \frac{\lambda_{\mu k}}{E_{\mu}^{\infty}} \mathbf{C}_v \Delta \sigma_k + \beta_{\mu k} \gamma_{\mu k} \quad (5.15)$$

$$\beta_{\mu k} = e^{-\frac{t_{k+1} - t_k}{\tau_{\mu}}} = e^{-\frac{\Delta t_k}{\tau_{\mu}}} \quad \lambda_{\mu k} = (1 - \beta_{\mu k}) \frac{\tau_{\mu}}{\Delta t_k} \quad (5.16)$$

6. IMPLEMENTACE DO PROGRAMU OOFEM

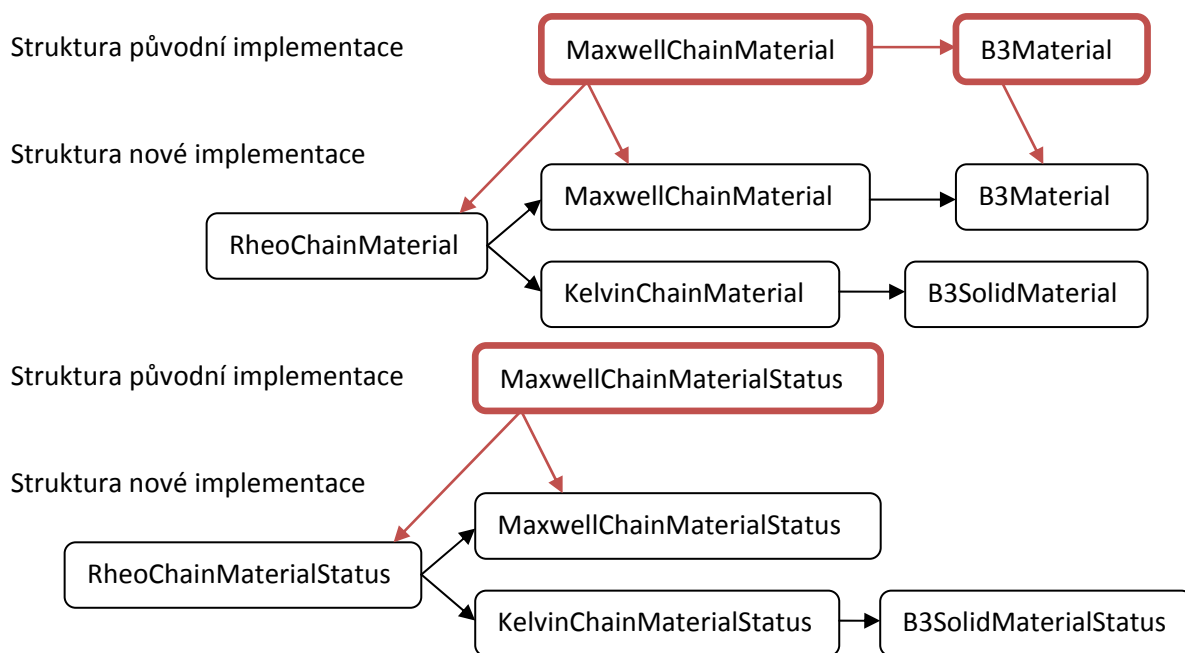
Dílčím úkolem této práce bylo zefektivnit implementaci modelu B3 v programu OOFEM. OOFEM (Object Oriented Finite Element Solver) je open-source program určený pro řešení (převážně) mechanických a transportních úloh a také mechaniky tekutin. Jak název napovídá, jako nástroj k tomu slouží metoda konečných prvků. Program je vyvíjen na Fakultě stavební ČVUT, hlavním autorem je Bořek Patzák. Program je z 90% psán v jazyce C++, k tomuto okamžiku je délka kódu 152.356 řádek. Architektura programu je objektově orientovaná. Díky tomu je program snadno rozšiřitelný o nové materiály, typy analýz, druhy konečných prvků a podobně.

6.1 PŘEDCHOZÍ IMPLEMENTACE MODELU B3

V předchozí implementaci měl model B3 svou vlastní třídu B3Material, která byla veřejnou dědičností odvozena ze třídy MaxwellChainMaterial a ta pak stejnou dědičností ze třídy StructuralMaterial. Tyto

třídy měly na starost úlohy počínaje načtením všech potřebných vstupních parametrů přes výpočet tuhosti po určení aktuálních hodnot vnitřních proměnných. Jádrem třídy `MaxwellChainMaterial` je metoda `giveEModulus`, která slouží k určení přírůstkového modulu pružnosti; tato metoda je založena na exponenciálním algoritmu pro Maxwellův řetězec. Kromě těchto tříd byly ale použity ještě třídy zodpovědné za aktualizaci vnitřních proměnných, napětí a deformací na konci výpočetního kroku. Data zpracovávaná třídou `MaxwellChainMaterial` byla tedy aktualizována třídou `MaxwellChainMaterialStatus`. Tato třída sloužila k nahrazení starých hodnot vnitřních proměnných novými. O úroveň výše se třída `StructuralMaterialStatus` starala o aktualizaci deformací a napětí. Všechny výše zmíněné třídy fungují na úrovni jednoho konkrétního Gaussova integračního bodu.

