FAKULTA
STAVEBNÍ
ČVUT V PRAZE

Katedra mechaniky
16. září 2024

Vyrovnávací kurz ze stavební mechaniky

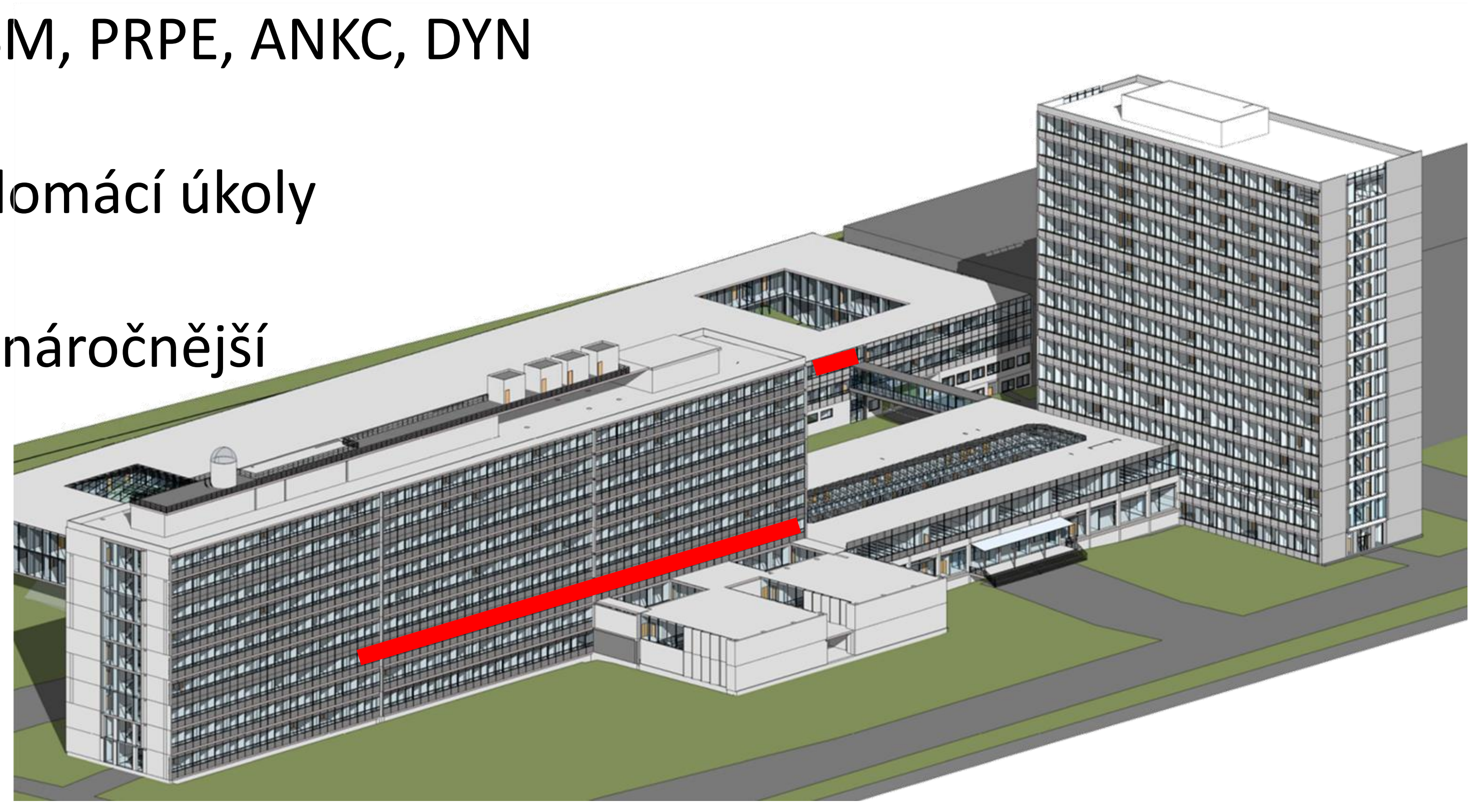
Garant kurzu - Aleš Jíra
Přednášející - Eva Novotná – teoretická část
Jitka Němečková – řešené příklady

Program kurzu

- Úvod a představení katedry
- Volitelné předměty – repetitorium
- Základní předpoklady pro studium mechaniky
    - Tvorba statických schémat a vysvětlení základních pojmů
    - Zatížení konstrukcí – základní typy a značení
    - Základní matematické operace
    - Práce s jednotkami

Katedra mechaniky – K132 – mech.fsv.cvut.cz

- Jedna z největších kateder na fakultě co do počtu zaměstnanců a největší co do objemu vědecké činnosti
- výuka základních předmětů SM, PRPE, ANKC, DYN
- důraz na práci v semestru – domácí úkoly
- předměty katedry patří mezi náročnější
- rozdělená do budov B a D



Volitelné předměty

- Volitelné předměty typu „repetitorium“

- Stavební mechanika 1 – repetitorium – 132XSR1
  - Čtvrtek 12:00-13:30, A 228 – Jitka Němečková
  - Čtvrtek 14:00-15:30, A 228 – Jitka Němečková

- Informační web: http://mech.fsv.cvut.cz/~jiraa/repetitorium/
  - Výuková videa
  - Sbírka příkladů – rovněž na wiki K132 – https://mech.fsv.cvut.cz/wiki

Co chceme abyste zvládli?

1. Vydrželi celou dnešní přednášku vzhůru

2. Naučili se základní názvosloví a často používané termíny

3. Zopakovali si jednoduchou matematiku (sin, cos …. tan ….. Pythagoras)

4. Vyřešili elementární příklad i část příhradové konstrukce

5. Dozvěděli se, že se není třeba bát ani mechaniky ani lidí kteří ji učí

6. Uvědomili si, že bude potřeba přemýšlet a bude potřeba pracovat

Od návrhu ke konstrukci

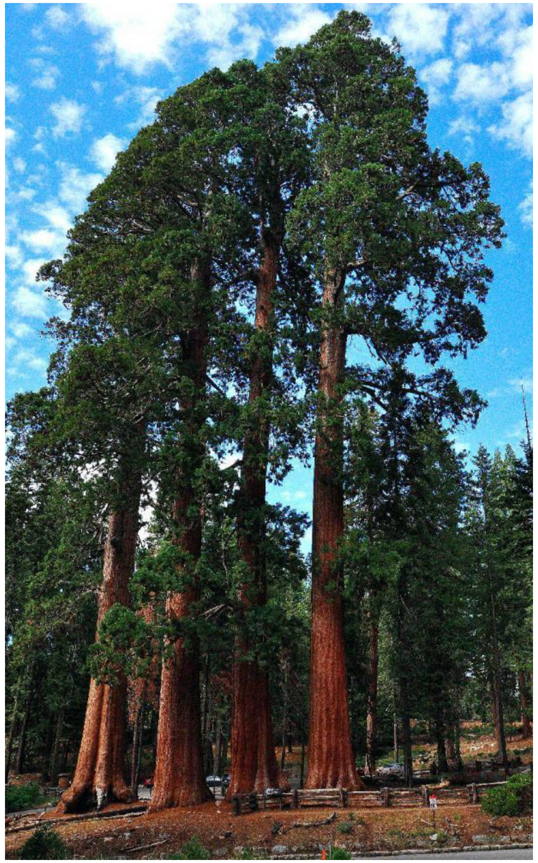
1. Návrh konstrukce
2. Statické schéma + zatížení
3. Výpočet vnitřních sil a deformací
4. Dimenzování nosných prvků
5. Stavební povolení
6. Realizace

Základní předměty katedry mechaniky

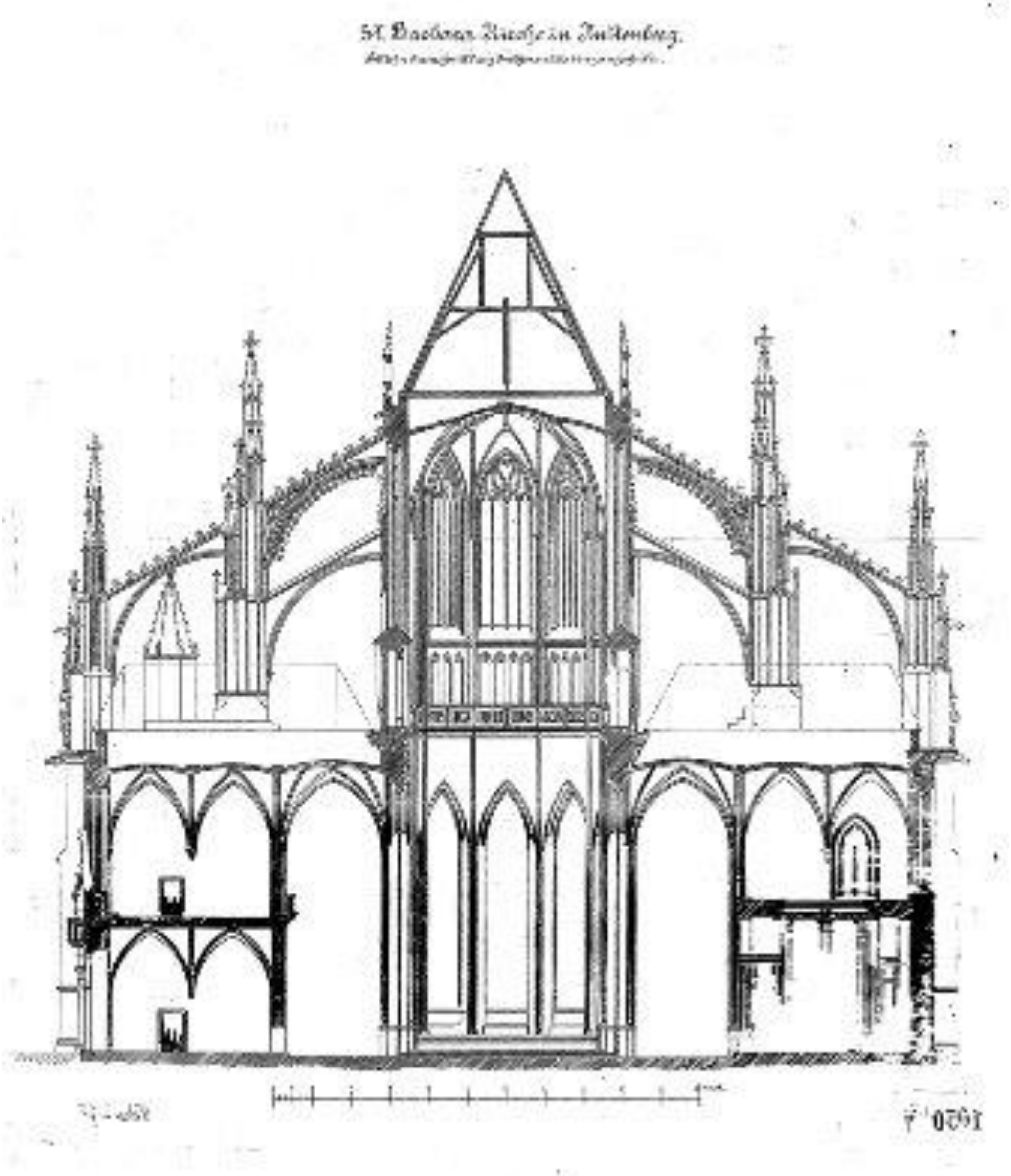
O čem je mechanika? … o rovnováze!!

Nosná konstrukce – různé druhy a různá zatížení

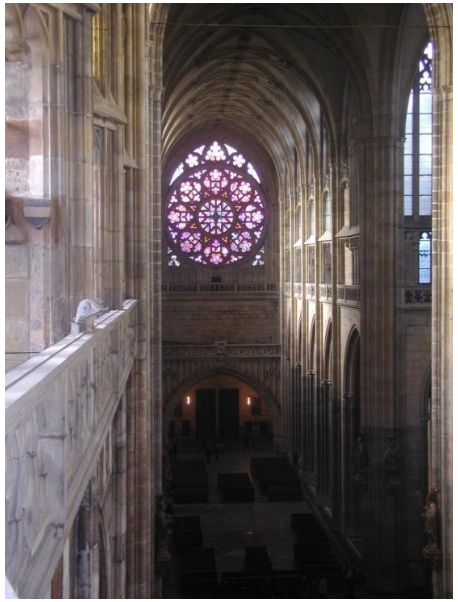
Co je nosná konstrukce? Je soubor konstrukčních prvků, které vzájemnou interakcí spolehlivě přenášejí zatížení bez nepřípustných deformací, poskytují dostatečnou tuhost stavebního díla.

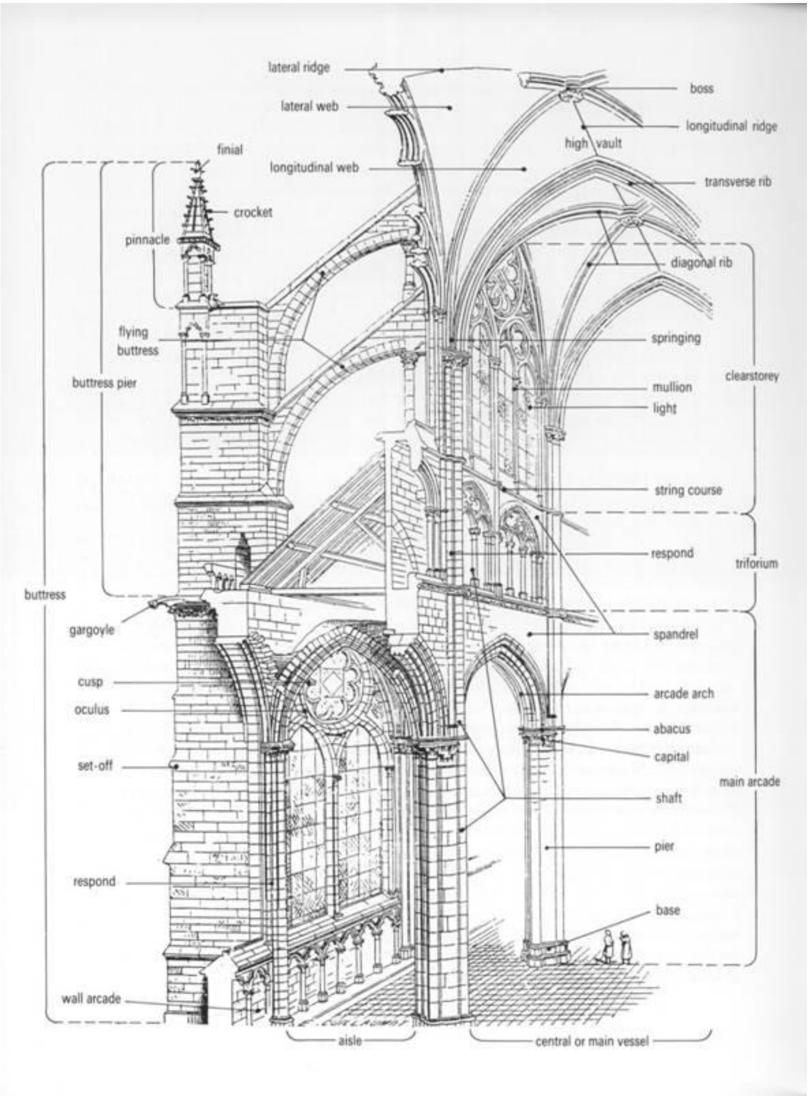


- Kutná Hora – Chrám sv. Barbory

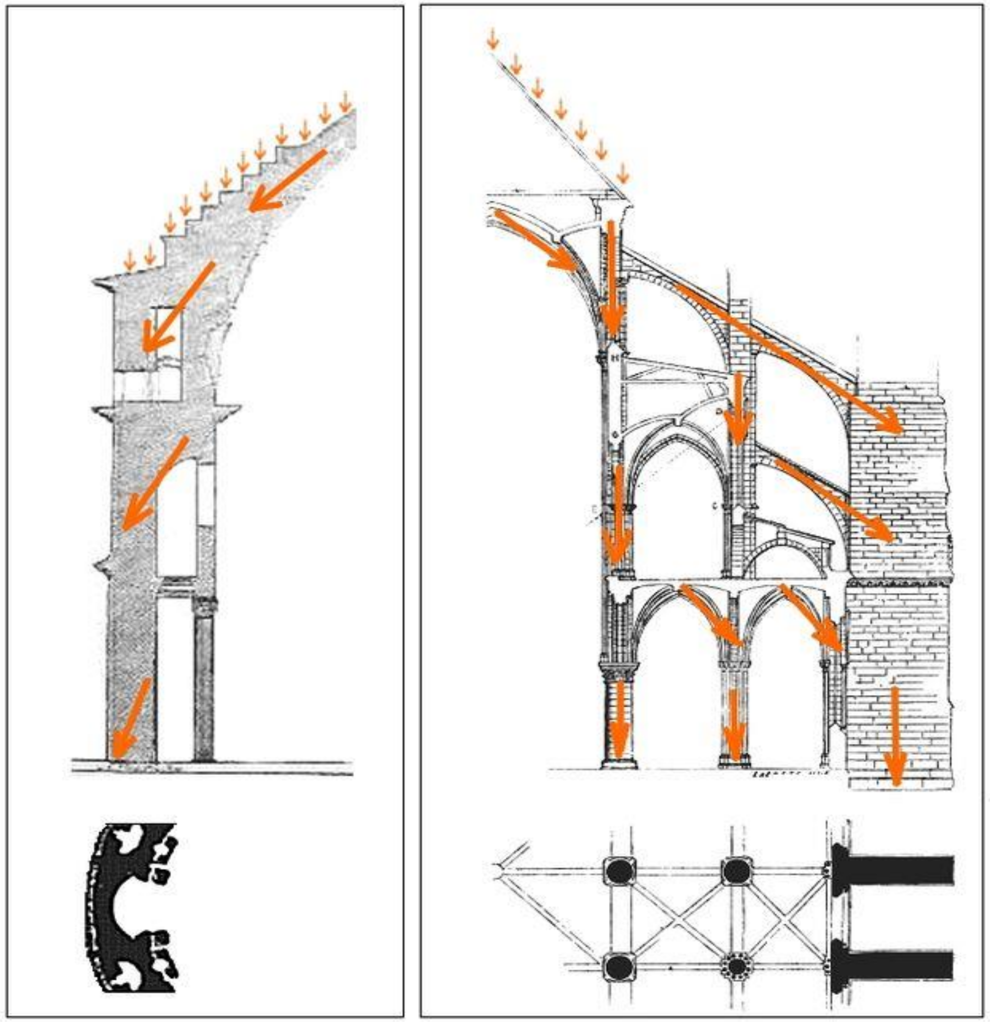


- Praha – Katedrála sv. Víta, Václava a Vojtěcha



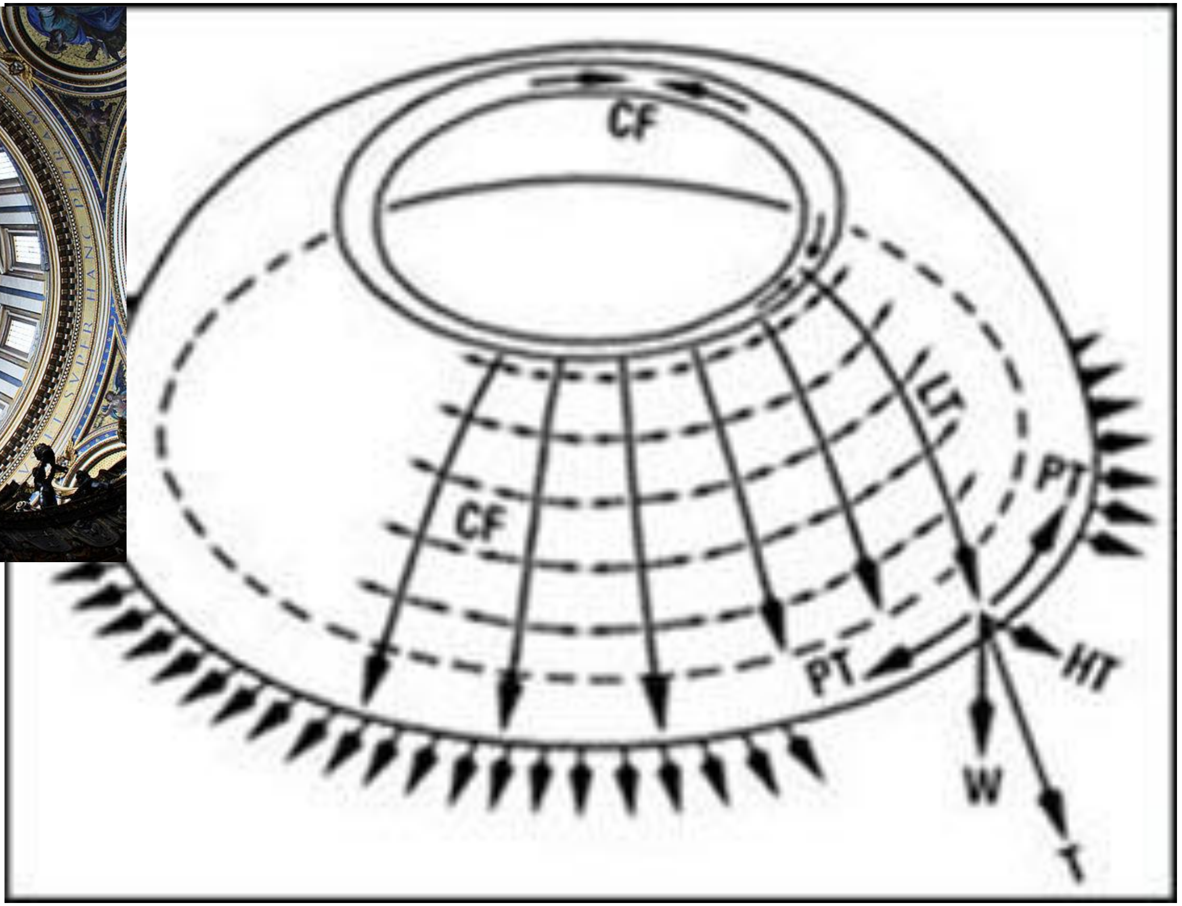


- Rozklad sil v románském a gotickém opěrném systému

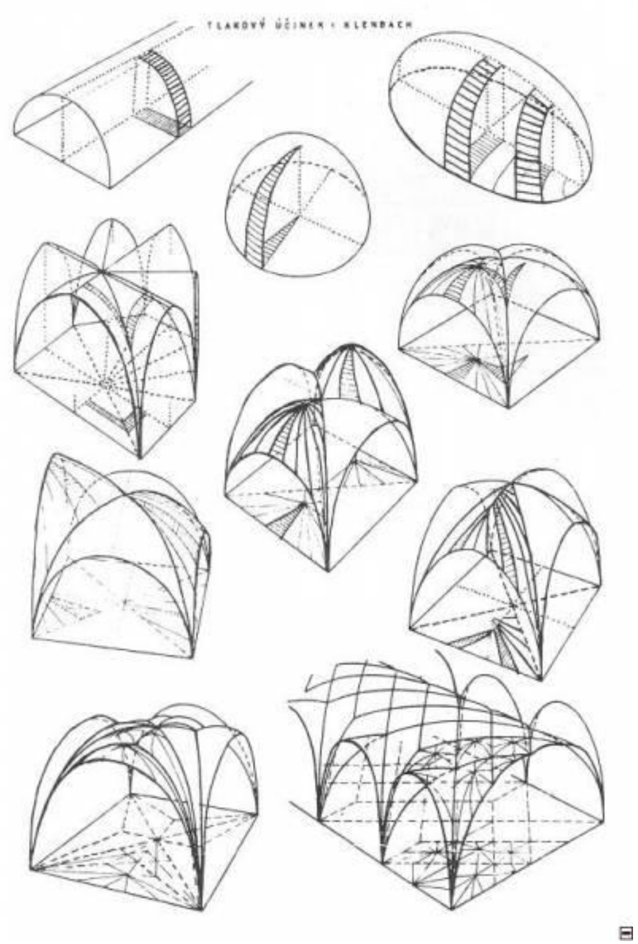


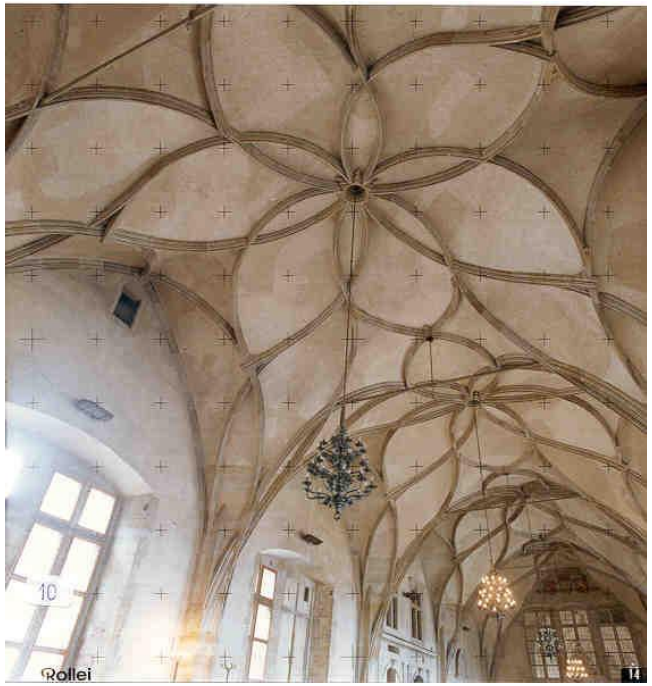
Rozklad sil - kupole

- Bazilika sv. Petra v Římě



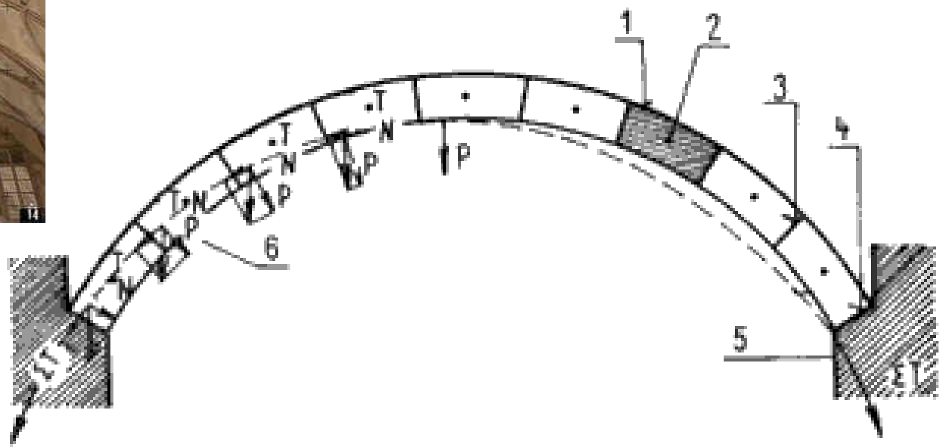
Rozklad sil- klenby





Kroužená klenba Vladislavského sálu Pražský hrad

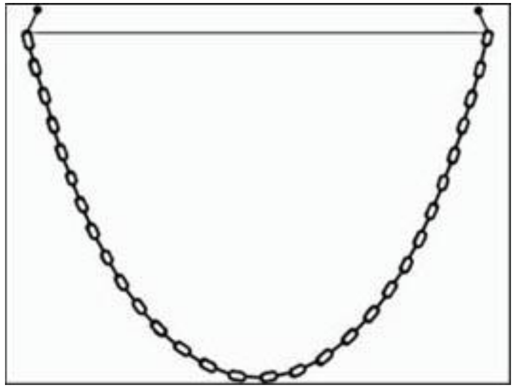
Rozkládání sil v klenbě

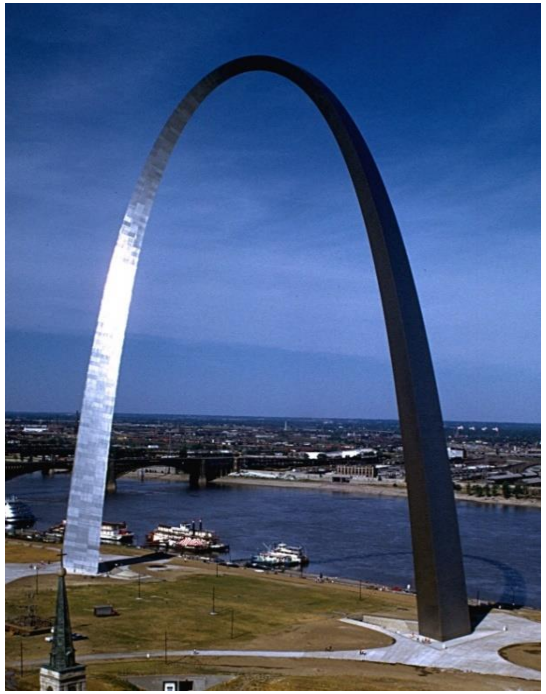


Rozklad sil- klenby

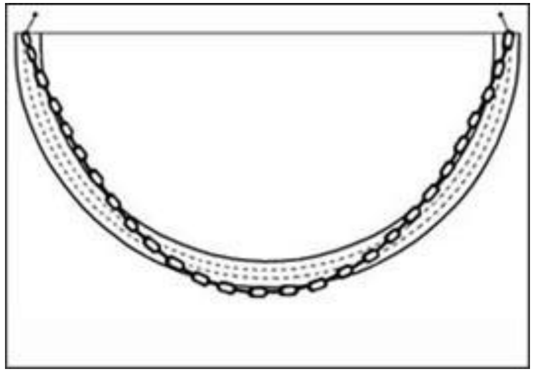
- Ideální tvar - řetězovka

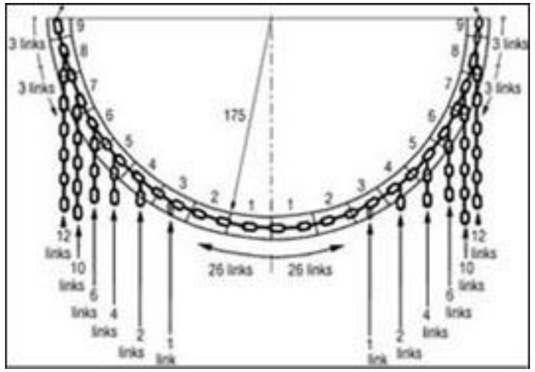
v celé klenbě pouze tlak

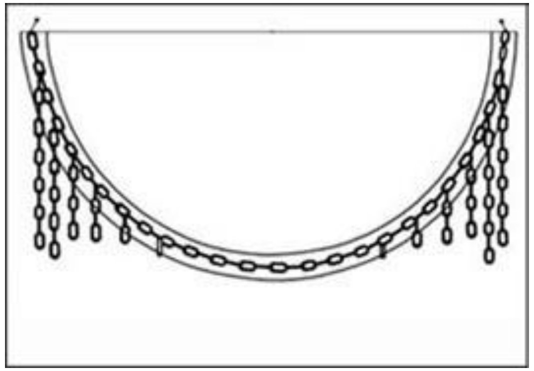


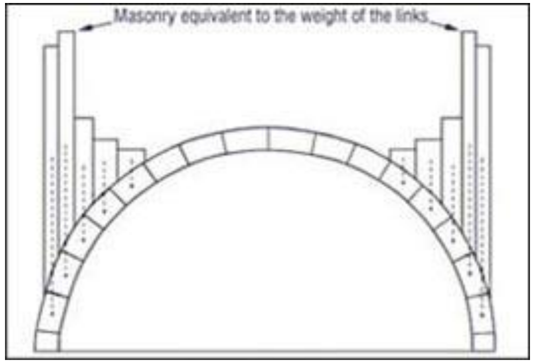


Gateway Arch – Saint Louis



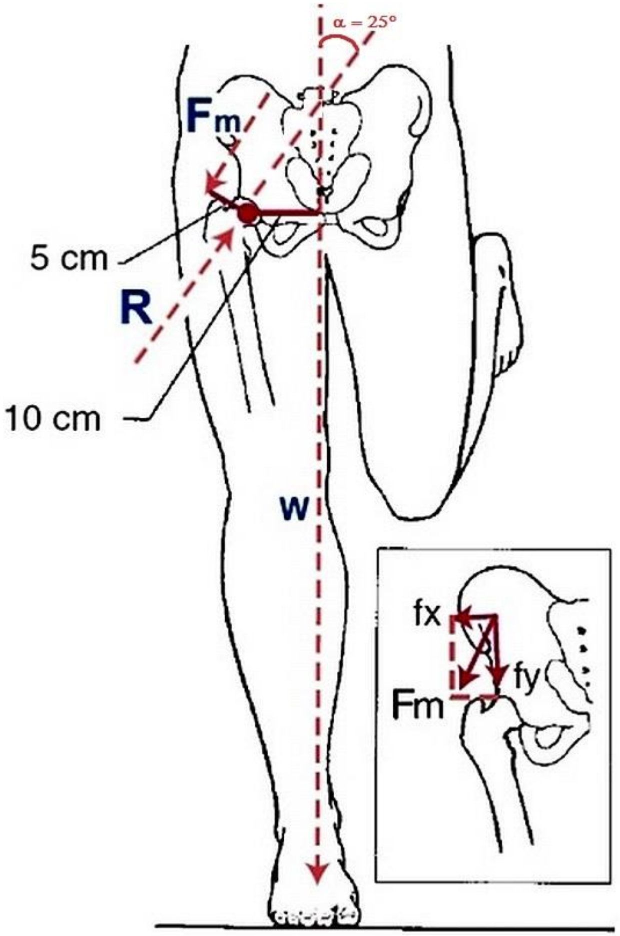


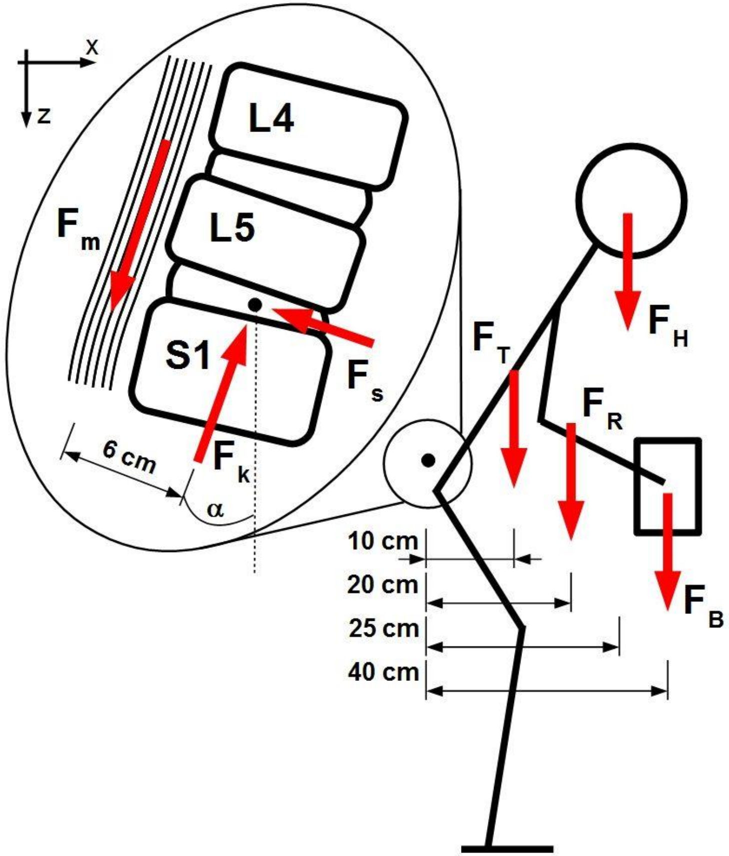




Plošší klenba nutné přitížení, aby tlaková čára zůstala v konstrukci

- (Vsuvka :Biomechanika - Rozklad sil v opěrném systému lidského těla)





Základní konstrukční prvky – svislé prvky

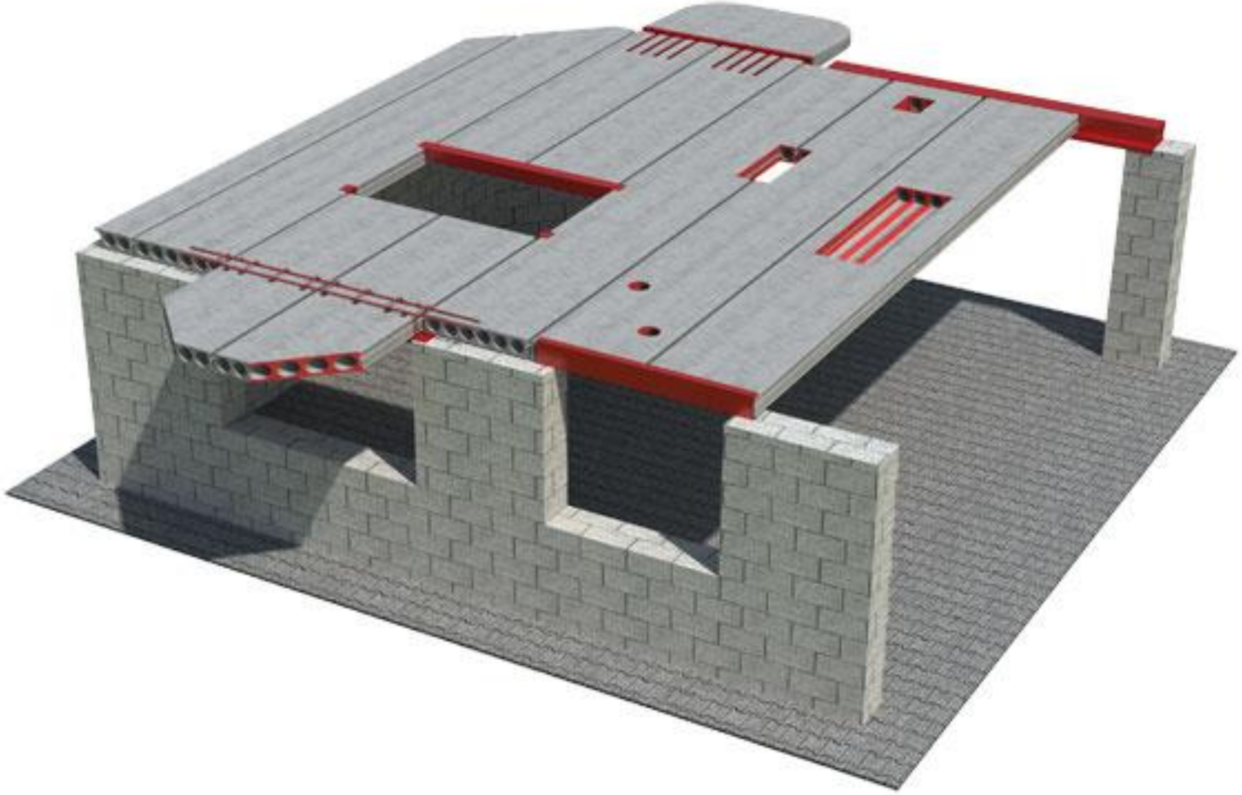
Sloupy a pilíře

Stěny

Základní konstrukční prvky – vodorovné prvky

Trámy a průvlaky

Desky



Od návrhu ke konstrukci

1. Návrh konstrukce
2. Statické schéma + zatížení
3. Výpočet vnitřních sil a deformací
4. Dimenzování nosných prvků
5. Stavební povolení
6. Realizace

$\left.\begin{array}{l}\text{2. Statické schéma + zatížení}\\ \text{3. Výpočet vnitřních sil a deformací}\end{array}\right\}$ Základní předměty katedry mechaniky

Od návrhu ke konstrukci

1. Návrh konstrukce
2. Statické schéma + zatížení
3. Výpočet vnitřních sil a deformací
4. Dimenzování nosných prvků
5. Stavební povolení
6. Realizace

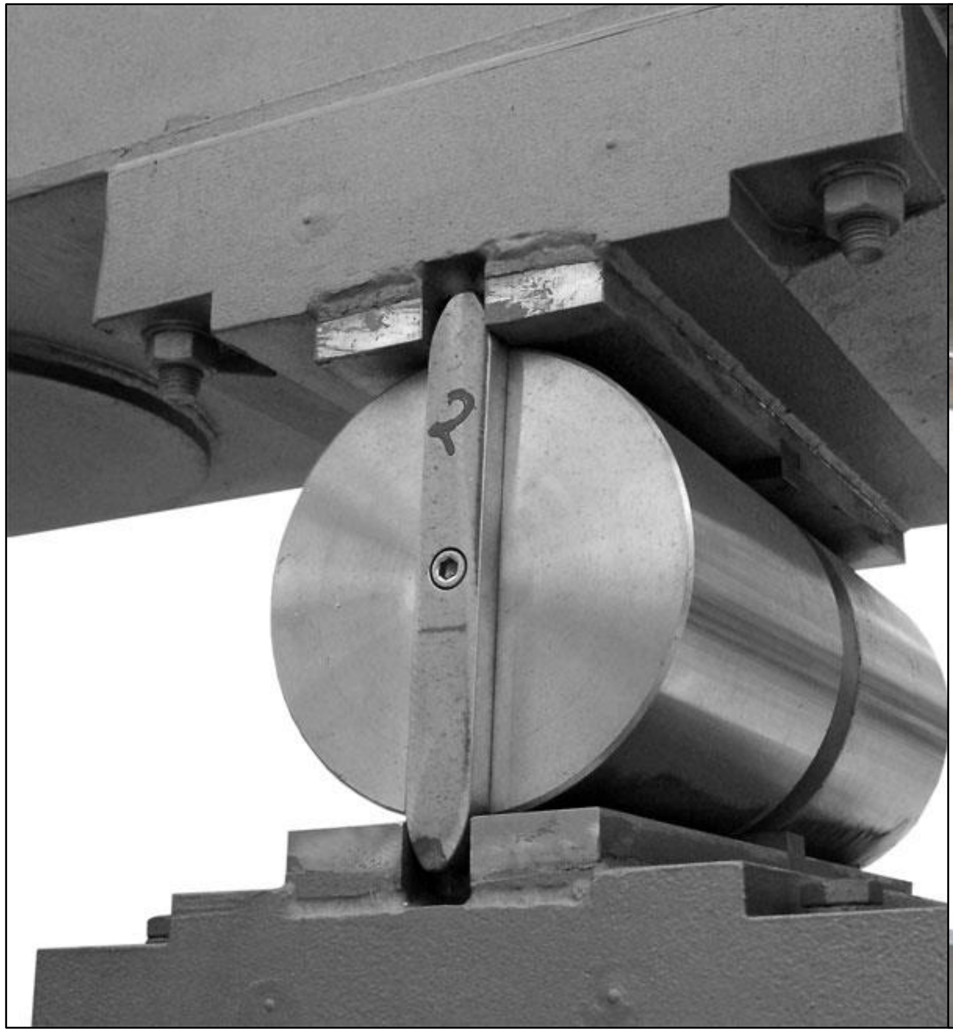
Základní předměty katedry mechaniky

Statické schéma – co to je, kde se vezme a k čemu je dobré?

