

Sbírka bude doplňována. Příští doplněk budou příklady na vnitřní síly v diskretních průřezech. Připomínky, opravy, návrhy další příkly jsou vítány na [rer@cml.fsv.cvut.cz](mailto:rer@cml.fsv.cvut.cz). Ambicí sbírky je hlavně jednotně definovat obsah předmětu a znalosti, které má mít student, který předmět absolvoval. Dále může pomoci při přípravě písemek. Příklady jsou od různých autorů převzaty v podstatě bez úprav.

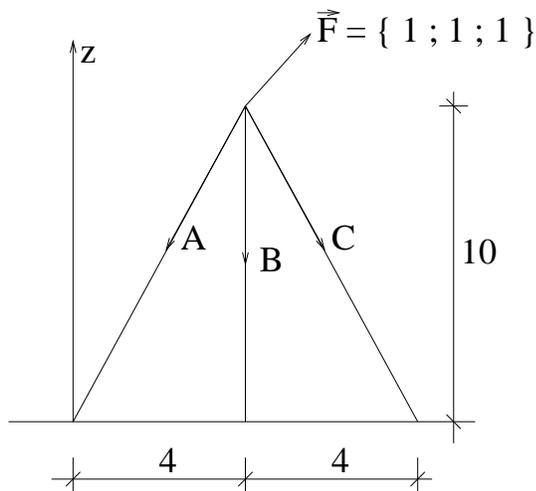
## Contents

<b>1</b>	<b>ROVNOVÁHA BODU</b>	<b>3</b>
1.1	Sestavte rovnice rovnice rovnováhy bodu (neznámé A,B,C).	3
1.2	Určete A pro konstrukci z příkladu 1.1	3
1.3	Rozložte sílu $\vec{F} = \{4; -1; 3, 5\}^T$ do dvou sil: $\vec{N} \perp \varrho, \vec{T} \in \varrho$	4
<b>2</b>	<b>ROVNOVÁHA DESKY V ROVINĚ</b>	<b>5</b>
2.1	Určete výslednici dané soustavy.	5
2.2	Vypočtete reakce tuhé desky.	6
2.3	Určete reakce na dané desce.	7
2.4	Stanovte reakce zadané tuhé desky.	8
2.5	K soustavě sil $\vec{F}_i$ stanovte ekvivalentní soustavu sil $\vec{P}_i$ (síly jsou zadány polohou a předpokládanou orientací).	9
2.6	Určete výslednici početně i graficky.	9
2.7	Účinek síly $\vec{F}$ a dvojice sil $\vec{Q}$ nahraďte třemi silami, které působí v paprscích a, b, c zadaných na obrázku. Početně i graficky.	10
<b>3</b>	<b>ROVNOVÁHA TĚLESA</b>	<b>11</b>
3.1	Najděte reakce tak, aby těleso bylo v rovnováze	11
3.2	Redukujte soustavu sil k počátku (0) a k bodu C rovnice osy soustavy	11
3.2.1	Obměna: Redukujte soustavu sil k počátku (0) a určete moment k ose o	12
3.3	Nahraďte soustavu sil silou a momentem v bodě 0	13
3.4	Proveďte redukci dané soustavy sil k počátku souřadného systému.	14
3.5	Síly $F_1, F_2$ uveďte do rovnováhy šesti silami, jejichž směry jsou dány (nebo též určete reakce tuhé těleso).	15
3.6	Posuďte statickou a tvarovou určitost podepření daného tělesa, sestavte rovnice pro určení reakcí, naznačte předpokládanou orientaci.	16
3.7	Určete moment kolem přímky OE	16
3.8	Určete reakce v podepření tuhé těleso	17
3.9	Posuďte statickou určitost podepření tuhé těleso. Pokud lze jednoznačně (na základě statických podmínek rovnováhy) stanovit nezávislé složky reakcí v označených vazbách, spočtete je. Pokud ne, zdůvodněte proč.	18
3.10	Proveďte redukci zadané silové soustavy k počátku souřadného systému.	19
3.11	Určete výsledný účinek soustavy sil $\{\vec{F}_i\}$ ( $i = 1, 2, 3$ ) o velikostech $F_i = 5 \text{ kN}$ a působících v hranách kvádrů podle obrázku.	19
3.12	Sestavte rovnice pro určení reakcí tělesa. Posuďte, zda je podepřeno stabilně	20

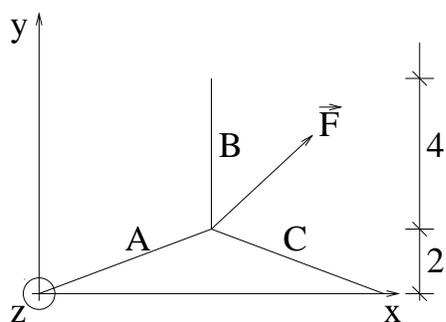
<b>4</b>	<b>REAKCE V SLOŽENÝCH SOUSTAVÁCH</b>	<b>21</b>
4.1	Vypočtete reakce složené soustavy . . . . .	21
4.2	Stanovte všechny vnější i vnitřní reakce zadané složené soustavy . . . . .	22
4.3	Užitím kinematické metody určete reakci v podpoře . . . . .	24
4.4	Vypočtete reakce složené soustavy . . . . .	25
4.5	Vypočtete reakce složené soustavy . . . . .	27
4.6	Určete reakce dané složené soustavy . . . . .	27
4.7	Určete všechny reakce z podmínek rovnováhy, $C_x$ , $D_{IIy}$ kinematickou metodou	29
4.8	Vypočtete reakce dané složené soustavy, zatížené vnějšími silami $F_1 = 20 \text{ kN}$ , $F_2 = 10 \text{ kN}$ ( $\alpha = 40^\circ$ ), $F_3 = 5 \text{ kN}$ a momentem $M' = 10 \text{ kNm}$ . . . . .	30
4.9	Početně stanovte reakce dané složené soustavy. $F_1 = 20 \text{ kN}$ , $F_2 = 30 \text{ kN}$ a momentem $M' = 20 \text{ kNm}$ . . . . .	31
4.10	Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr. $F_1 = 9 \text{ kN}$ , $F_2 = 12 \text{ kN}$ , $F_3 = 10 \text{ kN}$ , $F_4 = 6 \text{ kN}$ . . . . .	33
4.11	Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr. $F_1 = 10 \text{ kN}$ , $F_2 = 12 \text{ kN}$ , $F_3 = 6 \text{ kN}$ , $F_4 = 8 \text{ kN}$ . . . . .	33
4.12	Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr. $F_1 = 12 \text{ kN}$ , $F_2 = 10 \text{ kN}$ , $F_3 = 6 \text{ kN}$ , $F_4 = 8 \text{ kN}$ . . . . .	33
4.13	Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr. $F_1 = 8 \text{ kN}$ , $F_2 = 10 \text{ kN}$ , $F_3 = 12 \text{ kN}$ , $F_4 = 6 \text{ kN}$ . . . . .	33
4.14	Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr. $F_1 = 10 \text{ kN}$ , $F_2 = 12 \text{ kN}$ , $F_3 = 6 \text{ kN}$ , $F_4 = 8 \text{ kN}$ . . . . .	33
4.15	a) Sestavte rovnice pro určení reakcí. b) Určete reakci $A_z$ využitím principu virtuálních prací. . . . .	33
4.16	Z desek I, II, III a bodů A, B vytvořte konstrukci staticky určitou. Vnější vazby smějí odebírat nejvýše 5 stupňů volnosti . . . . .	34

# 1 ROVNOVÁHA BODU

1.1 Sestavte rovnice rovnice rovnováhy bodu (neznámé A,B,C).



$$\begin{aligned} \vec{A} &= A\{-4; -2; -10\}^T \frac{1}{\sqrt{120}} \\ \vec{B} &= B\{0; 4; -10\} \frac{1}{\sqrt{116}} \\ &= B\{0; 4; -10\} \sqrt{\frac{120}{116}} \frac{1}{\sqrt{120}} \\ &\doteq B\{0; 4; -10\} \frac{1}{\sqrt{120}} \\ \vec{C} &= C\{4; -2; -10\} \frac{1}{\sqrt{120}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -4A & & +4C &= 10.95 \\ -2A & +4.04B & -2C &= 10.95 \\ -10A & +10.1B & -10C &= 10.95 \end{aligned}$$

1.2 Určete A pro konstrukci z příkladu 1.1

Rovina BC, normálový vektor:  $\vec{n} = \vec{B} \times \vec{C} = \{-60; -40; -16\}$ .

$$\begin{array}{r} 0 \quad 4 \quad -10 \\ 4 \quad -2 \quad -10 \\ \hline -60 \quad -40 \quad -16 \end{array}$$

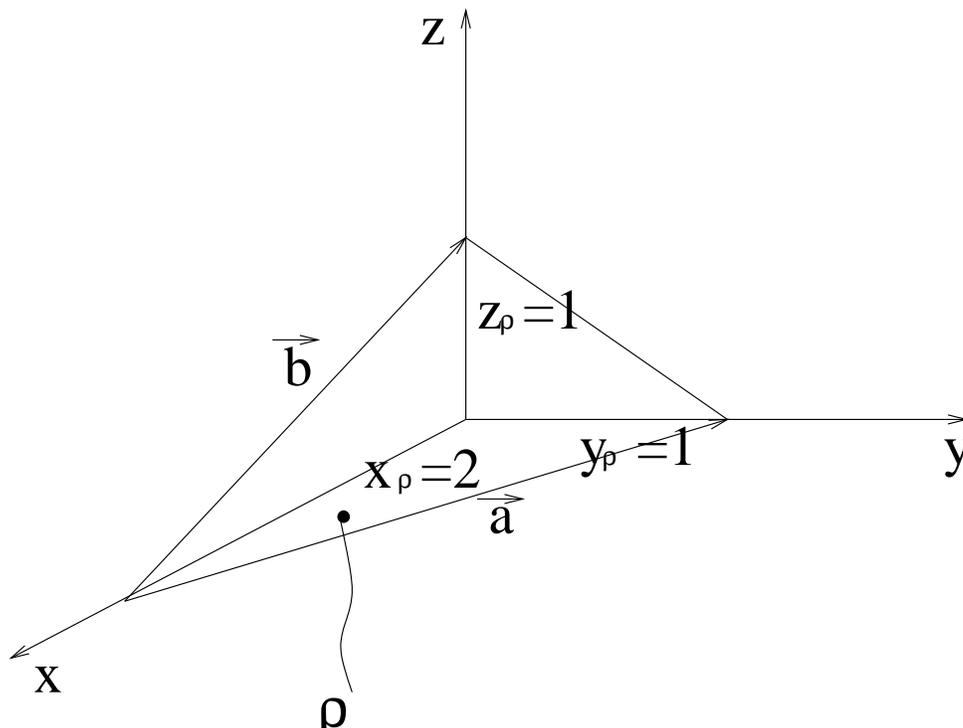
Rovnováha ve směru  $\vec{n}$ :

$$\vec{A} \cdot \vec{n} + \vec{F} \times \vec{n} = 0$$

$$A\{-4; -2; -10\} \begin{Bmatrix} -60 \\ -40 \\ -16 \end{Bmatrix} + \{1; 1; 1\} \begin{Bmatrix} -60 \\ -40 \\ -16 \end{Bmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} A(240 + 80 + 160) + (-60 - 40 - 16) &= 0 \\ A &= 0.24 \end{aligned}$$

1.3 Rozložte sílu  $\vec{F} = \{4; -1; 3, 5\}^T$  do dvou sil:  $\vec{N} \perp \varrho, \vec{T} \in \varrho$



$$\text{vektor } \vec{n} \perp \varrho: \quad \vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} \quad \begin{aligned} \vec{a} &= \{-2; 1; 0\}^T \\ \vec{b} &= \{-2; 0; 1\}^T \end{aligned}$$

$$\vec{n} = \{1; 2; 2\} \quad n = 3$$

$$N = \frac{\vec{n}}{n} \cdot \vec{F} = \frac{1}{3} \{1; 2; 2\} \cdot \begin{Bmatrix} 4 \\ -1 \\ 3, 5 \end{Bmatrix} = 3$$