Tato implementace byla shledána nevyhovující hned z několika důvodů. Jak je zřejmé z názvu rodiče třídy `B3Material`, implementace byla založena na Maxwellově reologickém řetězci. Vzhledem k tomu, že je model B3 představitelem stárnoucího materiálu, je v každém Gaussově bodě a v časovém kroku nutné určovat tuhosti jednotlivých článků Maxwellova řetězce znovu – současná implementace k tomu používala metodu nejmenších čtverců. Tím ale nevýhody nekončí. Nezkrácená verze modelu B3 pracuje s průměrnými hodnotami smrštění a dotvarování spojeného s vysycháním. Pokud tedy budeme pomocí tohoto modelu simulovat dotvarovací zkoušku na 3D tělese, v celém jeho průřezu vznikne rovnoměrné napětí, které v případě rozdílné relativní vlhkosti tělesa a okolního prostředí není v souladu reálným chováním. `B3Material` má sice jednu metodu, která je schopna počítat smrštění v závislosti na bodové vlhkosti, problém dotvarování spojeného s vysycháním se tím neřeší. Další závady byly spíše kosmetické a bylo možno je bez větší práce opravit.



Obrázek 6.1 Přechod z původní struktury tříd na novou.

6.2 NOVÁ IMPLEMENTACE MODELU B3

Při tvorbě nové implementace bylo nutné zachovat implementaci stávající. Vzhledem k tomu, že stávající implementace byla založena na Maxwellově řetězci a jádro nové tvoří Kelvinův řetězec, bylo nejpřirozenější vytvořit jednu nadtřídou, která bude společná pro oba typy řetězců. Tato nová nadtřída se jmenuje `RheoChainMaterial`. Třída `B3Material` zůstala nezměněna. V podobném duchu byly odvozeny i třídy `XyMaterialStatus`.

Je zbytečné zde dopodrobna popisovat všechny metody nově vyvinutých tříd. Chtěl bych se ale zmínit o třech zásadních rozdílech mezi původní a novou implementací.

Určení modulů E_μ Kelvinova řetězce

Jádrem nově vzniklé třídy B3SolidMaterial je solidifikující Kelvinův řetězec, který je implementován pomocí algoritmu popsaného v kapitole 5. Tímto se odstraní nutnost přepočítávat v každém výpočetním kroku tuhosti jednotlivých článků; tuhosti stačí určit jen jednou na počátku výpočtu. Vliv stárnutí je zahrnut přenásobením těchto tuhostí jednoduchou, časově závislou funkcí. Pro určení samotných koeficientů E_μ jsou na výběr dvě metody: metoda nejmenších čtverců, a metody analýzy retardačního spektra. Navíc obě metody jsou nastaveny tak, že aproximují nestárnoucí funkci poddajnosti jen na uživatelem specifikovaném intervalu, nejsou tedy zařazeny nadbytečné jednotky jako ve stávající implementaci. Dalším vylepšením je možnost aproximovat i krátké odezvy konstrukce, kratší než 0.1 dne, což třída B3Material neumožňovala.

Dotvarování spojené s vysycháním

Nově vzniklá implementace umožňuje oproti stávající vypočítat bodové rozložení smrštění a dotvarování spojeného s vysycháním. Bohužel drying creep v současné implementaci ovlivňuje pouze vlhkost a její časová derivace; vliv teploty bude předmětem další práce. Pro výpočet viskozity a mikropředpětí jsou použity vzorce z kapitoly 4: (4.1), (4.4) a (4.7). Získání lokálních hodnot a nikoliv hodnot průměrných je ale vykoupeno vyšším výpočetním časem vzniklým nutností řešit dvě sdružené úlohy (vedení vlhkosti a mechanická úloha).

Smršťování

Pro výpočet smršťování máme nyní 4 možnosti: výpočet bez smršťování, výpočet s průměrnými hodnotami smršťování, výpočet s lokálními hodnotami smrštění (z předchozí implementace) a nový výpočet lokálního smrštění založený na teorii mikropředpětí. Poslední zmíněný je popsán vztahem (4.9). Tato implementace má jednu velkou výhodu – pro určení hodnoty parametru k_{sh} jsme schopni odvodit vztah získaný z plné verze modelu B3.

$$k_{sh} = \frac{(1 - h^3)\alpha_1\alpha_2(0.019 \cdot w^{2.1} \bar{f}_c^{-0.28} + 270)}{\Delta h} \frac{E(607)}{E(t_0 + \tau_{sh})} \quad (6.1)$$

kde h představuje konečnou hodnotu vlhkosti v tělese (tedy hodnotu vlhkosti prostředí) a Δh je rozdíl počáteční a konečné vlhkosti. Pro zbylé parametry platí vztahy uvedené v [3].