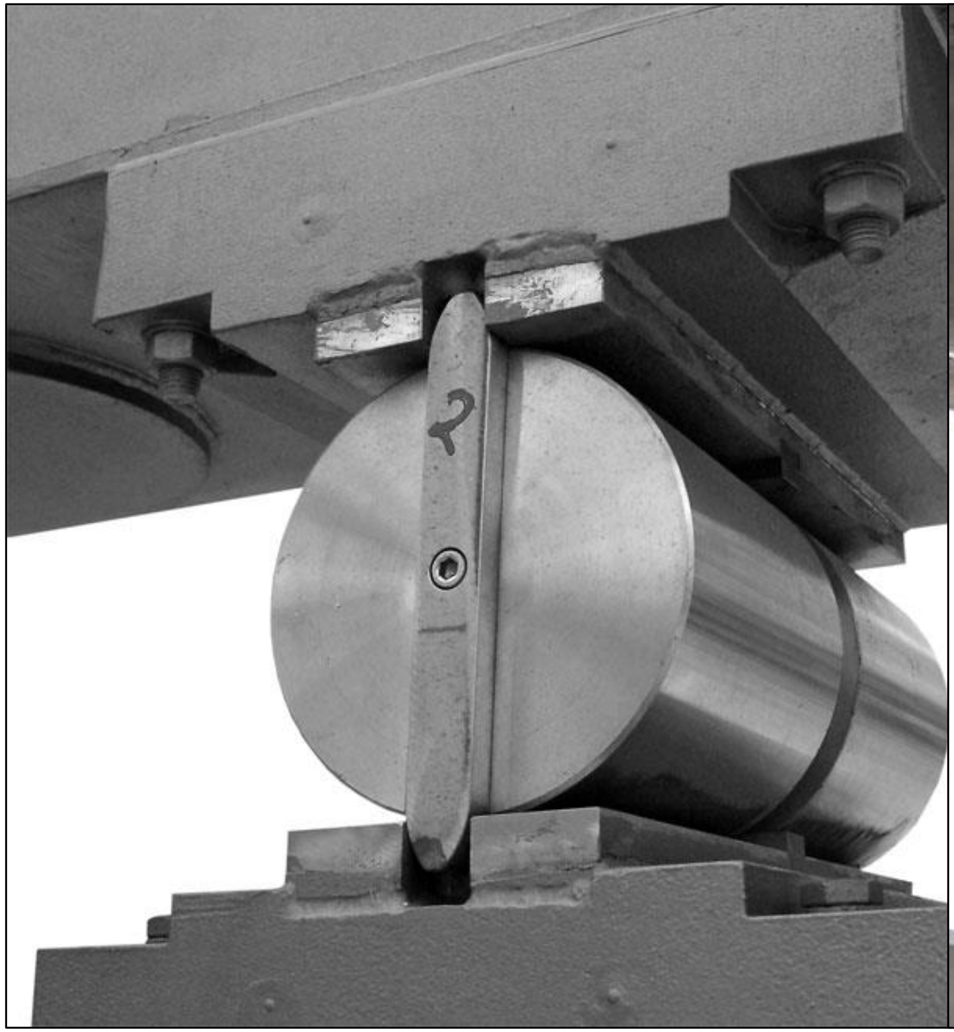
- grafické zjednodušení konstrukce do roviny (2D) nebo prostoru 3D
- usnadňuje výpočet a práci s konstrukcí
- umožnuje grafické znázornění počítaných veličin přímo na konstrukci

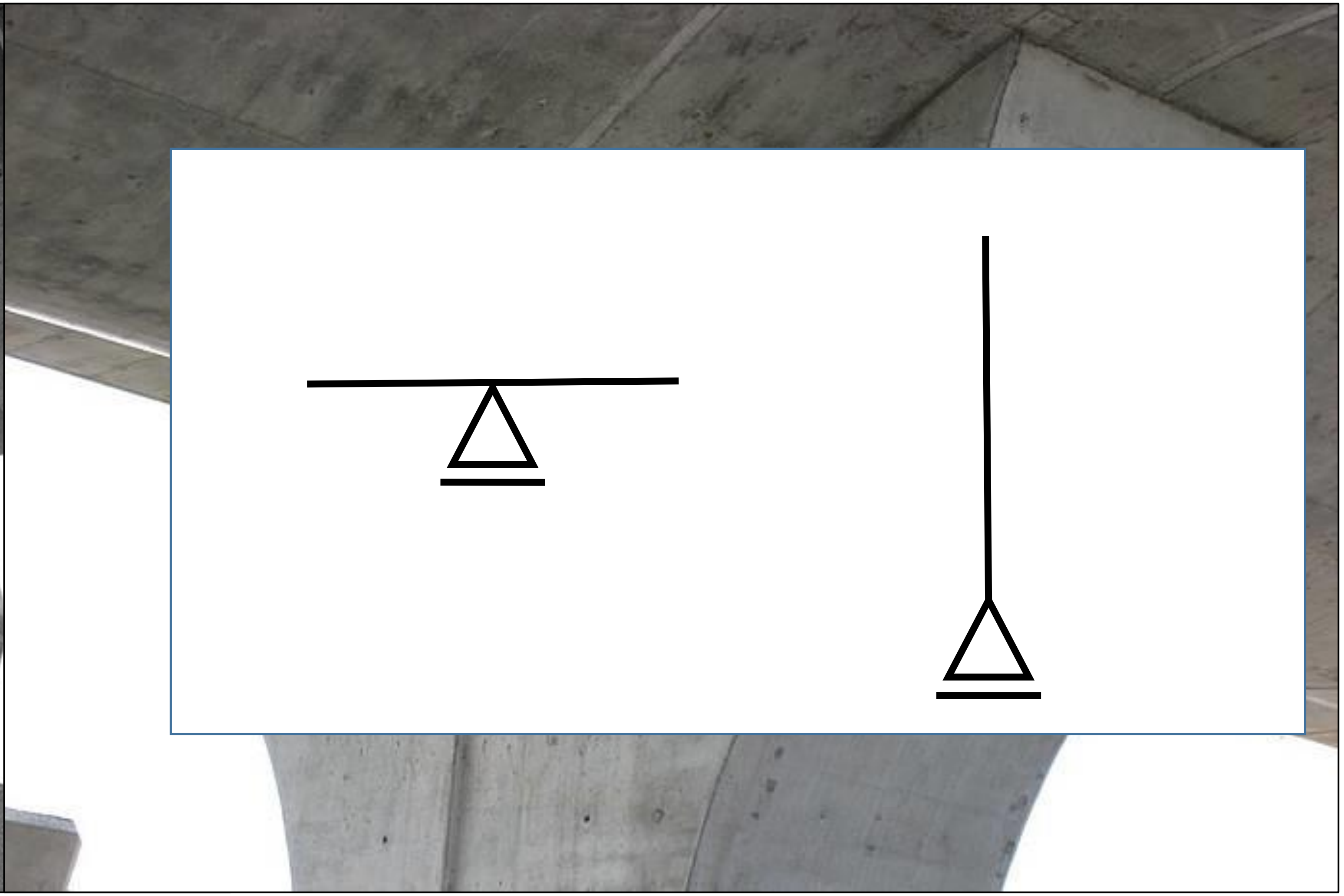
Statické schéma a jak se tvoří?

Statické schéma – základní podpory – posuvný kloub



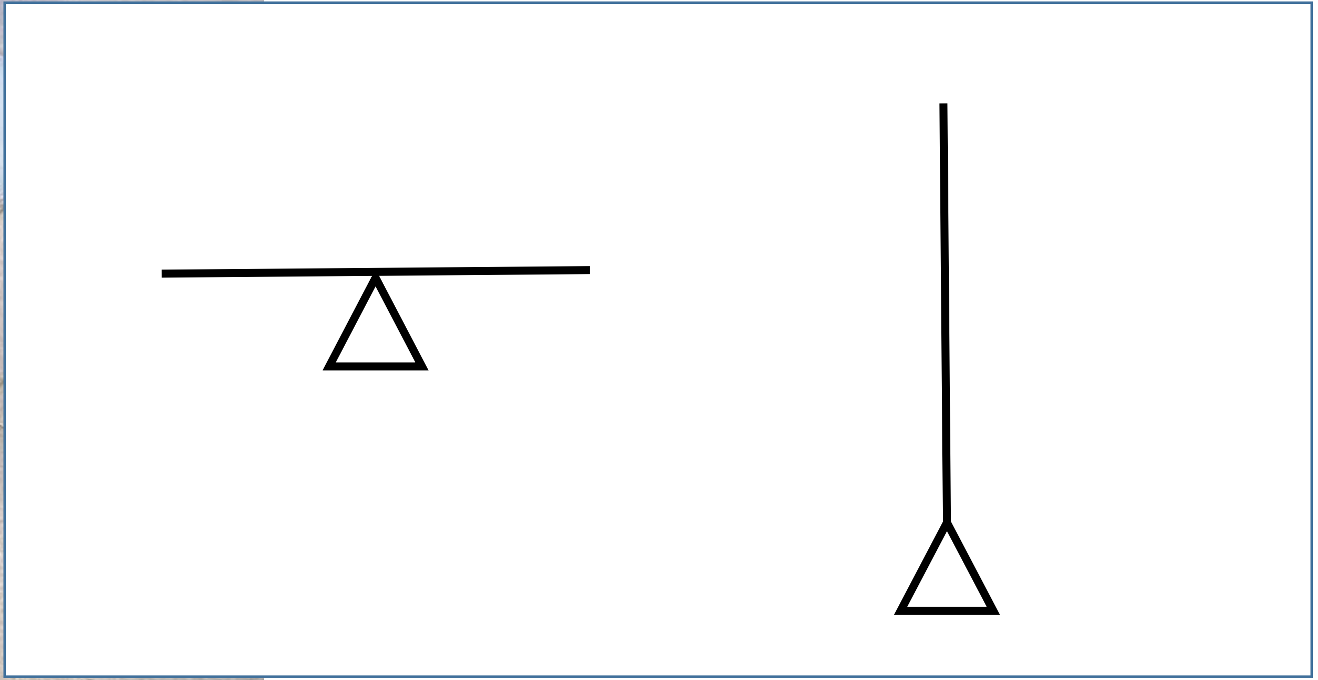
Statické schéma – základní podpory – posuvný kloub





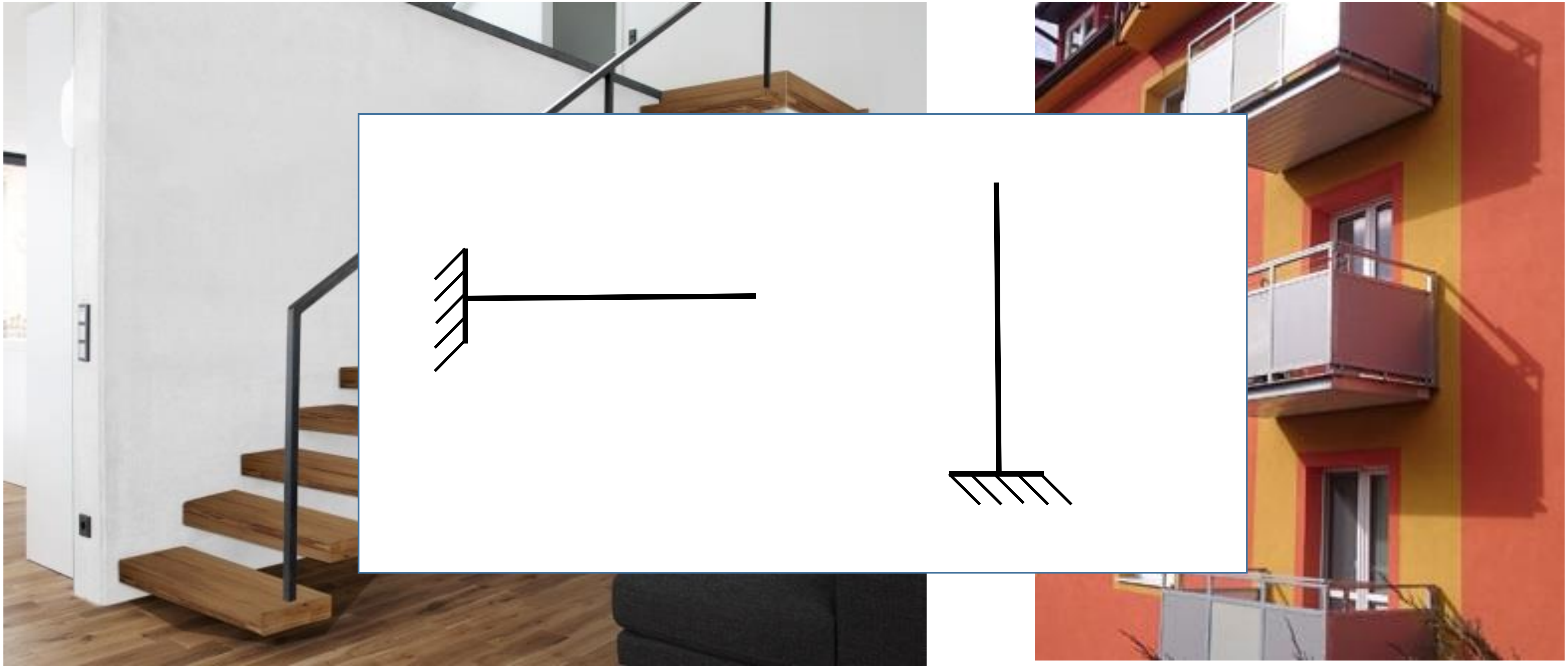
Statické schéma – základní podpory – pevný kloub

Statické schéma – základní podpory – pevný kloub



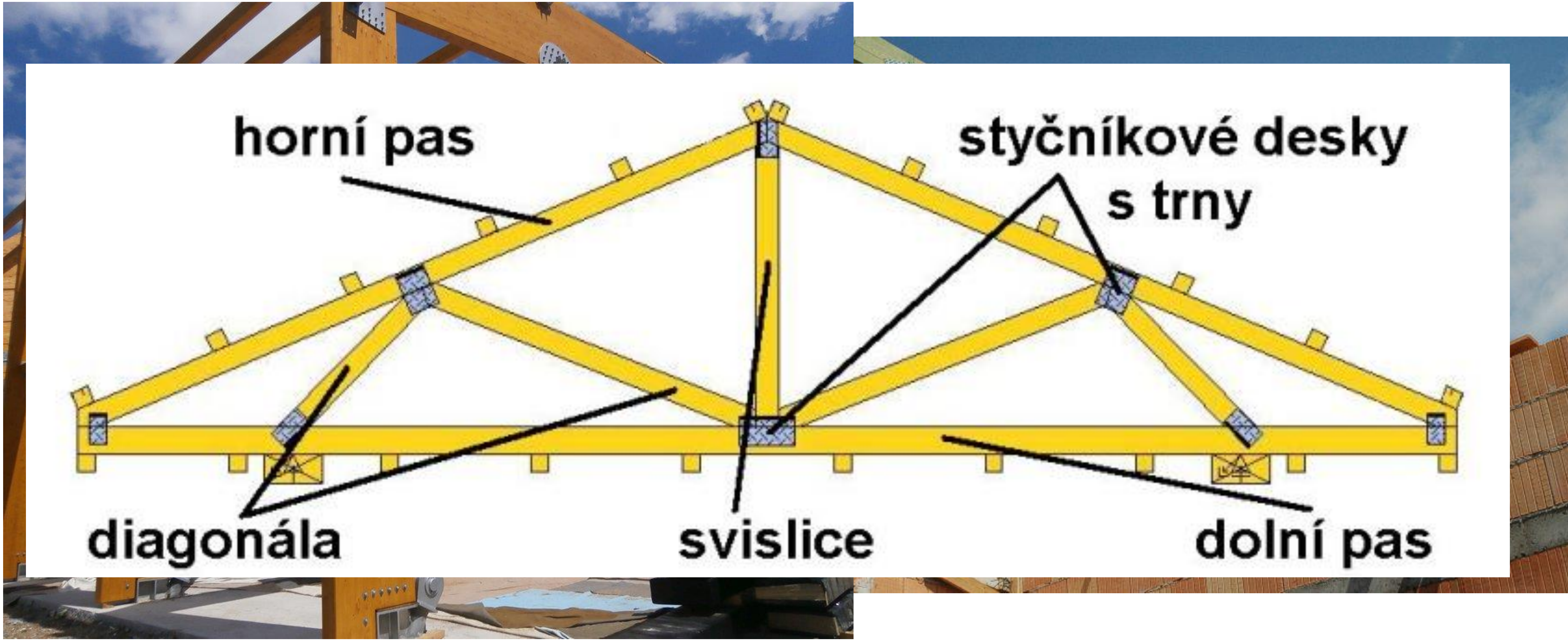
Statické schéma – základní podpory – vetknutí

Statické schéma – základní podpory – vetknutí

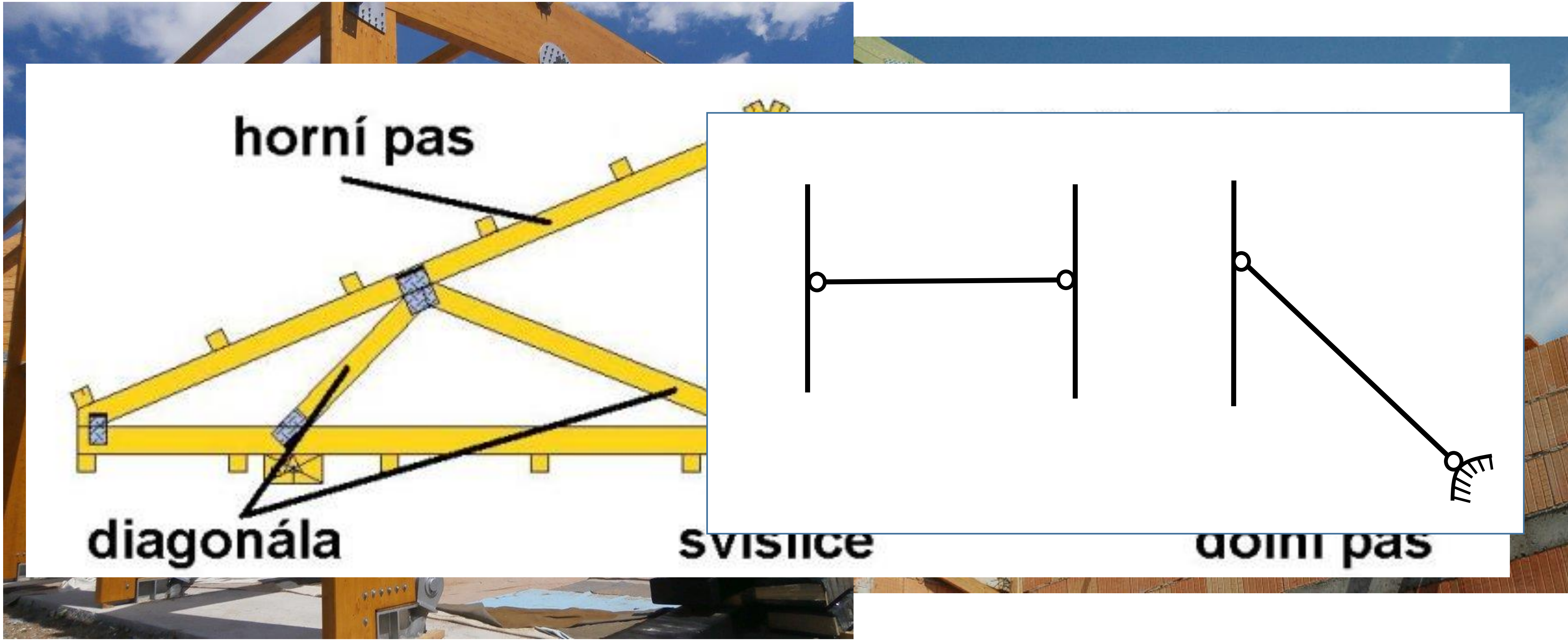


Statické schéma – základní podpory – kyvný prut = táhlo

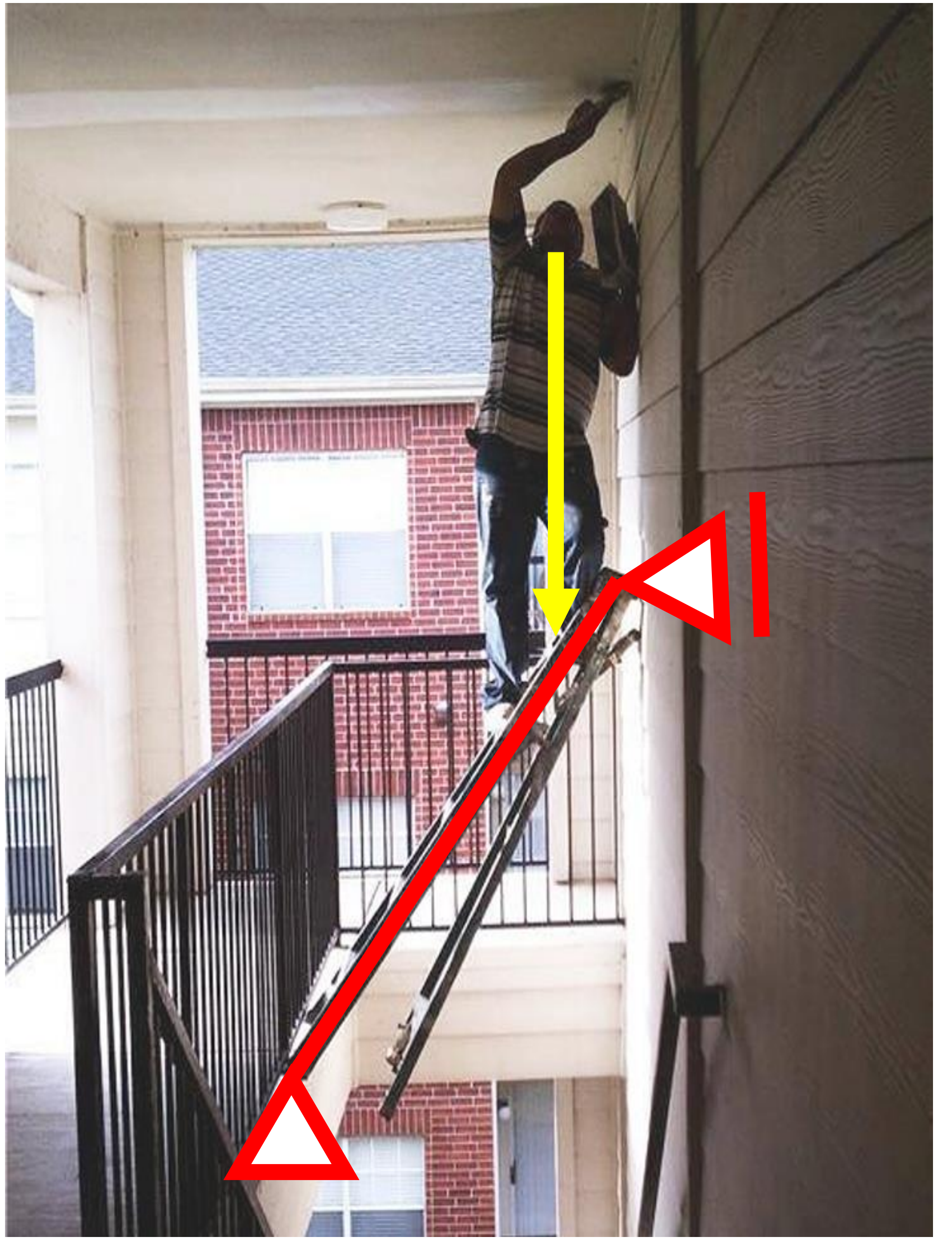
Statické schéma – základní podpory – kyvný prut = táhlo



Statické schéma – základní podpory – kyvný prut = táhlo

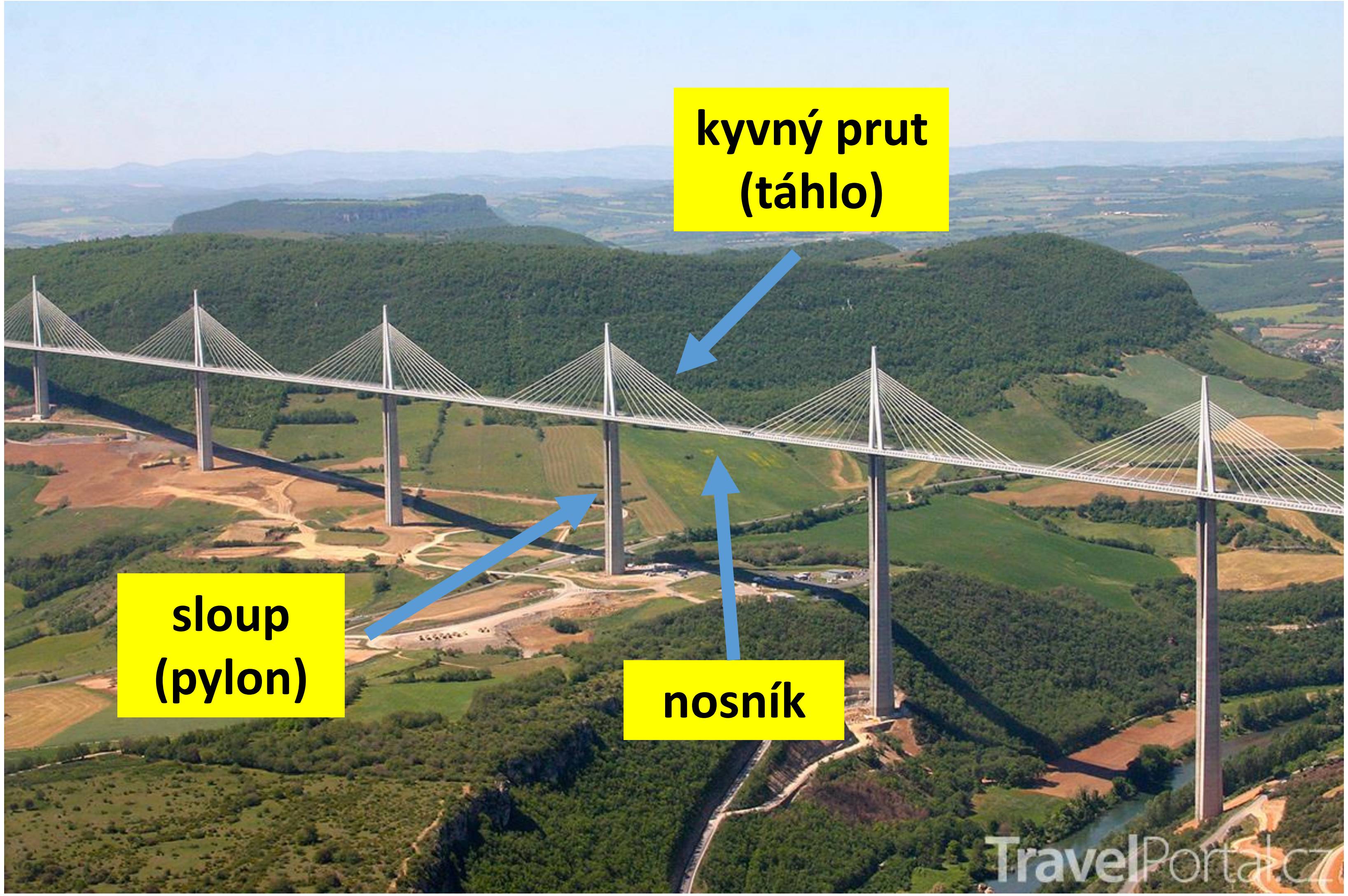


Statické schéma a jak se tvoří?