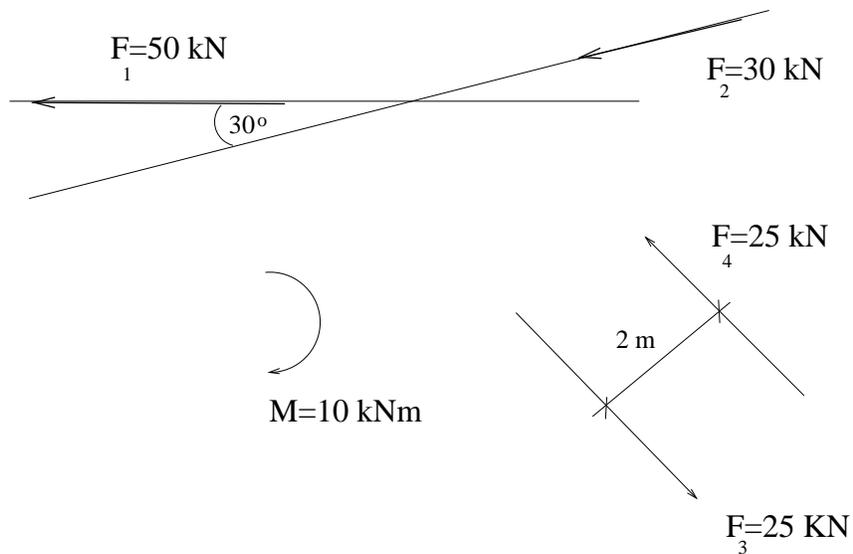
$$\vec{N} = N \cdot \frac{\vec{n}}{n} = 3 \cdot \frac{\vec{n}}{3} = \vec{n} = \{1; 2; 2\}^T$$

$$\vec{F} = \vec{T} + \vec{N}$$

$$\vec{T} = \vec{F} - \vec{N} = \{3; -3; 1, 5\}^T$$

## 2 ROVNOVÁHA DESKY V ROVINĚ

2.1 Určete výslednici dané soustavy.

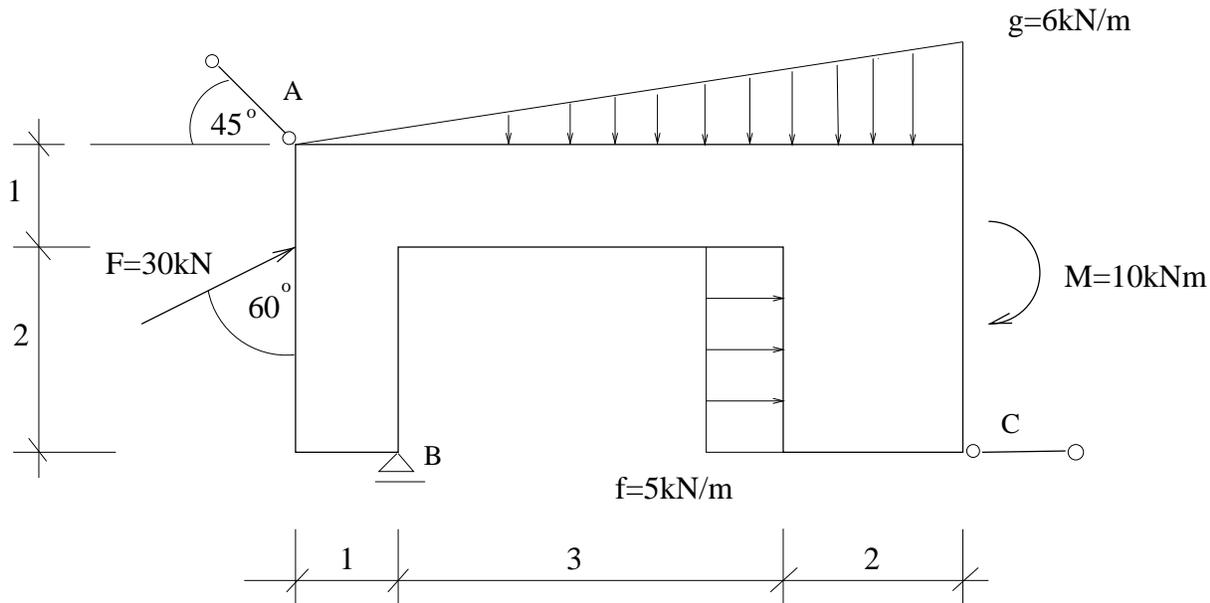


$$\begin{aligned}
 V_y &= 75,98076 \text{ kN} \\
 V_z &= 15 \text{ kN} \\
 V &= 77,4472 \text{ kN} \\
 \hline
 M_0 &= 40 \text{ kNm} \\
 M_0 &= -V_y z + V_z y \\
 40 &= -75,98076 z + 15 y
 \end{aligned}$$

úseky na osách y,z:

$$\begin{aligned}
 z = 0 & \quad y = 2,6 \text{ m} \\
 y = 0 & \quad z = -0,5264 \text{ m}
 \end{aligned}$$

## 2.2 Vypočtěte reakce tuhé desky.



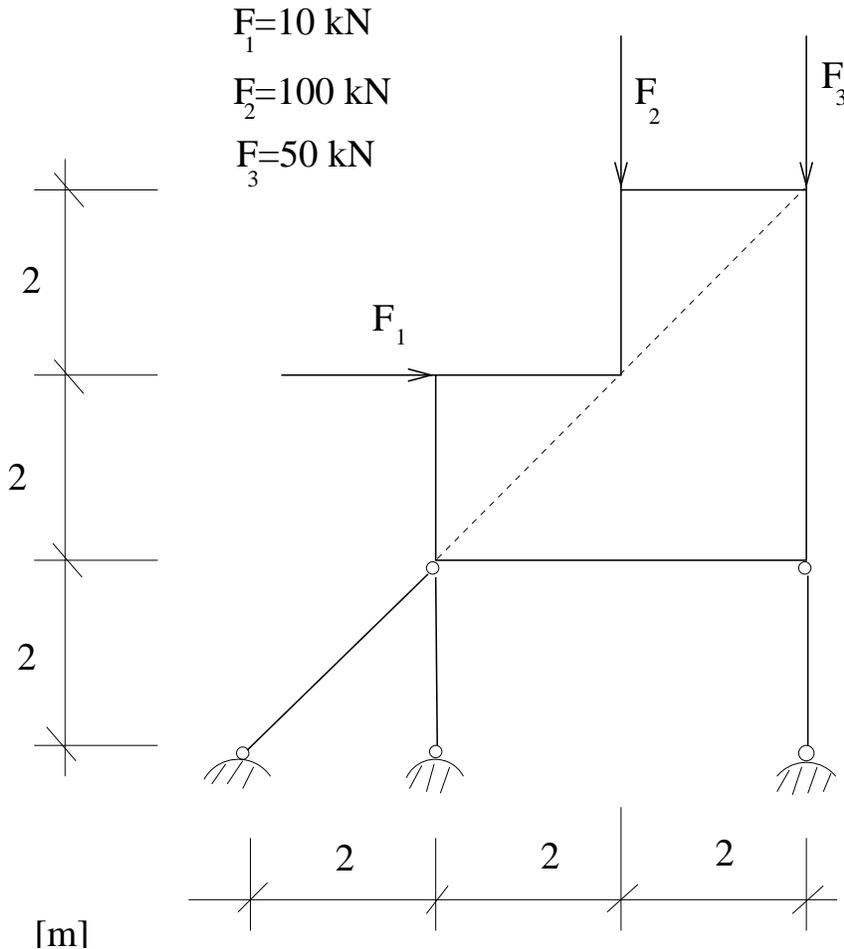
[m]

$$\begin{aligned}
 B \odot : \quad & -2f \cdot 1 - M - 3 \frac{6g}{2} - A \sin 45^\circ \cdot 1 + A \cos 45^\circ \cdot 3 - F \sin 30^\circ \cdot 1 - F \cos 30^\circ \cdot 2 = 0 \\
 & -10 - 10 - 54 - A \cdot 0,707 + A \cdot 2,12115 - 15 - 51,962 = 0 \\
 & A = 99,675 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow : \quad & -A \cos 45^\circ + F \cos 30^\circ + 2f + C = 0 \\
 & -70,481 + 25,981 + 10 + C = 0 \\
 & C = 34,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \uparrow : \quad & A \sin 45^\circ + F \sin 30^\circ - B - \frac{6g}{2} = 0 \\
 & 70,481 + 15 - B - 18 = 0 \\
 & B = 67,481 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

### 2.3 Určete reakce na dané desce.



$$\begin{aligned}
 a \odot : F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 2 + F_3 \cdot 4 - C \cdot 4 &= 0 \\
 10 \cdot 2 + 100 \cdot 2 + 50 \cdot 4 - C \cdot 4 &= 0 \\
 20 + 200 + 200 - 4C &= 0 \\
 C &= \frac{420}{4} = 105 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

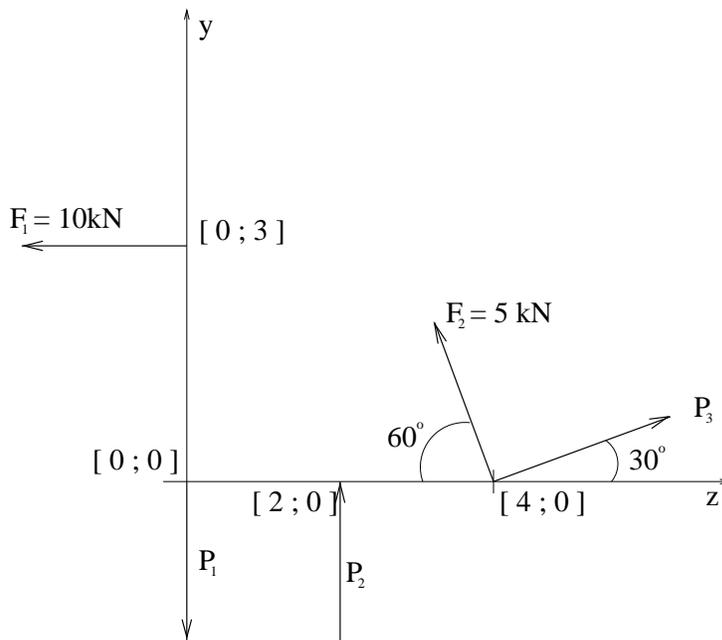
$$\begin{aligned}
 b \odot : B \cdot 4 - F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 2 &= 0 \\
 B \cdot 4 - 10 \cdot 2 - 100 \cdot 2 &= 0 \\
 B \cdot 4 - 20 - 200 &= 0 \\
 B &= \frac{220}{4} = 55 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow : A \cos 45^\circ + F_1 &= 0 \\
 A \cdot 0,707 + 10 &= 0 \\
 A &= -\frac{10}{0,707} = -14,144 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

ZKOUŠKA:



2.5 K soustavě sil  $\vec{F}_i$  stanovte ekvivalentní soustavu sil  $\vec{P}_i$  (síly jsou zadány polohou a předpokládanou orientací).

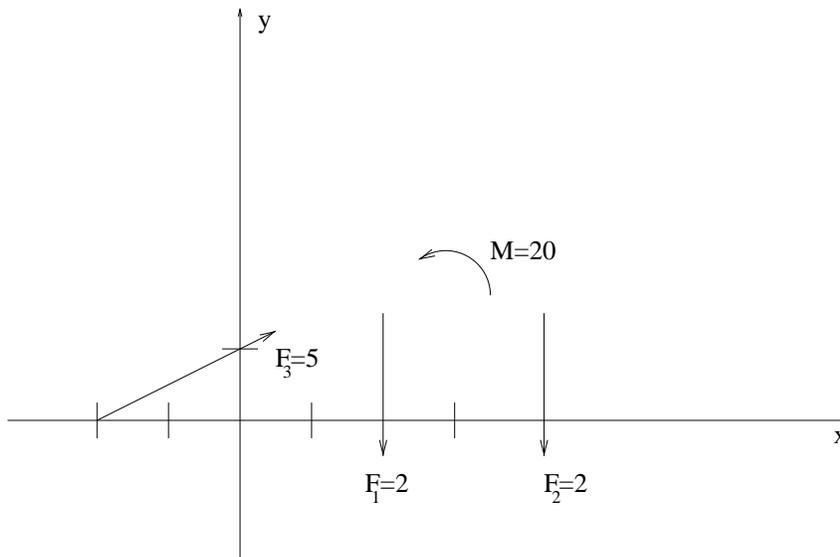


$$\begin{aligned} \rightarrow \quad 0 + 0 + P_3 \cdot \cos 30^\circ &= -F_1 - F_2 \cdot \cos 60^\circ \\ P_3 \cdot \cos 30^\circ &= -10 - 5 \cdot 0,5 \\ P_3 &= -14,434 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} o \odot \quad 0 + P_2 \cdot 2 + P_3 \cdot \sin 30^\circ \cdot 4 &= F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4 \\ P_2 &= +38,094 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow \quad -P_1 + P_2 + P_3 \cdot \sin 30^\circ &= F_2 \cdot \sin 60^\circ \\ P_1 &= +26,546 \text{ kN} \end{aligned}$$