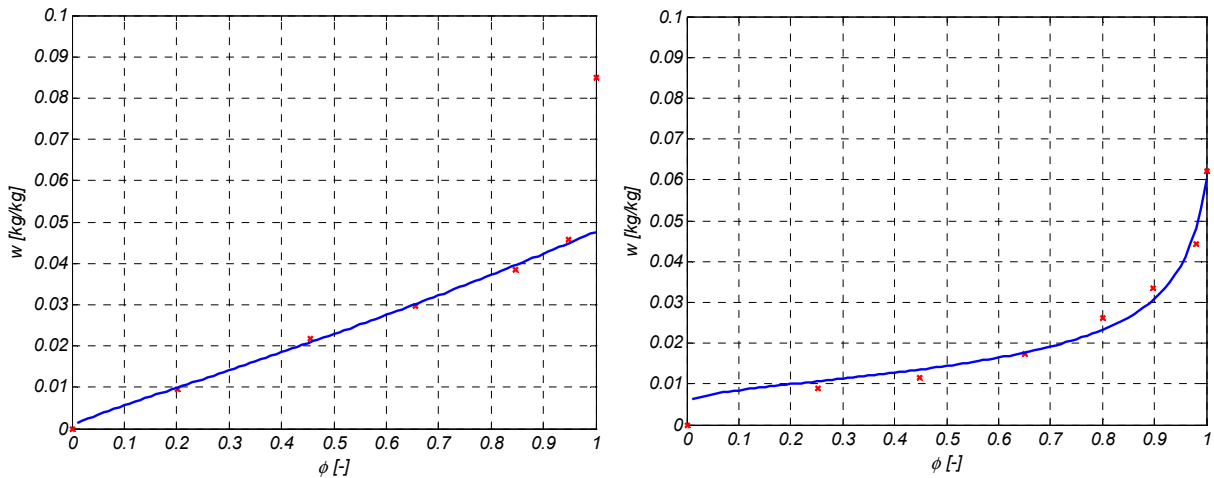
6.3 POPIS DESORPČNÍ IZOTERMY

Desorpční izoterma slouží k převodu mezi relativní vlhkostí (definovanou jako podíl tlaku vodní páry v pórech a tlaku při nasycení) a hmotnostní vlhkostí. Desorpční izoterma se používá v případě, že dochází k vysychání materiálu, v opačném případě jde o sorpční izoterma. Ve třídě sloužící pro výpočet vlhkosti a teploty (třída HeMoTK) je dán předpis sorpční izotermy ve tvaru:

$$w = w_h \left(1 - \frac{\ln(h)}{a}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (6.2)$$

kde parametry w_h , a a n jsou získané fitováním experimentálních dat. h označuje relativní vlhkost a w je poměr hmotnosti odpařitelné vody k hmotnosti vysušeného betonu. Hodnoty uvedených

parametrů jsem získal metodou nejmenších čtverců. Experimentální data poskytl Ing. Tomáš Krejčí, PhD.. V případě optimalizace parametrů pro desorpční izotermu jsem nezahrnul do minimalizace celkové chyby hodnotu experimentálního měření pro $h=1$ (optimalizací by vyšla křivka téměř vůbec nerespektující průběh spojnice bodů experimentálního měření).



Obrázek 6.2 Vlevo: Průběh desorpční izotermy. Červené body – experimentální měření, modrá křivka – fit metodou nejmenších čtverců; poslední bod nebyl zahrnut pro optimalizaci. Získaná sada parametrů: $w_h=4.76154e-2$; $n=0.18167$; $a=4.86709$. Vpravo: Průběh sorpční izotermy. Parametry: $w_h=6.02598e-2$; $a=3.1109e-2$; $n=2.20136$.

Při běžných výpočtech se prý většinou používá jen jedna izoterma - sorpční (nerozlišuje se nasákání a vysychání. Vzhledem k tomu že v našich výpočtech vždy půjde o simulování vysychání, použijeme data získaná z fitu desorpční izotermy.

7. SROVNÁVACÍ VÝPOČTY

V této kapitole budou porovnány výsledky výpočtů získaných plnou verzí modelu B3 s výpočty pomocí nové implementace microprestress solidification theory v programu OOFEM (dále jen MPS). Cílem je posoudit vliv velikosti vzorku, jeho tvaru a okolní relativní vlhkosti na funkci poddajnosti a rovněž na průběh smršťování. Všechny výpočty budou vztaženy k referenčnímu modelu, který je představován nekonečnou deskou, jejíž tloušťka je taková, aby pro model B3 $\varepsilon_{sh}^{\infty} = \varepsilon_s^{\infty}$, tj. $\tau_{sh} = 600$ dní. Okolní relativní vlhkost je 50 %. V úlohách bude změněn vždy jen jeden parametr (velikost, vlhkost, tvar), nebudou uvažovány jejich kombinace.