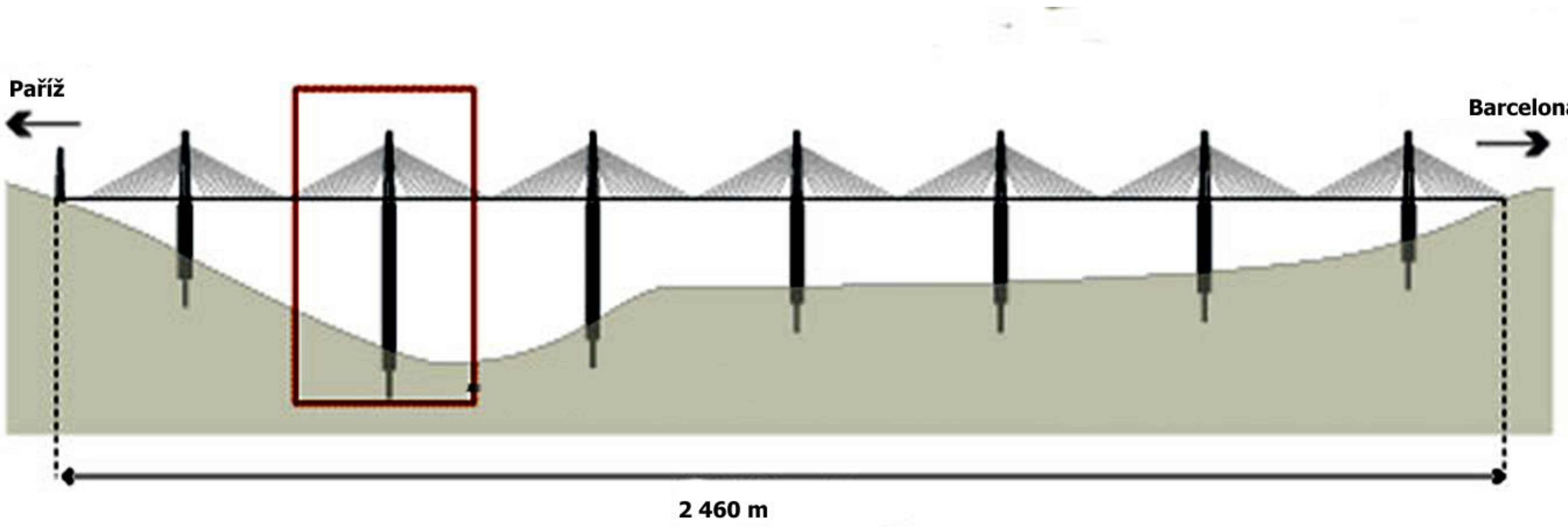


Statické schéma

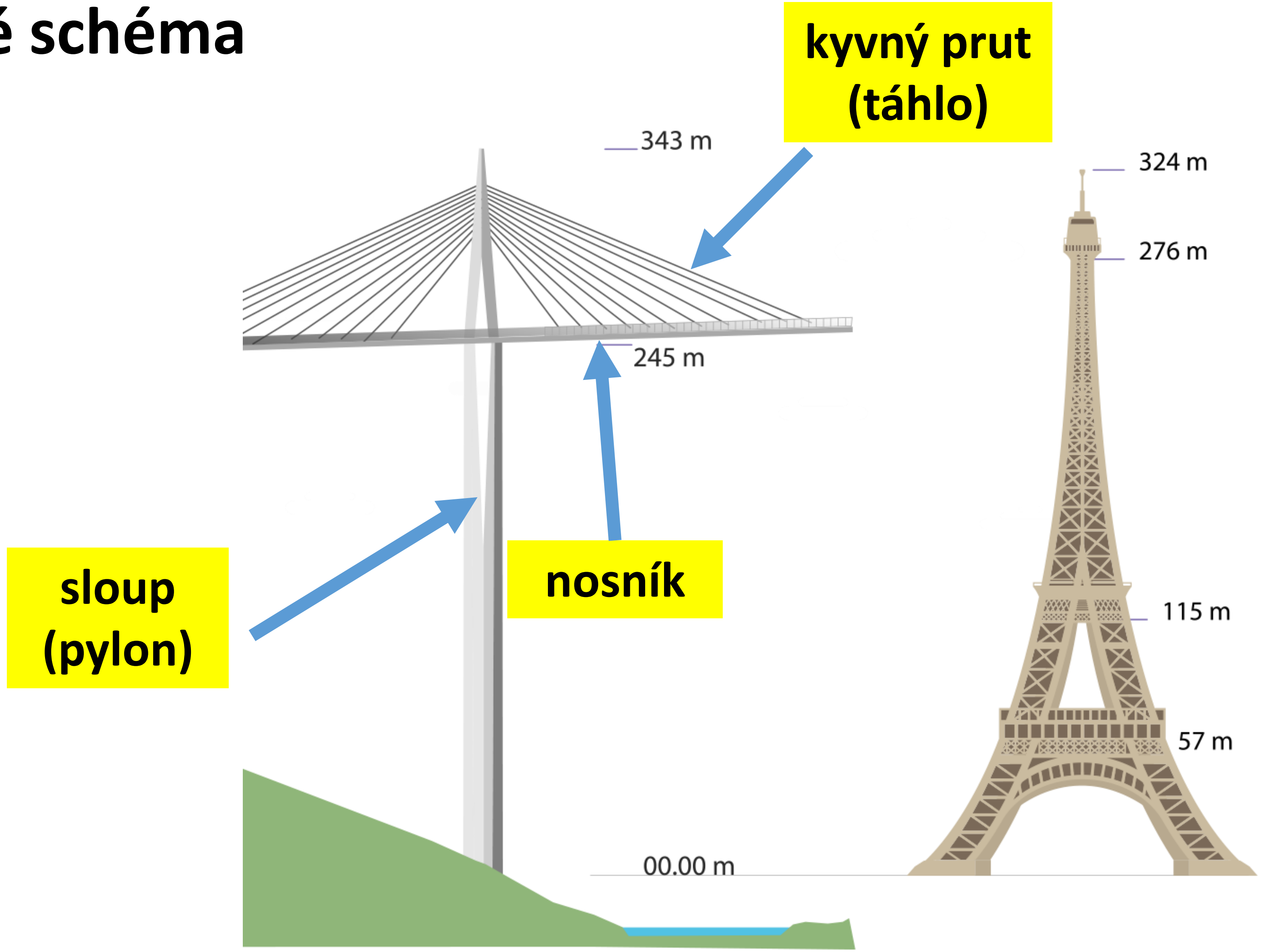
Statické schéma – z globálu k lokálu



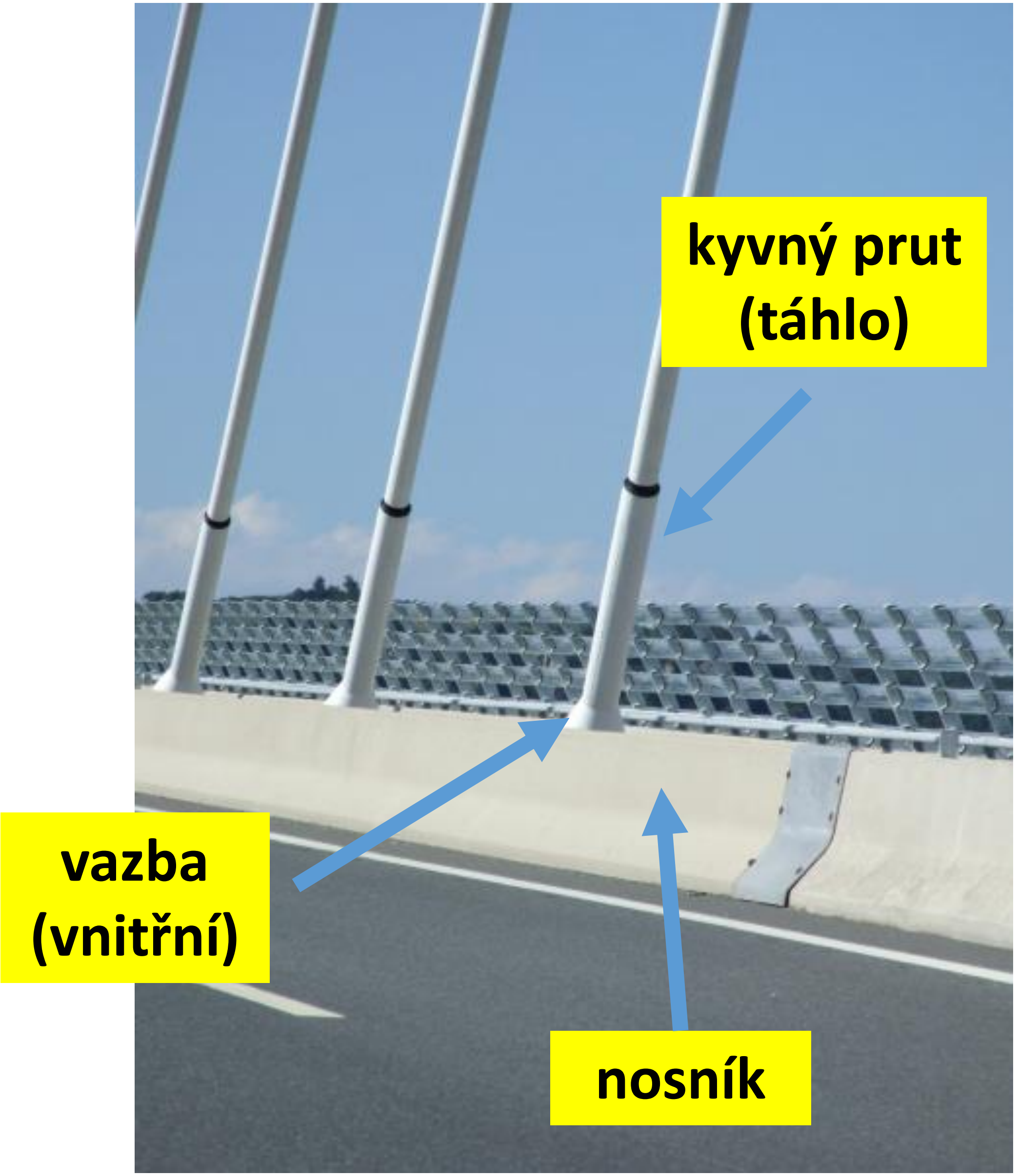
Statické schéma – z globálu k lokálu



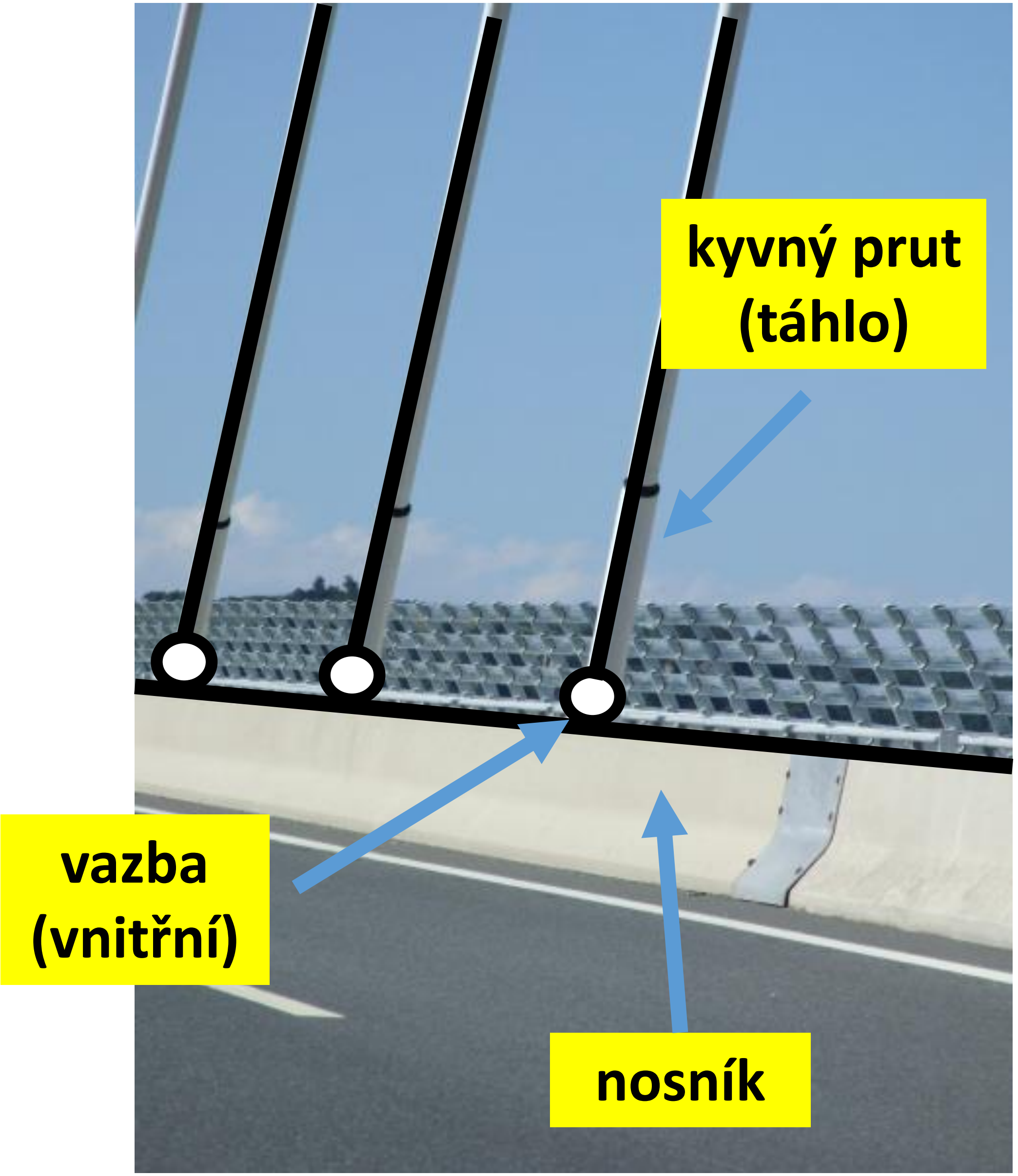
Statické schéma



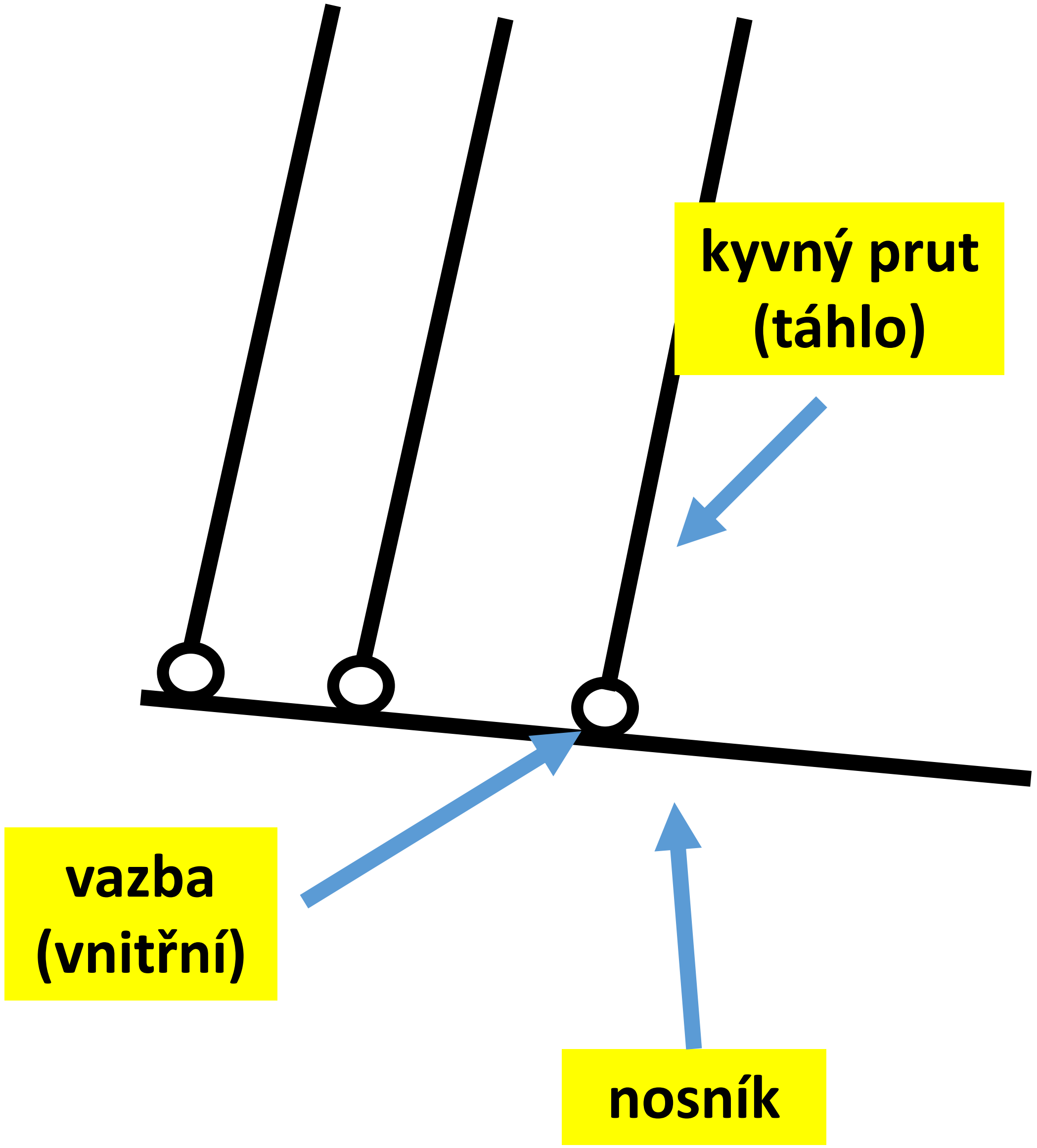
Statické schéma



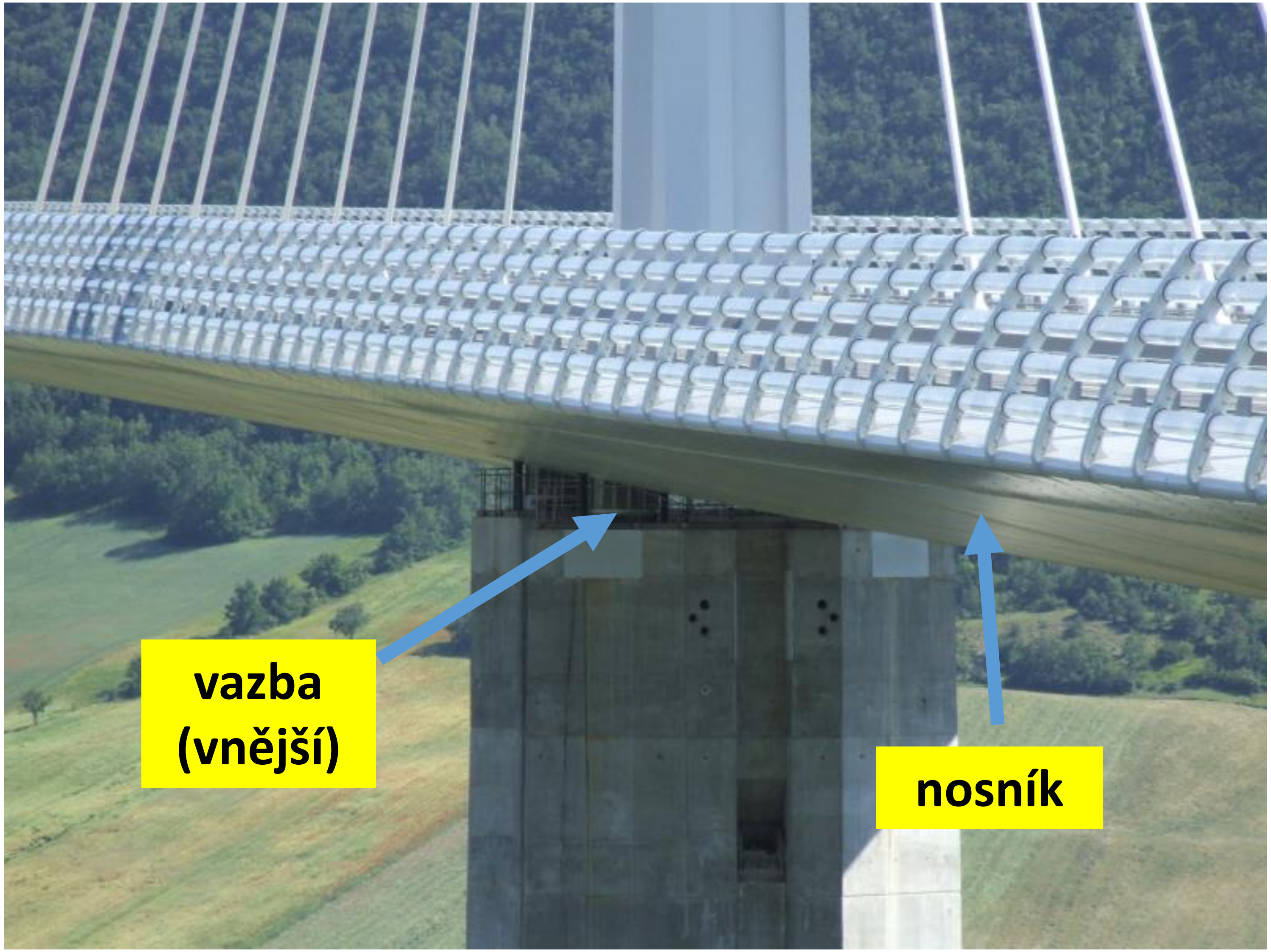
Statické schéma



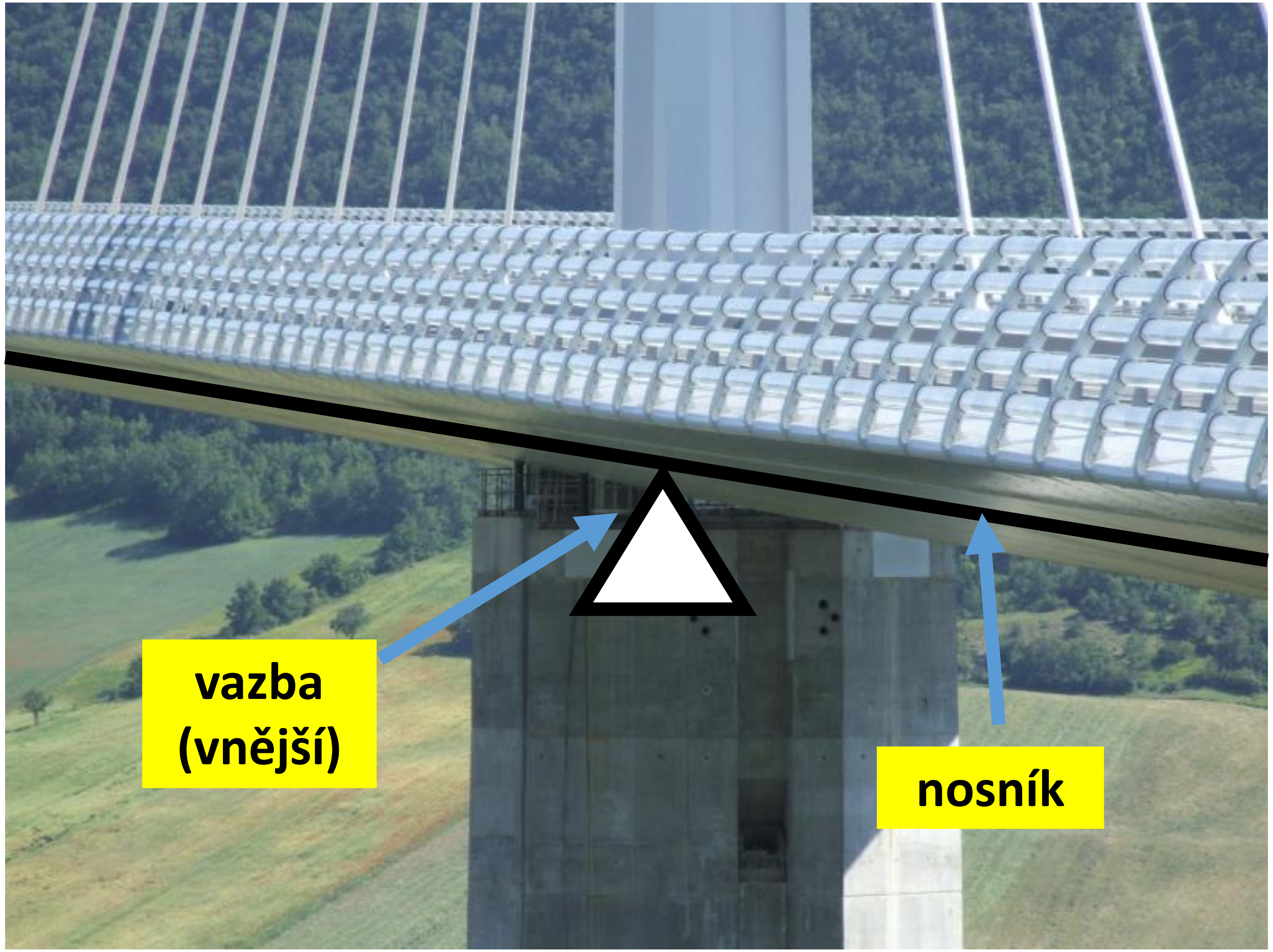
Statické schéma



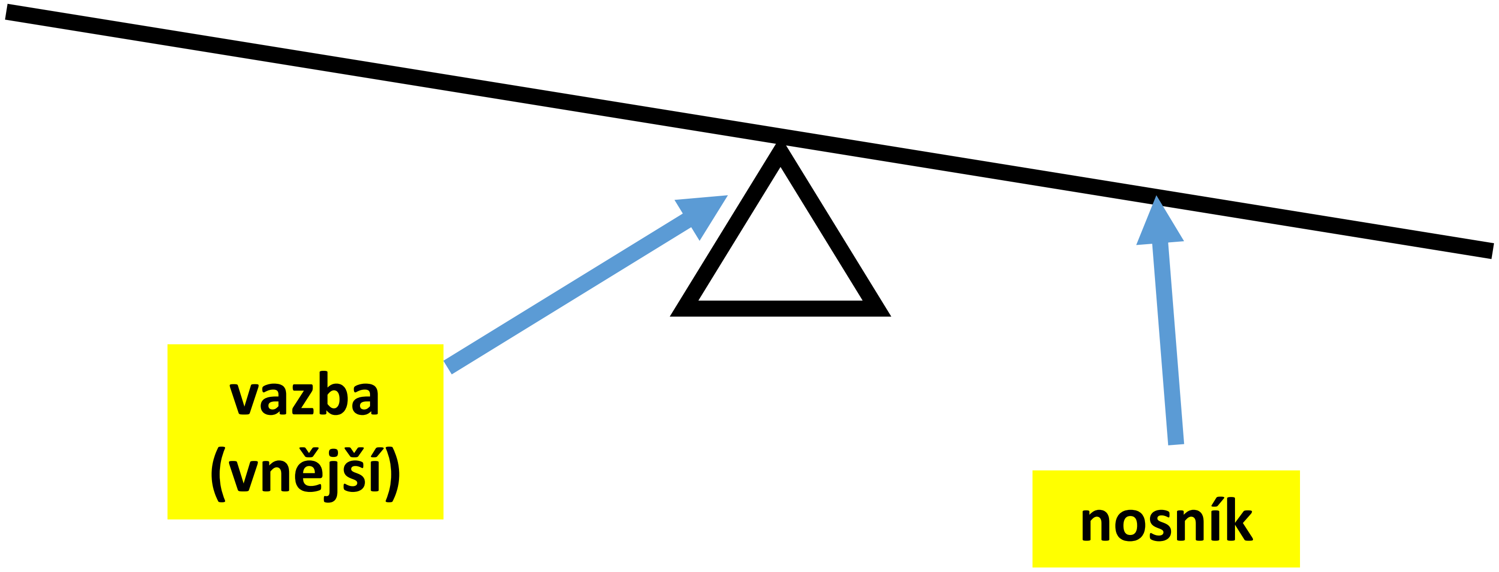
Statické schéma



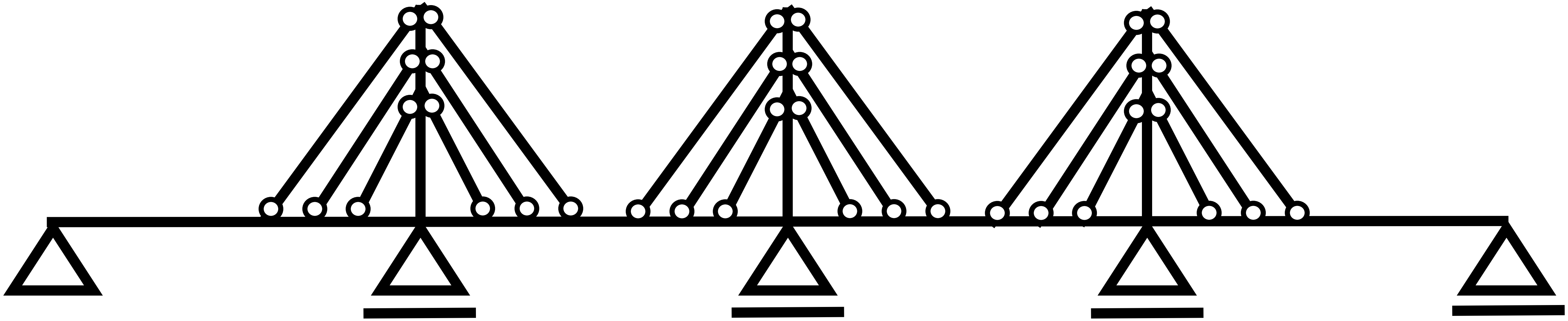
Statické schéma



Statické schéma



Statické schéma



Od návrhu ke konstrukci

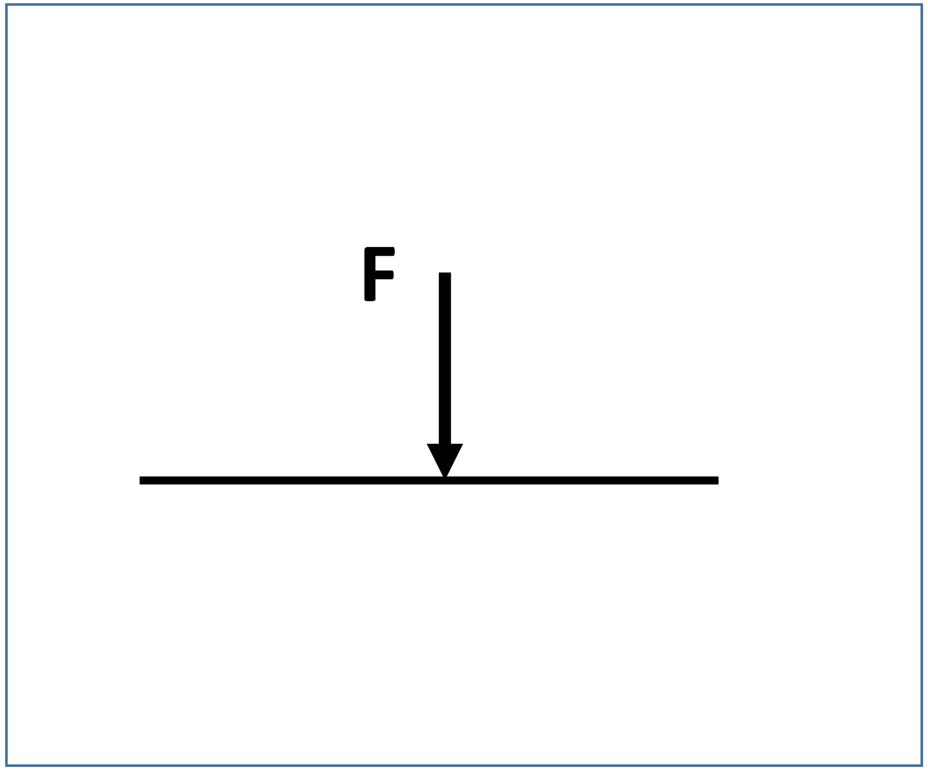
1. Návrh konstrukce
2. Statické schéma + $\boxed{\text{zatížení}}$
3. Výpočet vnitřních sil a deformací
4. Dimenzování nosných prvků
5. Stavební povolení
6. Realizace

Základní předměty katedry mechaniky

Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

- Osamělá síla

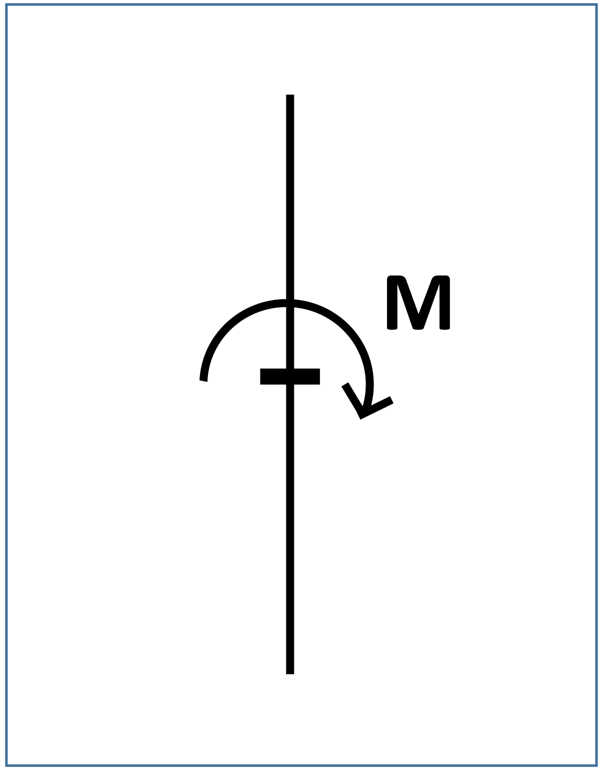
$$F\ [kN]$$

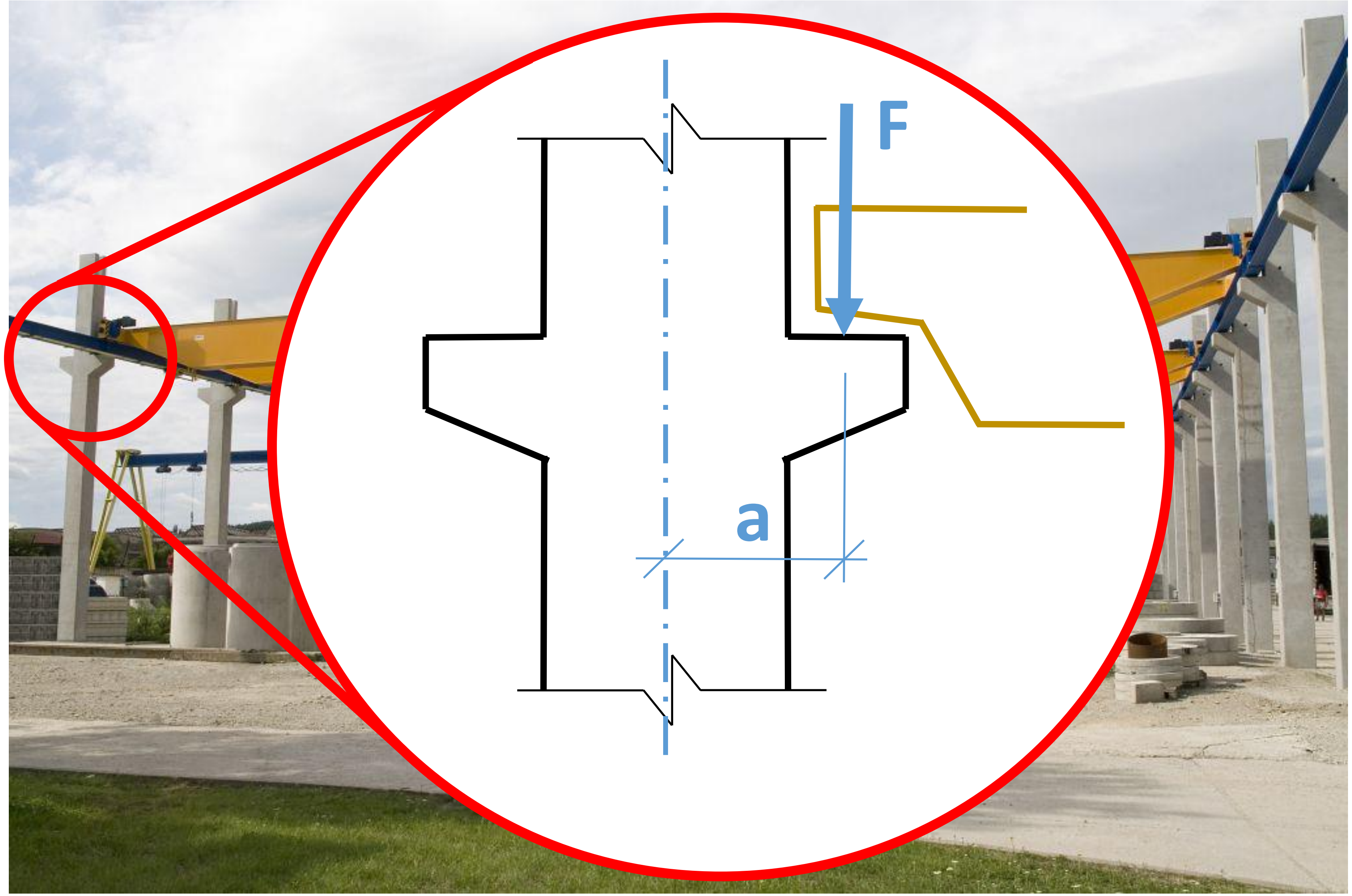


Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

- Osamělý moment

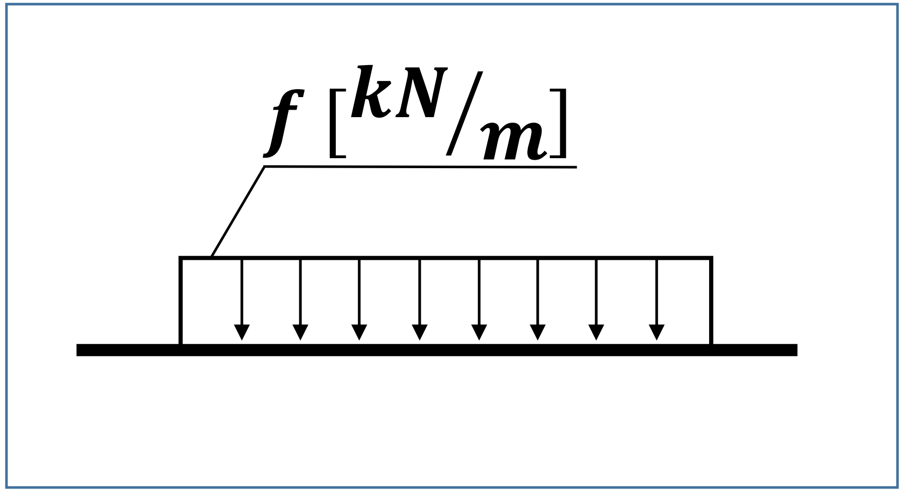
$$M = F \cdot a \ [kNm]$$





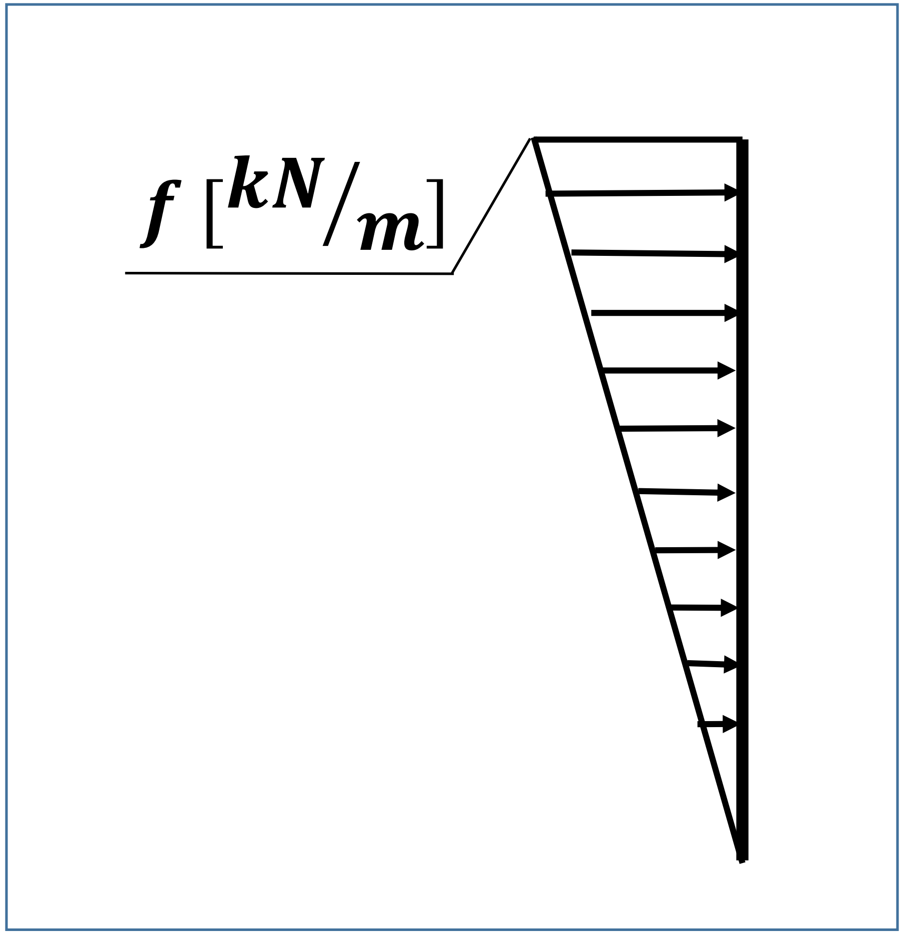
Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