2.6 Určete výslednici početně i graficky.



Redukce k 0:

$$\vec{F}_3 = \frac{5}{\sqrt{5}}\{+2; 1\} = \{+4, 48; 2, 24\}$$

$$\vec{F} = \{+4, 48; -1, 76\} \quad F = 4, 8$$

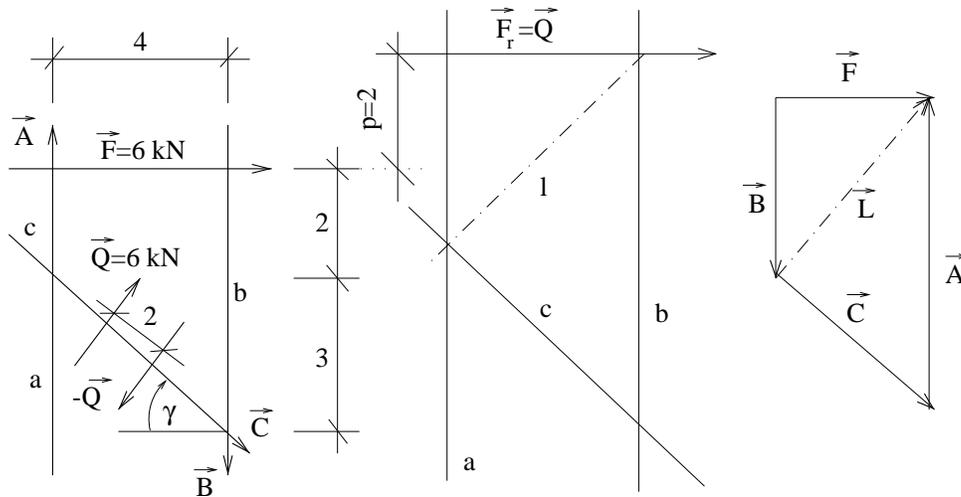
$$M_0 = -2, 24 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 + 20 = 3, 52$$

$$M = -F_x \cdot y + F_y \cdot x = -4, 48y - 1, 76x = 3, 52$$

$$y = 0, \quad x = -2$$

$$x = 0, \quad y = -0, 77$$

2.7 Účinek síly  $\vec{F}$  a dvojice sil  $\vec{Q}$  nahraďte třemi silami, které působí v paprscích a, b, c zadaných na obrázku. Početně i graficky.



$$\rightarrow \quad F = C \cos \gamma$$

$$A \odot \quad -2F - 2Q = -4B$$

$$B \odot \quad -5F - 2Q = -4A$$

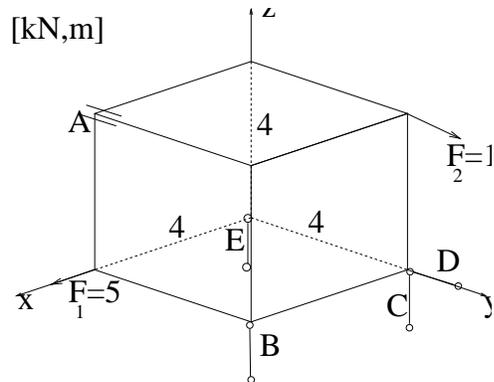
$$C = 7, 5 \text{ kN}$$

$$B = 6, 0 \text{ kN}$$

$$A = 10, 5 \text{ kN}$$

### 3 ROVNOVÁHA TĚLESA

#### 3.1 Najděte reakce tak, aby těleso bylo v rovnováze



Osa  $z$  je nulovou přímkou reakcí.

$F_1$  i  $F_2$  procházejí nulovou přímkou  $\Rightarrow$  úloha má nekonečně mnoho řešení.

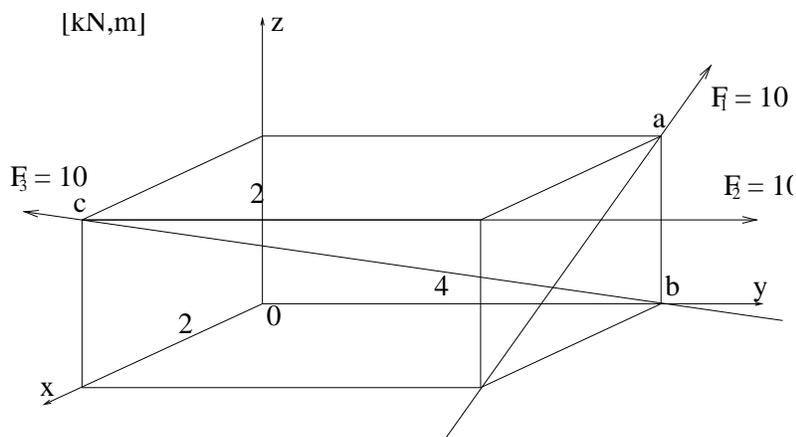
$$\begin{aligned} \searrow x \quad & F_2 + D = 0 & D = -F_2 = -10 \\ \swarrow y \quad & F_1 + A_x = 0 & A_x = -F_1 = -5 \\ \uparrow z \quad & A_z - B - C - E = 0 \\ \odot x \quad & -4 \cdot F_2 - 4 \cdot (B + C) = 0 \\ \odot y \quad & 4 \cdot A_x - 4 \cdot A_z + 4 \cdot B = 0 \end{aligned}$$

Jedna složka reakcí je volitelná, např.

$$\begin{aligned} A_z &= 0 \\ -20 + 4 \cdot B &= 0 & B &= 5 \\ -40 - 20 - 4 \cdot C &= 0 & C &= -15 \\ 0 - 5 + 15 - E &= 0 & E &= 10 \end{aligned}$$

Toto je tedy jedno z mnoha možných řešení.

#### 3.2 Redukujte soustavu sil k počátku (0) a k bodu C rovnice osy soustavy



Součet sil:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= \frac{10}{\sqrt{8}} \{-2; 0; 2\}^T = 3,53 \{-2; 0; 2\}^T = \{-7,07; 0; 7,07\}^T \\ \vec{F}_2 &= \{0; 10; 0\}^T \\ \vec{F}_3 &= \frac{10}{\sqrt{24}} \{2; -4; 2\}^T = 2,04 \{2; -4; 2\}^T = \{4,08; -8,16; 4,08\}^T \\ \vec{F} &= \{-3; 1,84; 11,15\}^T \end{aligned}$$



b) moment k ose o

$$1. \quad \vec{o} = \{2; 4; 2\}^T \cdot \frac{1}{\sqrt{24}} \quad \text{nebo}$$

$$\vec{M}_0 \vec{o} = (49, 2 - 56, 4 + 64) \frac{1}{\sqrt{24}} =$$

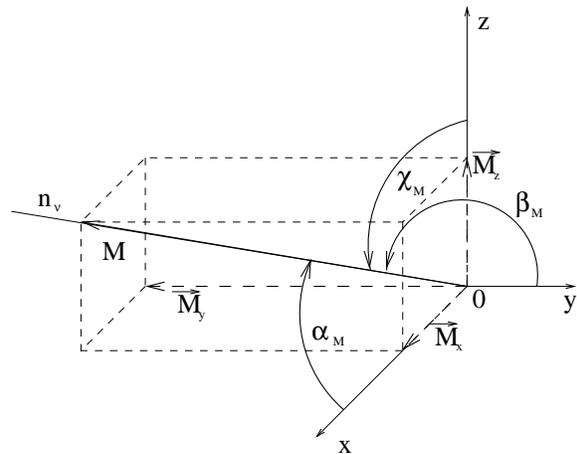
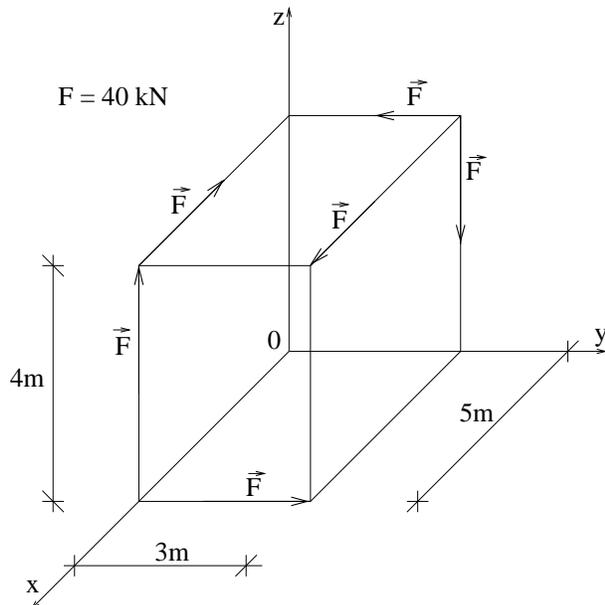
$$= \frac{56,8}{\sqrt{24}} = 11,55$$

$$2. \quad \vec{M}_0 = \vec{M}_{01} + \vec{M}_{02} + \vec{M}_{03} =$$

$$= \vec{M}_{01} = \vec{M}_{A1} \cdot \vec{o} = \vec{M}_{Ay} \cdot o_y =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 4 \frac{1}{\sqrt{24}} = 11,55$$

### 3.3 Nahraďte soustavu sil silou a momentem v bodě 0



$$V_x = F - F = 0$$

$$V_y = F - F = 0$$

$$V_z = F - F = 0$$

$$|\vec{V}| = V = 0$$

$$M_x = F(4 - 3) = 40 \text{ kNm}$$

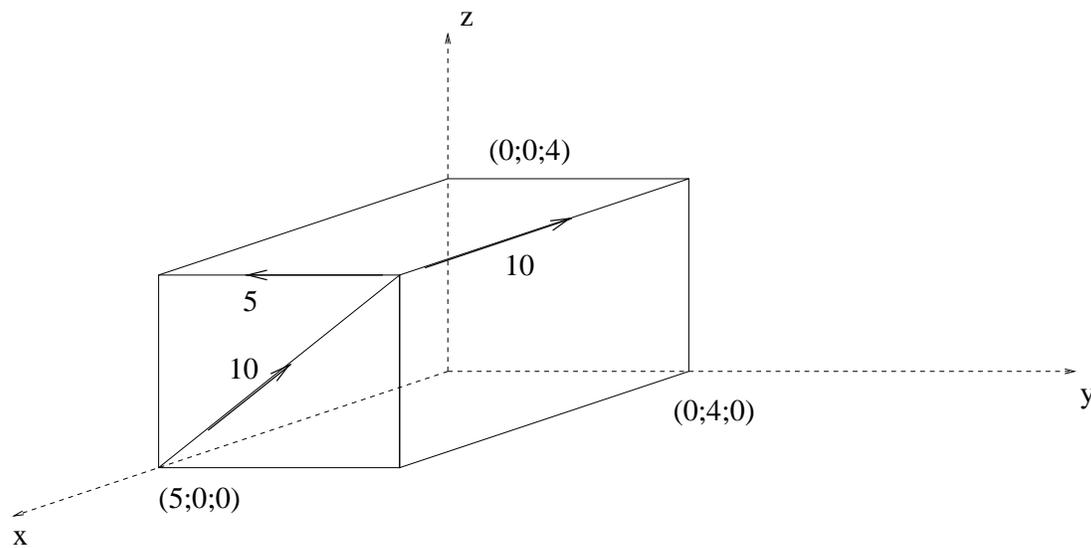
$$M_y = F(4 - 4 - 5) = -200 \text{ kNm} \quad |\vec{M}| = M = \sqrt{40^2 + 200^2 + 80^2} = 219 \text{ kNm}$$

$$M_z = F(5 - 3) = 80 \text{ kNm}$$

Výsledný silový vektor je roven nule, celkový statistický účinek soustavy sil  $\{F\}$  je pouze momentový. Soustavu sil lze nahradit silovou dvojicí o momentu  $M = 219 \text{ kNm}$ , ležící v libovolné rovině  $\nu$ , jejíž normálou je paprsek vektoru  $M$ .

3.4 Proveďte redukci dané soustavy sil k počátku souřadného systému.

[kN,m]



$$F_{rx} = -10 \text{ kN}$$

$$F_{ry} = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} - 5 = 2,072 \text{ kN}$$

$$F_{rz} = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} = 7,07 \text{ kN}$$

$$M_{rx} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ kNm}$$

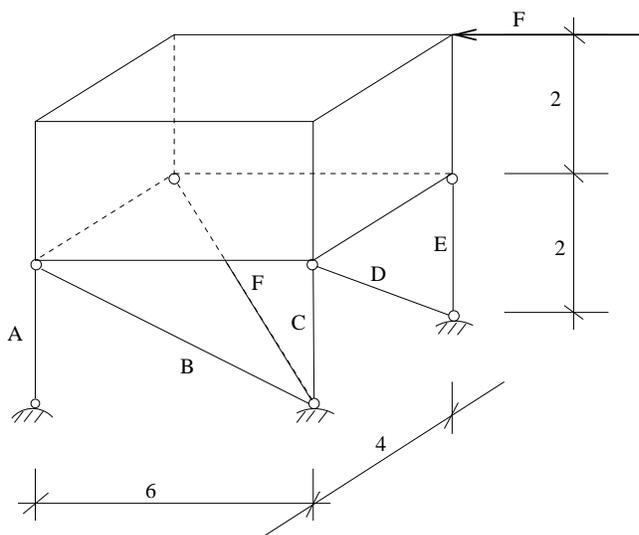
$$M_{ry} = -10 \frac{\sqrt{2}}{2} 4 - 10 \cdot 4 = -75,35 \text{ kNm}$$

$$M_{rz} = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} 5 + 10 \cdot 4 - 5 \cdot 5 = 50,35 \text{ kNm}$$



**3.6** Posuďte statickou a tvarovou určitost podepření daného tělesa, sestavte rovnice pro určení reakcí, naznačte předpokládanou orientaci.