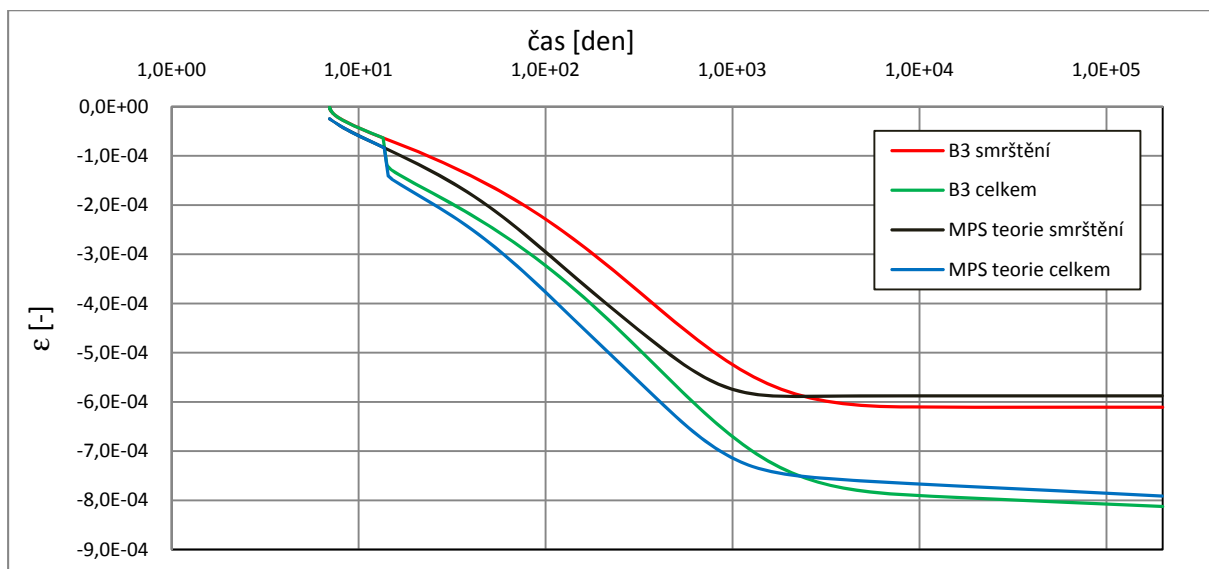
- 1) Velikost prvku bude taková, aby poločas vysychání τ_{sh} byl roven 1/10, 1/5, 1/2, 2, 5 a 10 násobku referenční hodnoty (600 dní).
- 2) Relativní vlhkost okolí: 30 %, 40 %, 60 %, 70 %, 80 %, 90 %.
- 3) Geometrické tvary těles: nekonečná deska (tvarový součinitel $k_s = 1.0$), nekonečný čtvercový hranol ($k_s = 1.25$) a nekonečný válec ($k_s = 1.15$).

7.1 SIMULACE V PROGRAMU OOFEM

Pro vytvoření sítí konečných prvků jsem použil vlastní „mesher“, který byl vytvořen v programu Matlab. Výše uvedená geometrická tělesa mají tu výhodu, že je lze v případě vhodně stanovených okrajových podmínek přesně popsat jen jednou vrstvou konečných prvků - našem případě půjde o šestistěny (bricky) s lineární aproximací.

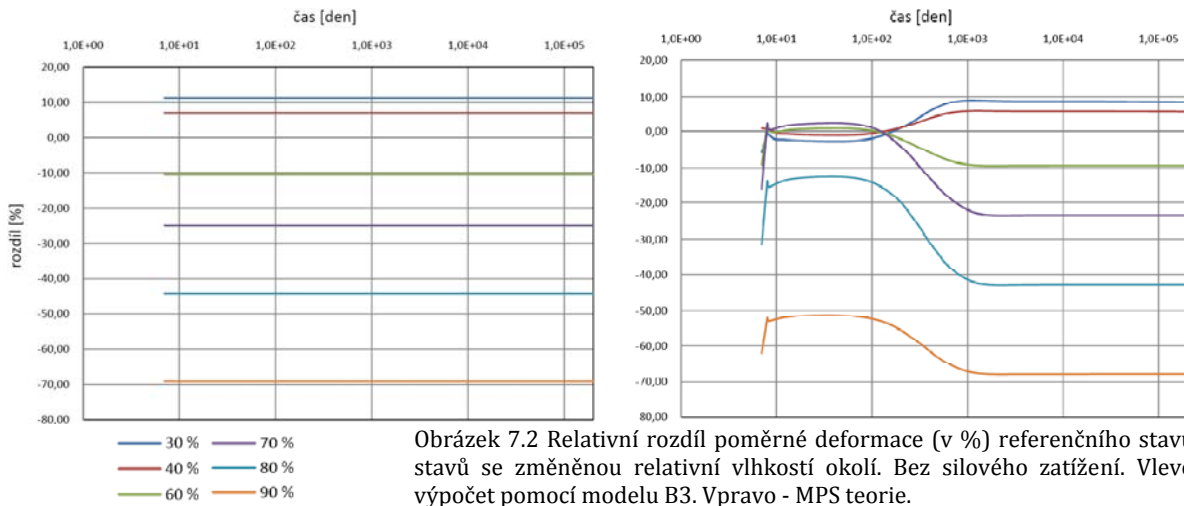
Řešení proběhne formou tzv. sdružené úlohy (v programu OOFEM *staggered analysis*). V tomto případě bude úloha vedení vlhkosti a tepla vždy předcházet mechanickému problému. Mechanická úloha nemá na výpočet vlhkosti žádný vliv. Pro srovnávací výpočty jsem se snažil použít beton typických vlastností. Jeho složení je následující: $c = 400 \text{ kg/m}^3$, $w/c = 0.4$, $a/c = 4.5$, $f_c = 30 \text{ MPa}$. Charakteristické časy: $t_0 = 7 \text{ dní}$, $t' = 14 \text{ dní}$. Velikost zatížení je 1 MPa v tlaku. Parametr $\alpha_1 = 1.0$ (cement typu I), $\alpha_2 = 1.2$ (ochrana proti vysychání).