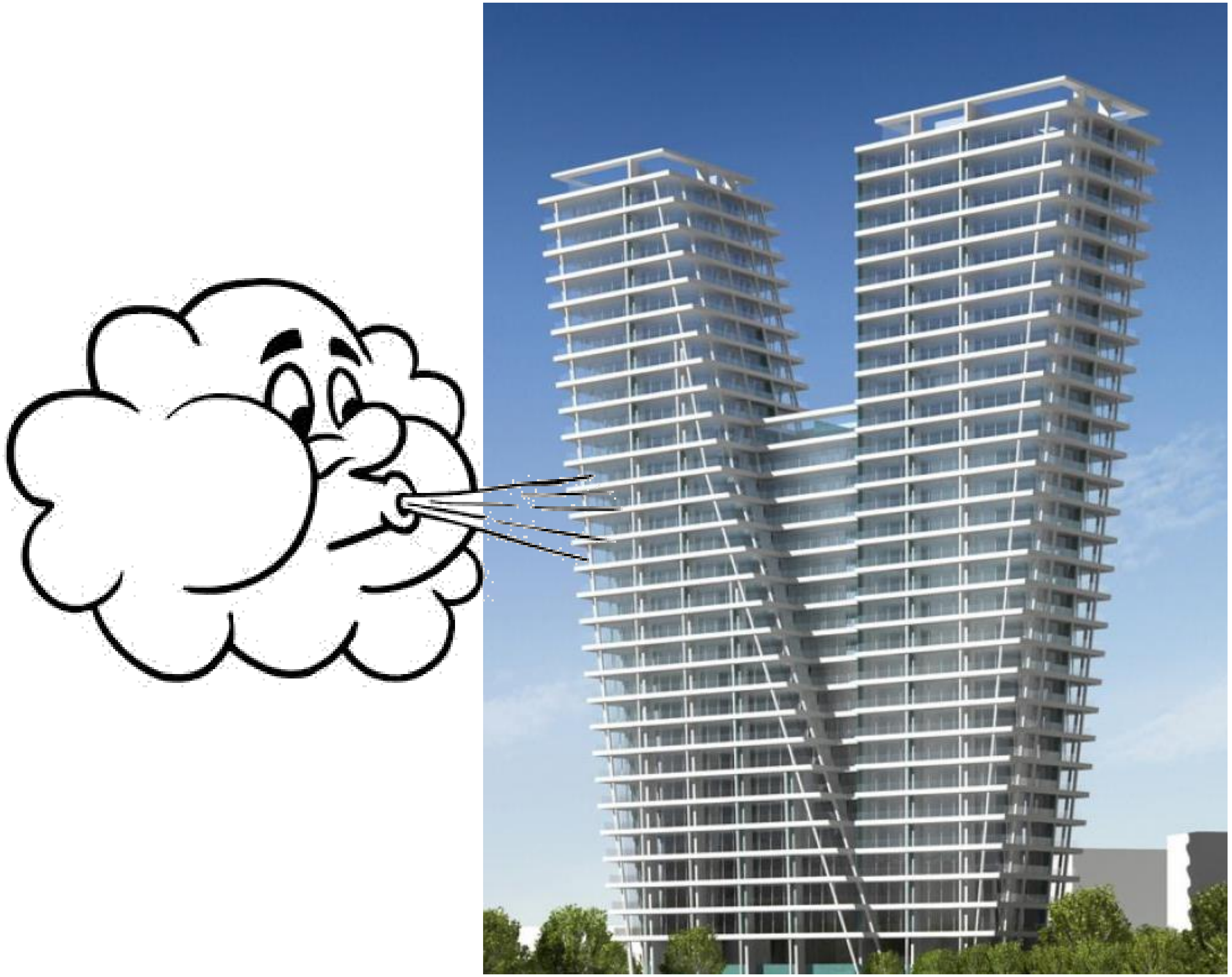
- **Spojité zatížení - rovnoměrné**



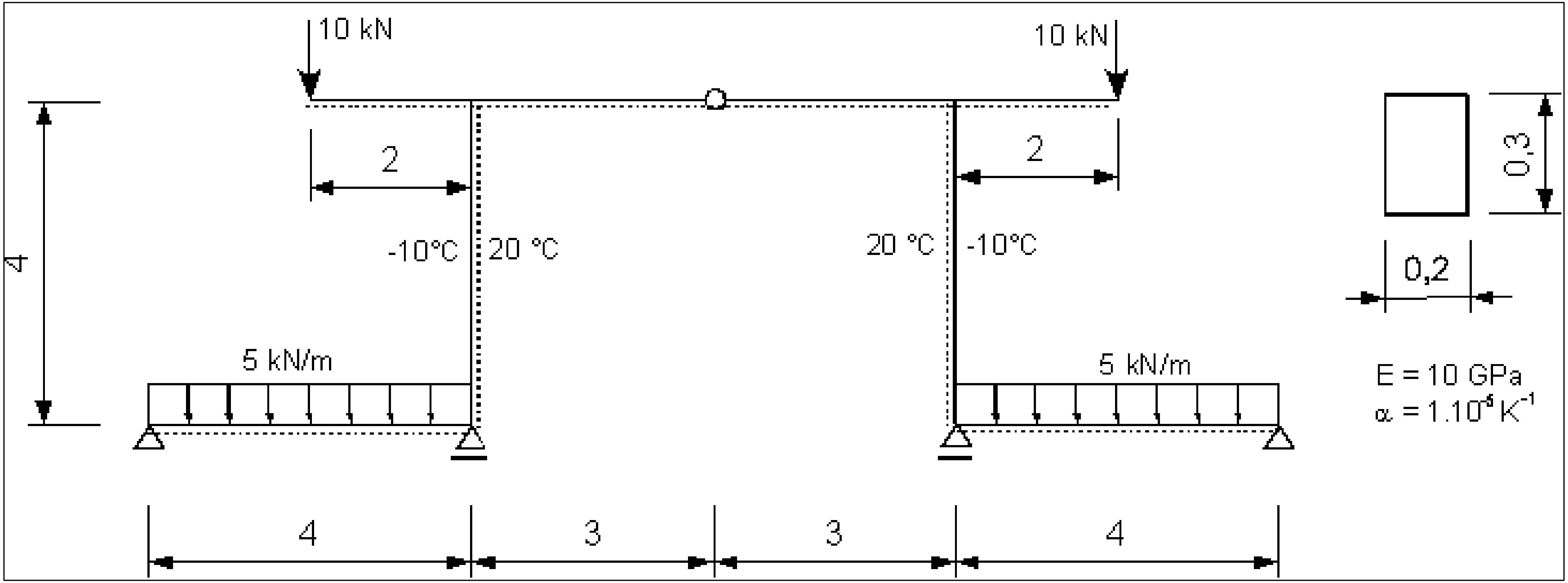
Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

- Spojité zatížení - nerovnoměrné





Finální statické schéma a zatížení konstrukce



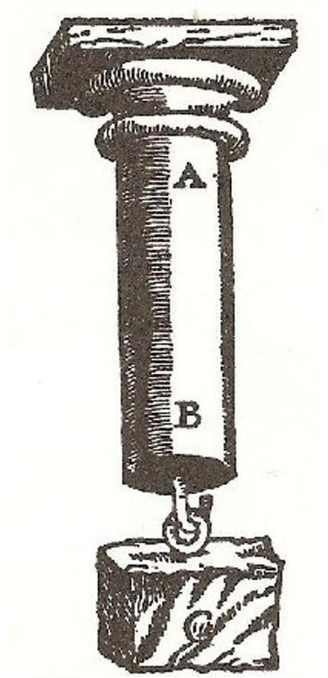
Od návrhu ke konstrukci

1. Návrh konstrukce
2. Statické schéma + zatížení
3. Výpočet vnitřních sil a deformací
4. Dimenzování nosných prvků
5. Stavební povolení
6. Realizace

Základní předměty katedry mechaniky

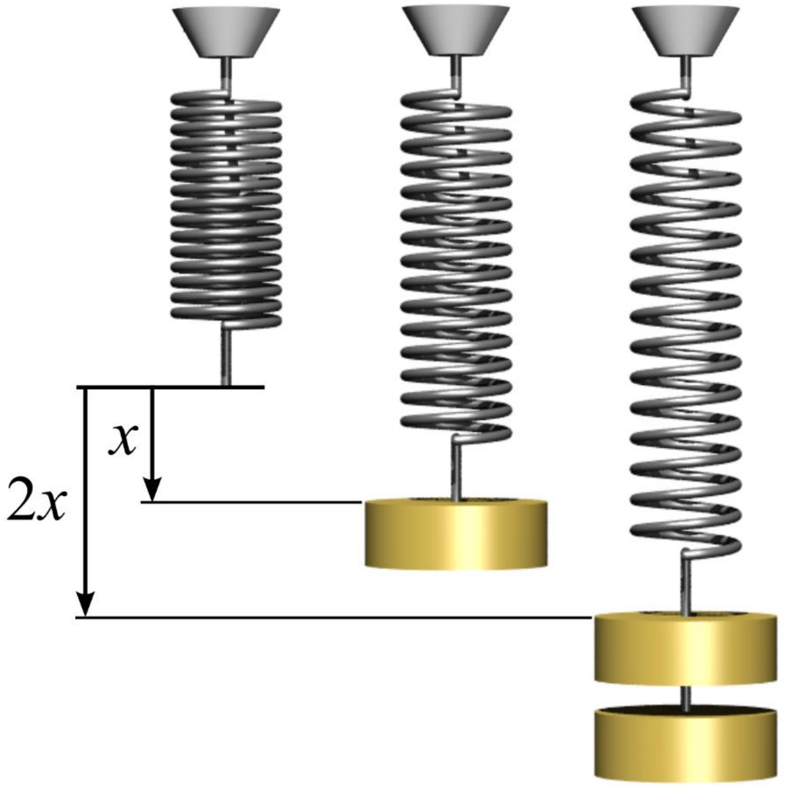
Výpočet deformací – Pružnost a Pevnost

- Galielo Galilei (1564-1642)

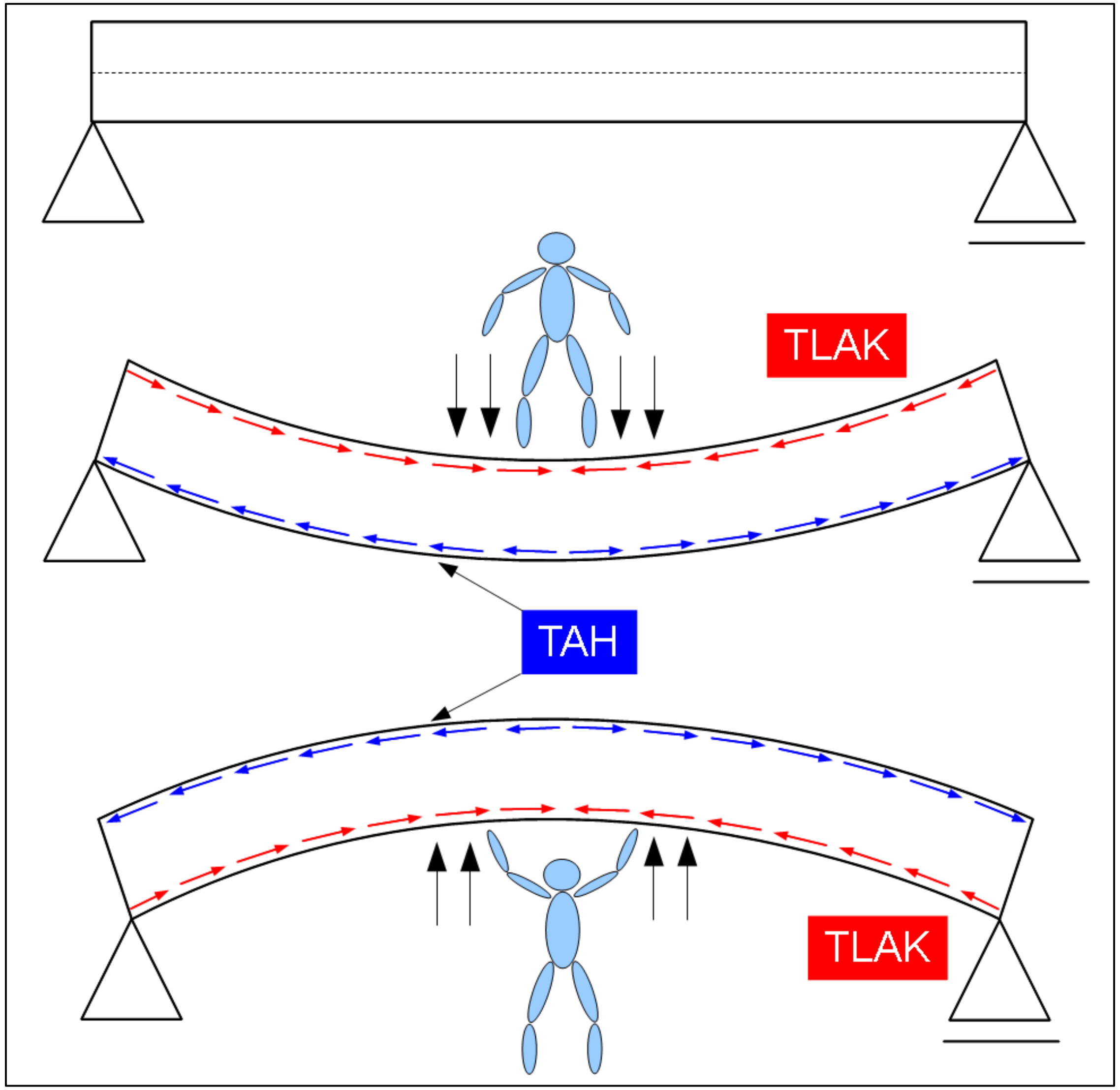


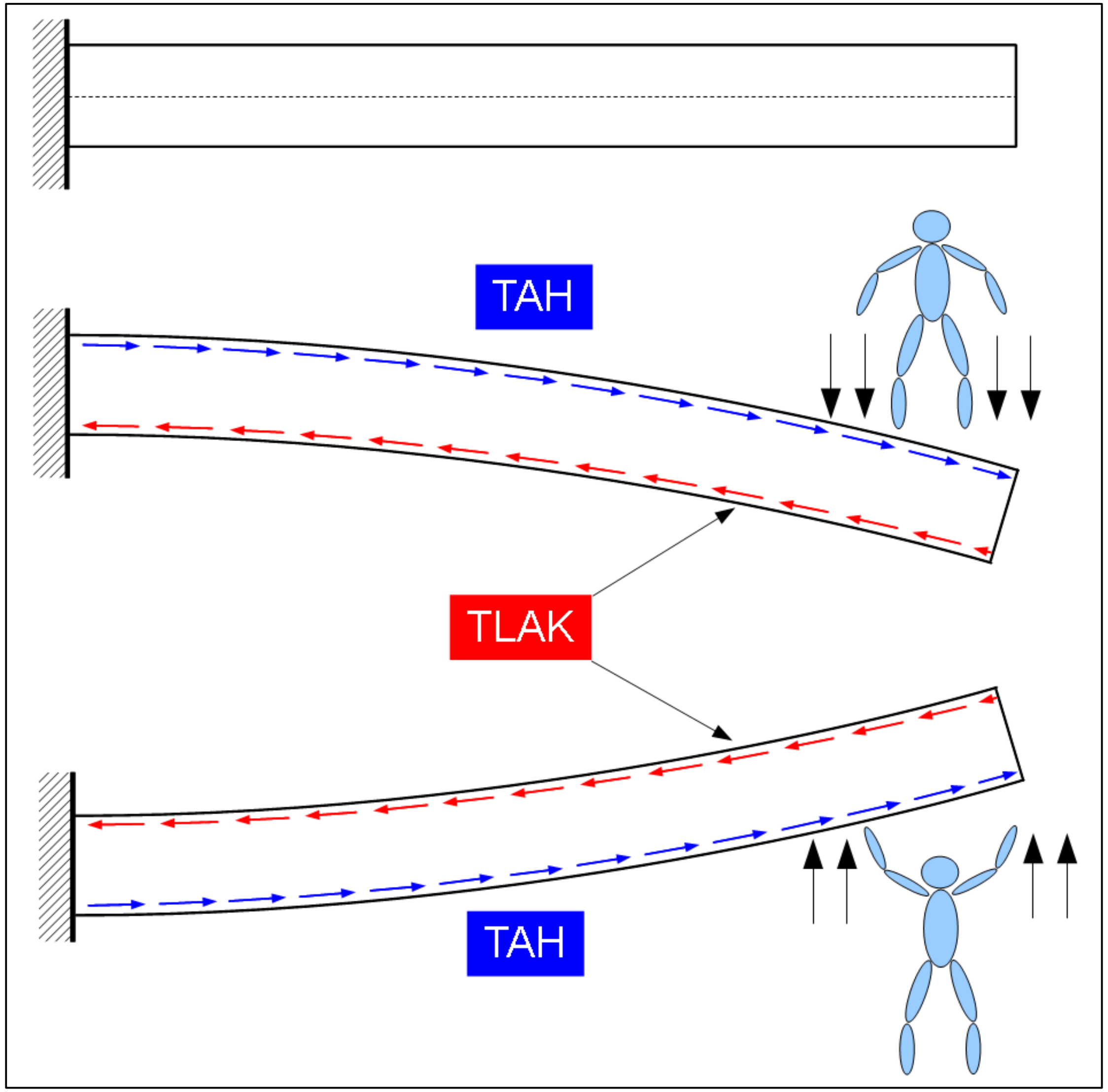
Ilustrace konzolového nosníku ukazuje Galileho
zjištění, že pevnost v tahu na nosníku roste
s druhou mocninou jeho délky.

- Robert Hooke (1635 – 1702)



Tah/Tlak – jednoduché konstrukce – různé zatížení





Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Síla – označení **F** – jednotka **N – Newton**

Jedná se o odvozenou jednotku
1 N je taková síla, která udělí volnému tělesu o hmotnosti 1 kg zrychlení 1 m za s^{-2}

Rozměr: $\boldsymbol{1\ N = kg \cdot m \cdot s^{-2}}$

Síla určuje vzájemné působení těles nebo polí – je určena součinem hmotnosti a zrychlení

$$\boldsymbol{F = m \cdot a} \Longrightarrow tíhová\ síla\ \boldsymbol{G = m \cdot g}$$

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

g – tíhové zrychlení (gravitační konstanta) – vyjadřuje jak moc jsou tělesa tažena směrem k zemskému povrchu. Obsahuje samotné gravitační zrychlení, tak i odstředivou sílu způsobenou rotací Země.

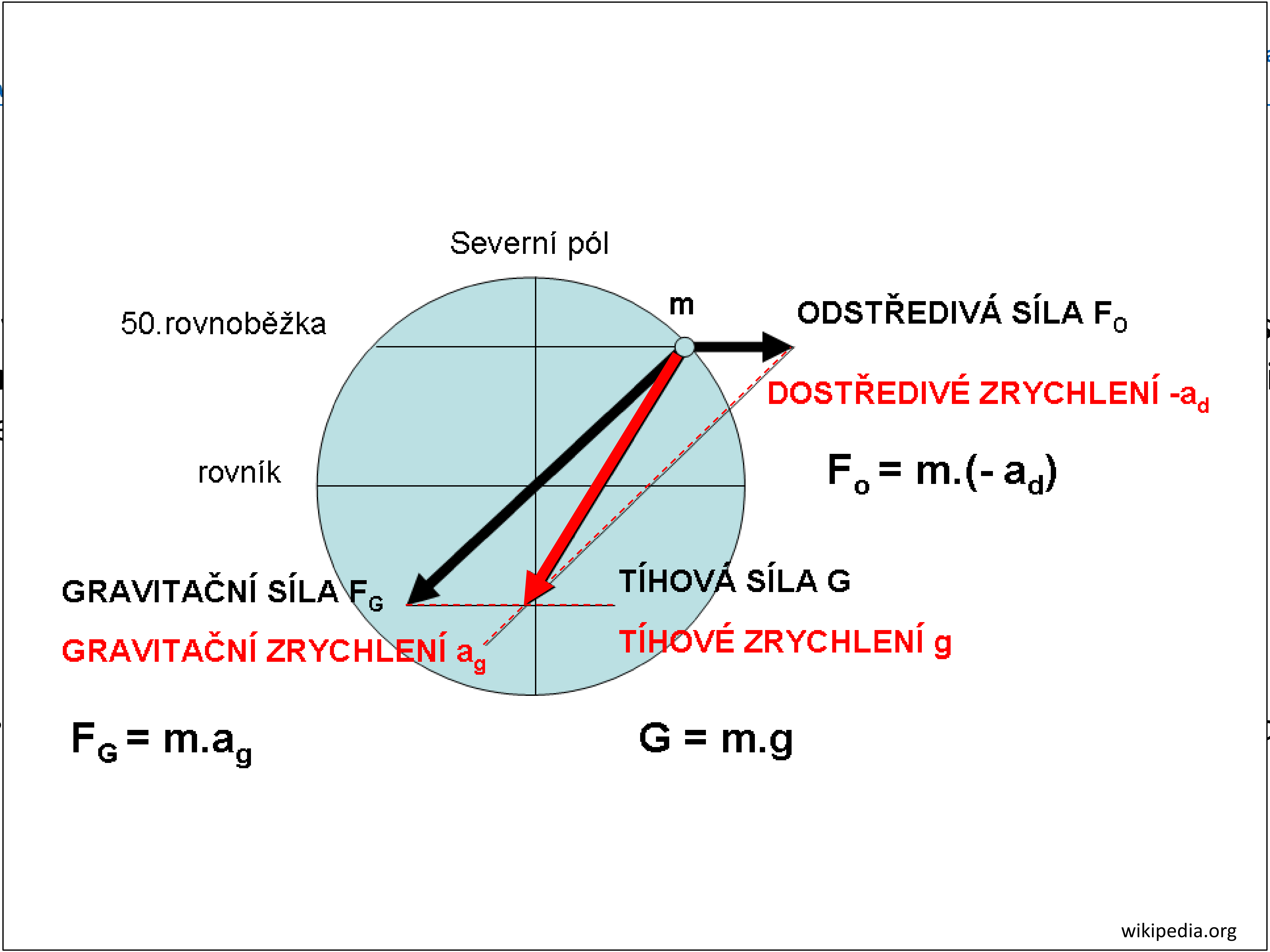
$$pro\ \check{C}R\ je\ \boldsymbol{g} = \mathbf{9{,}81}\ {}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}^2} \Rightarrow pro\ výpočty\ \boldsymbol{g} = \mathbf{10}\ {}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}^2}$$

Z uvedeného plyne, že každé těleso o hmotnosti 1 kg je přitahováno k Zemi silou cca 10 N

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{g} \Rightarrow \left[N = \boldsymbol{kg} \cdot {}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}^2}\right] \Rightarrow \mathbf{10}\ \boldsymbol{N} = \mathbf{1}\ \boldsymbol{kg} \cdot \mathbf{10}\ {}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}^2}$$

Přehled

g – tího směrem k
zemské ivou sílu
způsobe



Z uvede ca 10 N

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Od Newtonu jsou odvozeny další jednotky:

- J – Joule – práce nebo energie (1 J je práce kterou koná síla 1 N působící po dráze 1 m ve směru pohybu)
- W – Watt – výkon (1 W je výkon, při němž se vykoná práce 1 J za 1 sekundu)
- **Pa – Pascal – napětí = tlak, tah nebo smyk (1 Pa je tlak který vyvolá zatížení o hmotnosti 100 g = 1 N působící na plochu 1 metr čtvereční)**

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Násobky jednotek:

1 000 000 000 N	$1 \cdot 10^9$	giga	1 GN
1 000 000 N	$1 \cdot 10^6$	mega	1 MN
1 000 N	$1 \cdot 10^3$	kilo	1 kN
1 N	$\mathbf{1 \cdot 10^0}$		**1 N**
0,001 N	$1 \cdot 10^{-3}$	mili	1 mN
0,000 001 N	$1 \cdot 10^{-6}$	mikro	1 μN
0,000 000 001 N	$1 \cdot 10^{-9}$	nano	1 nN

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Násobky plošných a objemových jednotek:

$$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2 = 1\,000\,000\ \text{mm}^2$$

$$1\ \text{m}^2 = 1{\times}10^2\ \text{dm}^2 = 1{\times}10^4\ \text{cm}^2 = 1{\times}10^6\ \text{mm}^2$$

$$1\ \text{mm}^2 = 0{,}01\ \text{cm}^2 = 0{,}000\,1\ \text{dm}^2 = 0{,}000\,001\ \text{m}^2$$

$$1\ \text{mm}^2 = 1{\times}10^{-2}\ \text{cm}^2 = 1{\times}10^{-4}\ \text{dm}^2 = 1{\times}10^{-6}\ \text{m}^2$$

$$1\ \text{m}^3 = 1000\ \text{dm}^3 = 1\,000\,000\ \text{cm}^3 = 1\,000\,000\,000\ \text{mm}^3$$

$$1\ \text{m}^3 = 1{\times}10^3\ \text{dm}^3 = 1{\times}10^6\ \text{cm}^3 = 1{\times}10^9\ \text{mm}^3$$

$$1\ \text{mm}^3 = 0{,}001\ \text{cm}^3 = 0{,}000\,001\ \text{dm}^3 = 0{,}000\,000\,001\ \text{m}^3$$

$$1\ \text{mm}^3 = 1{\times}10^{-3}\ \text{cm}^3 = 1{\times}10^{-6}\ \text{dm}^3 = 1{\times}10^{-9}\ \text{m}^3$$

Přehled základních jednotek používaných v mechanice - PŘÍKLAD

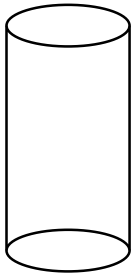
Spočítejte:

120 kg = kolik N, kolik kN a kolik μN?

Vím, že 1 kg = 10 N ⇨ $F = 120 \cdot 10\ N = 1200\ N$ ⇨ $1200\ N = 1{,}2\ kN = 1200 \cdot 10^6\ \mu N = 1{,}2 \cdot 10^9\ \mu N$

$$F = m \cdot g = 120\ kg \cdot 10\ {}^{m}/_{s^2} = 1200\ N$$

Jakou silou působí ŽB sloup o průměru 50 cm a výšce 3m?



3 m

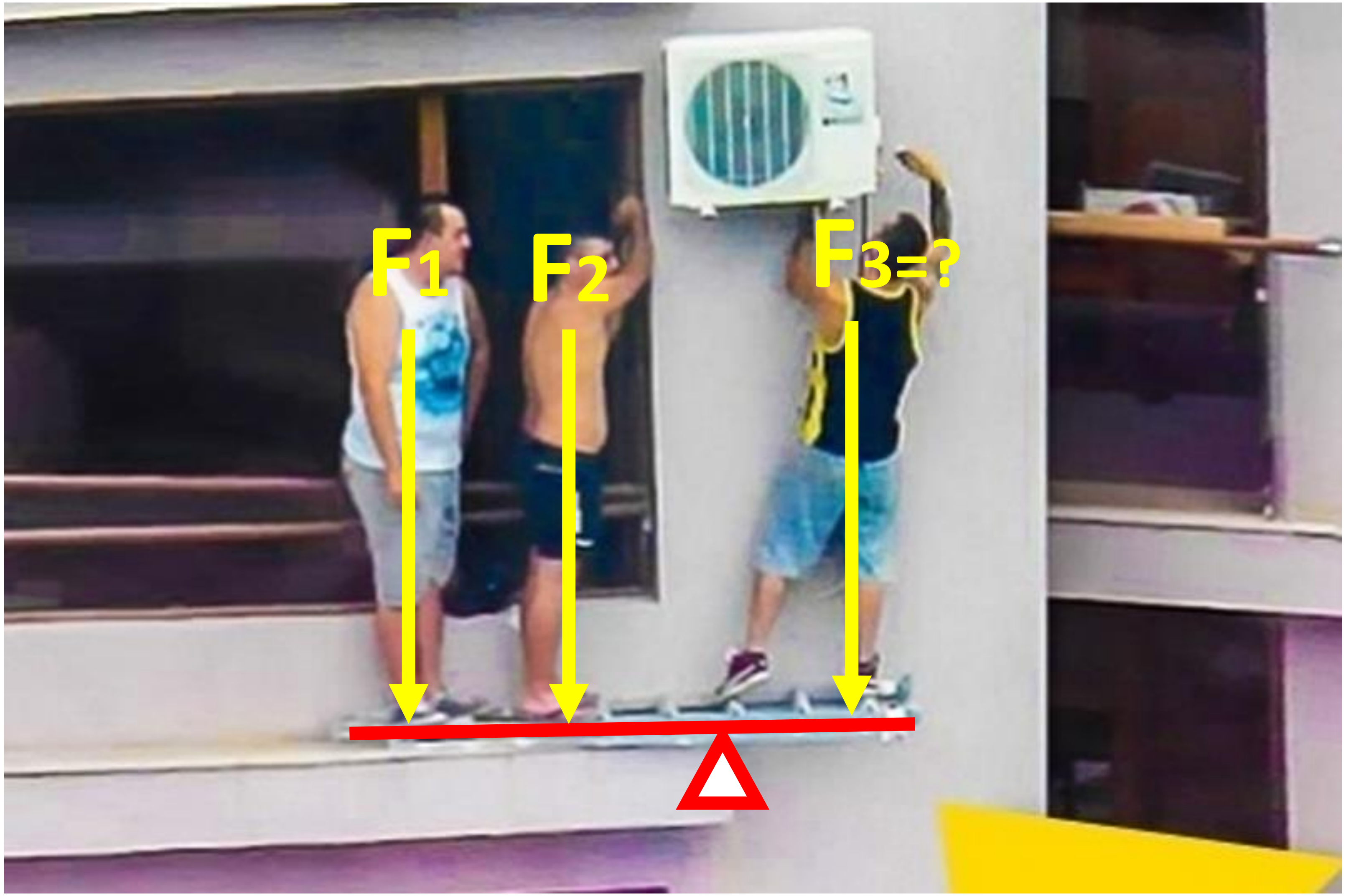
$$V = S \cdot v = \pi \cdot r^2 \cdot v = \pi \cdot 0{,}25^2 \cdot 3 = 0{,}589\ m^3$$

Objemová hmotnost ρ = 2500 kg/m^3

$$m = V \cdot \rho = 0{,}589 \cdot 2\,500 = 1\,472{,}5\ kg \rightarrow \boldsymbol{F = m \cdot g = 1\,472{,}5 \cdot 10 = 14\,725\ N = 14{,}725\ kN}$$

O čem je mechanika? … o rovnováze

Rovnováha na páce- PŘÍKLAD



Rovnováha na páce- PŘÍKLAD

Spočítejte:

a) Kolik může vážit dělník 3?
b) Jaká by byla odpověď, pokud by dělník 1 odešel?

$F_1 = m \cdot g = 100 \cdot 10 = 1000\ N = 1\ kN$

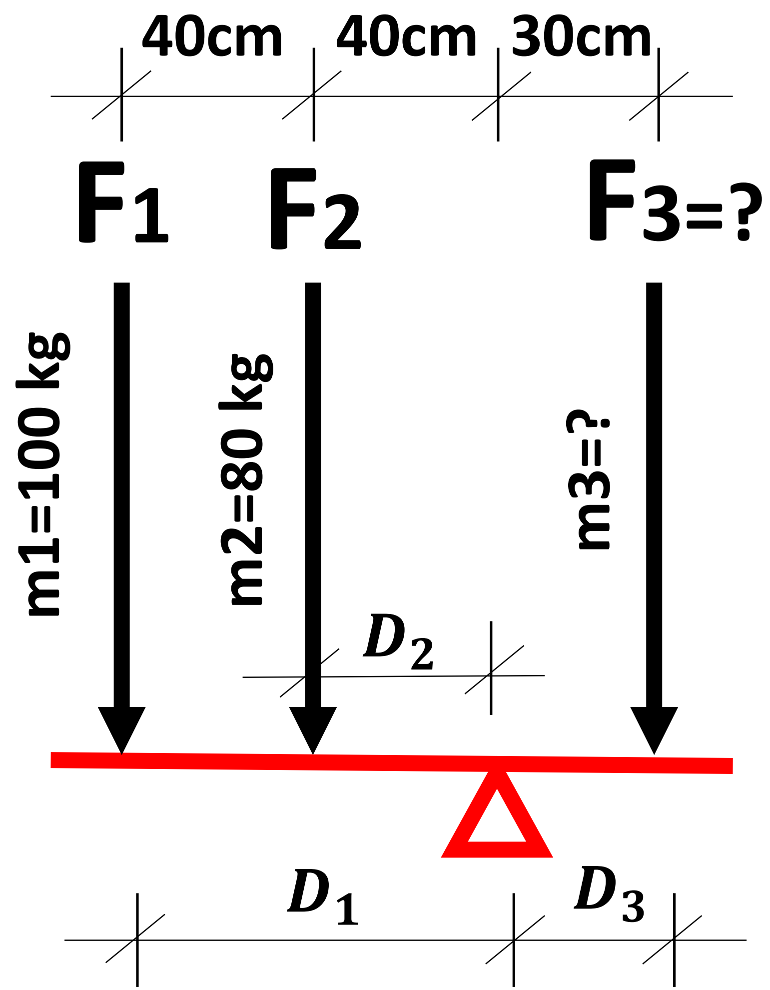
$F_2 = m \cdot g = 80 \cdot 10 = 800\ N = 0{,}8\ kN$

a) $\boldsymbol{F_1 \cdot D_1 + F_2 \cdot D_2 = F_3 \cdot D_3}$ ⇒ $1 \cdot 0{,}8 + 0{,}8 \cdot 0{,}4 = F_3 \cdot 0{,}3$

⇒ $F_3 = 3{,}73\ kN$ ⇒ $\boldsymbol{m_3 = 373\ kg}$

b) $\boldsymbol{F_2 \cdot D_2 = F_3 \cdot D_3}$ ⇒ $0{,}8 \cdot 0{,}4 = F_3 \cdot 0{,}3$

⇒ $F_3 = 1{,}066\ kN$ ⇒ $\boldsymbol{m_3 = 106{,}6\ kg}$



Základní operátory a matematické operace

Síla = VEKTOROVÁ fyzikální veličina

Co to znamená?

VEKTOROVÁ fyzikální veličina je veličina k jejímuž určení je nutno znát:

- **číselnou hodnotu**
- měřící jednotku
- **směr působení**

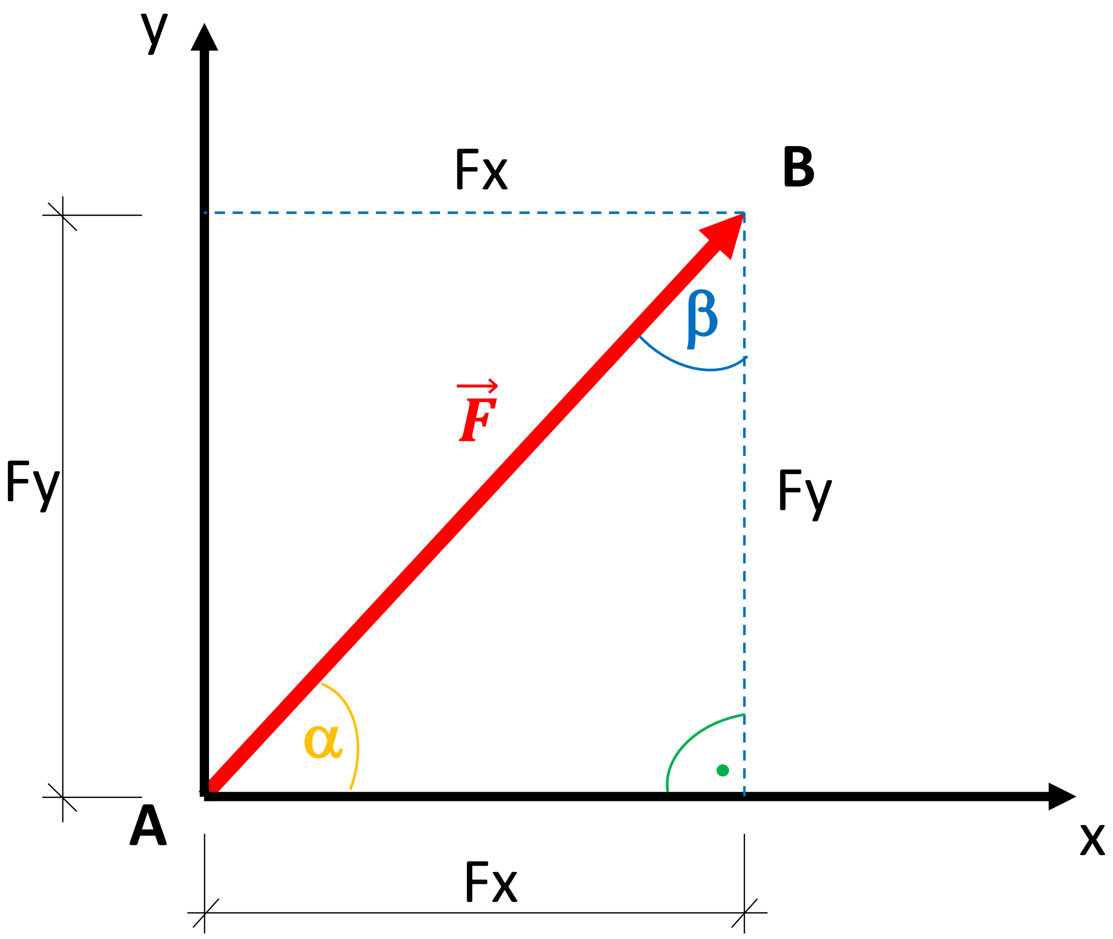
Typické vektorové fyzikální veličiny: síla, rychlost, zrychlení

SKALÁRNÍ fyzikální veličina = skaláry je veličina k jejímuž určení je nutno znát:

- **číselnou hodnotu**
- měřící jednotku

Typické skalární fyzikální veličiny: čas, délka, hmotnost, teplota …

Základní operátory a matematické operace



Pythagorova věta

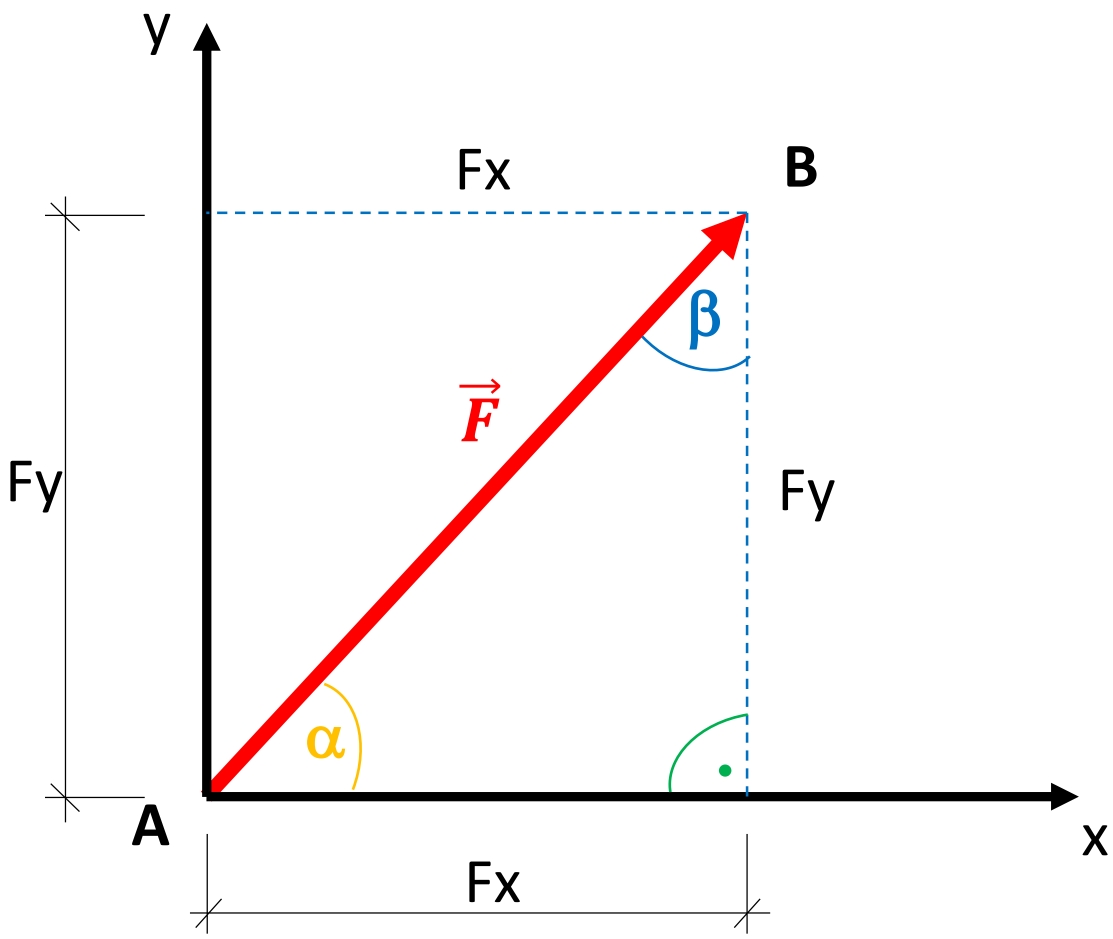
$$\boldsymbol{F^2 = F_x^2 + F_y^2}$$

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_y^2 + F_x^2}$$

$$F_x = \sqrt{F^2 - F_y^2}$$

$$F_y = \sqrt{F^2 - F_x^2}$$

Základní operátory a matematické operace



Goniometrické funkce

$$\boldsymbol{\sin\alpha} = \frac{\boldsymbol{F_y}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_y = \sin\alpha \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{F_y}{\sin\alpha}$$

$$\boldsymbol{\cos\alpha} = \frac{\boldsymbol{F_x}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_x = \cos\alpha \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{F_x}{\cos\alpha}$$

$$\boldsymbol{\sin\beta} = \frac{\boldsymbol{F_x}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_x = \sin\beta \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{F_x}{\sin\beta}$$

$$\boldsymbol{\cos\beta} = \frac{\boldsymbol{F_y}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_y = \cos\beta \cdot F \quad nebo \; F = \frac{F_y}{\cos\beta}$$

$$\boldsymbol{\tan\alpha} = \frac{\boldsymbol{F_y}}{\boldsymbol{F_x}} \rightarrow F_x; F_y \quad nebo \quad \tan\beta = \frac{F_x}{F_y}$$

NEŽ ZAČNEME ŘEŠIT PŘÍKLADY ☺

*V příkladu máme vyřešit **VELIKOSTI** - **číselné hodnoty** - **složek síly F.***
Pojďmě si nejdříve ujasnit pojmy a co ve výpočtu znamenají.