[m]

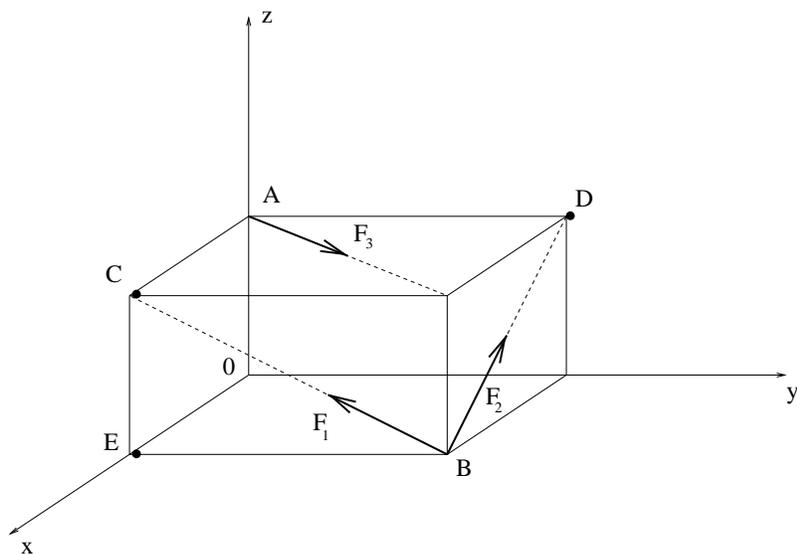


Rovnováha k ose prutu C:

$$\begin{aligned} \rightarrow x \quad & R_B \frac{6}{\sqrt{40}} + R_F \frac{6}{\sqrt{56}} - F = 0 \\ \swarrow y \quad & R_F \frac{6}{\sqrt{56}} - R_D \frac{6}{\sqrt{20}} = 0 \\ \downarrow z \quad & R_A + R_B \frac{2}{\sqrt{40}} + R_C + R_D \frac{2}{\sqrt{20}} \\ & + R_E + R_F \frac{2}{\sqrt{56}} = 0 \\ \odot x \quad & -R_E \cdot 4 - R_F \frac{2}{\sqrt{56}} \cdot 6 = 0 \\ \odot y \quad & R_A \cdot 6 + R_B \frac{2}{\sqrt{40}} \cdot 6 + F \cdot 2 = 0 \\ \odot z \quad & -F \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  tvarově neurčité

**3.7** Určete moment kolem přímky OE



$$\begin{aligned} A(0; 0; 1, 25) & \quad F_1 = 118 \text{ N} \\ B(1; 2; 0) & \quad F_2 = 160 \text{ N} \\ C(1; 0; 1, 25) & \quad F_3 = 186 \text{ N} \\ D(0; 2; 1, 25) & \\ E(1; 0; 0) & \quad (m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -100,06\vec{e}_2 + 62,54\vec{e}_3 & r_1 &= (1; 2; 0) \\ \vec{F}_2 &= -99,95\vec{e}_1 + 124,94\vec{e}_3 & r_2 &= (1; 2; 0) \\ \vec{F}_3 &= 83,18\vec{e}_1 + 166,36\vec{e}_2 & r_3 &= (0; 0; 1, 25) \end{aligned}$$

$$M_{01} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -100,06 & 62,54 \end{vmatrix} = 125,08\vec{e}_1 - 62,54\vec{e}_2 - 100,06\vec{e}_3$$

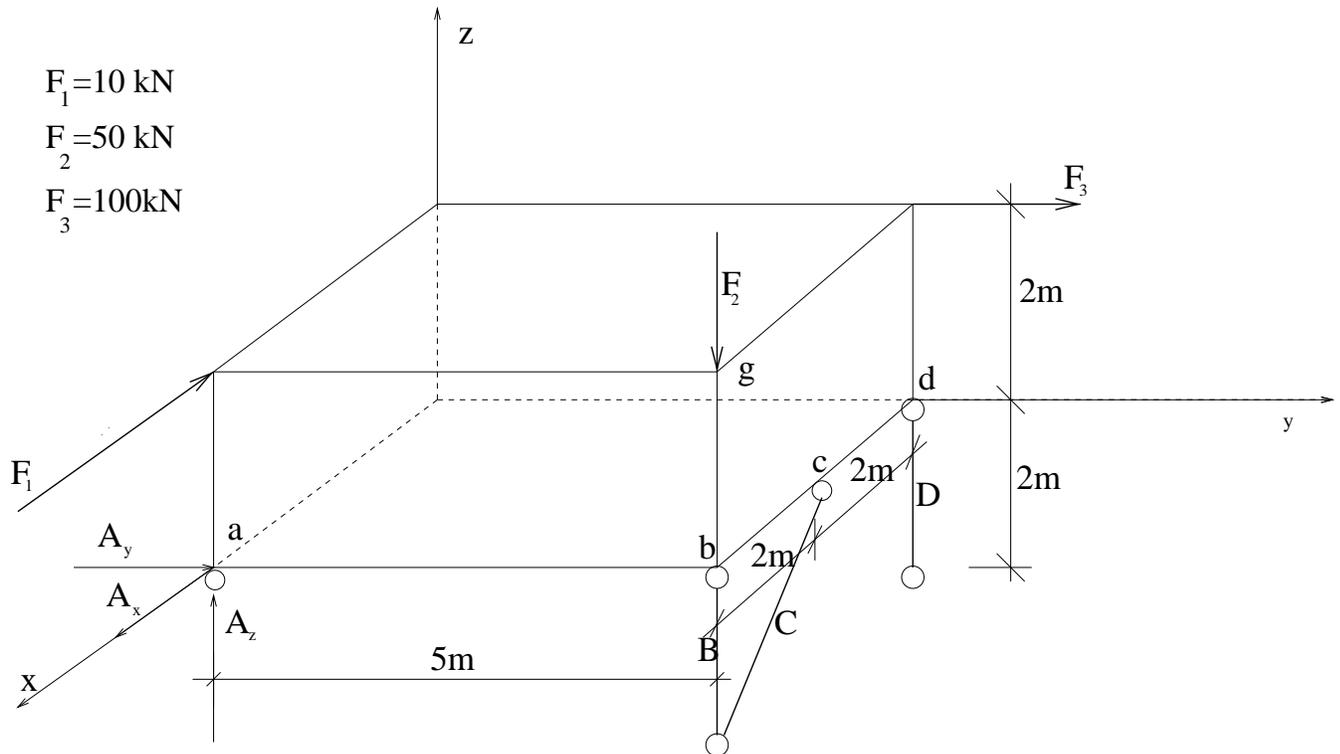
$$M_{02} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 99,95 & 0 & 124,94 \end{vmatrix} = 249,88\vec{e}_1 - 124,94\vec{e}_2 + 99,95\vec{e}_3$$

$$M_{03} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & 0 & 1,25 \\ 83,18 & 166,36 & 0 \end{vmatrix} = -207,95\vec{e}_1 + 103,975\vec{e}_2$$

$$M_0 = 167,01\vec{e}_1 - 83,459\vec{e}_2 - 0,11\vec{e}_3$$

$$\boxed{M_{OE} = 167,01 \text{ Nm}}$$

### 3.8 Určete reakce v podepření tuhého tělesa

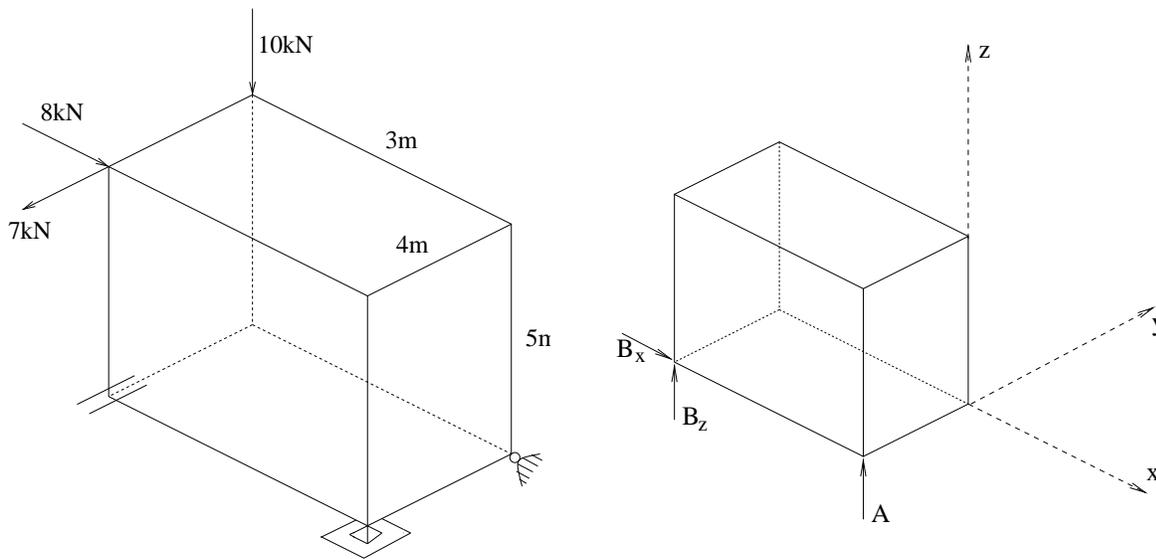


$$\begin{aligned} \swarrow x & A_x - C \cos 45^\circ - F_1 = 0 \\ \rightarrow y & A_y + F_3 = 0 \\ \uparrow z & A_z + B + C \cos 45^\circ + D - F_2 = 0 \\ \odot ab & F_1 \cdot 2 - D \cdot 4 - C \cos 45^\circ \cdot 2 = 0 \\ \odot bd & A_z \cdot 5 + F_3 \cdot 2 = 0 \\ \odot bg & A_x \cdot 5 - F_1 \cdot 5 - F_3 \cdot 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -0,707 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0,707 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,414 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10 \\ -100 \\ 50 \\ 20 \\ -200 \\ 450 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
z(6) &\Rightarrow A_x = 90 \text{ kN} \\
z(5) &\Rightarrow A_z = -40 \text{ kN} \\
z(2) &\Rightarrow A_y = -100 \text{ kN} \\
z(1) &\Rightarrow 90 - 0,707 \cdot C = 10 \Rightarrow C = 113,15 \text{ kN} \\
z(4) &\Rightarrow 1,414 \cdot 113,15 + 4 \cdot D = 20 \Rightarrow D = -34,99 \text{ kN} \\
z(3) &\Rightarrow -40 + B + 0,707 \cdot 113,15 - 34,99 = 50 \Rightarrow B = 44,99 \text{ kN}
\end{aligned}$$

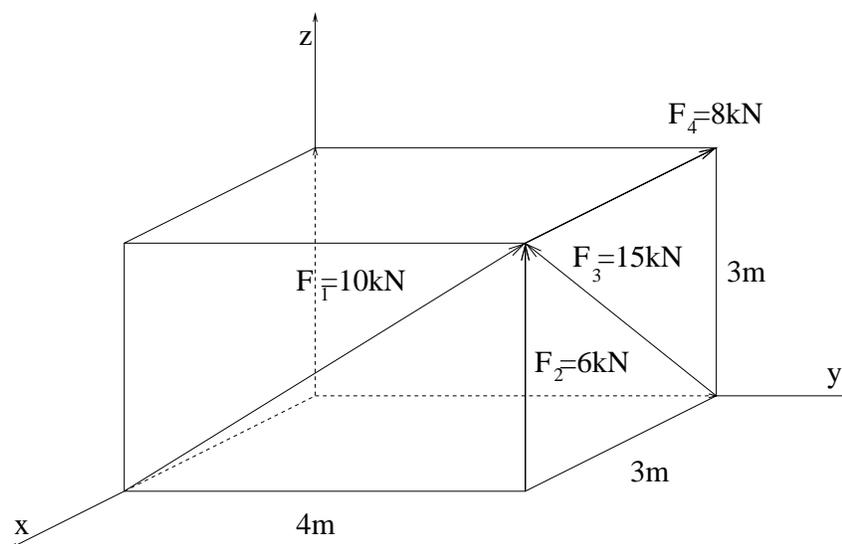
**3.9** Posuďte statickou určitost podepření tuhého tělesa. Pokud lze jednoznačně (na základě statických podmínek rovnováhy) stanovit nezávislé složky reakcí v označených vazbách, spočtěte je. Pokud ne, zdůvodněte proč.



$s = 6 - 3 - 2 - 1 = 0 \Rightarrow$  Soustava je staticky i kinematicky určitá. Nejedná se ani o výjimečný případ. Nezávislé složky reakcí mohou spočítat jednoznačně pouze na základě statických podmínek rovnováhy.