Nejdříve bylo potřeba nakalibrovat parametry c_0 a c_1 referenční úlohy tak, aby se časový průběh relativní deformace způsobené smršťováním a dotvarováním a průběh daný modelem B3 co nejméně lišil. Optimalizace probíhala na dvojici úloh; v první byla veškerá deformace způsobená jen smršťováním, ve druhé se ke smršťování přidalo ve stáří betonu 14 dní i silové zatížení. Nejlepší shody jsem dosáhl pro $c_0 = 1.0 \text{ MPa}^{-1}\text{den}^{-1}$ a $c_1 = 0.2 \text{ MPa}$, viz obrázek 7.1. Při této kombinaci koeficientů je rozdíl ve finálních hodnotách smršťování a celkové deformace přibližně stejný. Časový průběh deformace je podobný, při výpočtu pomocí MPS dojde k dřívějšímu vysušení vzorku a tím i k rychlejšímu průběhu smršťování.

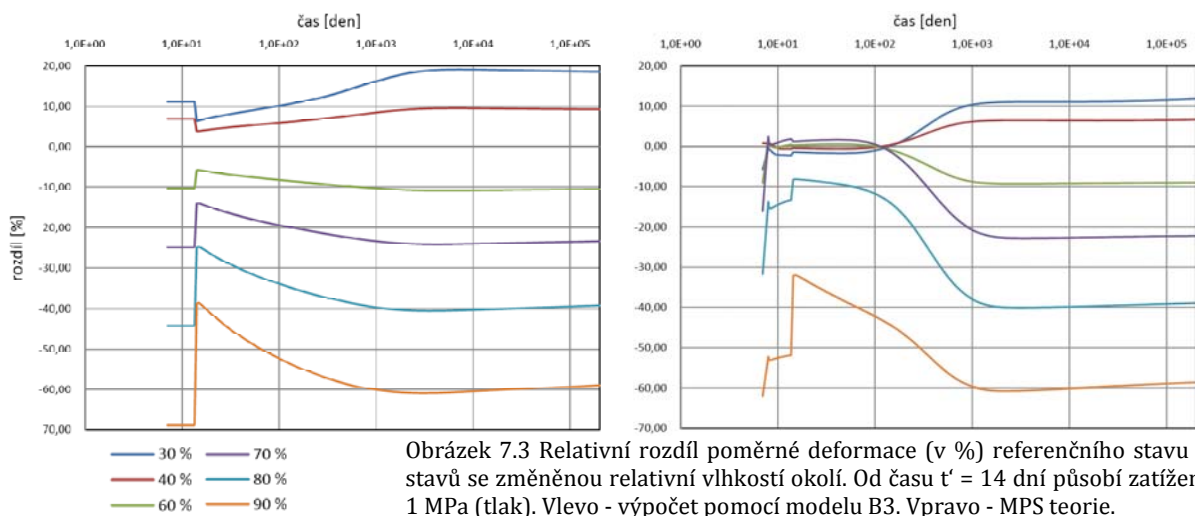


Obrázek 7.1 Referenční výpočet. Stěna $d = 0.138 \text{ m}$, relativní vlhkost okolí 50 %.

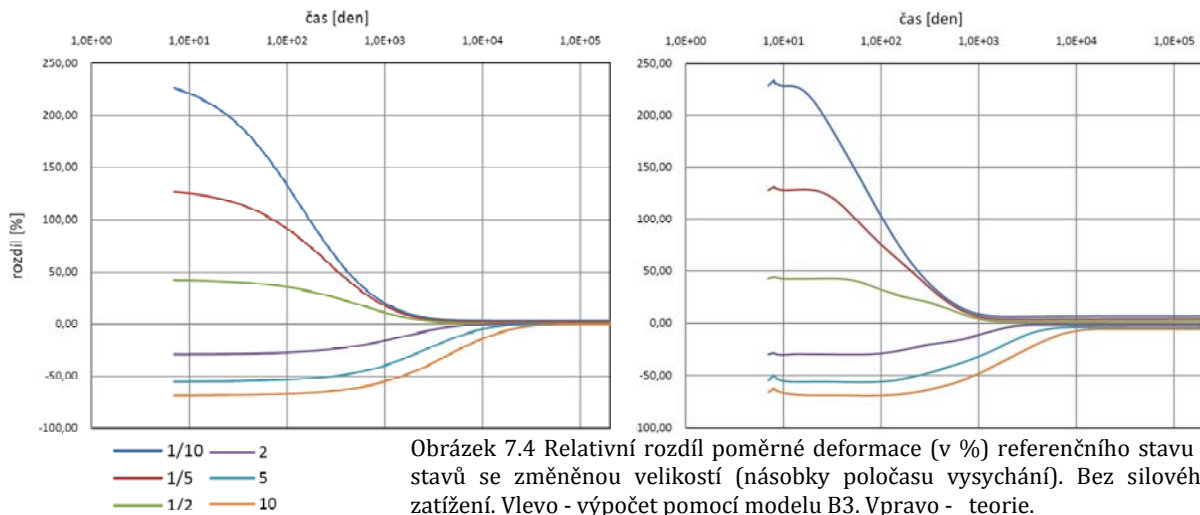
Na následujících grafech jsou uvedeny relativní rozdíly mezi výsledky výpočtů sledujících vliv velikosti průřezu (relativní vlhkosti, popř. tvaru průřezu) a výsledků referenčního stavu. Upozornění – hodnoty z modifikovaných úloh vypočtených pomocí MPS teorie jsou vztaženy k referenčnímu stavu MPS; obdobně pro B3.