Síla = VEKTOROVÁ fyzikální veličina

Matematickým modelem síly je vektor umístěný na přímku. Lze jej zobrazit orientovanou úsečkou, jejíž délka znázorňuje velikost síly v udaném měřítku.

Co to pro nás znamená v mechanice?

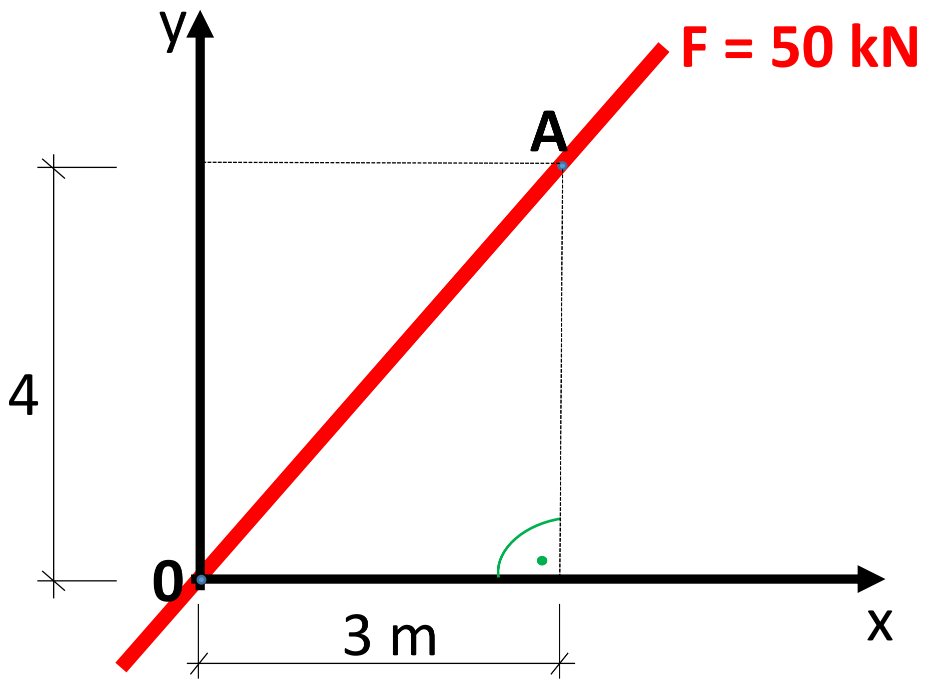
K jednoznačnému určení síly je potřeba kromě její **VELIKOSTI** stanovit též její **SMĚR** (a na něm smysl čili **ORIENTACI**) a **PŮSOBIŠTĚ**.

K určení SMĚRU, ORIENTACE a PŮSOBIŠTĚ zavádíme do výpočtu souřadný systém, který udává kladné či záporné znaménko složek síly.

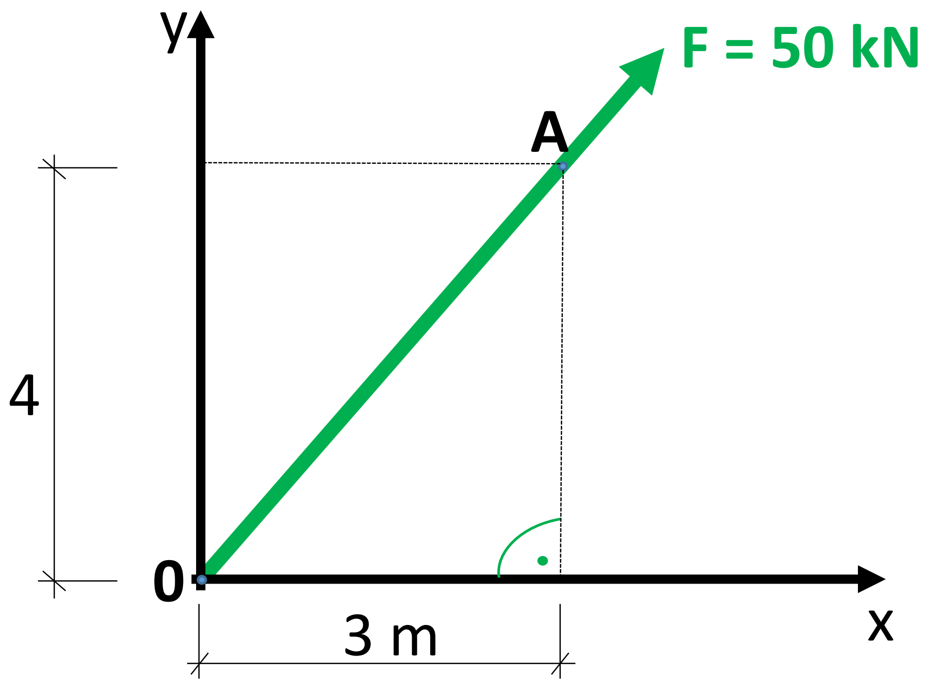
NEŽ ZAČNEME ŘEŠIT PŘÍKLADY ☺

V zadání příkladu budeme mít stanovenu sílu F = 50 kN. Síla F je určena dvěma body – tím je stanoveno **PŮSOBIŠTĚ**. *Tyto body nám udávají její* **SMĚR** *a* **ORIENTACI**.

SMĚR - paprsek síly prochází mezi body 0A.

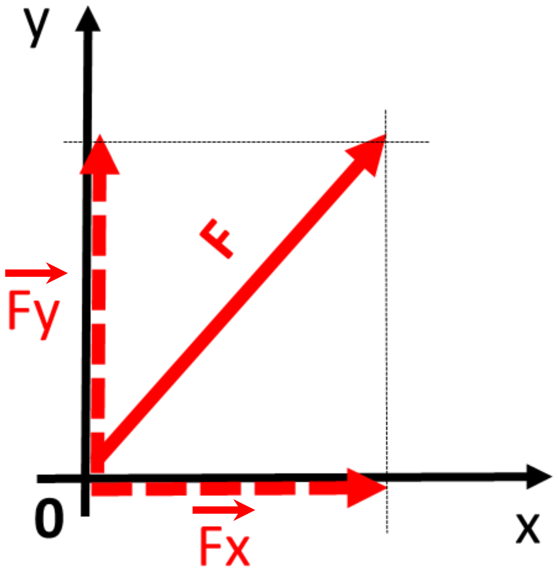


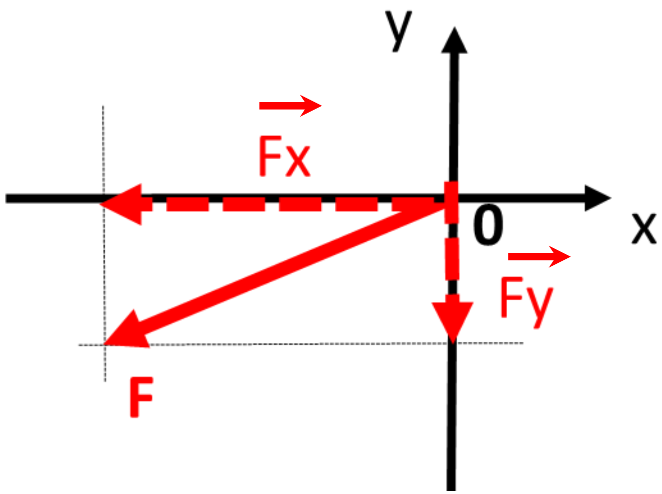
ORIENTACE - paprsek síly působí z bodu 0 do bodu A.

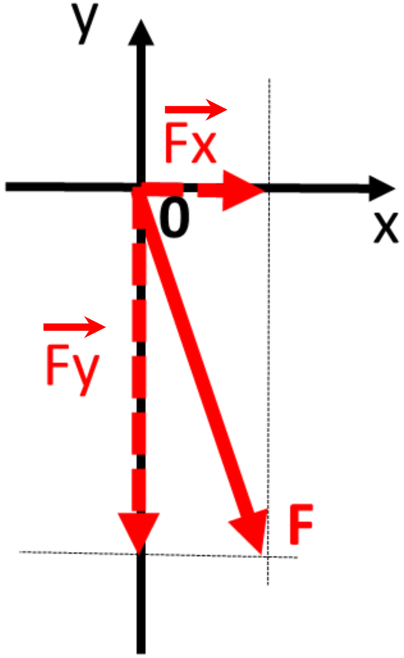


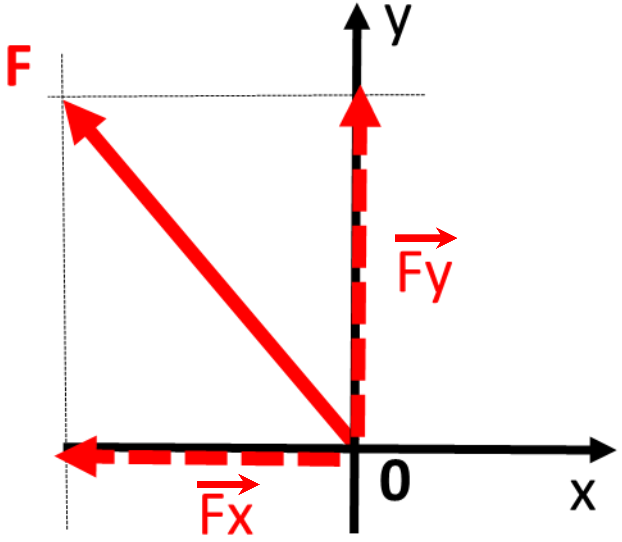
NEŽ ZAČNEME ŘEŠIT PŘÍKLADY ☺

Síla F u které známe **PŮSOBIŠTĚ, SMĚR** *a* **ORIENTACI** *se rozkládá do dvou složek* $\overrightarrow{F_x}$ *a* $\overrightarrow{F_y}$ *tak, aby byla síla F jejich výslednicí.*





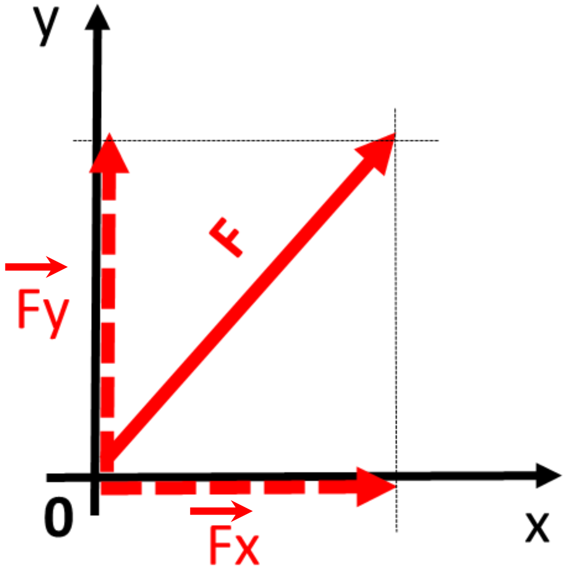




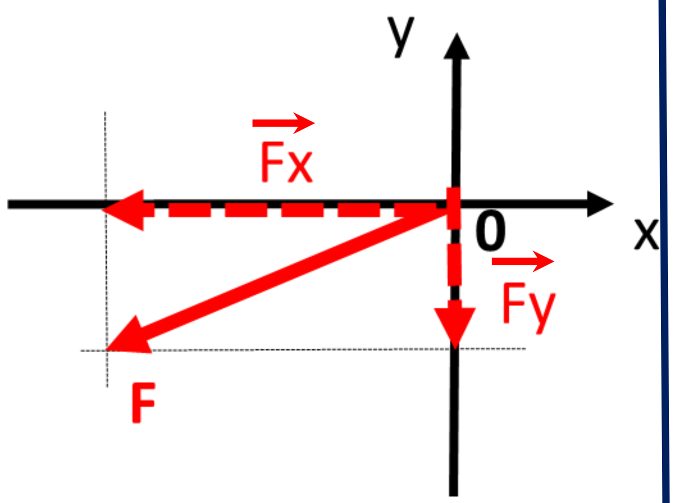
NEŽ ZAČNEME ŘEŠIT PŘÍKLADY ☺

Složky $\overrightarrow{F_x}$ a $\overrightarrow{F_y}$ jsou kladné hodnoty – **VELIKOSTI** *složek síly.*

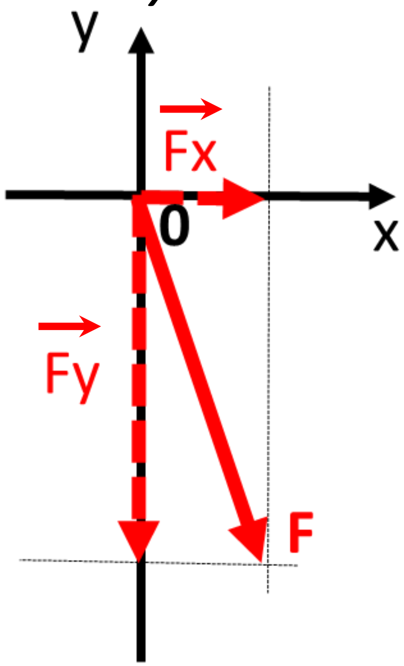
Skutečná číselná hodnota složek Fx a Fy v souřadném systému závisí na jejich **ORIENTACI** *do kladné či záporné poloosy.*



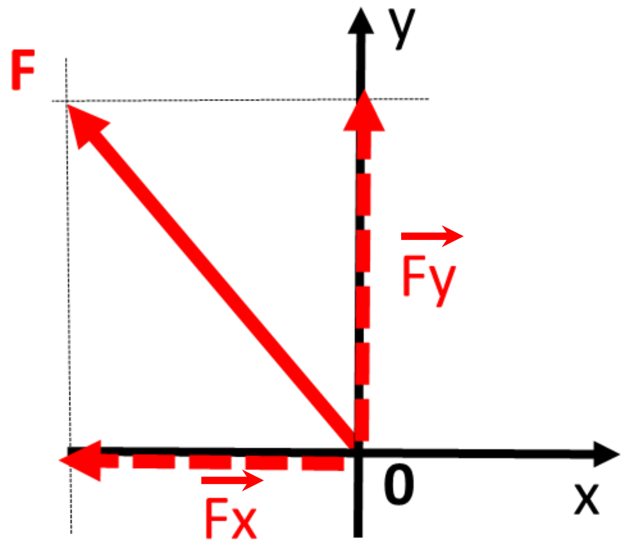
$$\mathbf{Fx} = \overrightarrow{F_x}$$
$$\mathbf{Fy} = \overrightarrow{F_y}$$



$$\mathbf{Fx} = -\overrightarrow{F_x}$$
$$\mathbf{Fy} = -\overrightarrow{F_y}$$



$$\mathbf{Fx} = \overrightarrow{F_x}$$
$$\mathbf{Fy} = -\overrightarrow{F_y}$$



$$\mathbf{Fx} = -\overrightarrow{F_x}$$
$$\mathbf{Fy} = \overrightarrow{F_y}$$

Čas na kávu

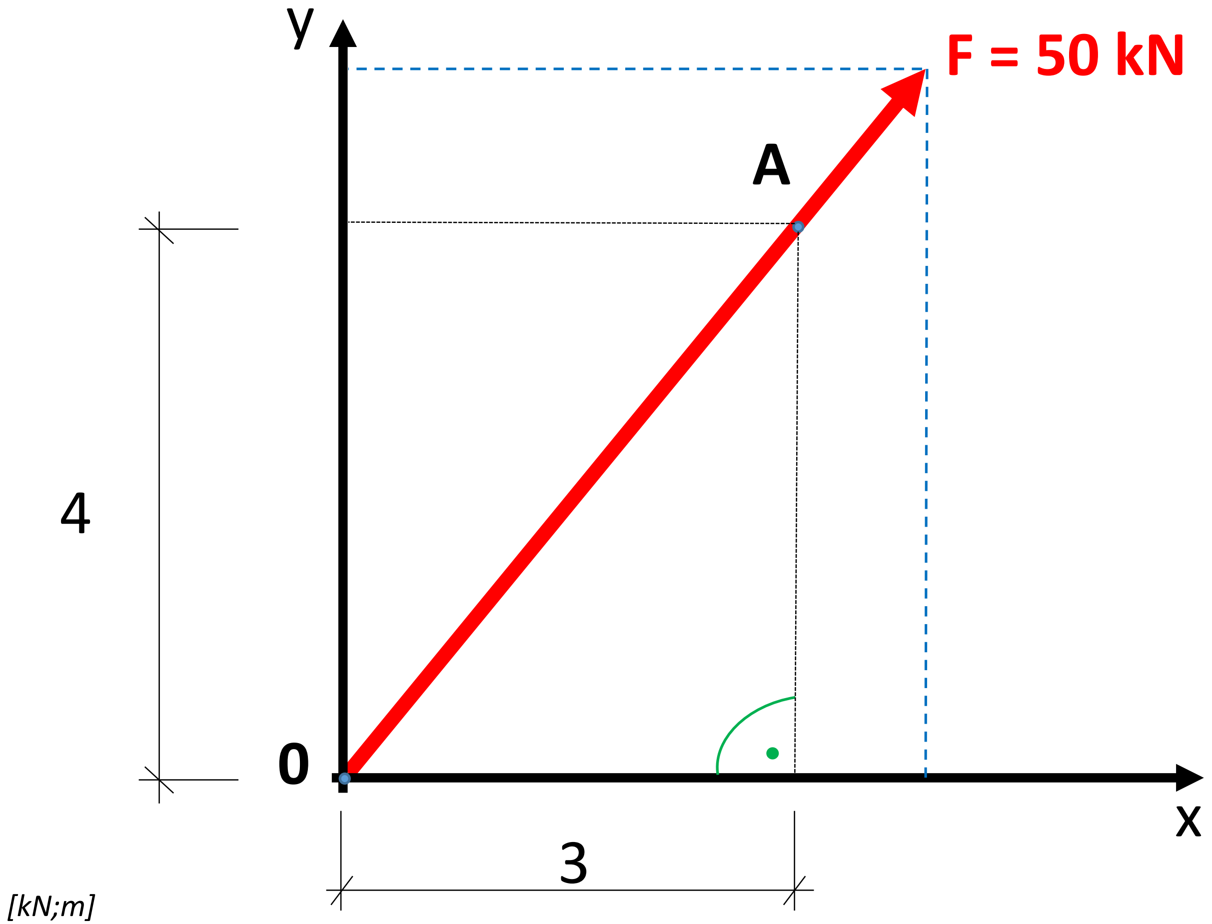
Pauza 15 minut

Aplikace základních pojmů v řešených příkladech

- Rozklad síly
- Výslednice sil
- Příhradová konstrukce

PŘÍKLAD 1.

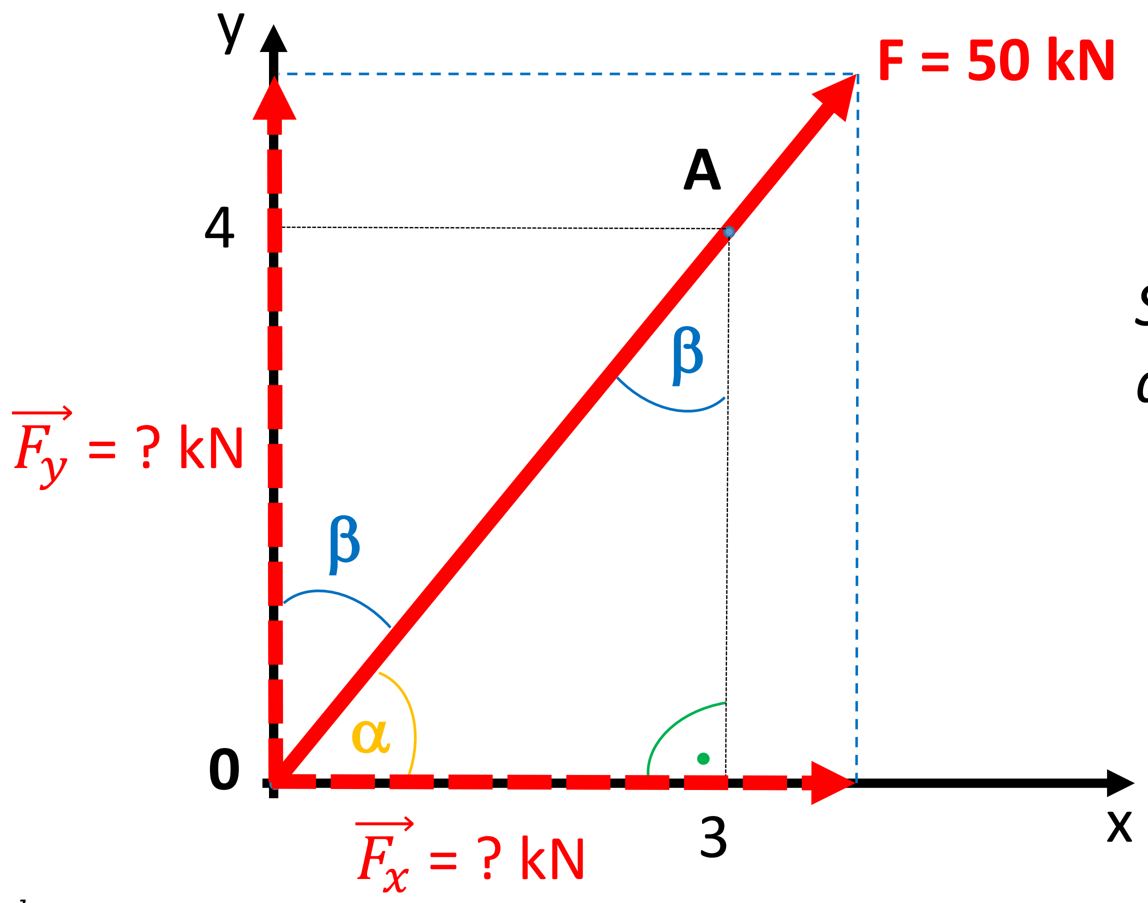
Máme sílu F = 50 kN určenou počátkem souřadného systému a bodem A [3;4].
Určete velikost složek Fx a Fy.



Ze zadání je tedy stanovena ***VELIKOST*** ***síly F,***
její **SMĚR, ORIENTACE a PŮSOBIŠTĚ**.

PŘÍKLAD 1.

Máme sílu F = 50 kN určenou počátkem souřadného systému a bodem A [3;4].
Určete velikost složek Fx a Fy.



Sílu F = 50 kN rozložíme do složek Fx a Fy tak, aby síla F byla jejich výslednicí.

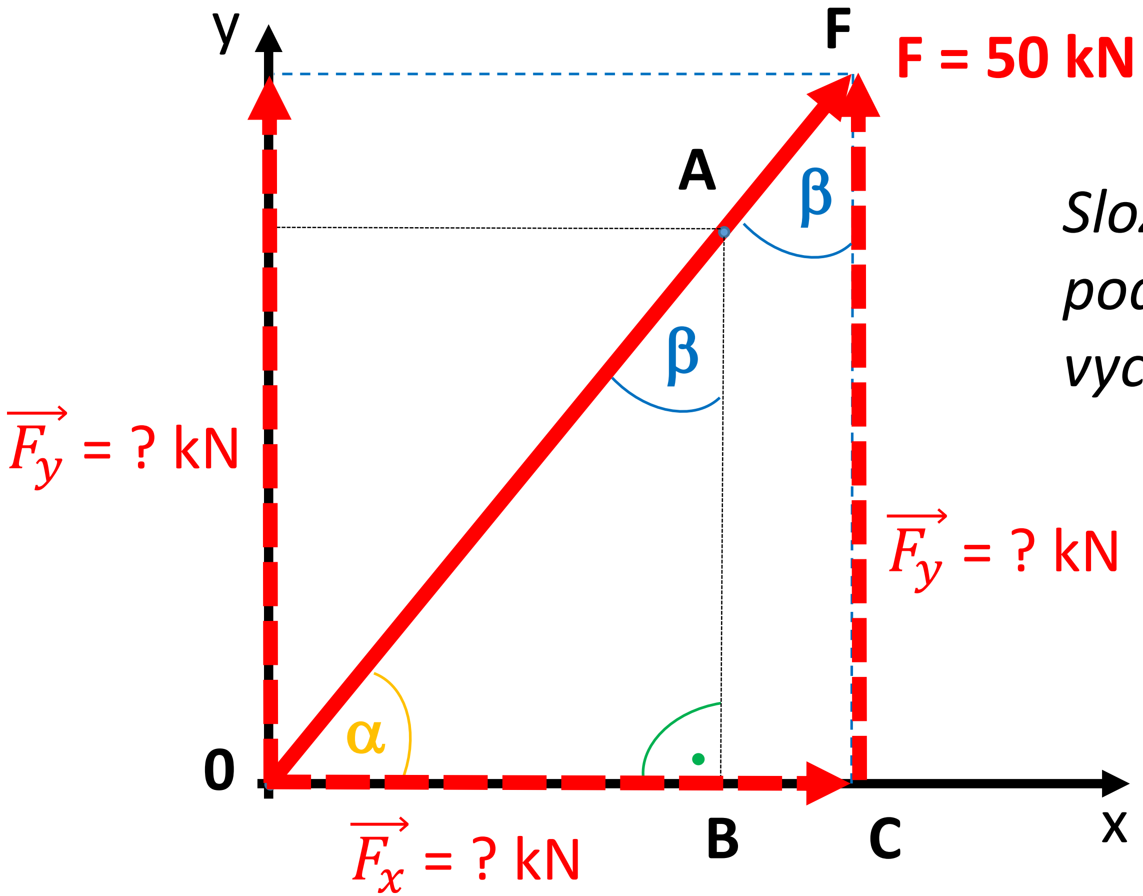
Intermezzo

Zápis: Fx , Fy a $\overrightarrow{F_x}$, $\overrightarrow{F_y}$

[kN;m]

PŘÍKLAD 1.

Aplikujeme podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF. Pomocí goniometrické funkce vyřešíme složky Fx a Fy.

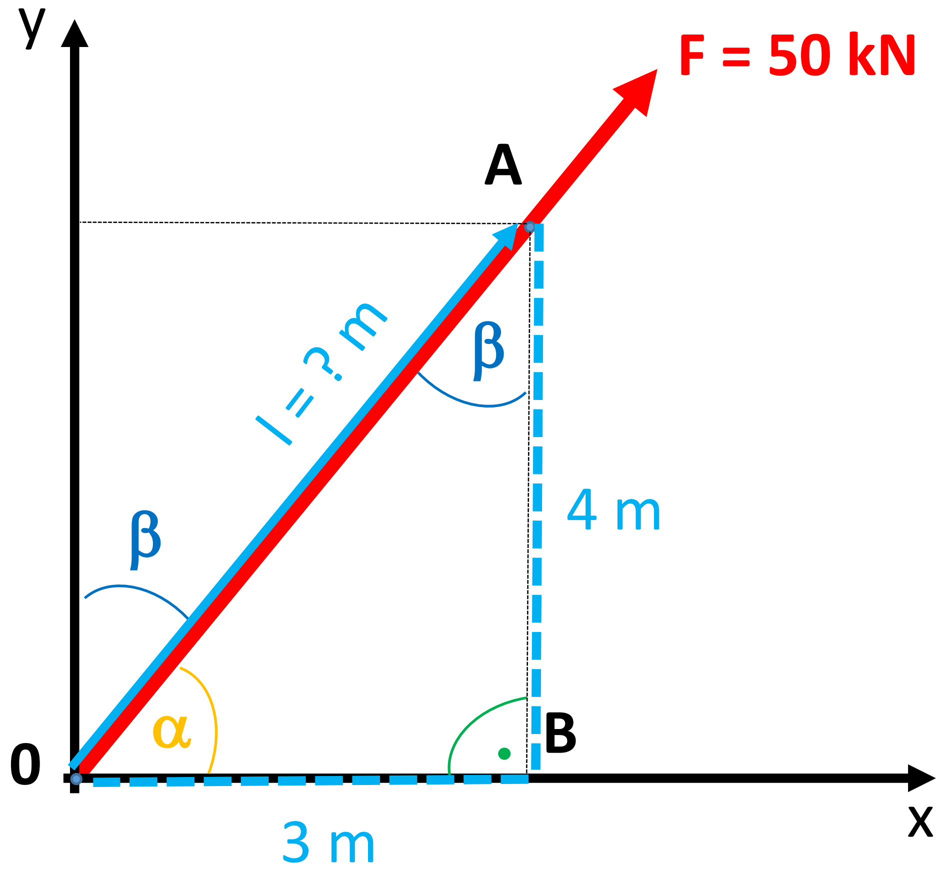


Složku Fy promítneme tak, aby byla vidět podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF ze které bude vycházet výpočet složek sil Fx a Fy .

[kN;m]

PŘÍKLAD 1.

*V pravoúhlém trojúhelníku 0BA vyřešíme pomocí Pythagorovy věty délku **l** a pomocí goniometrických funkcí velikost úhlů* $\boldsymbol{\alpha}$ *a* $\boldsymbol{\beta}$.



$$l = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\ \mathrm{m}$$

Zopakovat !!
COS - přilehlá ku přeponě ☺
SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$$l = 5\ \mathrm{m}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{25}} \rightarrow \alpha = 53{,}13°$$

$$\cos\beta = \frac{4}{\sqrt{25}} \rightarrow \beta = 36{,}87°$$

[kN;m]

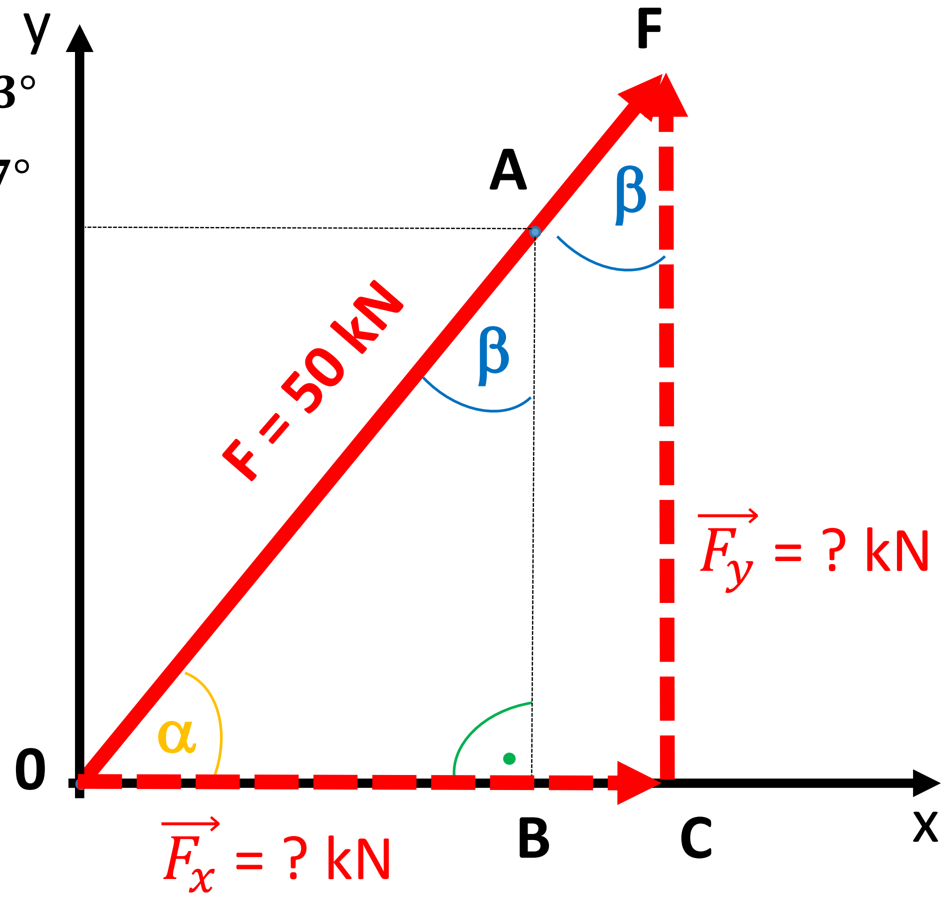
PŘÍKLAD 1.

Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

Fx = ? kN *Aplikujeme podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF na vyřešení velikosti složek Fx a Fy. Známe velikost síly F = 50 kN a úhlů* $\boldsymbol{\alpha}$ *a* $\boldsymbol{\beta}$ *, které síla F svírá se svými složkami Fx a Fy.*

$\boldsymbol{\alpha} = 53,13°$

$\boldsymbol{\beta} = 36,87°$



[kN;m]

$$\cos\boldsymbol{\alpha} = \frac{Fx}{\boldsymbol{F}} \rightarrow Fx = \cos\alpha \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{Fx}{\cos\alpha}$$

$$\cos\mathbf{53,13} = \frac{Fx}{\mathbf{50}} \rightarrow Fx = \cos\mathbf{53,13} \cdot 50\ kN$$

$$\mathbf{F}\boldsymbol{x} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{kN}$$

Orientace $\overrightarrow{F_x}$ je do kladné poloosy, tedy $\mathbf{F}\boldsymbol{x}$ ***je kladná.***

nebo

$$\sin\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{F_x}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_x = \sin\beta \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{F_x}{\sin\beta}$$

$$\sin\mathbf{36,87} = \frac{\boldsymbol{F_x}}{\mathbf{50}} \rightarrow F_x = \sin\mathbf{36,87} \cdot 50\ kN$$

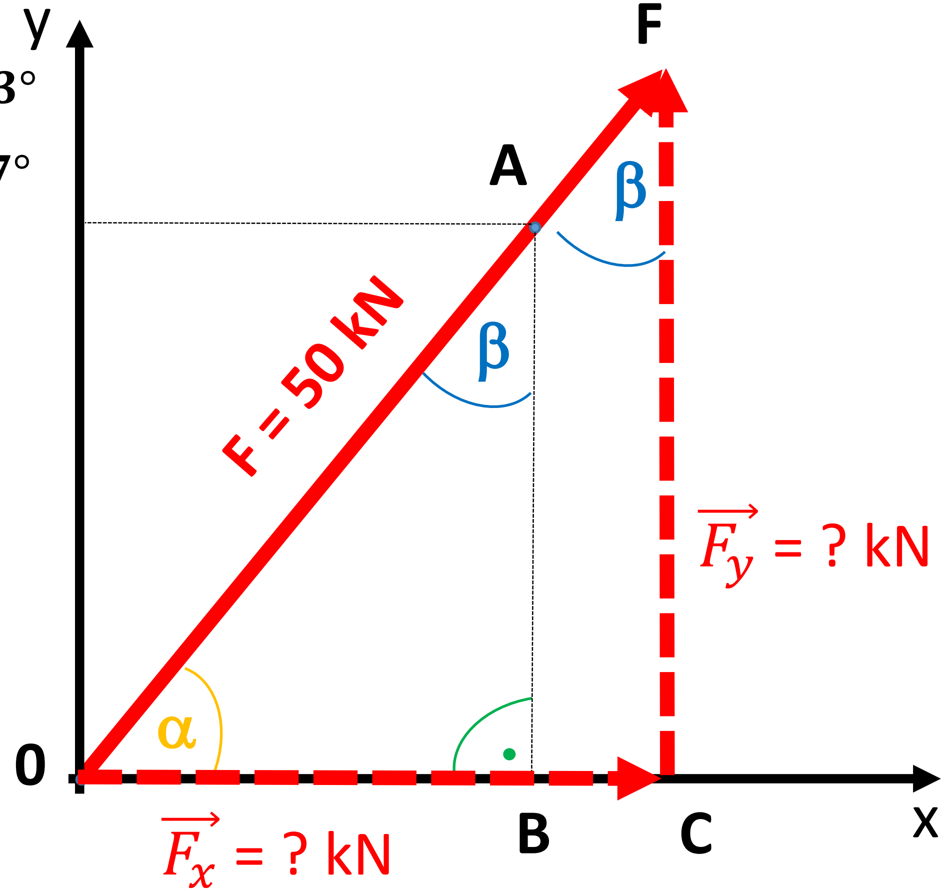
$$\mathbf{F}\boldsymbol{x} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{kN}$$

PŘÍKLAD 1. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

Fy = ? kN *Aplikujeme podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF na vyřešení velikosti složek Fx a Fy. Známe velikost síly F = 50 kN a úhlů* $\boldsymbol{\alpha}$ *a* $\boldsymbol{\beta}$ *, které síla F svírá se svými složkami Fx a Fy.*

$\alpha = 53{,}13°$

$\beta = 36{,}87°$



$$\sin\alpha = \frac{Fy}{F} \rightarrow Fy = \sin\alpha \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{Fy}{\sin\alpha}$$

$$\sin 53{,}13 = \frac{Fy}{50} \rightarrow Fy = \sin 53{,}13 \cdot 50\ kN$$

$$\mathbf{Fy = 40\ kN}$$

Orientace $\overrightarrow{F_y}$ je do kladné poloosy, tedy **Fy je kladná.**

nebo

$$\cos\beta = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \cos\beta \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{F_y}{\cos\beta}$$

$$\cos 36{,}87 = \frac{F_y}{50} \rightarrow F_y = \cos 36{,}87 \cdot 50\ kN$$

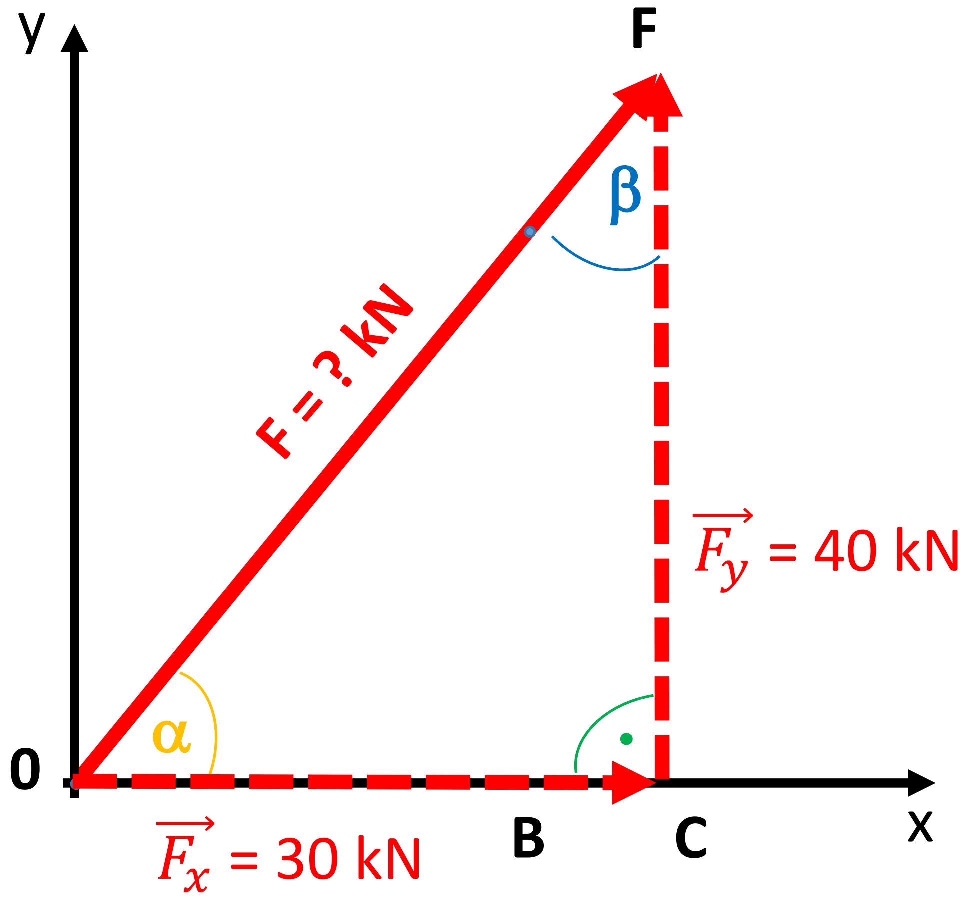
$$\mathbf{Fy = 40\ kN}$$

[kN;m]

PŘÍKLAD 1.

Kontrola řešeného příkladu. Aplikujeme Pythagorovu větu $\boldsymbol{F^2 = F_x^2 + F_y^2}$.

Ověříme, zda odpovídá velikost síly F = 50 kN.



$$\boldsymbol{F^2 = F_x^2 + F_y^2}$$

$$\boldsymbol{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}}$$

$$\mathbf{F}\boldsymbol{x} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{kN}$$

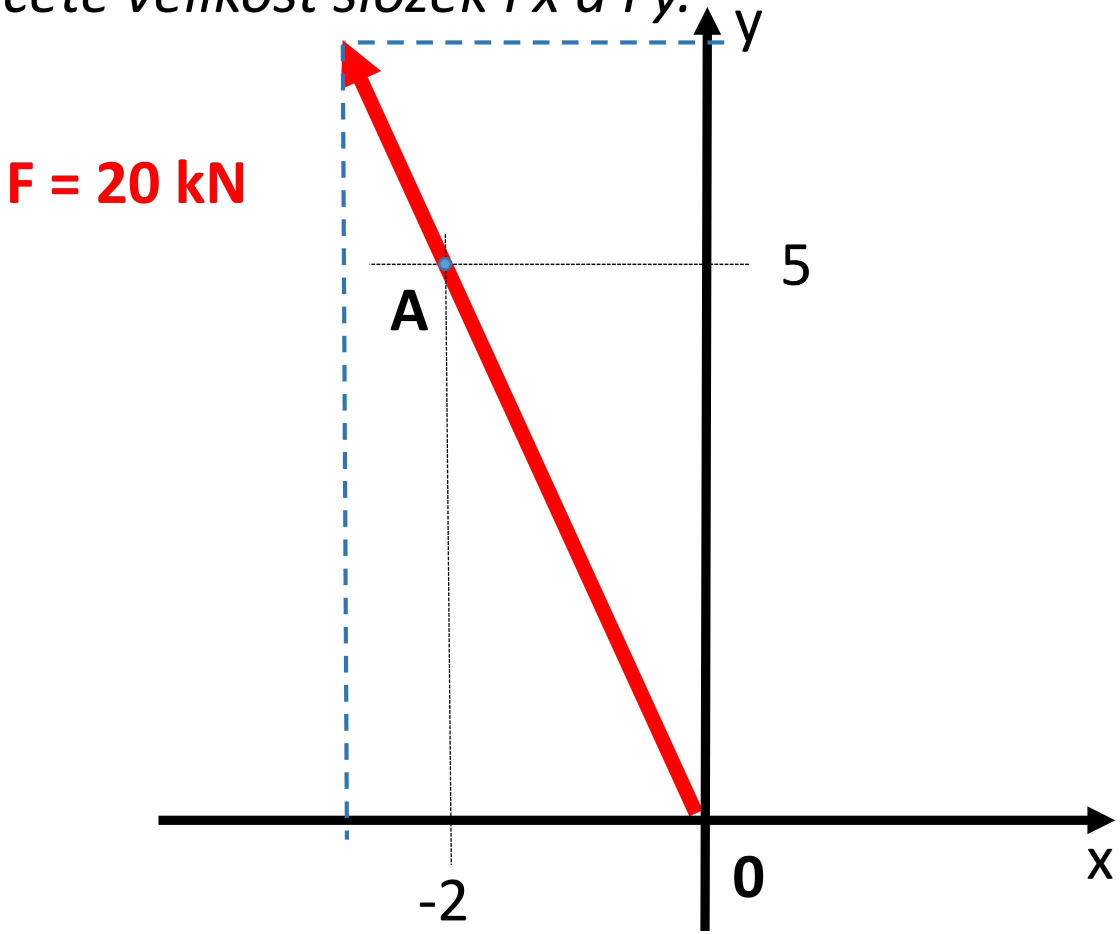
$$\mathbf{F}\boldsymbol{y} = \mathbf{40}\ \boldsymbol{kN}$$

$$\boldsymbol{F = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\ kN \ \rightarrow OK}$$

[kN;m]

PŘÍKLAD 2.

Máme sílu F = 20 kN určenou počátkem souřadného systému a bodem A [-2;5].
Určete velikost složek Fx a Fy.

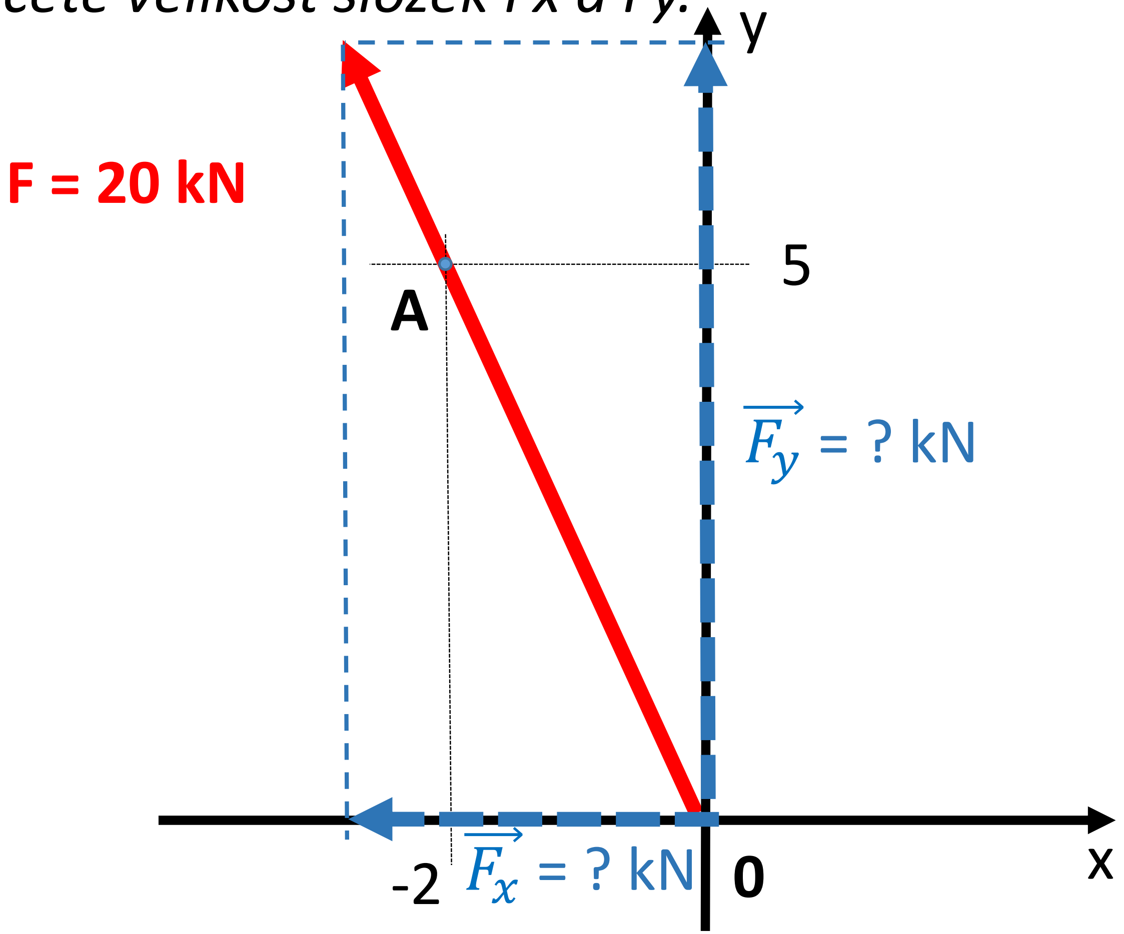


Ze zadání je tedy stanovena ***VELIKOST síly F,*** ***její SMĚR, ORIENTACE a PŮSOBIŠTĚ.***

[kN;m]

PŘÍKLAD 2.

Máme sílu F = 20 kN určenou počátkem souřadného systému a bodem A [-2;5]. Určete velikost složek Fx a Fy.

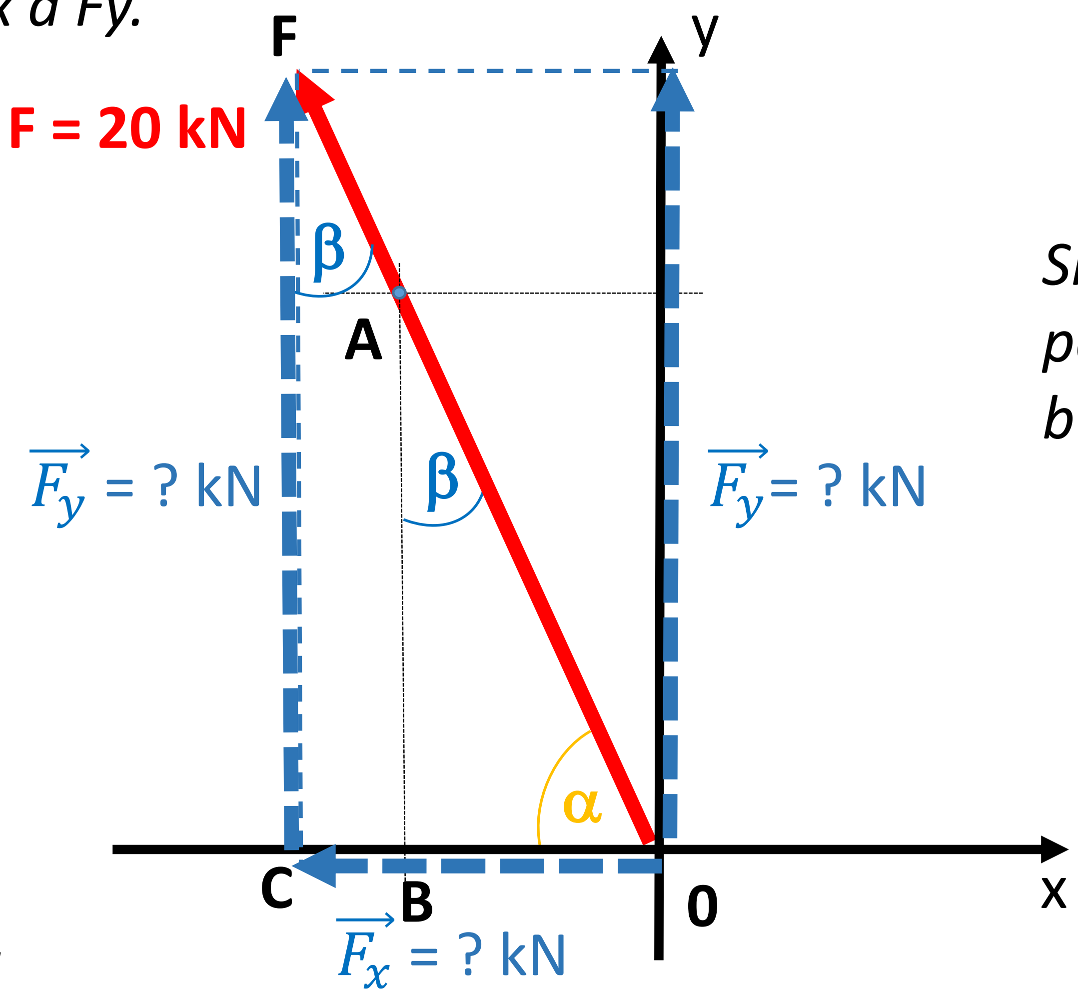


Pro řešení budeme aplikovat stejný postup jako u příkladu 1. Sílu F = 20 kN rozložíme do složek Fx a Fy .

[kN;m]

PŘÍKLAD 2.

Aplikujeme podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF. Pomocí goniometrické funkce vyřešíme složky Fx a Fy.

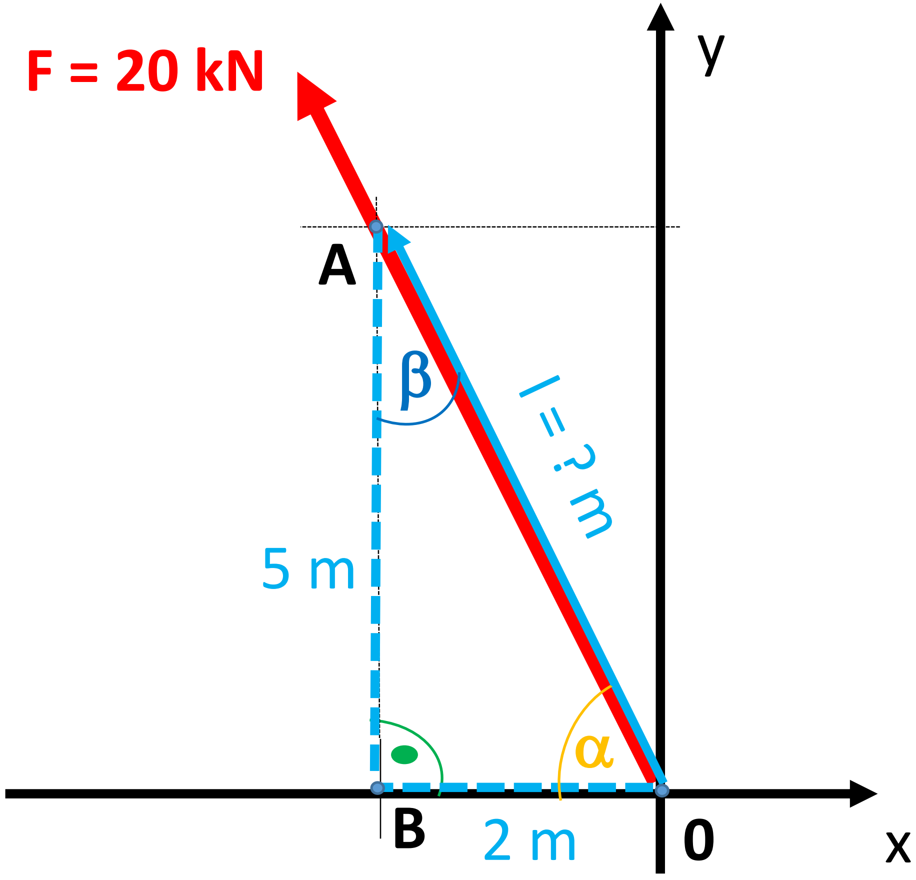


Složku Fy promítneme tak, aby byla vidět podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF ze které bude vycházet výpočet složek sil Fx a Fy .

[kN;m]

PŘÍKLAD 2.

*V pravoúhlém trojúhelníku 0BA vyřešíme pomocí Pythagorovy věty délku **l** a pomocí goniometrických funkcí velikost úhlů $\boldsymbol{\alpha}$ a $\boldsymbol{\beta}$.*



[kN;m]

$$l = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} = 5,39\ \mathrm{m}$$

Zopakovat !!
COS - přilehlá ku přeponě ☺
SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$$l = 5,39\ \mathrm{m}$$

$$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}} \rightarrow \alpha = 68,20°$$

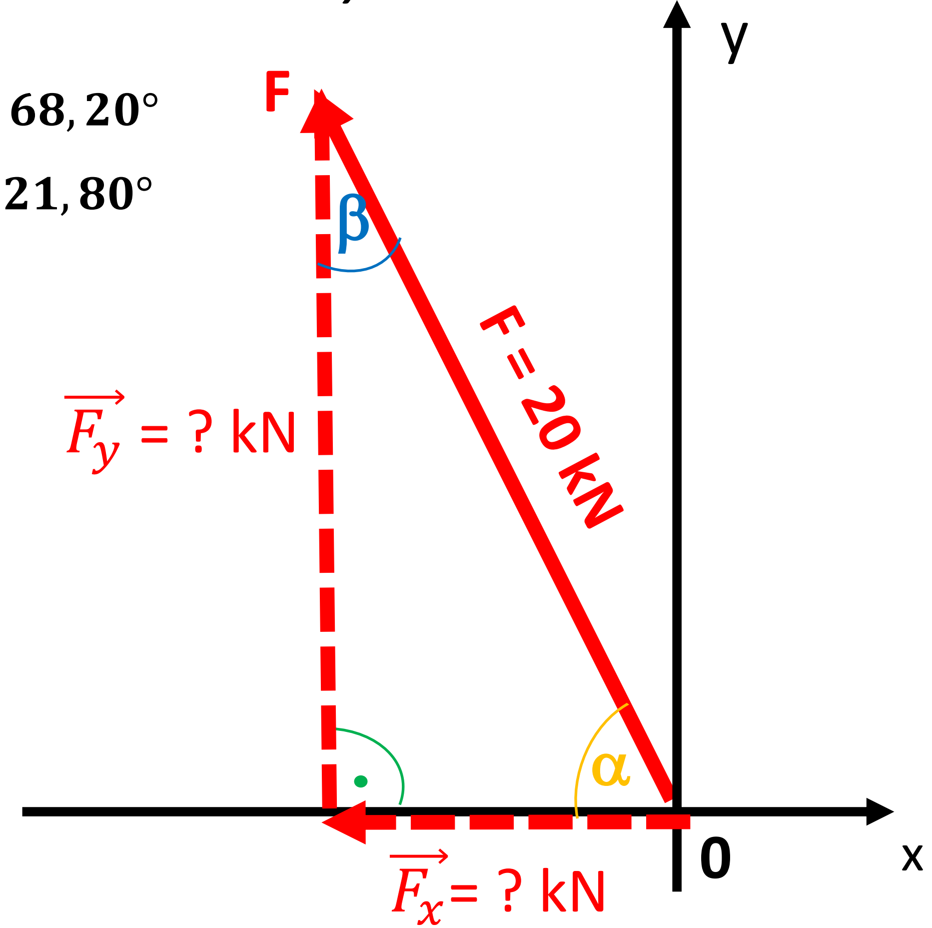
$$\cos\beta = \frac{5}{\sqrt{29}} \rightarrow \beta = 21,80°$$

PŘÍKLAD 2. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

Fx = ? kN *Aplikujeme podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF na vyřešení velikosti složek Fx a Fy. Známe velikost síly F = 20 kN a úhlů* $\boldsymbol{\alpha}$ *a* $\boldsymbol{\beta}$ *, které síla F svírá se svými složkami Fx a Fy.*

$\boldsymbol{\alpha} = 68,20°$

$\boldsymbol{\beta} = 21,80°$



$$\cos\boldsymbol{\alpha} = \frac{-Fx}{\boldsymbol{F}} \rightarrow Fx = -\cos\alpha \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{-Fx}{\cos\alpha}$$

$$\cos\mathbf{68,20} = \frac{-Fx}{\mathbf{20}} \rightarrow Fx = -\cos\mathbf{68,20} \cdot 20\ kN$$

$$\mathbf{F}\boldsymbol{x} = -\ \mathbf{7,43}\ \boldsymbol{kN}$$

Orientace $\overrightarrow{F_x}$ je do záporné poloosy, tedy **Fx je záporná.**

nebo

$$\sin\boldsymbol{\beta} = \frac{-\ \boldsymbol{F_x}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_x = -\sin\beta \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{-F_x}{\sin\beta}$$

$$\sin\mathbf{21,80} = \frac{-\boldsymbol{F_x}}{\mathbf{20}} \rightarrow F_x = -\sin\mathbf{21,80} \cdot 20\ kN$$

$$\mathbf{F}\boldsymbol{x} = -\ \mathbf{7,43}\ \boldsymbol{kN}$$

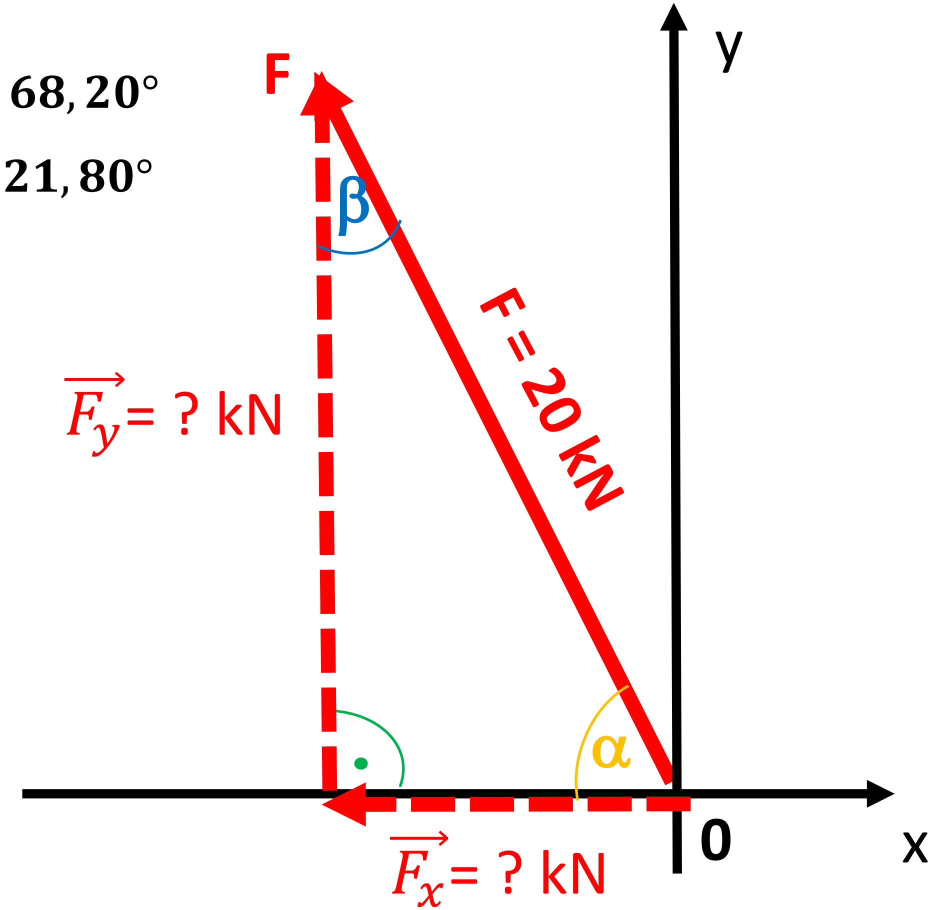
[kN;m]

PŘÍKLAD 2. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

Fy = ? kN *Aplikujeme podobnost trojúhelníků 0BA a 0CF na vyřešení velikosti složek Fx a Fy. Známe velikost síly F = 20 kN a úhlů* $\boldsymbol{\alpha}$ *a* $\boldsymbol{\beta}$ *, které síla F svírá se svými složkami Fx a Fy.*

$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{68{,}20°}$

$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{21{,}80°}$



$$\boldsymbol{sin\,\alpha} = \frac{\boldsymbol{Fy}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow Fy = \sin\alpha \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{Fy}{\sin\alpha}$$

$$\boldsymbol{sin}\,\mathbf{68{,}20} = \frac{\boldsymbol{Fy}}{\mathbf{20}} \rightarrow Fy = \sin\mathbf{68{,}20} \cdot 20\ kN$$

$$\mathbf{Fy} = \mathbf{18{,}57}\ \boldsymbol{kN}$$

Orientace $\overrightarrow{F_y}$ je do kladné poloosy, tedy **Fy je kladná**.

nebo

$$\boldsymbol{cos\,\beta} = \frac{\boldsymbol{F_y}}{\boldsymbol{F}} \rightarrow F_y = \cos\beta \cdot F \quad nebo \quad F = \frac{F_y}{\cos\beta}$$

$$\boldsymbol{cos}\,\mathbf{21{,}80} = \frac{\boldsymbol{F_y}}{\mathbf{20}} \rightarrow F_y = \cos\mathbf{21{,}80} \cdot 20\ kN$$

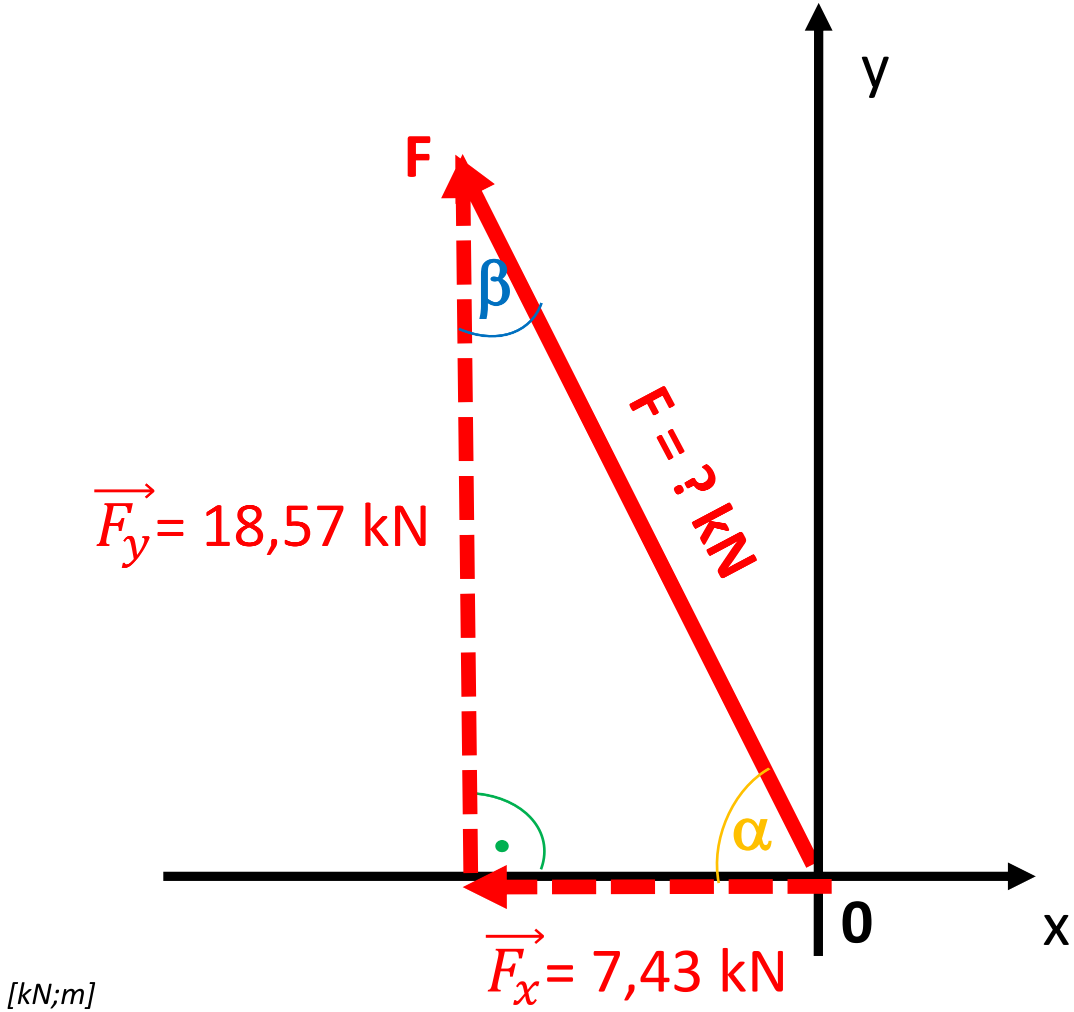
$$\mathbf{Fy} = \mathbf{18{,}57}\boldsymbol{kN}$$

[kN;m]

PŘÍKLAD 2.

Kontrola řešeného příkladu. Aplikujeme Pythagorovu větu $\boldsymbol{F^2 = F_x^2 + F_y^2}$.

Ověříme, zda odpovídá velikost síly F = 20 kN.



$$\boldsymbol{F^2 = F_x^2 + F_y^2}$$

$$\boldsymbol{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}}$$

$$\mathbf{F}\boldsymbol{x = -7{,}43\ kN}$$

$$\mathbf{F}\boldsymbol{y = 18{,}57\ kN}$$

$$\boldsymbol{F = \sqrt{7{,}43^2 + 18{,}57^2} = 20\ kN \rightarrow OK}$$

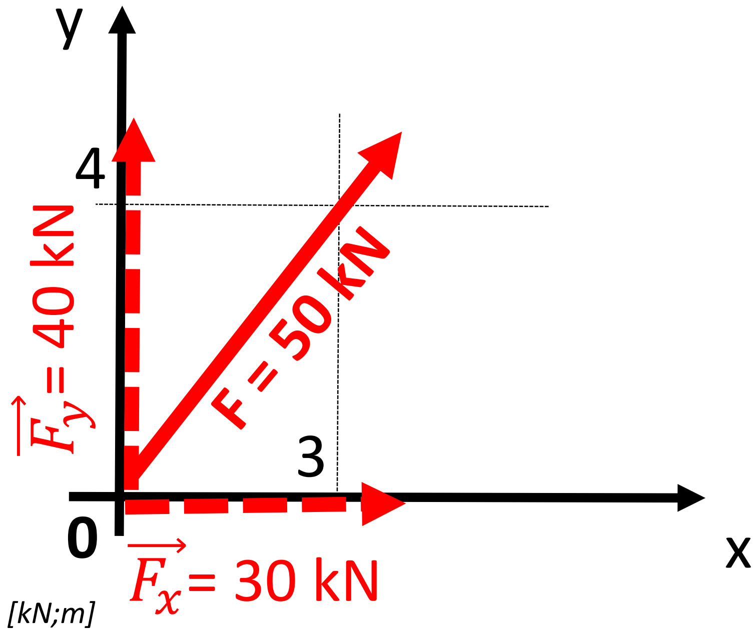
ROZVAHA – pojmy SMĚR, ORIENTACE, VELIKOST při sledování složky Fx

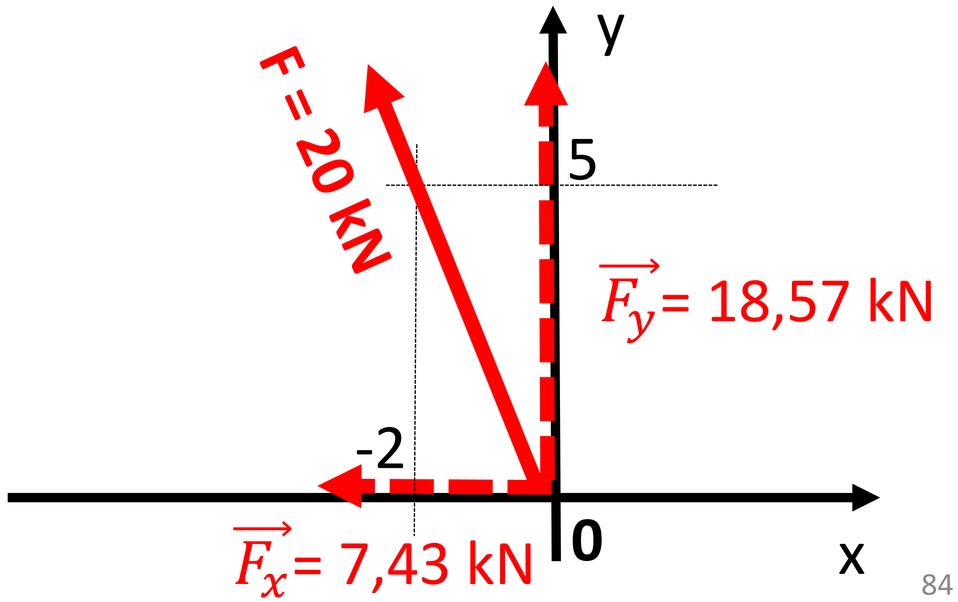
!!! U příkladů 1. a 2. je zřejmý souřadný systém x,y. Posloužil nám jako vodítko pro určení bodů, kterými síla F prochází. Při výpočtu udává kladné a záporné směry.

Připomeňme si zadání a výsledek:

Máme sílu F = 50 kN určenou počátkem souřadného systému a bodem [3;4].

Máme sílu F = 20 kN určenou počátkem souřadného systému a bodem [-2;5].