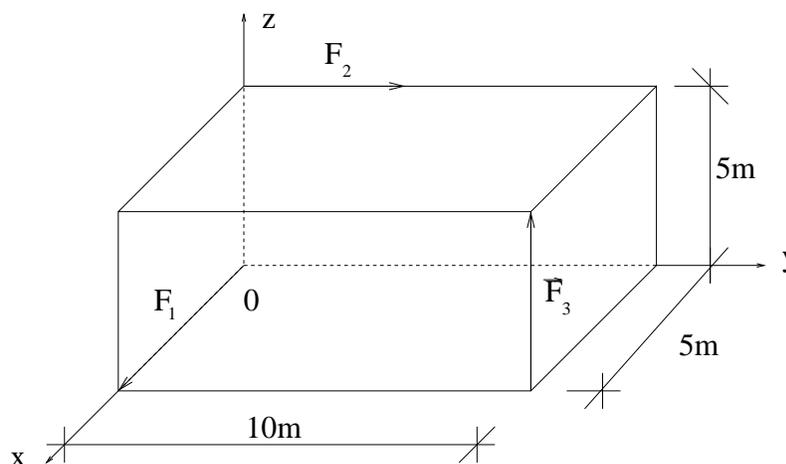
$$\begin{aligned}
\odot z \quad B_x \cdot 4 + 8/4 + 7/3 = 0 &\Rightarrow B_x = -13,25 \text{ kN} \\
\odot y \quad B_z \cdot 3 + 8/5 - 10/3 = 0 &\Rightarrow B_z = -3,333 \text{ kN} \\
\odot x \quad B_z \cdot 4 + A/4 - 7/5 = 0 &\Rightarrow A = 12,083 \text{ kN}
\end{aligned}$$

3.10 Proveďte redukci zadané silové soustavy k počátku souřadného systému.



$$\begin{aligned}
 F_{1X} &= 0 & F_{RX} &= 0 + 0 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 8 = 2,607 \text{ kN} \\
 F_{1Y} &= 10 \cdot \frac{4}{5} = 8 \text{ kN} & F_{RY} &= 10 \cdot \frac{4}{5} + 0 + 0 + 0 = 8 \text{ kN} \\
 F_{1Z} &= 10 \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ kN} & F_{RZ} &= 10 \cdot \frac{3}{5} + 6 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 = 22,607 \text{ kN} \\
 F_{3X} &= 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10,607 \text{ kN} & M_{RX} &= 0 + 6 \cdot 4 + 10,607 \cdot 4 + 0 = 66,428 \text{ kNm} \\
 F_{3Y} &= 0 & M_{RY} &= -6 \cdot 3 - 6 \cdot 3 + 0 - 8 \cdot 3 = -60 \text{ kNm} \\
 F_{3Z} &= 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10,607 \text{ kN} & M_{RZ} &= 8 \cdot 3 + 0 - 10,607 \cdot 4 + 8 \cdot 4 = 13,572 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

3.11 Určete výsledný účinek soustavy sil  $\{\vec{F}_i\}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) o velikostech  $F_i = 5 \text{ kN}$  a působících v hranách kvádru podle obrázku.



Výsledná síla  $\vec{F}_r$  soustavy sil  $\{\vec{F}_i\}$ :

$$\begin{aligned}
 F_{rx} &= F_1 = 5 \text{ kN} \\
 F_{ry} &= F_2 = 5 \text{ kN} & F_r &= \sqrt{3 \cdot 5^2} = 8,66 \text{ kN} \\
 F_{rz} &= F_3 = 5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Stat-

$$(\cos \alpha_r = \cos \beta_r = \cos \gamma_r = \frac{F_i}{F_r} = 0,577)$$

$$\begin{aligned}
M_x &= 10F_3 - 5F_2 &= 25 \text{ kNm} \\
M_y &= -5F_3 &= -25 \text{ kNm} \\
M_z &= 0 \\
M_0 &= \sqrt{25^2 + (-25)^2} &= 35,40 \text{ kNm}
\end{aligned}$$

ický moment  $\vec{M}_0$  soustavy sil  $\{\vec{F}_i\}$  k 0:

$$\left( \cos \lambda = \frac{M_x}{M_0} = 0,707; \quad \cos \mu = \frac{M_y}{M_0} = -0,707; \quad \cos \nu = \frac{M_z}{M_0} = 0 \right)$$

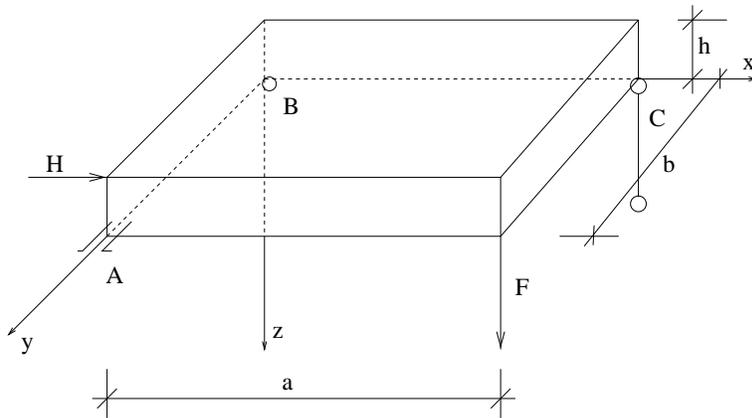
Úhel vektorů  $\vec{F}_r$  a  $\vec{M}_0$ :

$$\cos \psi = \frac{1}{F_r M_0} (F_{rx} M_x + F_{ry} M_y + F_{rz} M_z) = \frac{5 \cdot 25 + 5 \cdot (-25) + 5 \cdot 0}{8,66 \cdot 35,40} = 0$$

Vektory  $\vec{F}_r$  a  $\vec{M}_0$  svírají úhel  $\frac{\pi}{2}$  a výsledným účinkem soustavy je pouze síla  $\vec{F}_r$ , která pů  
v paprsku určeném rovnicemi:

$$\begin{aligned}
F_{rz}y - F_{ry}z &= M_x & 5y - 5z &= 25 \\
F_{rx}z - F_{rz}x &= M_y & 5z - 5x &= -25 \\
F_{ry}x - F_{rx}y &= M_z & 5x - 5y &= 0
\end{aligned}$$

### 3.12 Sestavte rovnice pro určení reakcí tělesa. Posuďte, zda je podepřeno stabilně



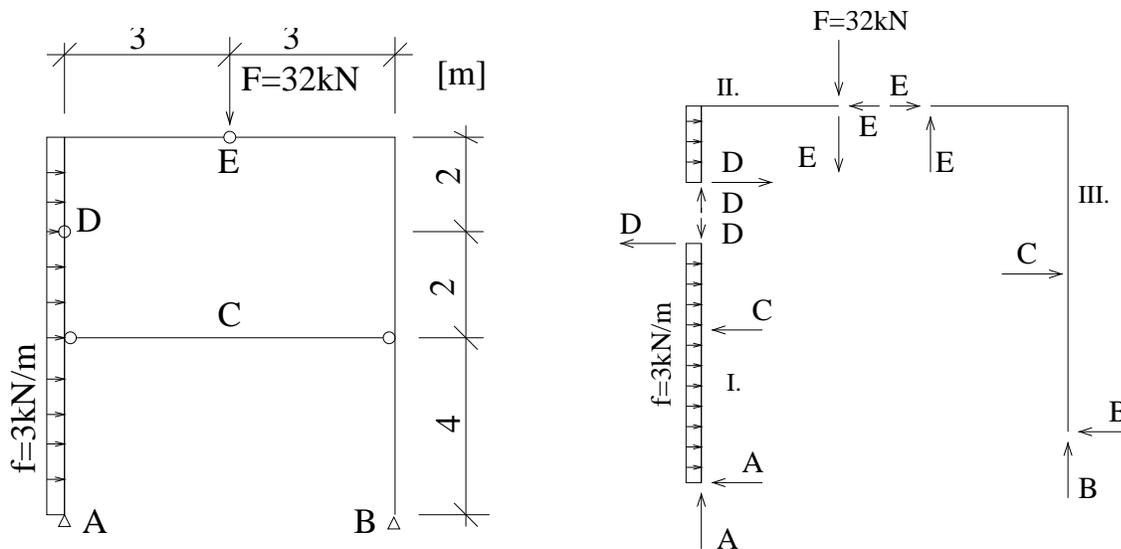
$$\begin{aligned}
\rightarrow A_x + B_x + H &= 0 \\
\swarrow B_y &= 0 \\
\downarrow A_z + B_z + C + F &= 0 \\
\odot x A_z \cdot b + F \cdot b &= 0 \\
\odot y -C \cdot H \cdot h - F \cdot a &= 0 \\
\odot z -A_x \cdot b - H \cdot b &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix}
A_x & A_z & B_x & B_y & B_z & C \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a \\
-b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix} = (+b) \cdot (-b) \cdot (a) = b^2 a \neq 0$$

nejde o výjimečný případ podepření, soustava reakcí nemá nulovou přímku

## 4 REAKCE V SLOŽENÝCH SOUSTAVÁCH

### 4.1 Vypočtete reakce složené soustavy



$$\begin{aligned}
 A \odot \quad B_y \cdot 6 - f \cdot 8 \cdot 4 - F \cdot 3 &= 0 \\
 6B_y - 3 \cdot 32 - 32 \cdot 3 &= 0 \\
 B_y &= 32 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 III. \uparrow \quad E_y + B_y &= 0 \\
 E_y + 32 &= 0 \\
 E_y &= -32 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 II. \uparrow \quad -F_y - F + D_y &= 0 \\
 32 - 32 + D_y &= 0 \\
 D_y &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 II.D \odot \quad -2 \cdot f \cdot 1 - F \cdot 3 - E_y \cdot 3 + E_x \cdot 2 &= 0 \\
 -2 \cdot 3 - 32 \cdot 3 + 32 \cdot 3 + E_x \cdot 2 &= 0 \\
 E_x &= 3 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 II. \rightarrow \quad 2 \cdot f + D_x - E_x &= 0 \\
 2 \cdot 3 + D_x - 3 &= 0 \\
 D_x &= -3 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 III. B \odot \quad -E_x \cdot 8 - C \cdot 4 - E_y \cdot 3 &= 0 \\
 -3 \cdot 8 - C \cdot 4 + 32 \cdot 3 &= 0
 \end{aligned}$$

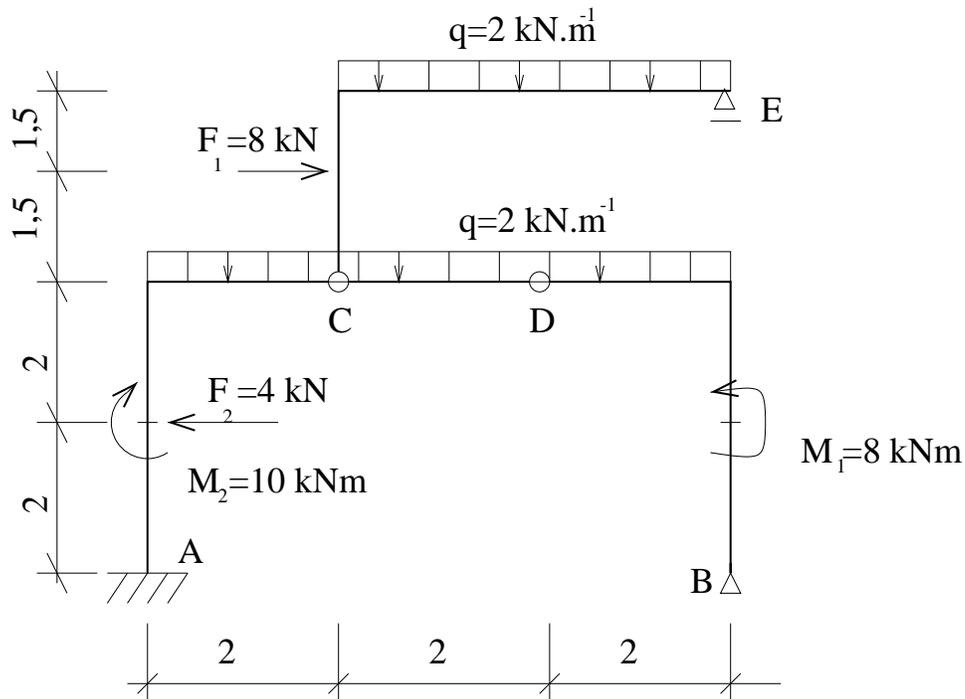
$$C = 18 \text{ kN}$$

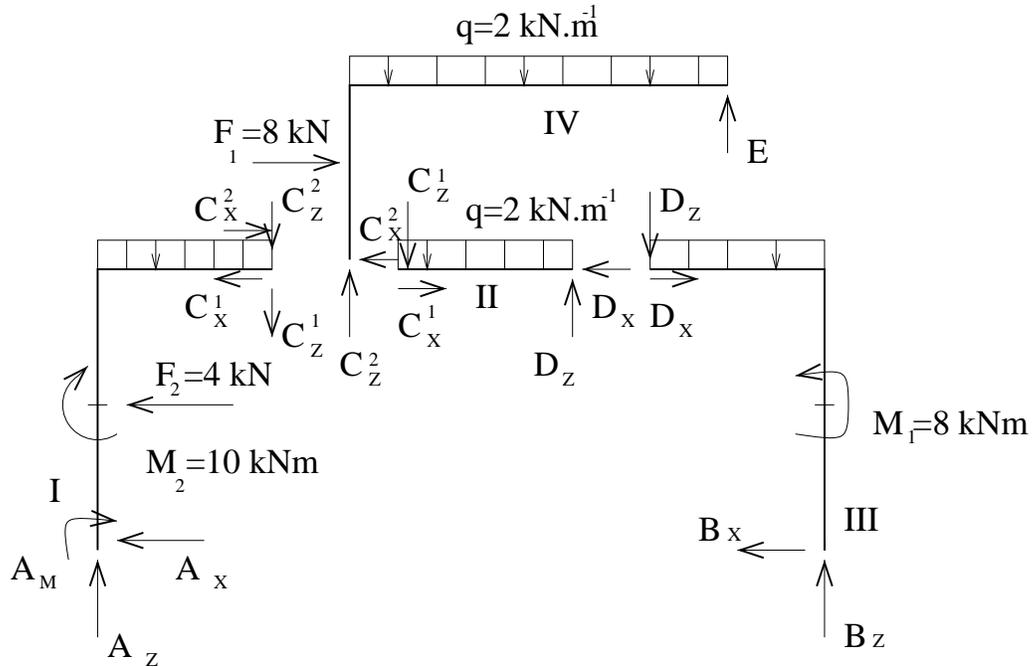
$$\begin{aligned} \text{III. } \leftarrow \quad B_x - C - E_x &= 0 \\ B_x - 18 - 3 &= 0 \\ B_x &= 21 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I. } \leftarrow \quad D_x + C - f \cdot 6 + A_x &= 0 \\ -3 + 18 - 18 + A_x &= 0 \\ A_x &= 3 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I. } \uparrow \quad A_y - D_y &= 0 \\ A_y - 0 &= 0 \\ A_y &= 0 \end{aligned}$$