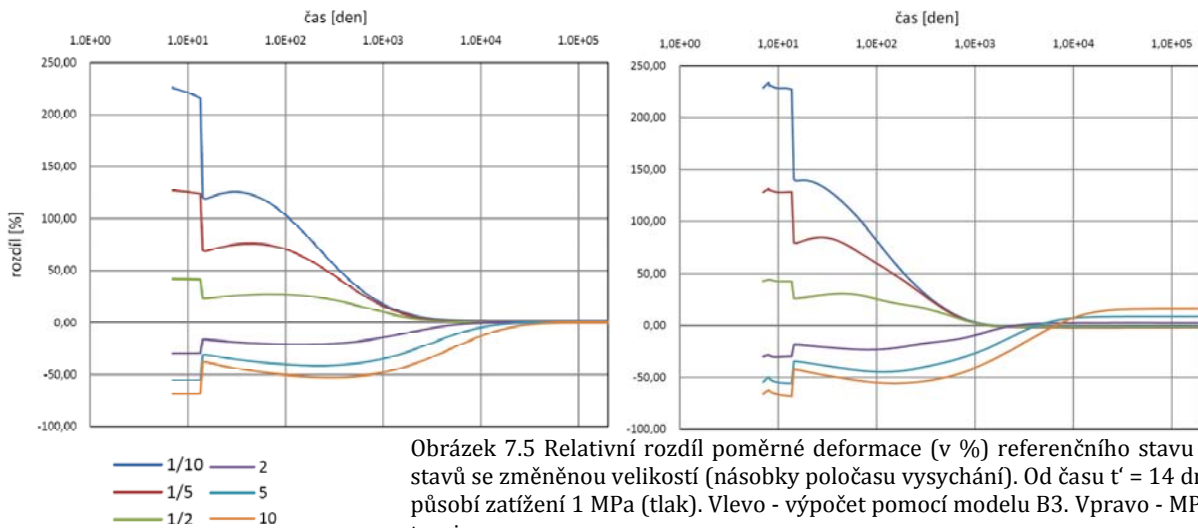
Obrázek 7.2 Relativní rozdíl poměrné deformace (v %) referenčního stavu a stavů se změněnou relativní vlhkostí okolí. Bez silového zatížení. Vlevo - výpočet pomocí modelu B3. Vpravo - MPS teorie.



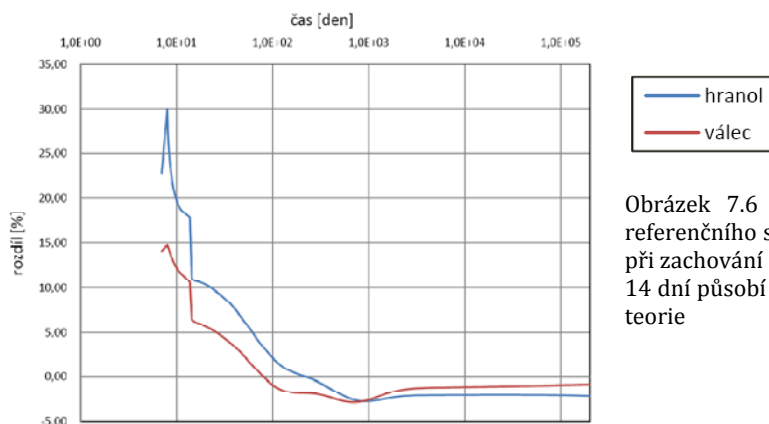
Obrázek 7.3 Relativní rozdíl poměrné deformace (v %) referenčního stavu a stavů se změněnou relativní vlhkostí okolí. Od času $t' = 14$ dní působí zatížení 1 MPa (tlak). Vlevo - výpočet pomocí modelu B3. Vpravo - MPS teorie.



Obrázek 7.4 Relativní rozdíl poměrné deformace (v %) referenčního stavu a stavů se změněnou velikostí (násobky poločasu vysychání). Bez silového zatížení. Vlevo - výpočet pomocí modelu B3. Vpravo - teorie.



Obrázek 7.5 Relativní rozdíl poměrné deformace (v %) referenčního stavu a stavů se změnou velikosti (násobky poločasu vysychání). Od času $t' = 14$ dní působí zatížení 1 MPa (tlak). Vlevo - výpočet pomocí modelu B3. Vpravo - MPS teorie.



Obrázek 7.6 Relativní rozdíl poměrné deformace (v %) referenčního stavu a stavů se změněným tvarem průřezu při zachování stejného poločasu vysychání. Od času $t' = 14$ dní působí zatížení 1 MPa (tlak). Výpočet pomocí MPS teorie

7.2 VYHODNOCENÍ

Vliv relativní vlhkosti prostředí

Jak je vidět z obrázku 7.2, je pro model B3 v případě samotného smrštění relativní rozdíl hodnot deformace pro různé relativní vlhkosti okolního prostředí konstantní. Pro časy delší než 1000 dní jsou hodnoty (jejich relativní rozdíl) získané pomocí MPS teorie podobné jako při výpočtu užitím modelu B3. Pro kratší časy se ale průběh jednotlivých simulací velmi liší. V časovém intervalu od 10 do 100 dní dochází k velmi zajímavému jevu, který je v rozporu s očekáváním – pro menší relativní vlhkost prostředí, než je referenční stav, vychází menší velikost smrštění (např. křivka 30 % nebo 40 %). Pro hodnoty relativní vlhkosti 60 % a 70 % dochází k opačnému jevu. Případy, u kterých bylo aplikováno zatížení, jsou uvedeny na obrázku 8.3. V intervalu od 10 do 100 dní dochází ke stejnému jevu jako v předchozím případě. Relativní rozdíl finálních hodnot deformace je pro vyšší hodnoty relativní vlhkosti (60 % - 90 %) podobný jako pro model B3. Pro relativní vlhkost 30 % a 40 % je tento rozdíl menší (přibližně o třetinu)