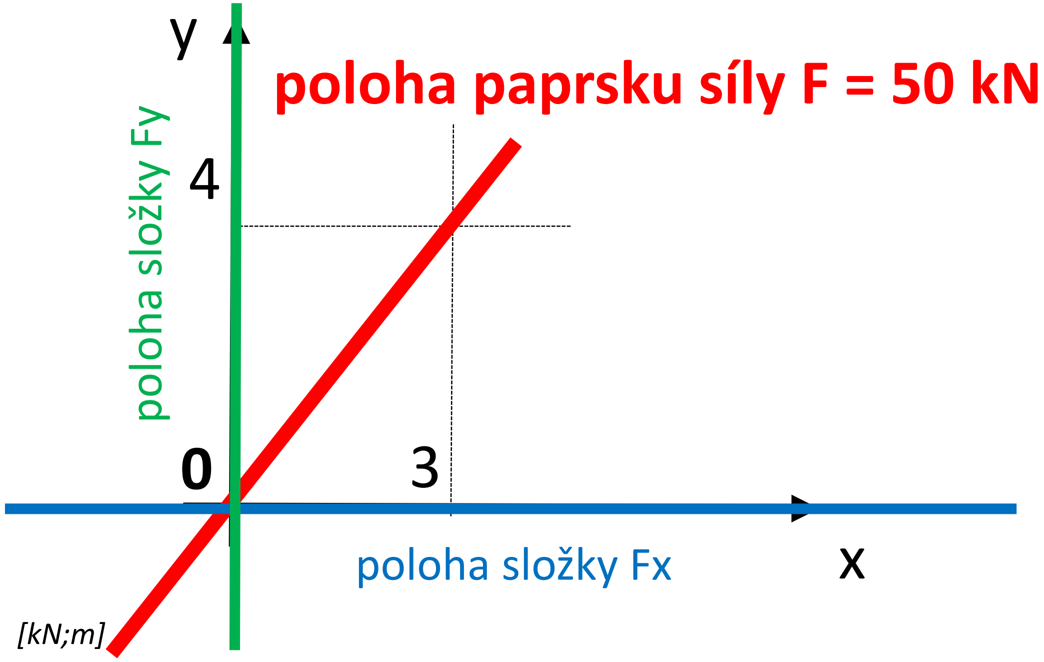




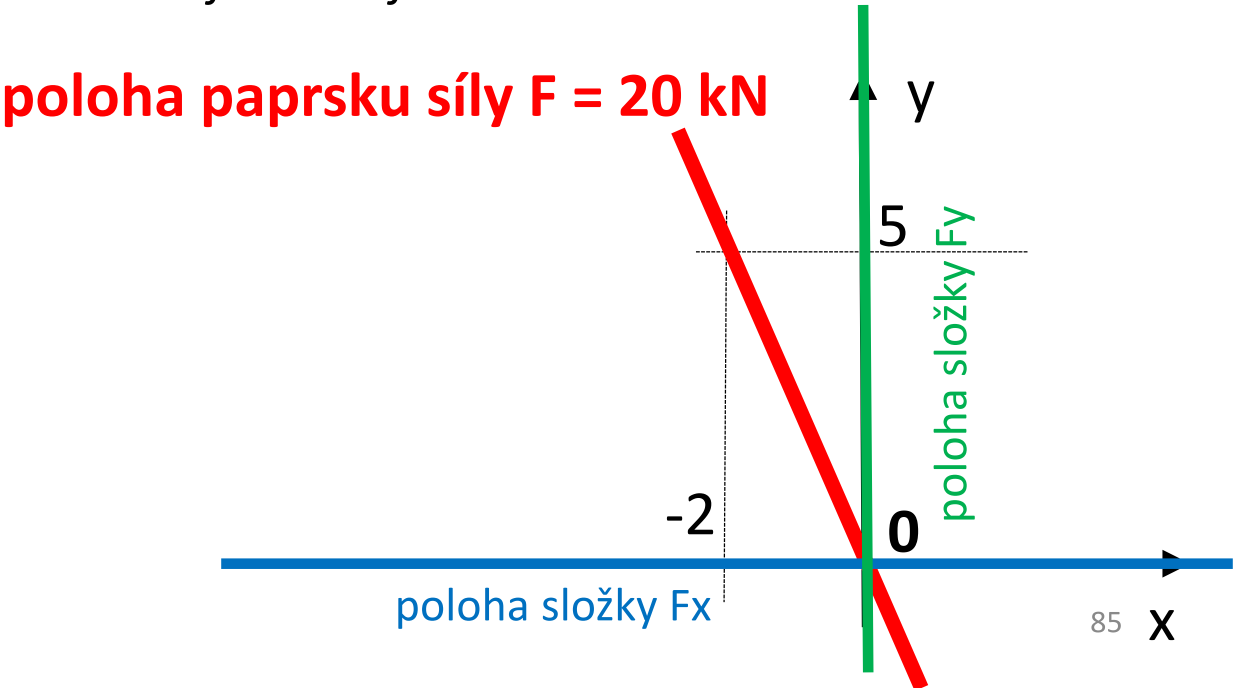
ROZVAHA – SMĚR

!!! Pojem **SMĚR** síly F. Pro naši potřebu nám v tuto chvíli postačí zjednodušené vysvětlení:
Směr působení síly F – poloha paprsku síly F v souřadném systému.

Paprsek síly F = 50 kN prochází v zadaném souřadném systému počátkem a bodem *[3;4]*. *Tím je určen jeho* ***směr.***



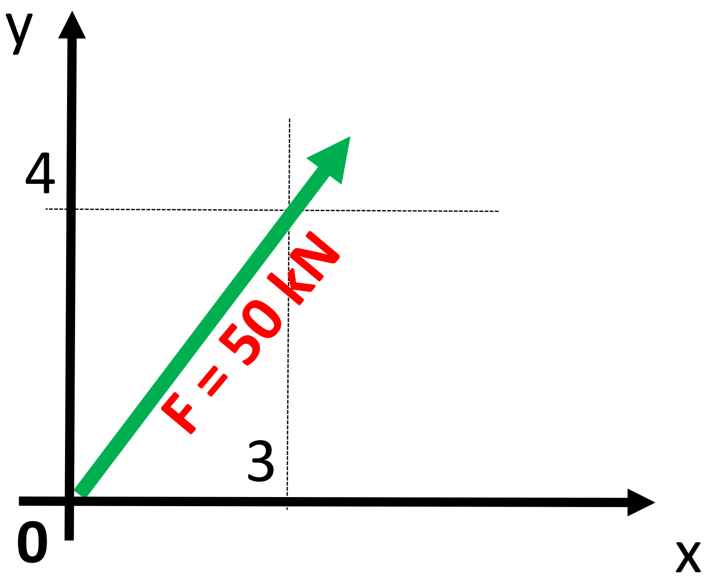
Paprsek síly F = 20 kN prochází v zadaném souřadném systému počátkem a bodem *[-2;5]*. *Tím je určen jeho* ***směr.***



ROZVAHA – ORIENTACE

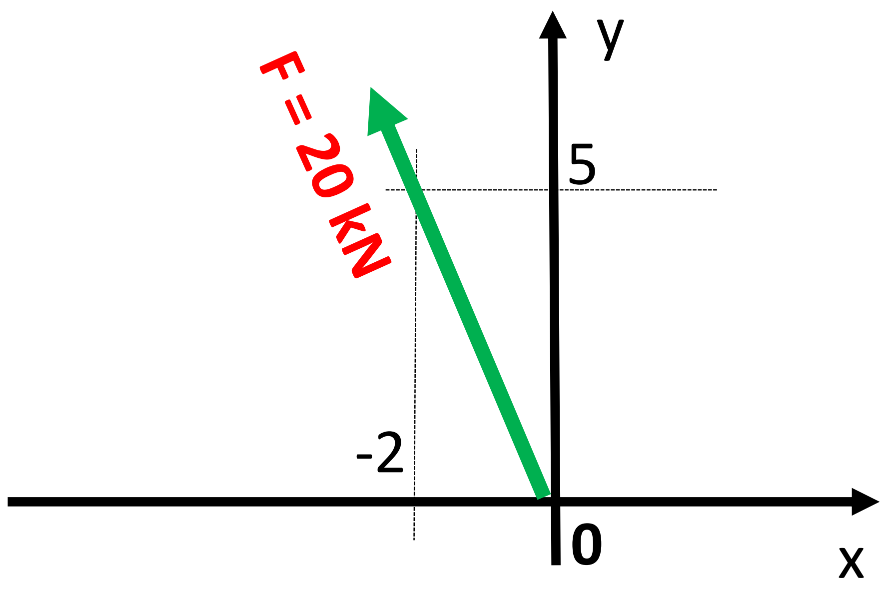
!!! Pojem **ORIENTACE** síly. Síly mají určený bod **počátku** působení – **PŮSOBIŠTĚ**.

Síla F = 50 kN působí v zadaném souřadném systému z počátku do bodu *[3;4].*
Tím je určena její **orientace.**



[kN;m]

Síla F = 20 kN působí v zadaném souřadném systému z počátku do bodu *[-2;5].*
Tím je určena její **orientace.**

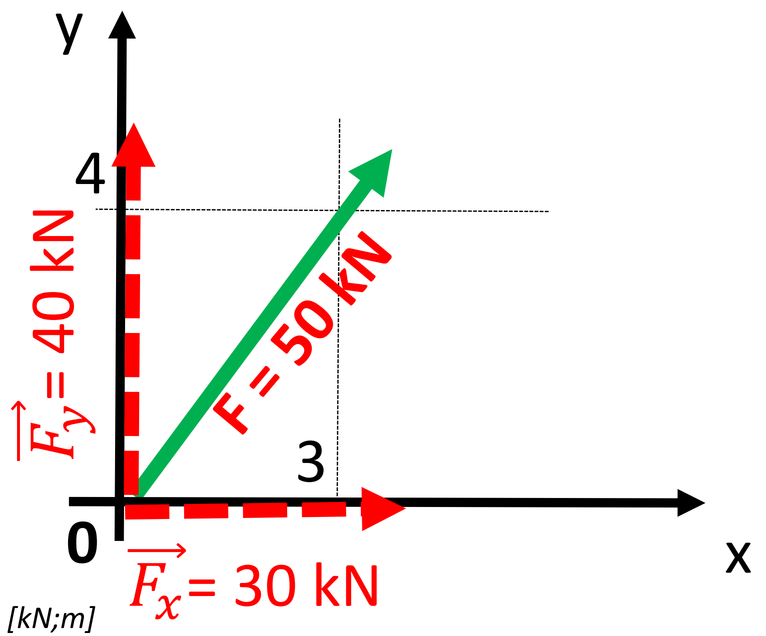


ROZVAHA – ORIENTACE: sledujme složku Fx

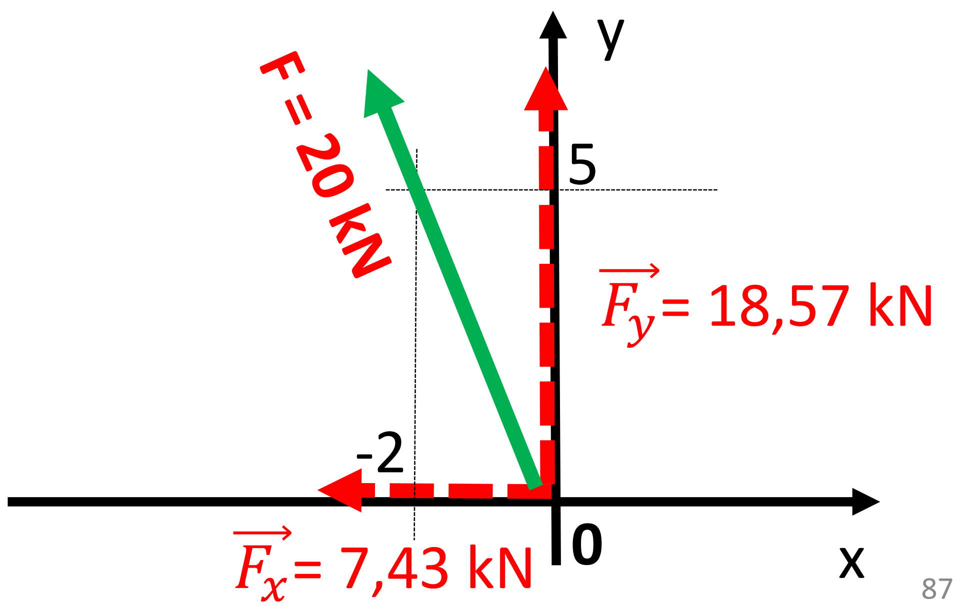
!!! Pojem ORIENTACE síly. Je-li určena orientace síly F, mají i složky Fx a Fy orientaci určenu.

Orientace složek sil – určuje v souřadném systému působení do kladné či záporné poloosy.

Složka Fx působí velikostí 30 kN vodorovně z leva do prava, ve zvoleném souřadném systému KLADNĚ.



Složka Fx působí velikostí 7,43 kN vodorovně z prava do leva, ve zvoleném souřadném systému ZÁPORNĚ.



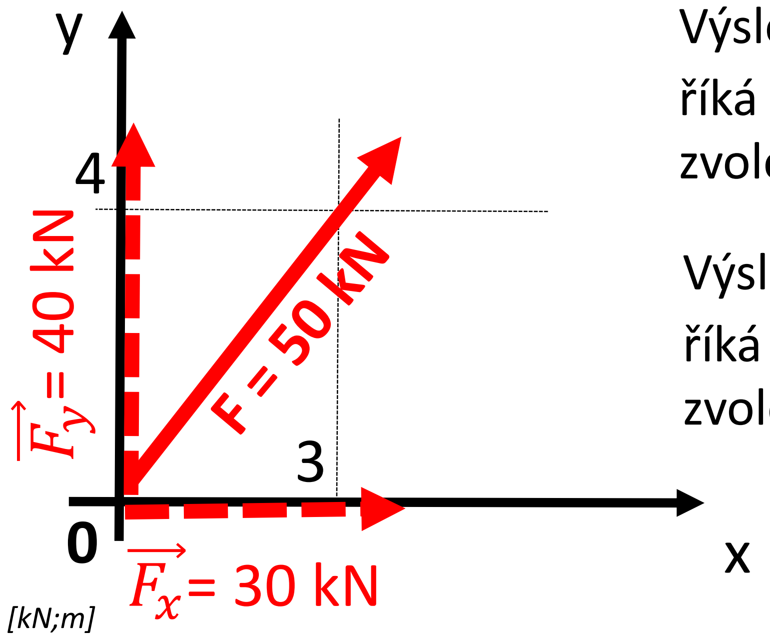
ROZVAHA – VELIKOST: sledujme složku Fx

!!! Pojem **VELIKOST** síly. **Velikost** je hodnota, kterou síla působí.

Pozor na výsledky výpočtů. Vyšla záporná hodnota u složky síly?

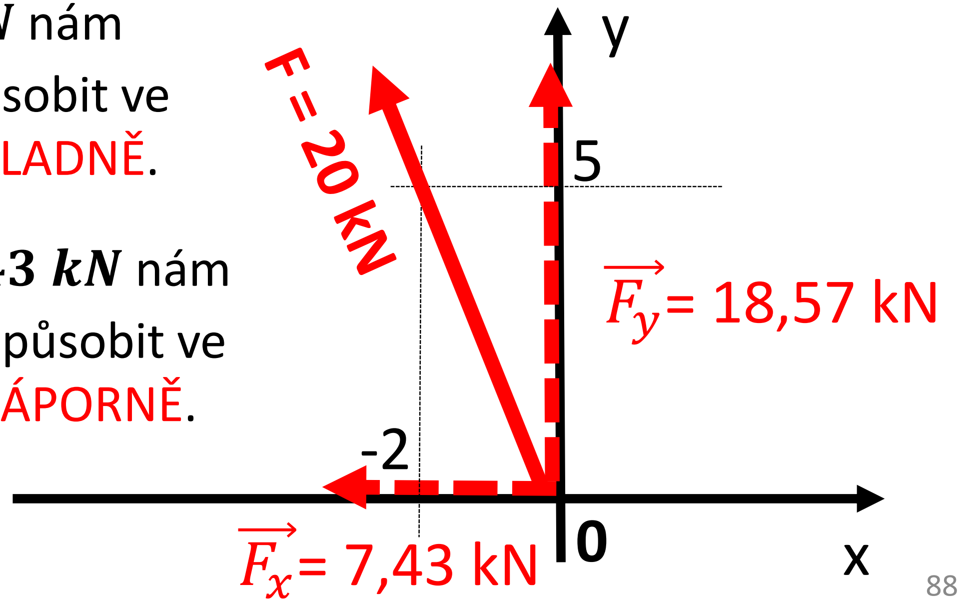
SLOŽKA Fx vychází výpočtem KLADNÁ : $\mathbf{F}\boldsymbol{x} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{kN}$
SMĚR ROZLOŽENÍ SLOŽKY Fx JE DO KLADNÉ POLOOSY
! VELIKOST $\overrightarrow{F_x}$ je KLADNÁ hodnota !

SLOŽKA Fx vychází výpočtem ZÁPORNÁ : $\mathbf{F}\boldsymbol{x} = -\ \mathbf{7{,}43}\ \boldsymbol{kN}$
SMĚR ROZLOŽENÍ SLOŽKY Fx JE DO ZÁPORNÉ POLOOSY
! VELIKOST $\overrightarrow{F_x}$ je KLADNÁ hodnota !



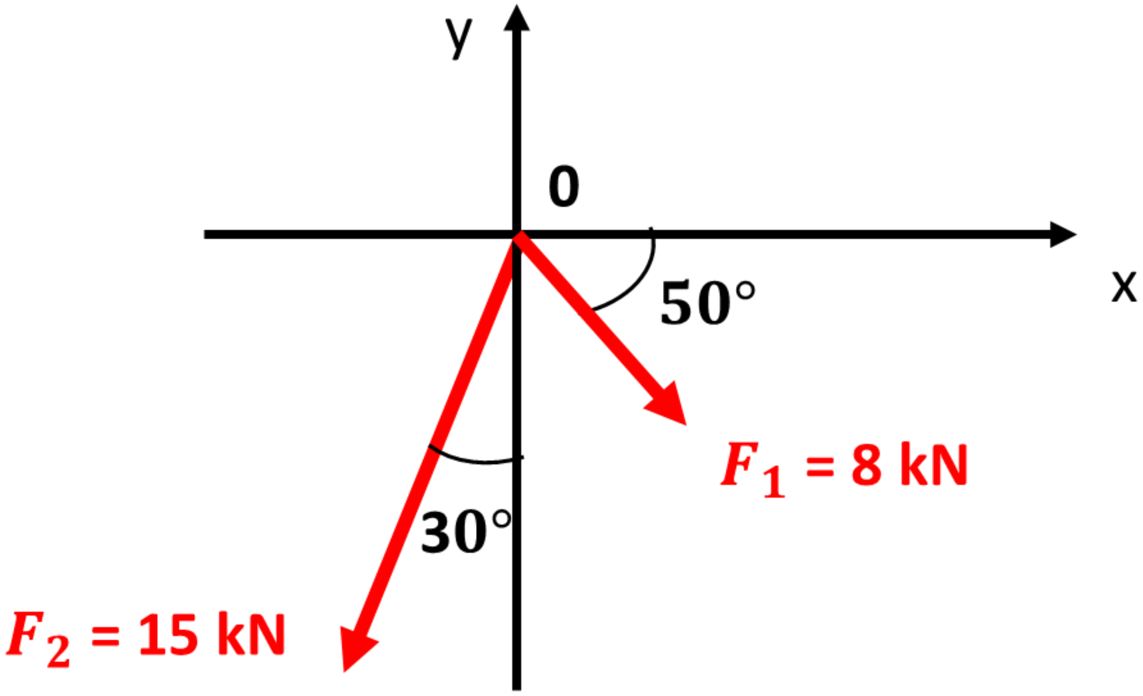
Výsledky z výpočtu: $\mathbf{F}\boldsymbol{x} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{kN}$ nám říká - velikost $\overrightarrow{F_x}$= 30 kN bude působit ve zvoleném souřadném systému KLADNĚ.

Výsledky z výpočtu: $\mathbf{F}\boldsymbol{x} = -\ \mathbf{7{,}43}\ \boldsymbol{kN}$ nám říká - velikost $\overrightarrow{F_x}$= 7,43 kN bude působit ve zvoleném souřadném systému ZÁPORNĚ.



PŘÍKLAD 3.

Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku.



Řešení výslednice F_r je jednou ze základních úloh v mechanice.

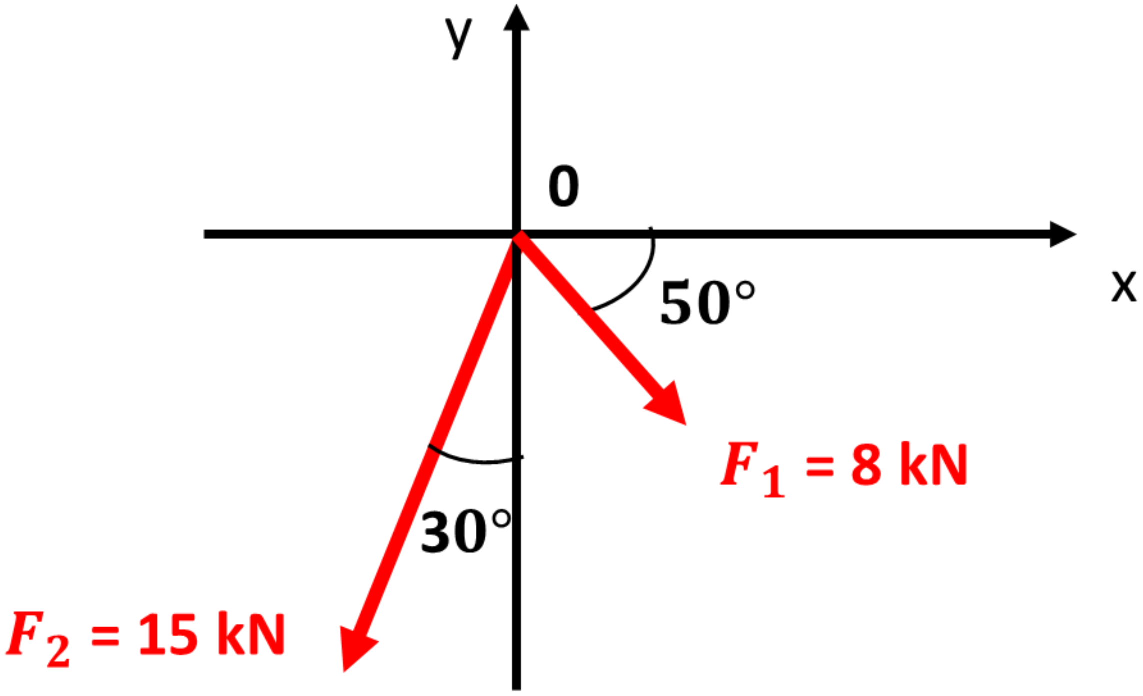
Výslednice F_r bude mít stejný účinek jako síly F_1 a F_2 .

Síly F_1 a F_2 mají počátek ve společném působišti, tedy i výslednice F_r *bude mít počátek v tomto bodě.*

[kN;m]

PŘÍKLAD 3.

Stanovte výslednici F_r *dvou sil* F_1 a F_2 *zadaných dle obrázku.*



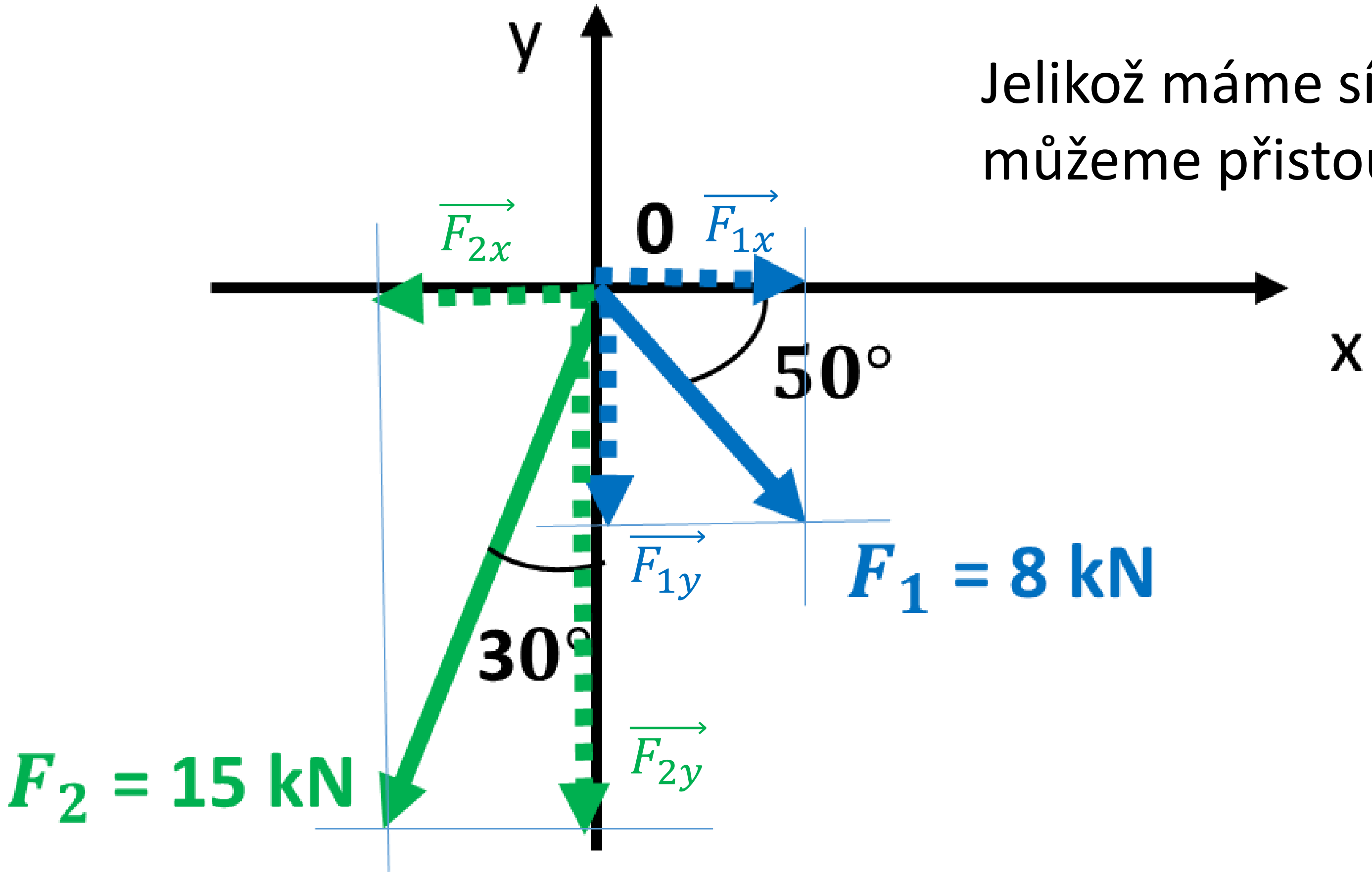
Pro výpočet výslednice F_r využijeme princip výpočtu z příkladů 1. a 2.

Budeme sledovat **ORIENTACI** složek sil F_1 a F_2 a následnou práci se znaménky při výpočtu.

[kN;m]

PŘÍKLAD 3.

Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku.



Jelikož máme síly F_1 a F_2 zadané pomocí úhlu, můžeme přistoupit k řešení složek výslednice F_{rx} a F_{ry}.

Rozložíme síly do složek:

$\boldsymbol{F_1}$: $\overrightarrow{F_{1x}}$ $\overrightarrow{F_{1y}}$

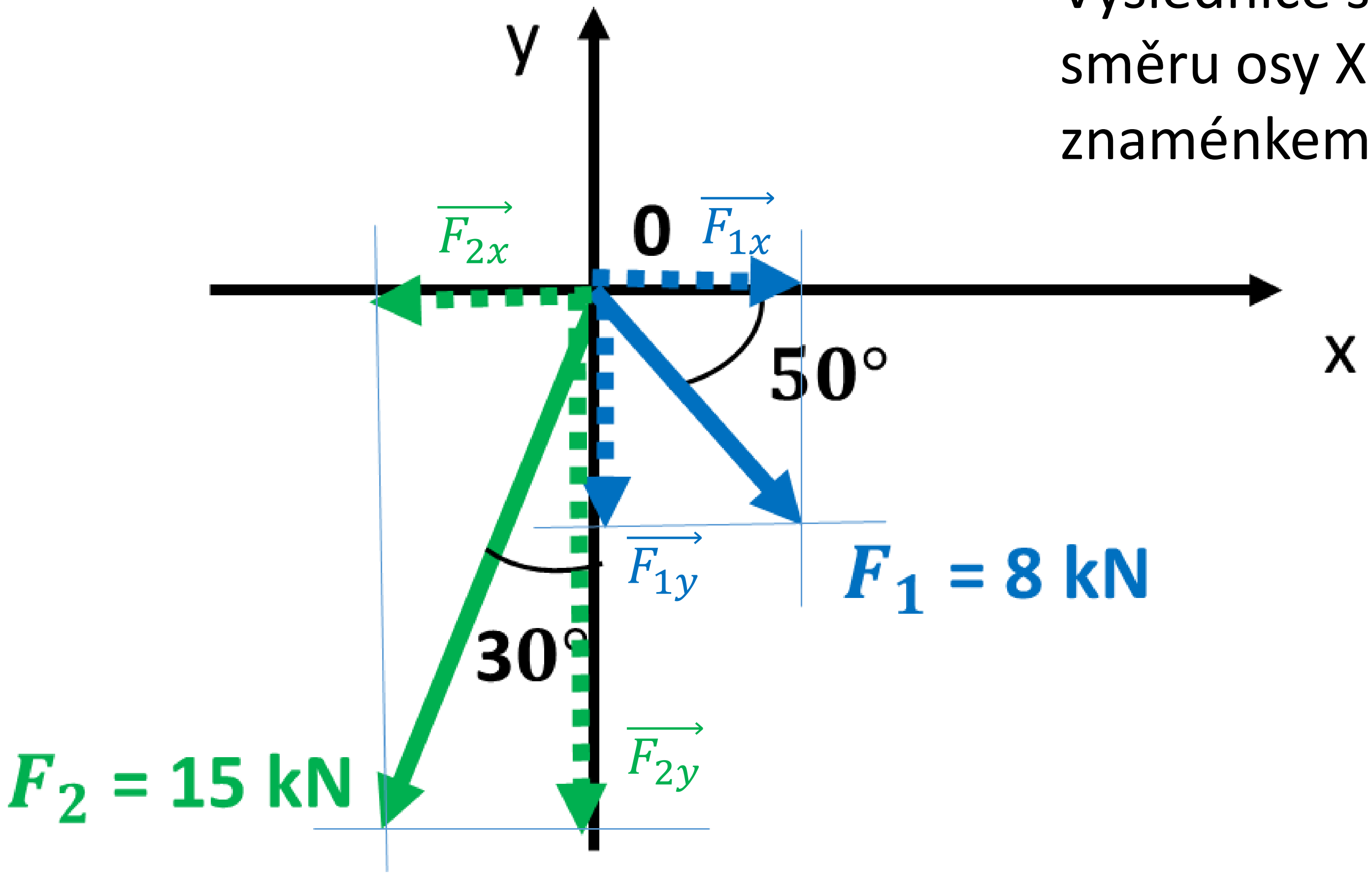
$\boldsymbol{F_2}$: $\overrightarrow{F_{2x}}$ $\overrightarrow{F_{2y}}$

[kN;m]

PŘÍKLAD 3.

Vyřešíme složky výslednice F_{rx} a F_{ry}.

Výslednice složky F_{rx} je součet všech složek ve směru osy X s jejich příslušnou orientací (tedy znaménkem dle souřadného systému).



$$F_{rx} = \sum \overrightarrow{F_{1x}} + \overrightarrow{F_{2x}}$$

$$F_{rx} = F_{1x} - F_{2x}$$

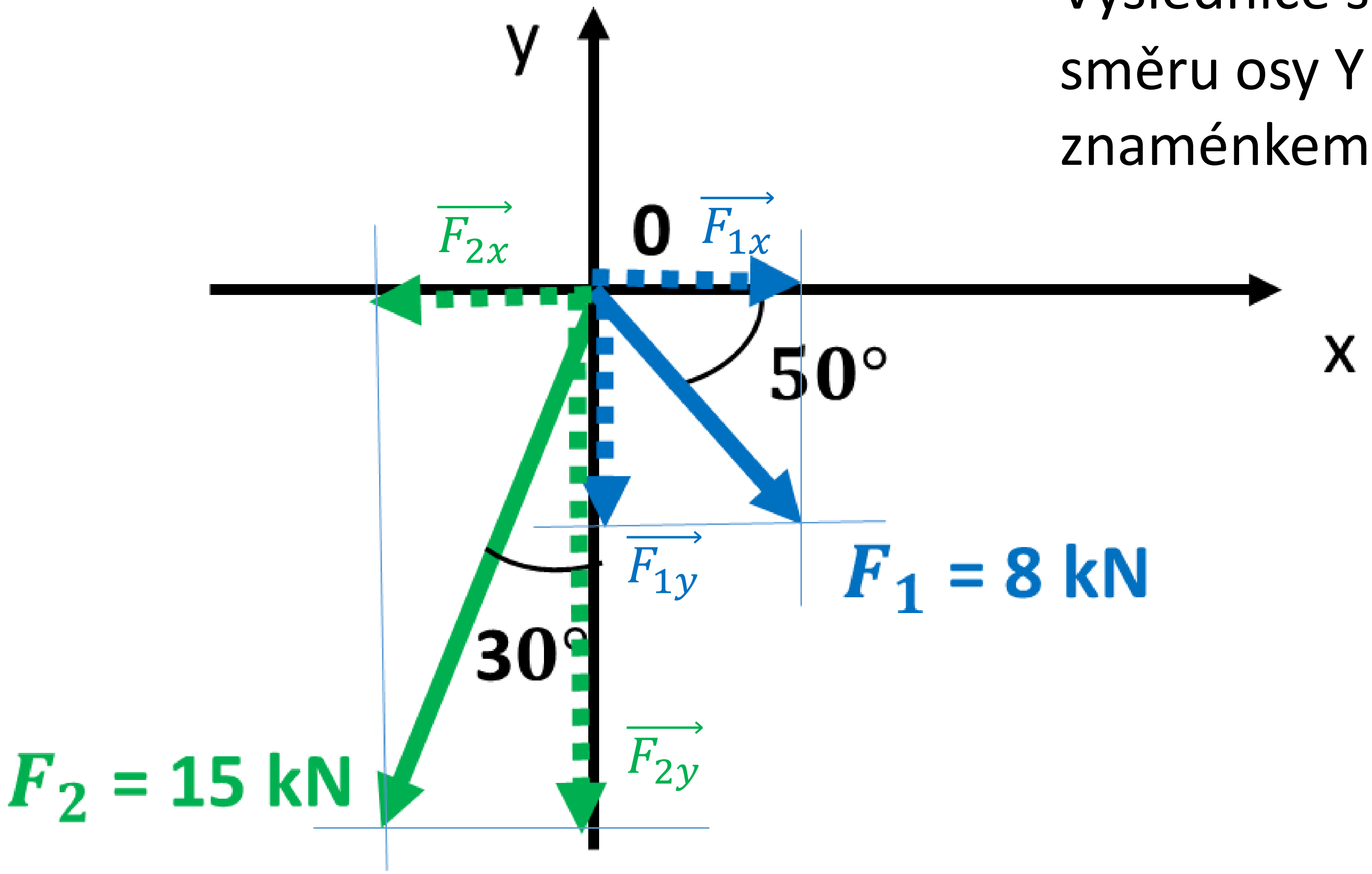
$$F_{rx} = \cos 50 \,.\, F_1 - \sin 30 \,.\, F_2$$

$$F_{rx} = \cos 50 \,.\, 8 - \sin 30 \,.\, 15 \text{ kN}$$

$$F_{rx} = -2{,}36\ kN$$

PŘÍKLAD 3.

Vyřešíme složky výslednice F_{rx} a F_{ry}.



Výslednice složky F_{ry} je součet všech složek ve směru osy Y s jejich příslušnou orientací (tedy znaménkem dle souřadného systému).

$$F_{ry} = \sum \overrightarrow{F_{1y}} + \overrightarrow{F_{2y}}$$

$$F_{ry} = -F_{1y} - F_{2y}$$

$$F_{ry} = -\sin 50 \,.\, F_1 - \cos 30 \,.\, F_2$$

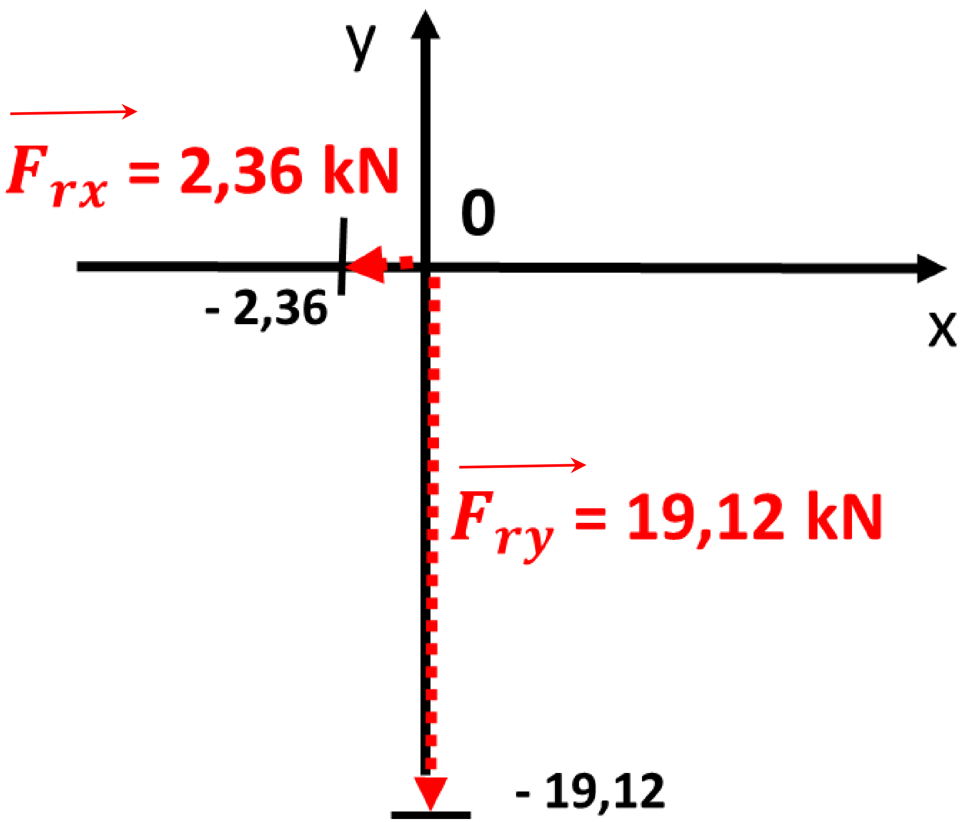
$$F_{ry} = -\sin 50 \,.\, 8 - \cos 30 \,.\, 15\ \text{kN}$$

$$F_{ry} = -19{,}12\ kN$$

[kN;m]

PŘÍKLAD 3.