4.2 Stanovte všechny vnější i vnitřní reakce zadané složené soustavy





$$\begin{aligned}
 IV.C \odot & \quad 4 \cdot E - 2 \cdot 4 \cdot q - 1,5 \cdot F_1 = 0 \\
 & \quad 4E - 8 \cdot 2 - 1,5 \cdot 8 = 0 \\
 & \quad E = 7 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 IV. \uparrow & \quad C_z^2 + E - 4 \cdot q = 0 \\
 & \quad C_z^2 + 7 - 4 \cdot 2 = 0 \\
 & \quad C_z^2 = 1 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 IV. \rightarrow & \quad F_1 - C_x^2 = 0 \\
 & \quad 8 - C_x^2 = 0 \\
 & \quad C_x^2 = 8 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 II.C \odot & \quad 2 \cdot D_z - 1 \cdot 2 \cdot q = 0 \\
 & \quad 2 \cdot D_z - 2 \cdot 2 = 0 \\
 & \quad D_z = 2 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 II. \uparrow & \quad C_z^1 + D_z - 2 \cdot q = 0 \\
 & \quad C_z^1 + 2 - 2 \cdot 2 = 0 \\
 & \quad C_z^1 = 2 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 III.B \odot & \quad D_z \cdot 2 - D_x \cdot 4 + M_1 + 1 \cdot 2 \cdot q = 0 \\
 & \quad 2 \cdot 2 - D_x \cdot 4 + 8 + 2 \cdot 2 = 0
 \end{aligned}$$

$$D_x = 4 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} II. \rightarrow \quad C_x^1 - D_x &= 0 \\ C_x^1 - 4 &= 0 \\ C_x^1 &= 4 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} III. \rightarrow \quad D_x - B_x &= 0 \\ 4 - B_x &= 0 \\ B_x &= 4 \text{ kN} \end{aligned}$$

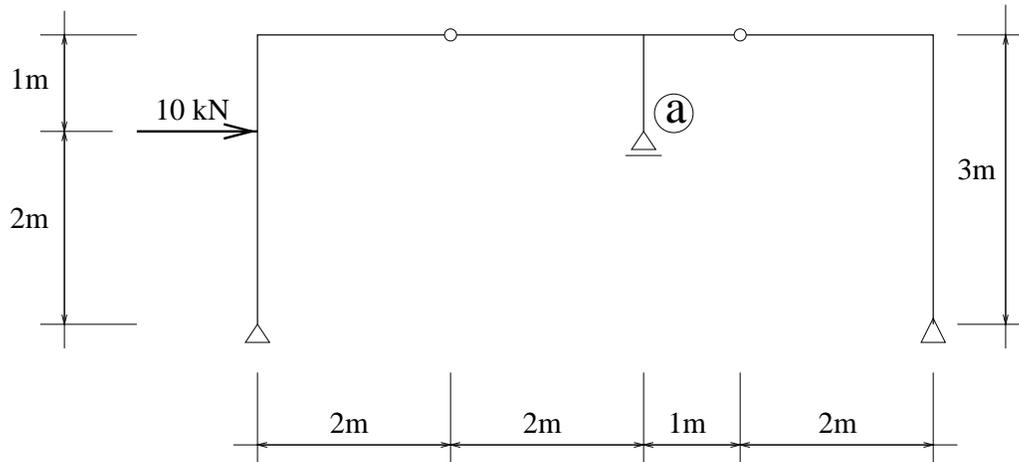
$$\begin{aligned} III. \uparrow \quad B_z - D_z - 2 \cdot q &= 0 \\ B_z - 2 - 2 \cdot 4 &= 0 \\ B_z &= 6 \text{ kN} \end{aligned}$$

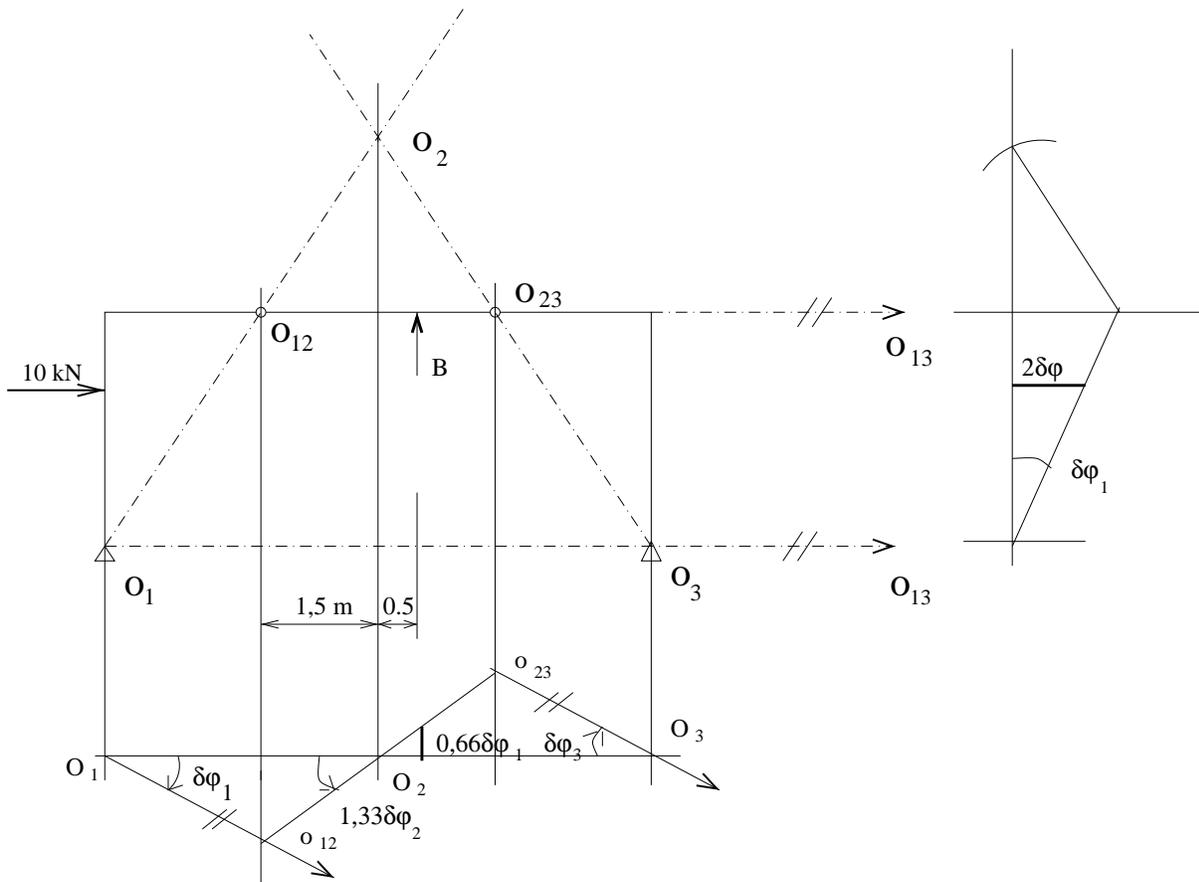
$$\begin{aligned} I. \leftarrow \quad A_x + C_x^1 - C_x^2 + F_2 &= 0 \\ A_x + 4 - 8 + 4 &= 0 \\ A_x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I. \uparrow \quad A_z - C_z^1 - C_z^2 - 2 \cdot q &= 0 \\ A_z - 2 - 1 - 2 \cdot 2 &= 0 \\ A_z &= 7 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I.A \odot \quad A_M - M_2 - 1 \cdot 2 \cdot q + F_2 \cdot 2 - C_z^2 \cdot 2 - C_z^1 \cdot 2 + C_x^1 \cdot 4 - C_x^2 \cdot 4 &= 0 \\ A_M - 10 - 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 8 \cdot 4 &= 0 \\ A_M &= 28 \text{ kNm} \end{aligned}$$

