Předkládaná práce **Popis morfologie heterogenních materiálů pomocí analýzy náhodných polí odvozených z obrazové analýzy** se zabývá modelováním binárního náhodného pole. Binární náhodné pole slouží k popisu obrázku řezu materiálu, kde se vyskytují pouze dvě barvy - obykle černá a bílá, přičemž jedna barva odpovídá jednomu typu materiálu a druhá barva druhému typu. Ve většině případů se předpokládá, že je obrázek obdélníkový, a tedy je reprezentován maticí pixlů. Vzhledem k tomu, že částice materiálů jsou větší než je velikost pixlu, vytvářejí pixly jedné barvy jakési shluky, viz Obrázek 2.19. Odtud plyne, že není možné modelovat takové obrázky pomocí matice nezávislých stejně rozdělených náhodných veličin nabývajících pouze dvou hodnot - 0 (černá) a 1 (bílá). Jinými slovy mezi dvěma veličinami X_i a X_j, například indikátory bílé barvy, existuje závislost, kterou je možné vyjádřit pomocí korelace mezi dvěma indikátory odpovídajícími dvojici pixlů:

$$corr(X_i, X_j) = P(X_i = 1 \cap X_j = 1).$$

Bohužel, na rozdíl od gaussovských náhodných polí, není rozdělení náhodného pole určeno pouze chováním dvojrozměrných rozdělení (X_i, X_j), ale je třeba znát rozdělení indikátorů všech pixlů obrázku:

$$P(X_1 = i_1, \ldots, X_n = i_n), \quad \text{kde} \quad i_1 = 0 \,\text{nebo}\, 1, \ldots, i_n = 0 \,\text{nebo}\, 1.$$

Odtud vyplývá, že pro většinu větších obrázků je velmi obtížné najít pravděpodobnostní model, který by dobře modeloval všechny sdružené pravděpodobnosti. Při hledání binárního náhodného pole vhodného k modelování se tedy často požaduje, aby si odpovídaly alespoň některé důležité charakteristiky. Často se za ně považují jednorozměrné a dvourozměrné pravděpodobnosti, tj. $P(X_i = 1)$ a $P(X_i = 1 \cap X_j = 1)$, kde $\{X_i\}$ jsou indikátory (bílé) barvy pixlu. Navíc se pro izotropní náhodné pole předpokládá, že $corr(X_i, X_j) = P(X_1 = 1 \cap X_j = 1)$ závisí pouze na vzdálenosti uvažovaných pixlů. Pro modelování $corr(X_i, X_j)$ se často používají parametrické modely korelačních funkcí známé z prostorové statistiky. Tyto modely obsahují parametr, kterému se říká korelační délka a který zásadním způsobem ovlivňuje, jak vzdálené pixly jsou závislé, což definuje velikost shluků jedné barvy.

Cílem předkládané práce je shrnutí základních poznatků týkajících se binárních náhodných polí a jejich pravděpodobnostních charakteristik, které by mohly sloužit k nalezení vhodného pravděpodobnostního modelu pro chování materiálu, reprezentovaného obrázkem řezu (obrázky řezu). Práce se především zabývá různými parametrickými modely korelační funkce a vlivem parametru korelační délky na korelační funkci. V závěru se autor snaží použít i teorii Karhuen-Loevovu rozkladu ke zjednodušenému popisu binárních polí, tak jak se tato teorie používá pro gaussovká náhodná pole.

Při celkovém hodnocení práce je třeba vzít v úvahu, že autor je studentem bakalářského studia. Po přečtení musí být každému zřejmé, že se musel seznámit s neobvykle velkým množstvím poznatků z pravděpodobnosti a statistiky. Kromě toho musel sám vytvořit i řadu matlabovských skriptů, kterých ve své práci využívá. To je velmi obdivuhodné, a proto bych mu odpustila řadu matematicky nejasných či nepřesných formulací, které mně coby matematikovi trochu vadí.

V Praze 28.4.2021

Prof. RNDr. Daniela Jarušková, CSc.