Vliv velikosti prvku

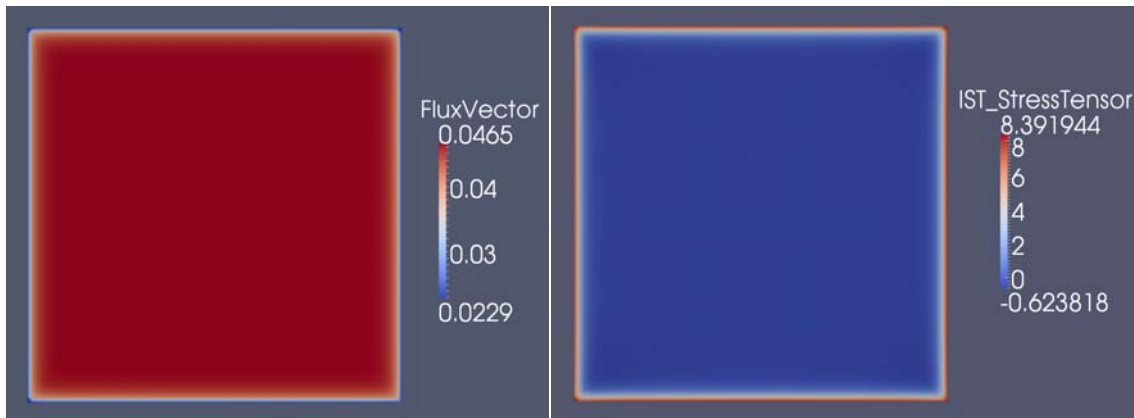
Model B3 stanovuje závislost mezi velikostí prvku (jeho poločasem vysychání τ_{sh}) a konečnou hodnotou smrštění – větší prvek smršťuje více. U modelu B3 je ale výsledný rozdíl menší než v případě MPS teorie (viz obrázek 7.4). V případě silového zatížení (obrázek 7.5) a modelu B3 je konečná hodnota deformace pro všechny velikosti prvku podobná. Z důvodu větší absolutní hodnoty deformace je relativní rozdíl menší. Pro čas menší než 1000 dní jsou výsledky z MPS velmi podobné

jako u modelu B3. Pro delší časy a se ale průběhy liší – u větších prvků dochází k většímu dotvarování (cca 20 % pro prvek s $\tau_{sh} = 6000$ dní).

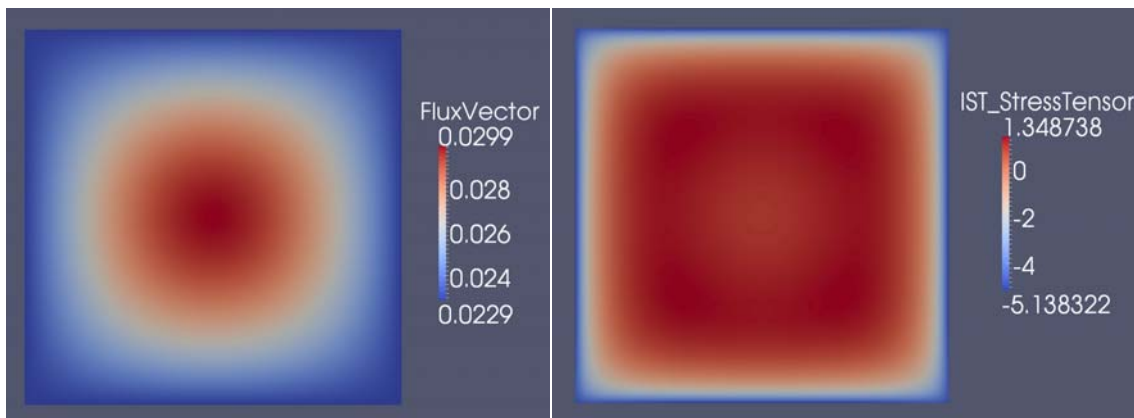
Vliv tvaru průřezu

Výsledky z výpočtů modelem B3 zde nejsou uvedeny. Z důvodu stejného poločasu vysychání je průběh deformace na tvaru prvku nezávislý. Při výpočtu podle MPS teorie ale vyšly významné rozdíly, viz obrázek 7.6