### 4.3 Užitím kinematické metody určete reakci v podpoře

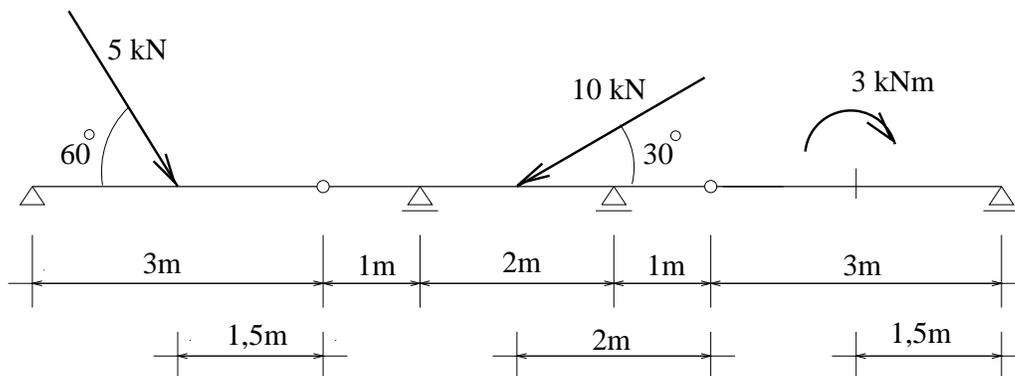


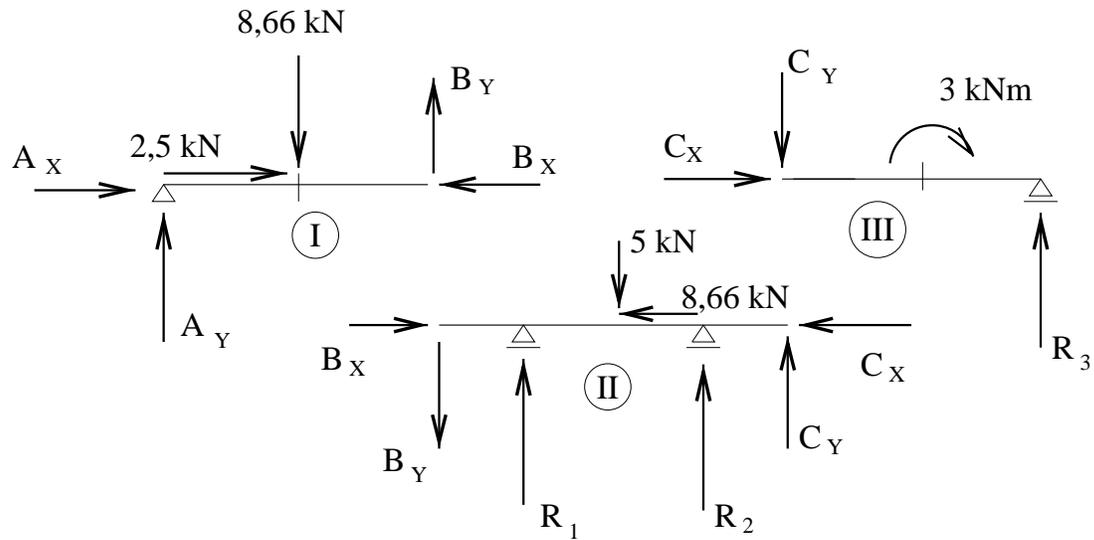


$$0,66 \delta\varphi B + 20 \delta\varphi = 0$$

$$B = -30 \text{ kN}$$

#### 4.4 Vypočtete reakce složené soustavy





$$III. \quad R_3 \cdot 3 = 3 \text{ kNm}$$

$$R = 3 \text{ kN}$$

$$C_y = R = 3 \text{ kN}$$

$$C_x = 0$$

$$II. \quad B_x = 8,66 \text{ kN}$$

$$1 \cdot B_y + 3 \cdot C_y + 2 \cdot R_2 - 1 \cdot 5 = 0$$

$$R_2 = -6,165 \text{ kN}$$

$$R_1 = B_y + 5 - R_2 - C_y = 10,33 \text{ kN}$$

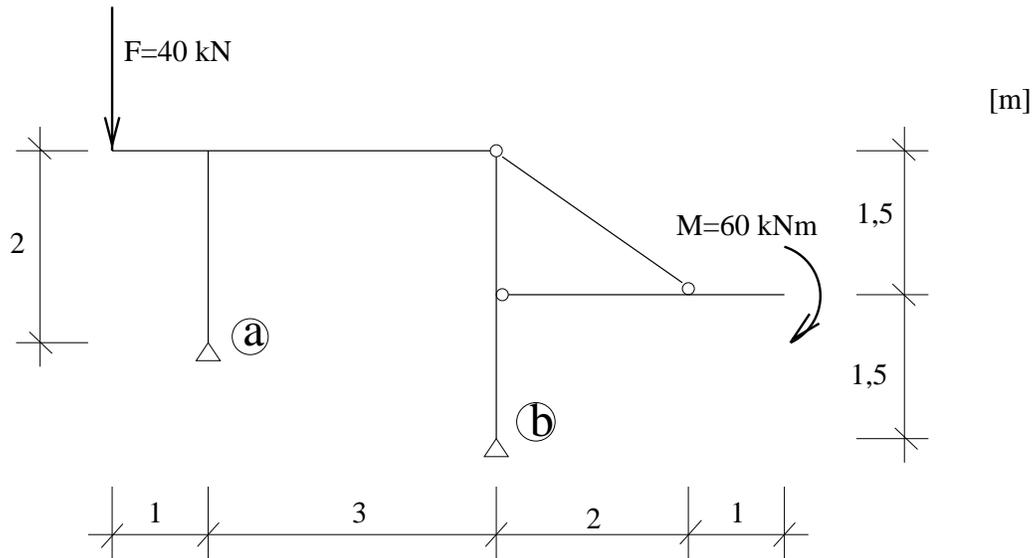
$$I. \quad A_x = B_x - 2,5 = 6,16 \text{ kN}$$

$$3 \cdot A_y - 4,33 \cdot 1,5 = 0$$

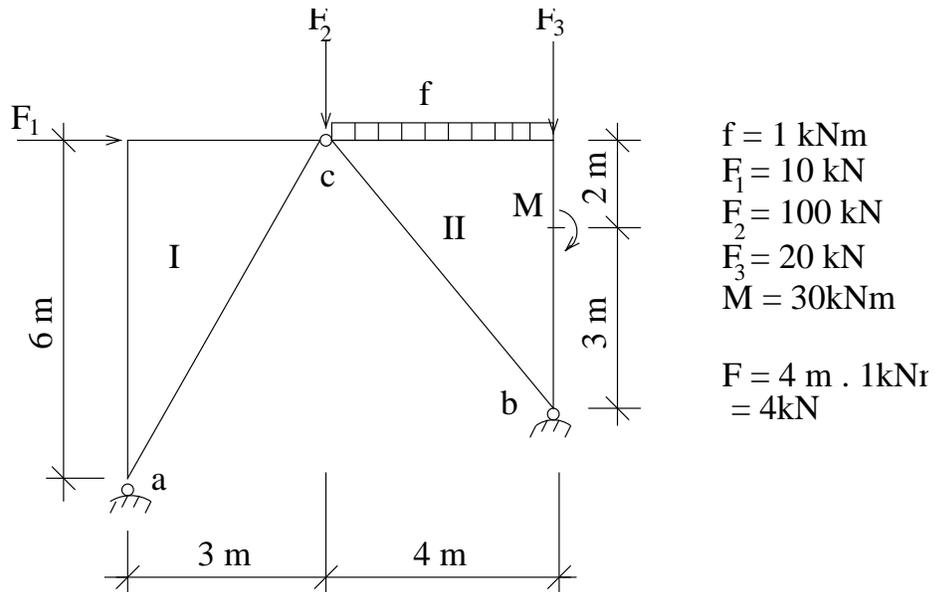
$$A_y = 2,165 \text{ kN}$$

$$B_y = 2,165 \text{ kN}$$

#### 4.5 Vypočtete reakce složené soustavy



#### 4.6 Určete reakce dané složené soustavy



$$\begin{aligned}
 f &= 1 \text{ kNm} \\
 F_1 &= 10 \text{ kN} \\
 F_2 &= 100 \text{ kN} \\
 F_3 &= 20 \text{ kN} \\
 M &= 30 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= 4 \text{ m} \cdot 1 \text{ kN/r} \\
 &= 4 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \uparrow: A_y + C_y - F_2 &= 0 \\
 \rightarrow: A_x + C_x + F_1 &= 0 \\
 \odot a: F_1 \cdot 6 + F_2 \cdot 3 + C_x \cdot 6 - C_y \cdot 3 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1) \quad A_y + C_y &= 100 \\
 2) \quad A_x + C_x &= -10 \\
 3) \quad 2C_x - C_y &= 120
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \uparrow: & -C_y + B_y - F - F_3 & = 0 \\
 \rightarrow: & B_x - C_x & = 0 \\
 \odot b: & -C_x \cdot 5 - C_y \cdot 4 - F \cdot 2 + M & = 0
 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
 4) & -C_y + B_y & = 24 \\
 5) & B_x - C_x & = 0 \\
 6) & -5C_x - 4C_y & = -22
 \end{aligned}$$

$$z \ 3) \ C_y = 2 \cdot x + 120$$

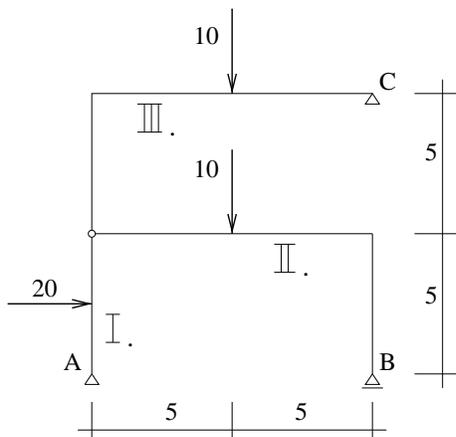
Po dosazení do 6:

$$\begin{aligned}
 -8C_x - 480 - 5C_x & = -22 \\
 -13C_x & = 458 \\
 C_x & = -35,23 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

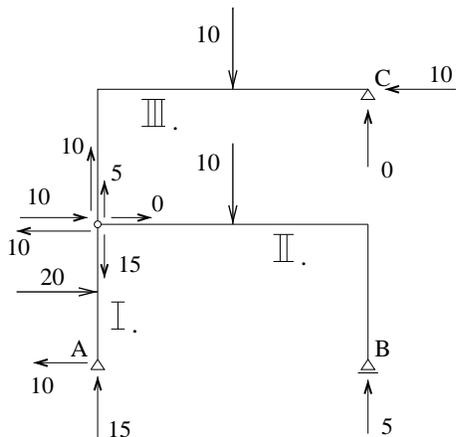
$$C_y = 2(-35,23) + 120 = 49,54 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned}
 z \ 1) & \quad A_y = 100 - 49,54 = 50,46 \text{ kN} \\
 z \ 2) & \quad A_x = -10 - C_x = -10 + 35,23 = 25,23 \text{ kN} \\
 z \ 4) & \quad B_y = 24 + 49,54 = 73,54 \text{ kN} \\
 z \ 5) & \quad B_x = C_x = -35,23 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

4.7 Určete všechny reakce z podmínek rovnováhy,  $C_x, D_{IIy}$  kinematickou metodou

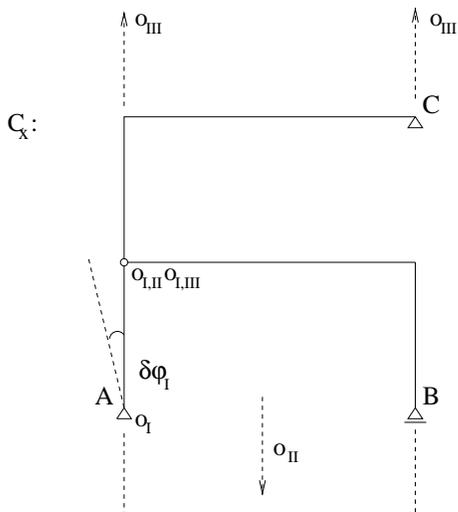


$$\begin{aligned}
 II \odot D : & \quad -10 \cdot 5 + B \cdot 10 = 0 & B = 5 \text{ kN} \\
 I \odot D : & \quad 20 \cdot 2,5 + A_x \cdot 5 = 0 & A_x = -10 \text{ kN} \\
 I \rightarrow : & \quad D_{Ix} + A_x + 20 = 0 & D_{Ix} = -10 \text{ kN} \\
 I + II + III \rightarrow : & \quad 20 + A_x + C_x = 0 & C_x = -10 \text{ kN} \\
 III \odot D : & \quad -10 \cdot 5 - C_x \cdot 5 + C_y \cdot 10 = 0 & C_y = 0 \\
 III \rightarrow : & \quad C_x + D_{IIIx} = 0 & D_{IIIx} = 10 \text{ kN} \\
 III \uparrow : & \quad C_y + D_{IIIy} = 0 & D_{IIIy} = 10 \text{ kN} \\
 II \rightarrow : & & D_{IIx} = 0 \\
 II \uparrow : & \quad B - 10 + D_{IIy} = 0 & D_{IIy} = 5 \text{ kN} \\
 I + II + III \uparrow : & \quad A_y + B + C_y - 20 = 0 & A_y = 15 \text{ kN} \\
 I \uparrow : & & D_{Iy} = -15 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

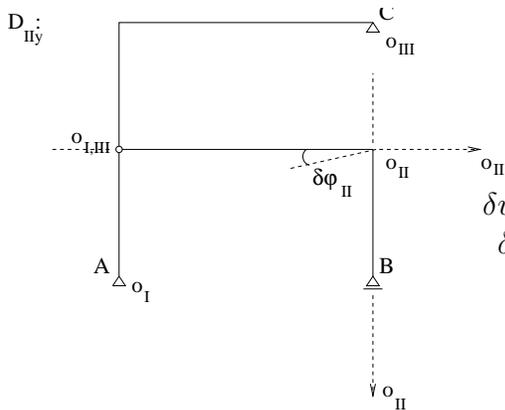


kontrola :

$$\begin{aligned}
 D_{Ix} + D_{IIx} + D_{IIIx} &= 0 \\
 -10 + 0 + 10 &= 0 \\
 D_{Iy} + D_{IIy} + D_{IIIy} &= 0 \\
 -15 + 5 + 10 &= 0
 \end{aligned}$$

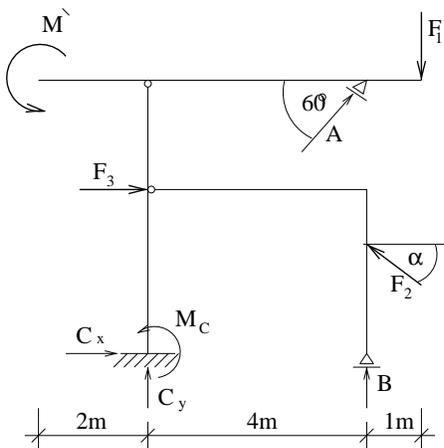


$$\begin{aligned}
 \delta u_{III} &= \delta \varphi_I \cdot 5 \\
 \delta w &= -20 \cdot 2,5 \delta \varphi_I + \delta u_{III} \cdot C_x = 0 \\
 C_x &= -10 \text{ kN}
 \end{aligned}$$



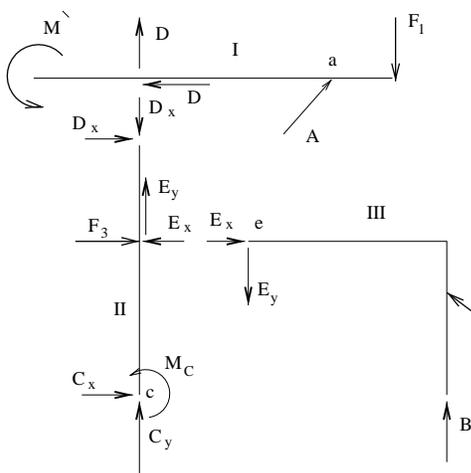
$$\begin{aligned} \delta u_D &= 0 \\ \delta w &= -D_{IIy} \cdot 10 \cdot \delta\varphi_{II} + 10 \cdot 5\delta\varphi_{II} = 0 \\ D_{IIy} &= 5 \text{ kN} \end{aligned}$$

4.8 Vypočtěte reakce dané složené soustavy, zatížené vnějšími silami  $F_1 = 20 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 10 \text{ kN}$  ( $\alpha = 40^\circ$ ),  $F_3 = 5 \text{ kN}$  a momentem  $M' = 10 \text{ kNm}$ .