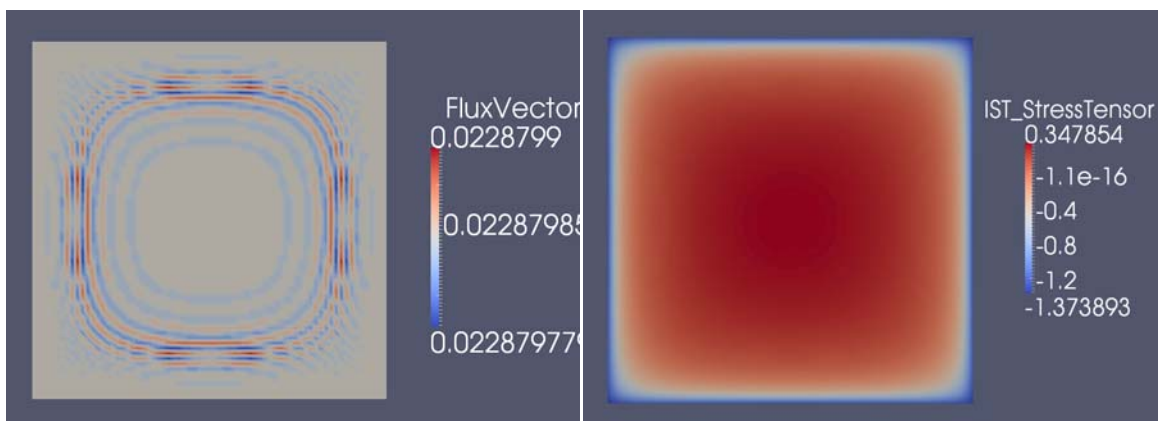
Grafické výstupy z programu ParaView



Obrázek 7.7 Rozložení vlhkosti (hmot. vyjádření) a normálového napětí po průřezu v 1. výp. kroku ($t = t_0 = 7$ dní).



Obrázek 7.8 Rozložení vlhkosti (hmot. vyjádření) a nor. napětí po průřezu v 68. výp. kroku ($t = t_0 + \tau_{sh} = 7 + 600$ dní).



Obrázek 7.9 Rozložení vlhkosti (hmot. vyjádření) a nor. napětí po průřezu v posledním výp. kroku ($t = 200\ 000$ dní).

8. ZÁVĚR

Tuto práci lze rozdělit do tří hlavních částí. První část má spíše informativní charakter. Byl zde definován proces dotvarování a smršťování, prezentovány byly jejich příčiny a faktory ovlivňující jejich velikost a průběh. Druhá část – počínaje kapitolou 3 – představuje základnu, ve které jsou shromážděny a rozebrány teorie a algoritmy, které byly následně implementovány do programu OOFEM. Třetí část – kapitoly 6 a 7 – představuje jádro práce. V kapitole 6 je zmíněna struktura, stávající a nové implementace modelu B3 a jejich výhody a nevýhody. V sedmé kapitole byly porovnány výsledky výpočtů novou implementací a modelem B3.

Jedním z hlavních přínosů této práce je zcela nová implementace modelu B3 v programu OOFEM. Jejím jádrem je solidifikující Kelvinův řetězec. Použitím nové implementace je možné několikanásobně zrychlit výpočty základního dotvarování betonu. Kromě základního dotvarování lze tento algoritmus použít i pro přibližný výpočet dotvarování prvků velké mocnosti, u kterých je délka životnosti mnohem menší než poločas vysychání, a to i tehdy, pokud jsou vystaveny prostředí s rozdílnou relativní vlhkostí. Stávající implementace je překonána i v dalších ohledech; například je umožněn výběr metody pro určení tuhostí Kelvinova řetězce – k metodě nejmenších čtverců byla přidána metoda využívající analýzu retardačního spektra funkce poddajnosti. Počet článků Kelvinova řetězce již není fixní, je určen v závislosti na délce uživatelem specifikovaného časového intervalu. Tím je dosaženo dalších úspor výpočetního času.

Implementován byl i model pro bodový popis smršťování a dotvarování betonu. Tento model využívá zjednodušenou formulaci Microprestress-Solidification Theory. Zjednodušení spočívá v předpokladu konstantní teploty; velikost mikropředpětí tak zcela závisí jen vývoji vlhkosti. Kvalitativní správnost nové implementace byla dokázána srovnávacími výpočty.

Předmětem dalšího zkoumání by mohlo být rozšíření implementace Microprestress-Solidification Theory o vliv teploty. Pokud by materiálový model umožňoval vznik trhlin, bylo by jistě velmi zajímavé sledovat důsledky zpětného propojení mechanické úlohy a úlohy vedení tepla a vlhkosti.

9. LITERATURA

1. **Bažant, Z. P. a Jirásek, M.** *Creep and Hygrothermal Effects in Concrete Structures*. Springer, 2010.
2. **Patzák, B.** OOFEM project home page. <http://www.oofem.org>. 2000.
3. **Bažant, Z. P. a Baweja, S.** Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3. *Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage - Structural Design Effects*. 2000.
4. **Bažant, Z. P., Hauggaard, A. B. a Baweja, S.** Microprestress-Solidification Theory for Concrete Creep. II: Algorithm and Verification. *Journal of Engineering Mechanics*. 1997, November.
5. **Bažant, Z. P., a další.** Microprestress-Solidification Theory for Concrete Creep. I: Aging and Drying Effects. *Journal of Engineering Mechanics*. 1997, November.
6. **Bažant, Z. P., Hauggard, A. B. a Baweja, S.** Microprestress solidification theory for aging and drying creep in concrete. *Advances in Building and Materials Science*. 1996.
7. **Bažant, Z. P. a Prasannan, S.** Solidification Theory for concrete Creep. I: Formulation. *Journal of Engineering Mechanics*. 1989, August.