3 desky ...  $3 \cdot 3^\circ = 9^\circ$   
 vazby .....  $1 \cdot 2^\circ + 2 \cdot 2^\circ + 3 \cdot 1^\circ = 9^\circ$   
 $9^\circ = 9^\circ$   
 Soustava je staticky i tvarově určitá.  
 Je zřejmé, že ve vazbách desky Ia desky III vznikají pouze 3 neznámé složky reakcí, které lze vypočítat přímo z výminek rovnováhy na těchto deskách.

Výminky rovnováhy:



$$\begin{aligned} I \rightarrow: & -D_x + A \cdot \cos 60^\circ = 0 \\ \uparrow: & -F_1 + A \cdot \sin 60^\circ + D_y = 0 \\ \odot a: & M' - F_1 \cdot 1 - D_y \cdot 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 25,98 \text{ kN} \\ D_x &= 12,99 \text{ kN} \\ D_y &= -2,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} III \rightarrow: & E_x - F_2 \cdot \cos \alpha = 0 \\ \uparrow: & F_2 \cdot \sin \alpha + B - E_y = 0 \\ \odot e: & 4F_2 \cdot \sin \alpha - 1F_2 \cdot \cos \alpha + 4B = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -4,52 \text{ kN} \\ E_x &= 7,66 \text{ kN} \\ E_y &= 1,91 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 II \rightarrow: & \quad F_3 + D_x - E_x + C_x = 0 \\
 \uparrow: & \quad -D_y + E_y + C_y = 0 \\
 \odot c: & \quad 5D_x + 3F_3 - 3E_x - M_c = 0
 \end{aligned}$$

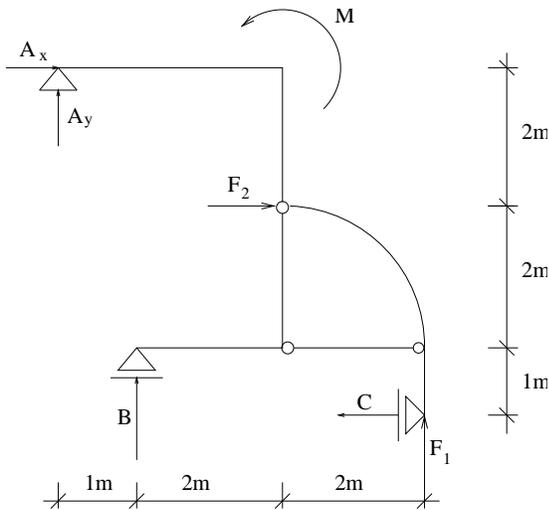
$$\begin{aligned}
 C_x &= -10,32 \text{ kN} \\
 C_y &= -4,41 \text{ kN} \\
 M_c &= 56,97 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Kontrola rovnováhy na celé složené soustavě:

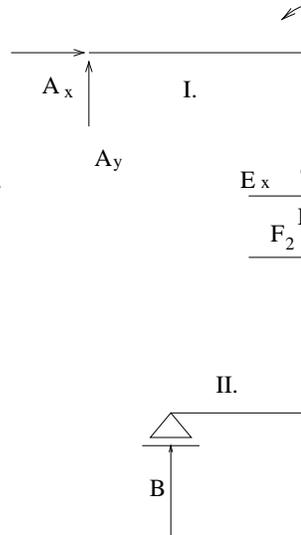
$$\begin{aligned}
 \rightarrow: & \quad F_3 - F_2 \cdot \cos \alpha + A \cdot \cos 60^\circ + C_x = 0 \\
 \uparrow: & \quad -F_1 + F_2 \cdot \sin \alpha + A \cdot \sin 60^\circ + B + C_y = 0 \\
 \odot 2: & \quad M' - 1F_1 - 1F_3 - 3A \cdot \cos 60^\circ + 2C_x - 4C_y + M_c = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 - 7,66 + 12,99 - 10,33 &= 0 \\
 -20 + 6,43 + 22,5 - 4,52 - 4,41 &= 0 \\
 10 - 20 - 5 - 38,97 - 20,66 + 17,64 + 56,97 &= 0
 \end{aligned}$$

**4.9 Početně stanovte reakce dané složené soustavy.  $F_1 = 20 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 30 \text{ kN}$  a momentem  $M' = 20 \text{ kNm}$ .**



Soustava se skládá ze tří desek ...  $3 \cdot 3^\circ = 9^\circ$   
 vazby:  
 3 jednoduché ....  $1 \cdot 3^\circ = 3^\circ$   
 1 kloub .....  $2 \cdot 1^\circ = 2^\circ \Rightarrow 9^\circ$   
 1 dvojný kloub ..  $2 \cdot 2^\circ = 4^\circ$   
 $9^\circ = 9^\circ$   
 Soustava je staticky a tvarově určitá.



Výminky rovnováhy na celé složené soustavě

$$\begin{array}{l} \rightarrow: \quad F_2 + A_x - C = 0 \\ \uparrow: \quad F_1 + A_y + B = 0 \\ \odot 1: \quad -4F_1 + 3F_2 + M' + 5A_x + 1A_y = 0 \end{array}$$

Dále vypočteme vnitřní reakce z výminek rovnováhy

$$I \odot e: \quad A_x \cdot 2 + A_y \cdot 3 - M' = 0$$

$$\begin{array}{l} A_x = +0,77 \text{ kN} \\ A_y = +6,15 \text{ kN} \\ B = -26,15 \text{ kN} \\ C = +30,77 \text{ kN} \end{array}$$

na jednotlivých částech:

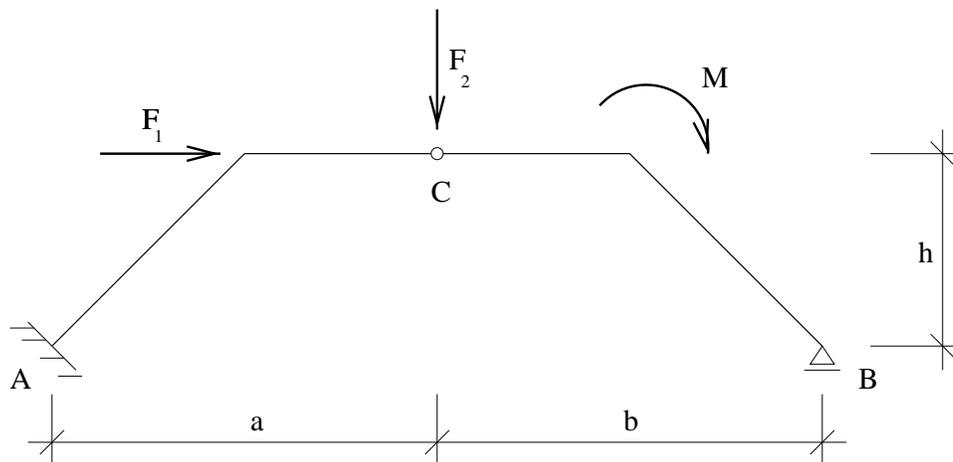
$$\begin{array}{l} III \rightarrow: \quad G_x - D - C = 0 \\ \uparrow: \quad F_1 + G_y = 0 \\ \odot g: \quad F_1 \cdot 2 - C \cdot 3 - D \cdot 2 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} D = -26,16 \text{ kN} \\ G_x = 4,61 \text{ kN} \\ G_y = -20,00 \text{ kN} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} II \rightarrow: \quad F_2 + D - E_x = 0 \\ \uparrow: \quad B + E_y = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} E_x = 3,84 \text{ kN} \\ E_y = 26,15 \text{ kN} \end{array}$$

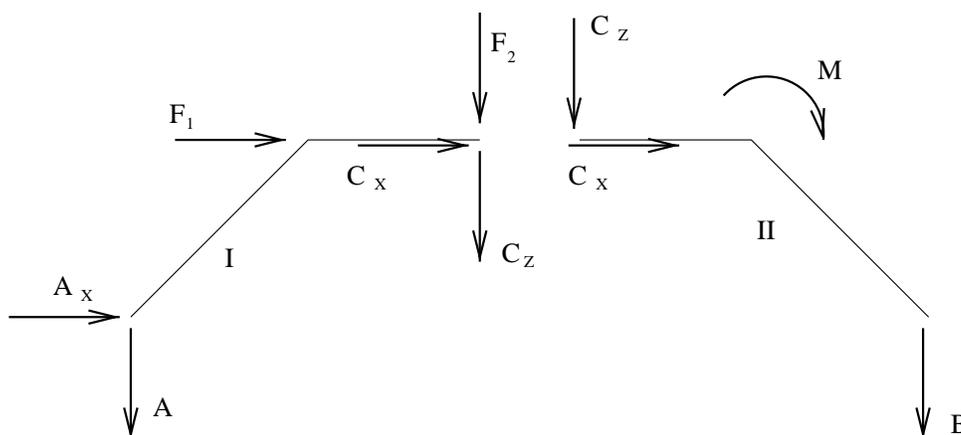
Zbývající tři výminky rovnováhy jsou kontrolními:

$$\begin{array}{l} II \odot d: \quad -B \cdot 2 + E_x \cdot 2 - F - 2 \cdot 2 = 0 \quad +52,32 + 7,68 - 60 = 0 \\ I \uparrow: \quad A_y - E_y - G_y = 0 \quad 6,15 - 26,15 + 20 = 0 \\ \rightarrow: \quad A_x + E_x - G_x = 0 \quad 0,77 + 3,84 - 4,61 = 0 \end{array}$$

- 4.10 Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr.  $F_1 = 9 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 12 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 10 \text{ kN}$ ,  $F_4 = 6 \text{ kN}$
- 4.11 Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr.  $F_1 = 10 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 12 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 6 \text{ kN}$ ,  $F_4 = 8 \text{ kN}$
- 4.12 Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr.  $F_1 = 12 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 10 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 6 \text{ kN}$ ,  $F_4 = 8 \text{ kN}$
- 4.13 Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr.  $F_1 = 8 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 10 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 12 \text{ kN}$ ,  $F_4 = 6 \text{ kN}$
- 4.14 Určete reakce složené soustavy, zatížené dle obr.  $F_1 = 10 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 12 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 6 \text{ kN}$ ,  $F_4 = 8 \text{ kN}$
- 4.15 a) Sestavte rovnice pro určení reakcí.  
b) Určete reakci  $A_z$  využitím principu virtuálních prací.

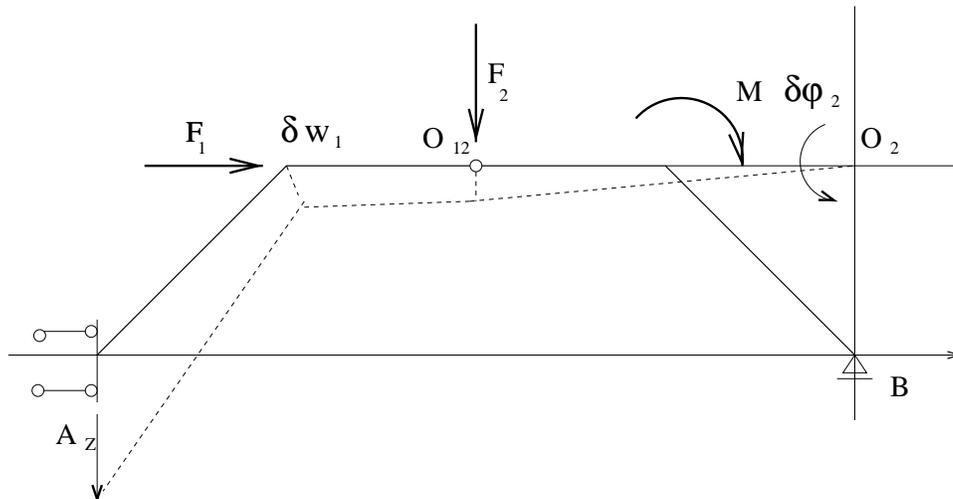


a)



$$\begin{array}{l}
 I: \quad \rightarrow \quad A_x + C_x + F_1 = 0 \\
 \quad \downarrow \quad A_z + C_z + F_2 = 0 \\
 \odot A \quad M_A + h \cdot C_x - a \cdot C_z - a \cdot F_2 = 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 II: \quad \rightarrow \quad -C_x = 0 \\
 \quad \downarrow \quad -C_z + B = 0 \\
 \odot C \quad M - b \cdot B = 0
 \end{array}$$

b)



$$\begin{aligned}
 \delta w_1 &= b \delta \varphi_2 \\
 F_{rz1} \delta w_1 + M_{02} \delta \varphi_2 &= 0 \\
 (A_z + F_2) \delta w_1 + (-M) \frac{\delta w_1}{b} &= 0 \\
 A_z &= -F_2 + \frac{M}{b}
 \end{aligned}$$

4.16 Z desek I, II, III a bodů A,B vytvořte konstrukci staticky určitou. Vnější vazby smějí odebírat nejvýše 5 stupňů volnosti