Složky výslednice F_{rx} a F_{ry} *vykreslíme do příslušné poloosy souřadného systému podle jejich výsledného znaménka. Vyřešíme velikost výslednice* F_r *pomocí Pythagorovy věty.*



[kN;m]

$$F_r^{\,2} = F_{rx}^2 + F_{ry}^2$$

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}$$

$$F_{rx} = -2,36\ kN$$

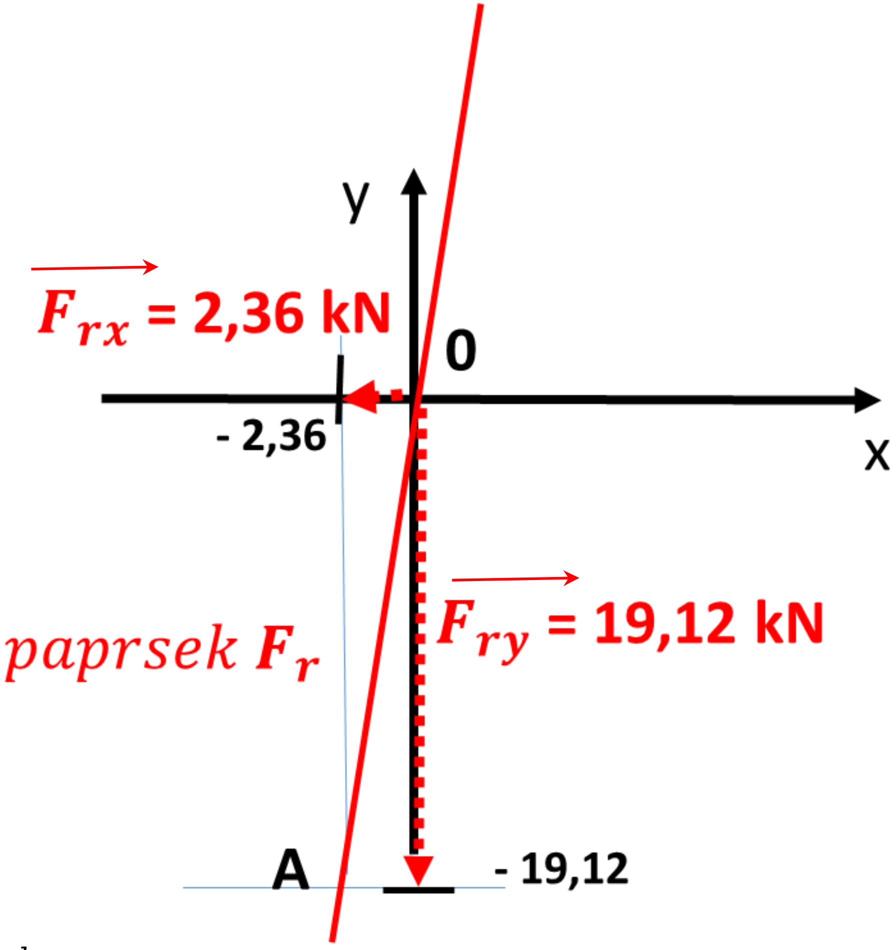
$$F_{ry} = -19,12\ kN$$

$$F_r = \sqrt{(-2,36^2) + (-19,12^2)}\ kN$$

$$F_r = 19,26\ kN$$

PŘÍKLAD 3.

Vykreslení výslednice F_r *.*



[kN;m]

Výslednice F_r - zakresleme nejprve její paprsek

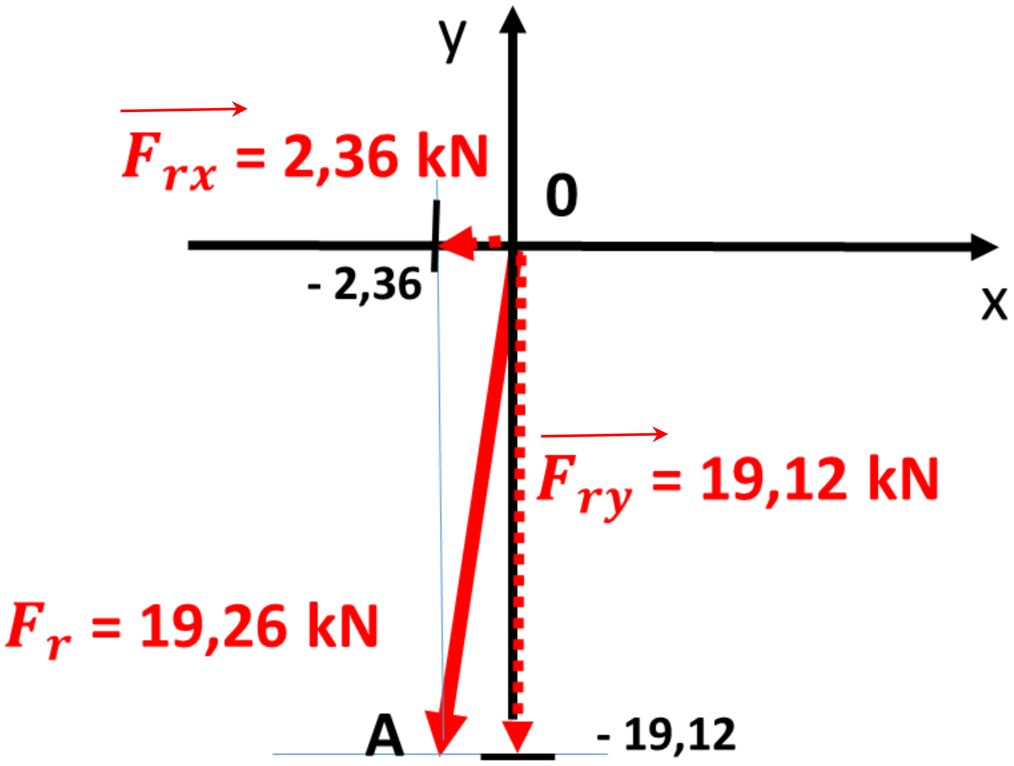
Co víme:

- **působiště** má v bodě 0

- **směr** paprsku – musí procházet body 0 a A – neboli průsečíkem složek F_{rx} a F_{ry}.

PŘÍKLAD 3.

Vykreslení výslednice F_r .



Výslednice F_r - určení **ORIENTACE**

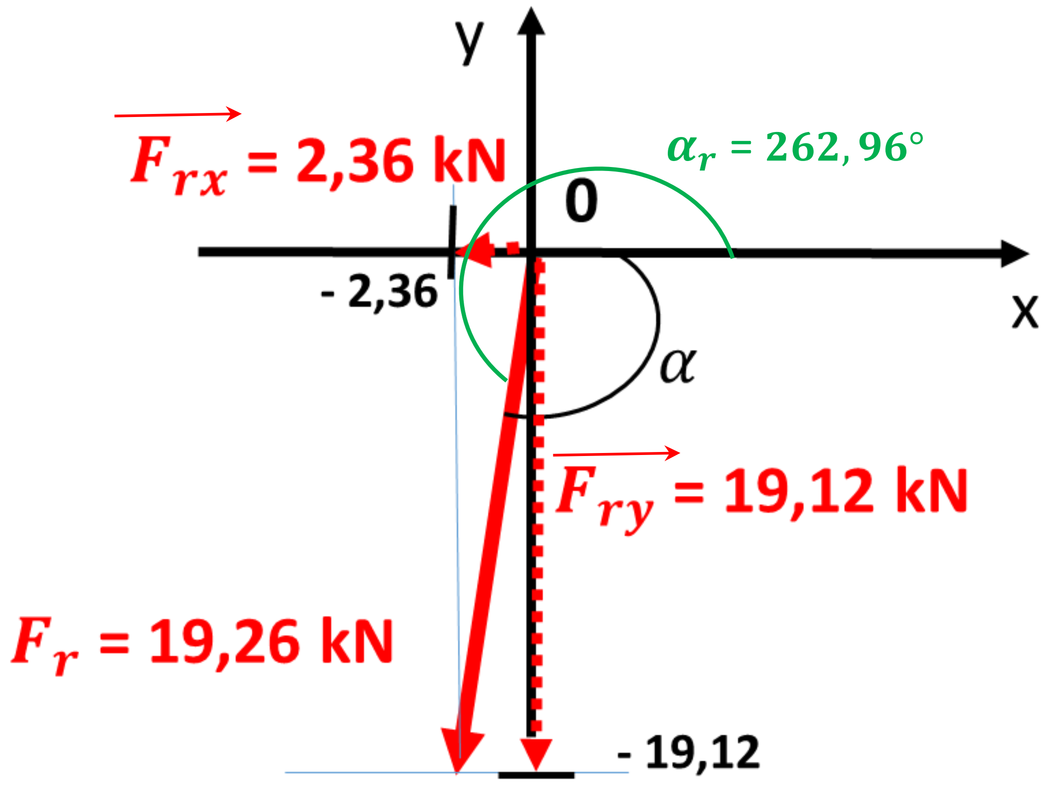
- orientace je patrná z průsečíku A složek F_{rx} a F_{ry}

Orientaci F_r můžeme ověřit i stanovením úhlu α_r, který svírá výslednice s osou X.

[kN;m]

PŘÍKLAD 3.

Stanovení úhlu α_r: směrový úhel, který výslednice svírá s kladnou osou x od prvního kvadrantu až k síle F_r.



[kN;m]

Stanovení úhlu α_r

- vycházíme z goniometrické funkce
- zopakovat COS a SIN – POZOR NA TO, KTERÝ ÚHEL Z VÝPOČTU VYCHÁZÍ: správně určit ÚHEL směrový

$$\cos\alpha = \frac{F_{rx}}{F_r} \qquad \cos\alpha = \frac{-2{,}36}{19{,}26}$$

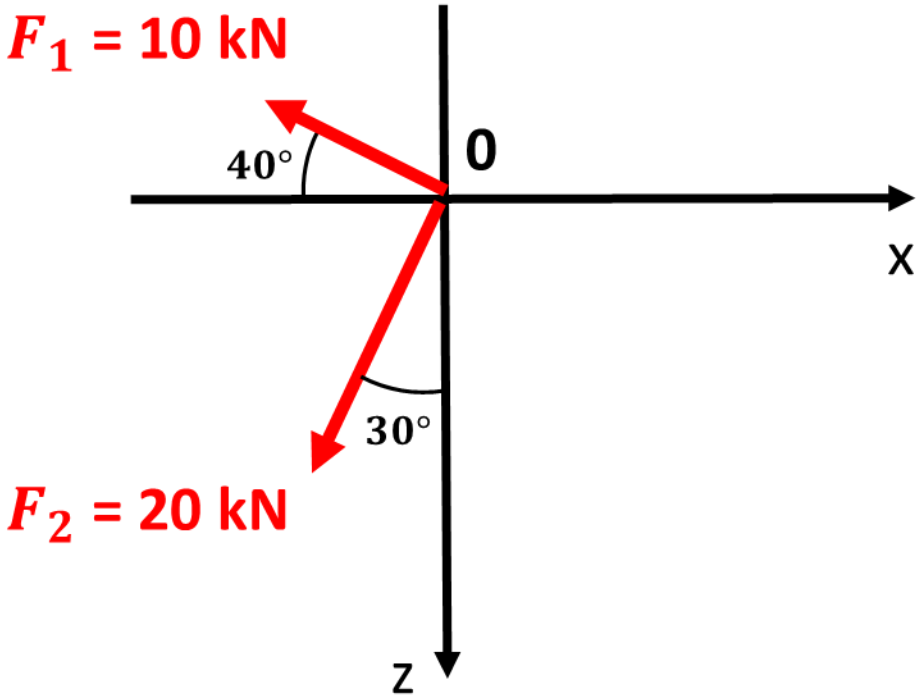
$$\alpha = 97{,}04°$$

$$\alpha_r = 262{,}96°$$

Výslednice F_r je orientována do kvadrantu kterému přísluší úhel α_r.

PŘÍKLAD 4.

Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku. Sledujme souřadný systém!

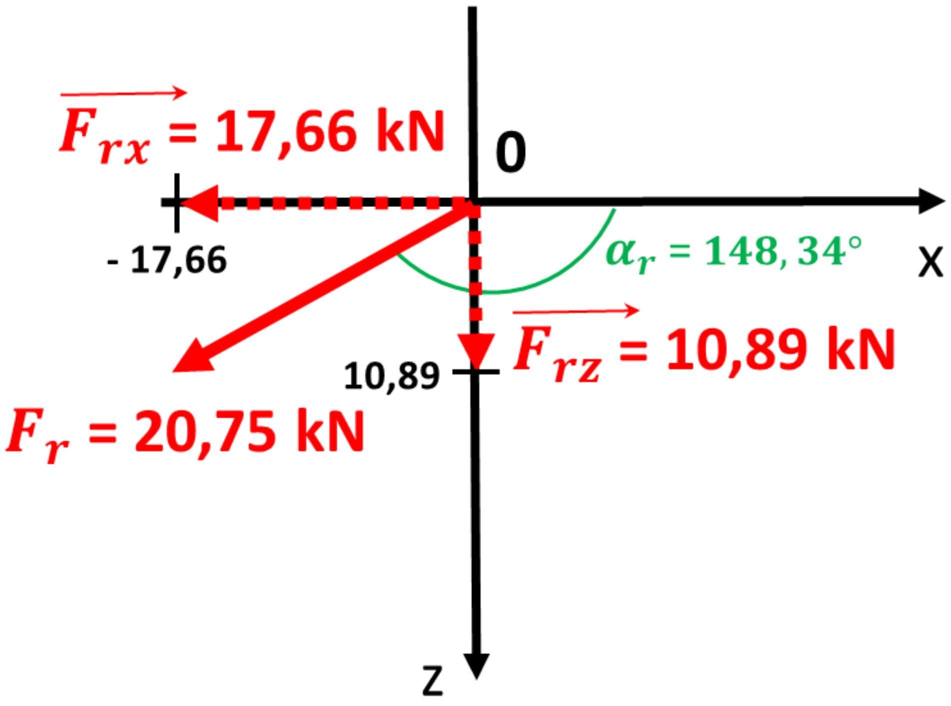


Počítejme společně ☺

[kN;m]

PŘÍKLAD 4.

Řešení ☺



$F_{rx} = -17,66\ kN$

$F_{rz} = 10,89\ kN$

$F_r = 20,75\ kN$

$\alpha_r = 148,34°$

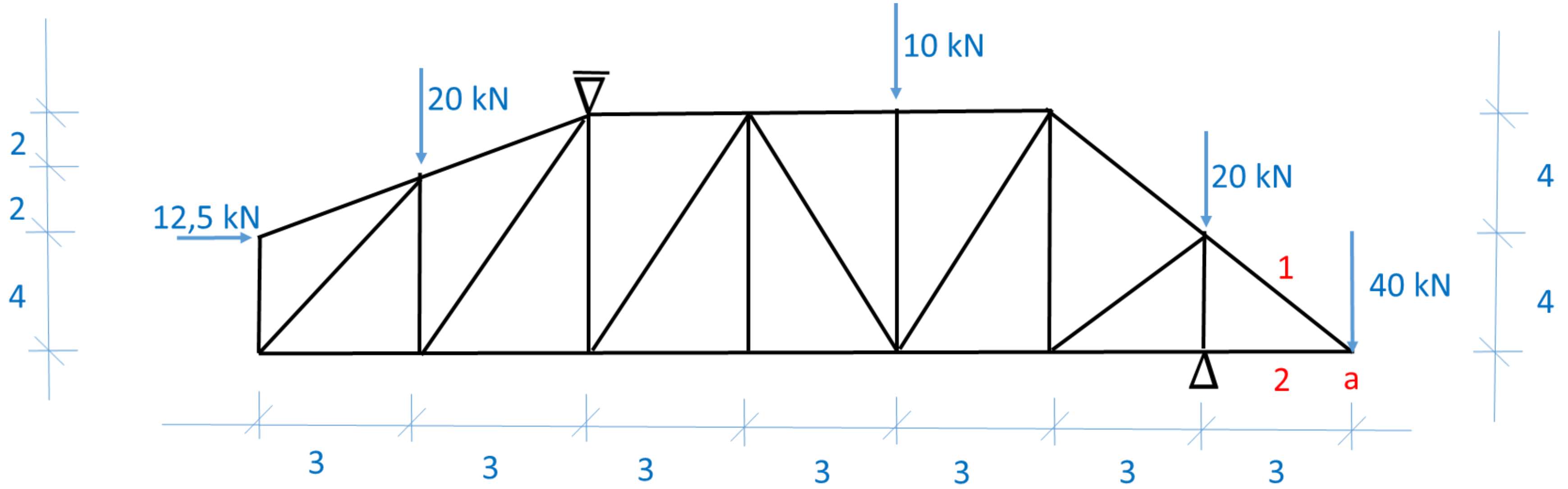
[kN;m]

APLIKACE ŘEŠENÍ NA STAVEBNÍ KONSTRUKCI - Příhradová konstrukce

Příhradová konstrukce je **prutová soustava**, která je široce využívaným typem nosné konstrukce. Namísto masivních a těžkých stěn, desek či bloků jsou využity štíhlé a lehké podélné nosné prvky - přímé pruty, nosníky a lana. V příhradách jsou pruty navzájem pospojovány v bodech. Těmto bodům říkáme styčníky.

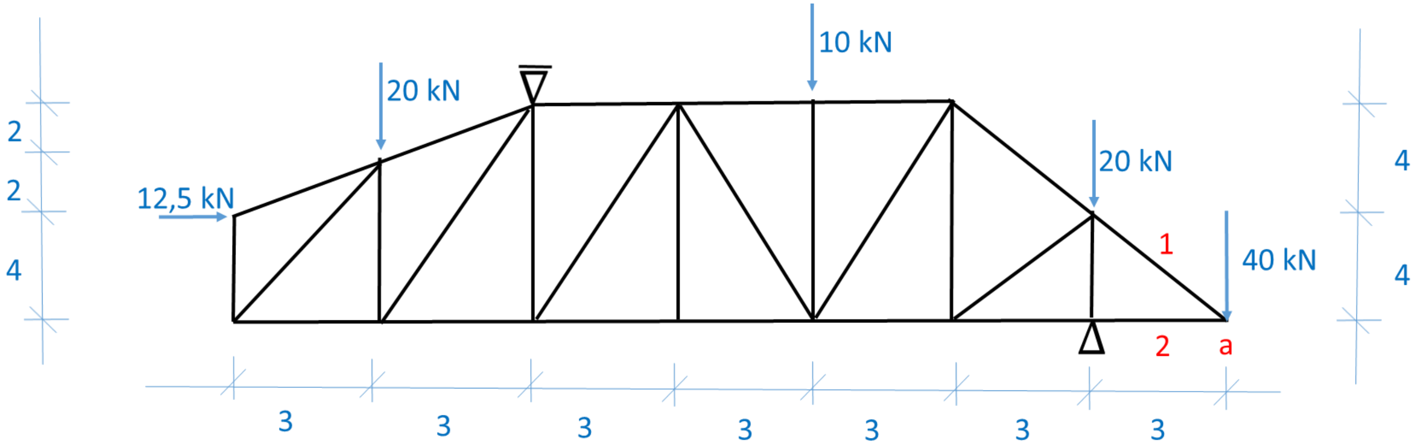
APLIKACE ŘEŠENÍ NA STAVEBNÍ KONSTRUKCI - Příhradová konstrukce

Příhradová konstrukce – základní předpoklady:
- všechny pruty leží v jedné rovině, zatížení působí ve stejné rovině
- zatížení je STYČNÍKOVÉ – pouze do kloubů
- vznikají pouze osové síly (konstantní po délce prutu) = prut je namáhán pouze TAHEM nebo TLAKEM



PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.



Co se teprve naučíte ☺
POSTUP VÝPOČTU

1. Je konstrukce staticky určitá?
2. Zavedení reakcí za vazby
3. Zavedení neznámých osových sil
4. Sestavení rovnic
5. Výpočet
6. Vykreslení řešení
7. Určení TAHU x TLAKU u osových prutů

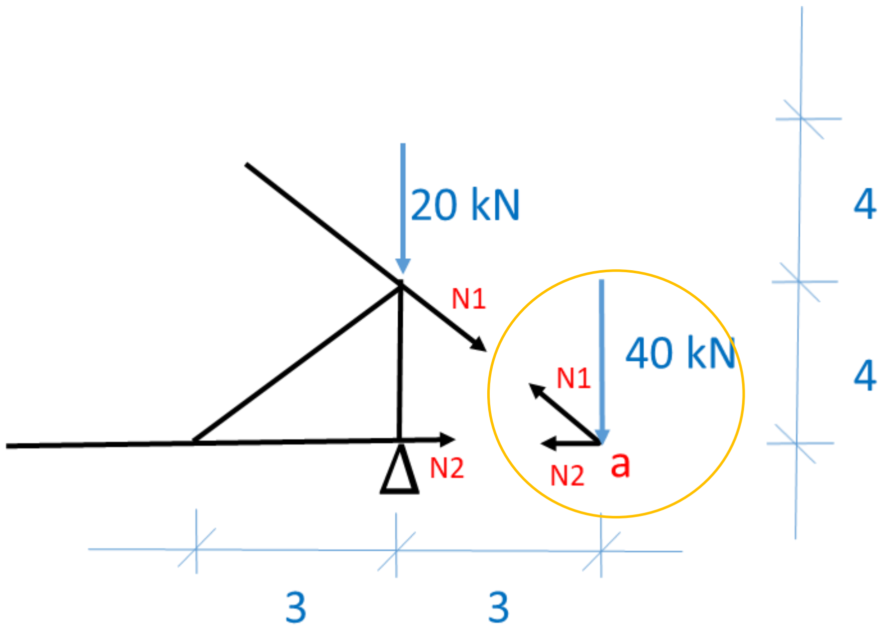
[kN;m]

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Zakreslíme styčník a

Zavedeme neznámé osové síly

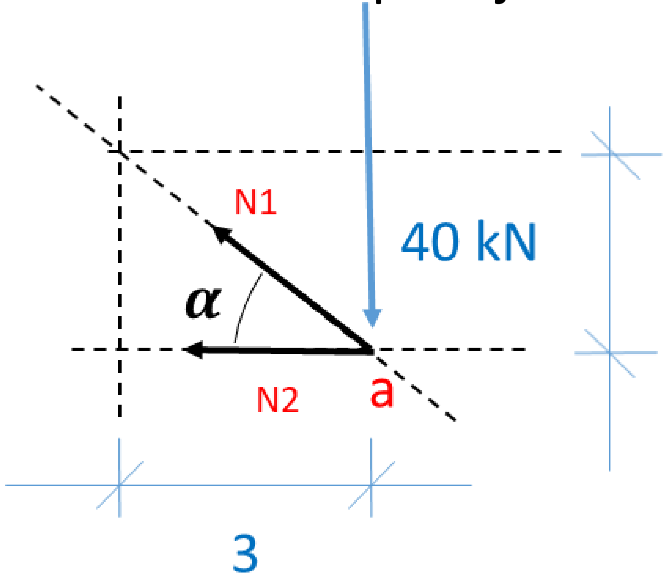


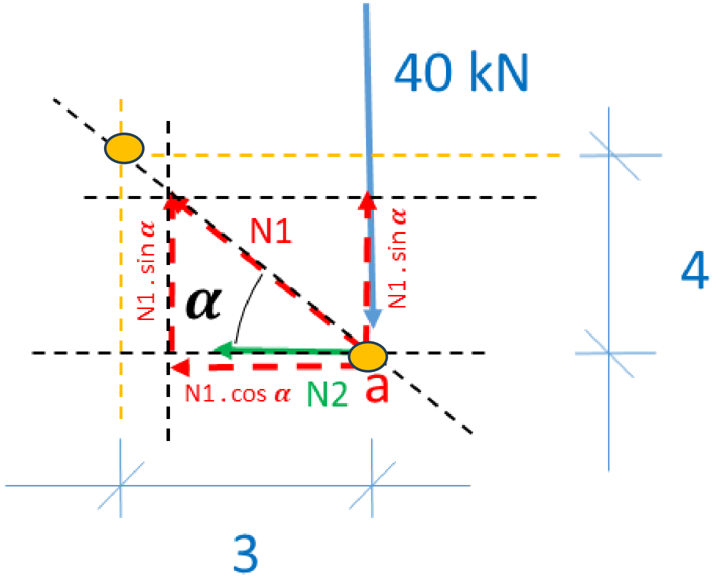
[kN;m]

PŘÍKLAD 5.

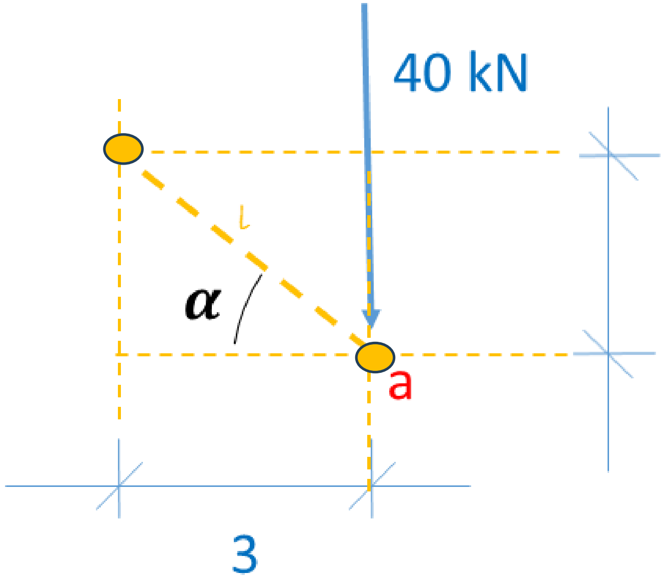
Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Určíme geometrickou závislost sil ve styčníku a - aplikujeme ROZKLAD SIL





Vyřešíme úhel α



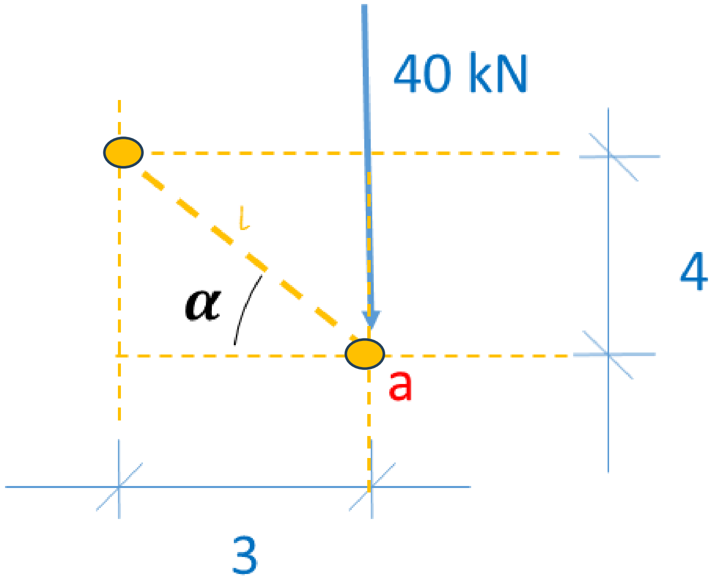
[kN;m]

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Vyřešíme úhel $\boldsymbol{\alpha}$

$$l = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$



Zopakovat !!
COS - přilehlá ku přeponě ☺
SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$$l = 5 \text{ m}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \alpha = 53,13°$$

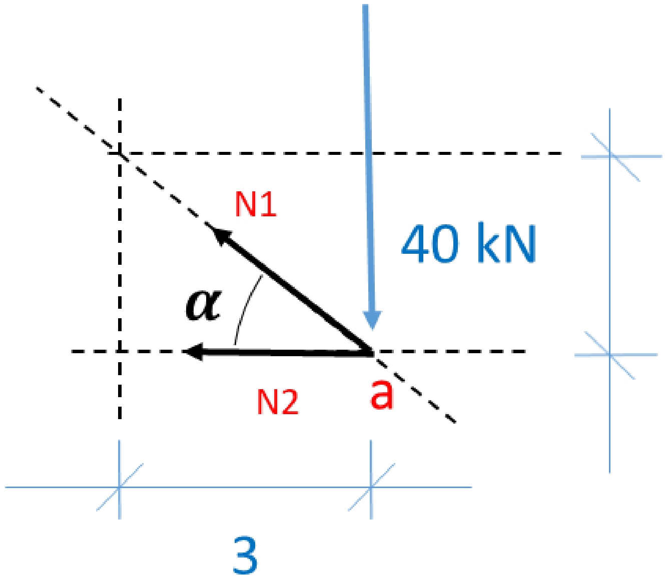
$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha = 53,13°$$

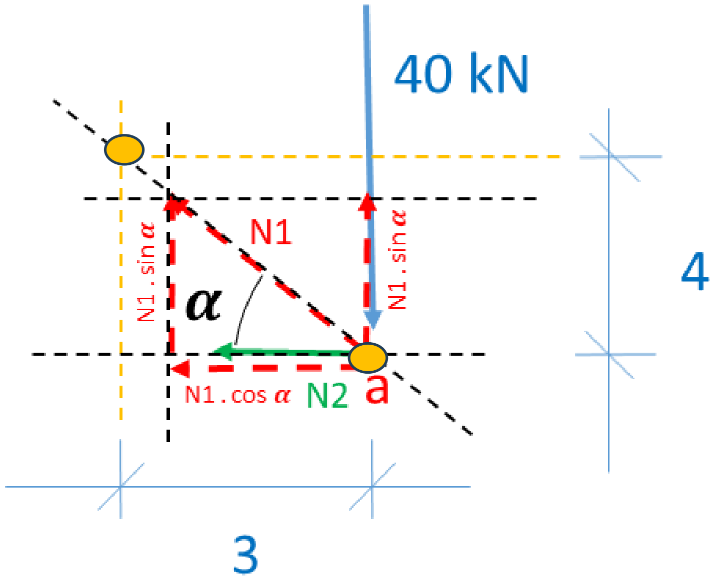
[kN;m]

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Sestavíme rovnice výpočtu – aplikujeme ROZKLAD SIL
Výpočtem určíme velikost osových sil





$$\alpha = 53{,}13°$$

Rovnice rovnováhy

N1 . sin α - 40 = 0

N1 = 50 kN

N1 . cos α + N2 = 0

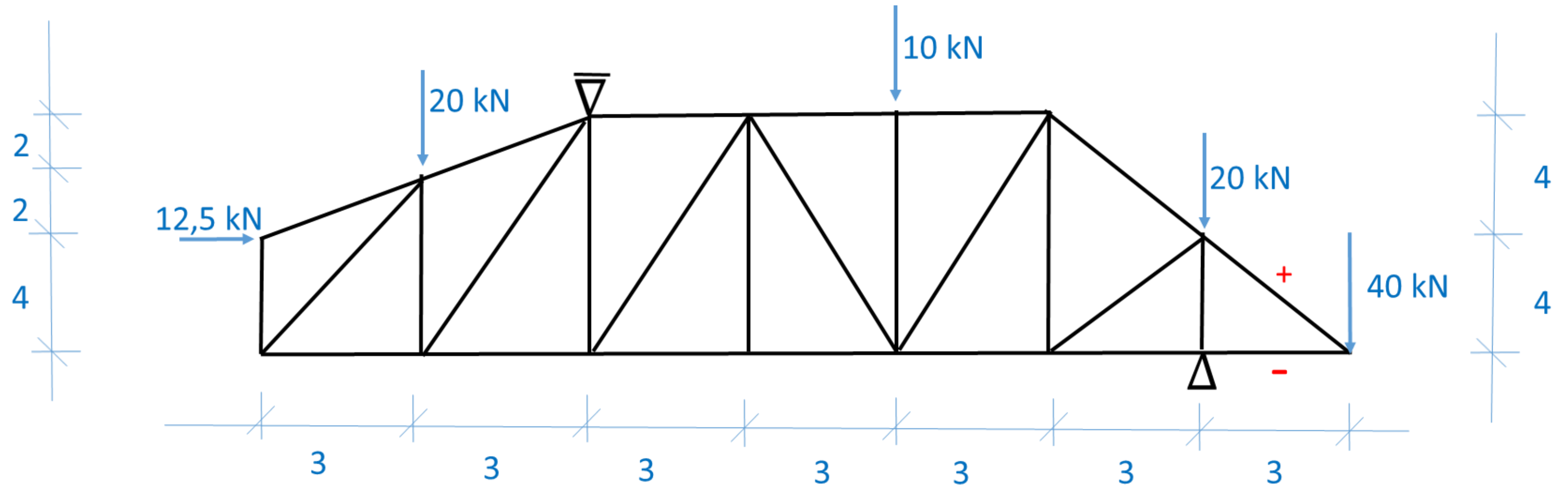
N2 = - 30 kN

[kN;m]

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Vykreslíme řešení
Určíme TAH x TLAK v osových prutech



N1 = 50 kN TAH

N2 = - 30 kN TLAK

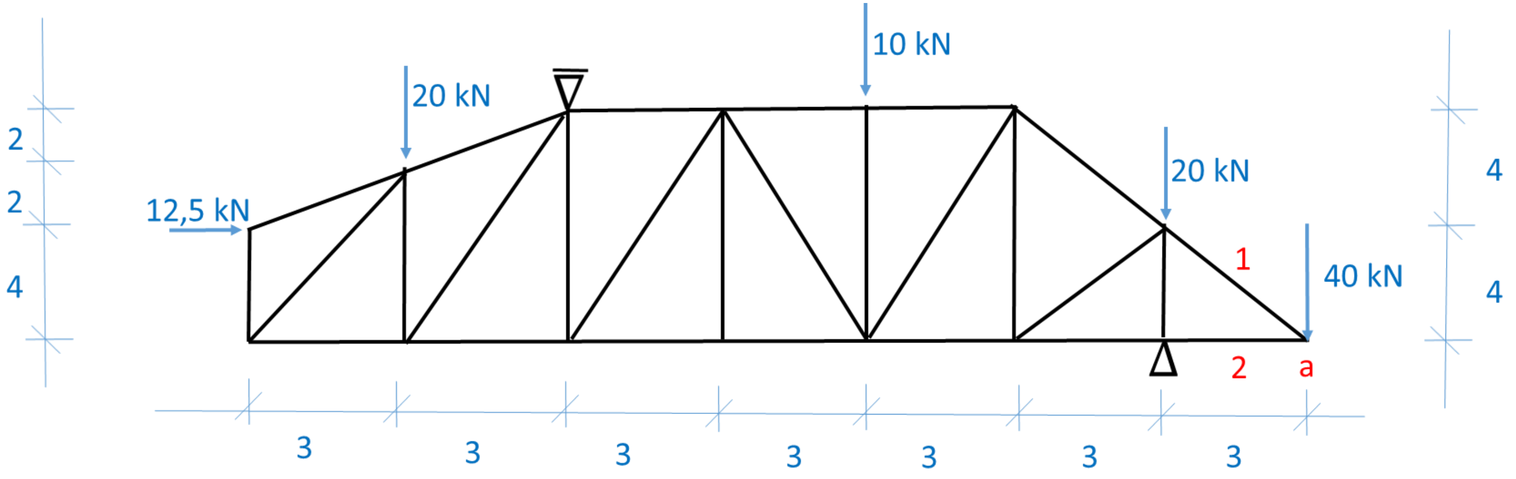
V uvedeném postupu jsme aplikovali na začátku prezentace probraný rozklad síly. Proto jsme počítali hodnotu sil v osových prutech pomocí úhlu α.
Z praktických důvodů tímto způsobem příhradové konstrukce neřešíme ☺.

[kN;m]

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

V příkladech řešíme příhradovou konstrukci ve zjednodušeném zápisu. Nepočítáme úhly. Rovnou zapisujeme cosiny úhlů zlomkem - přilehlá strana ku její přeponě.



Zopakovat !!
COS - přilehlá ku přeponě ☺

$$\text{N1} \cdot \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} - 40 = 0$$

N1 = 50 kN

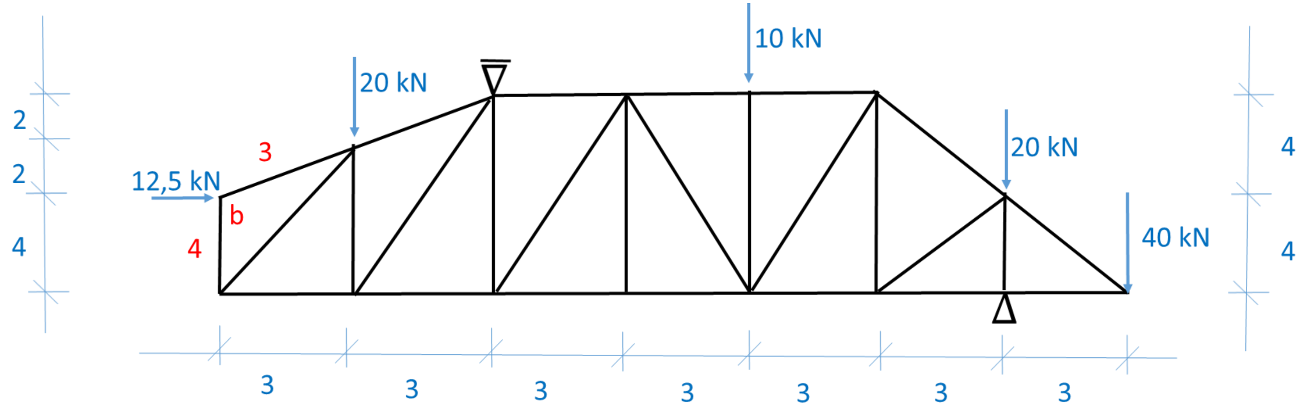
$$\text{N1} \cdot \frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}} + \text{N2} = 0$$

N2 = - 30 kN

[kN;m]

PŘÍKLAD 6.

Stanovte velikost osových sil v prutech 3 a 4 na zadané příhradové konstrukci.

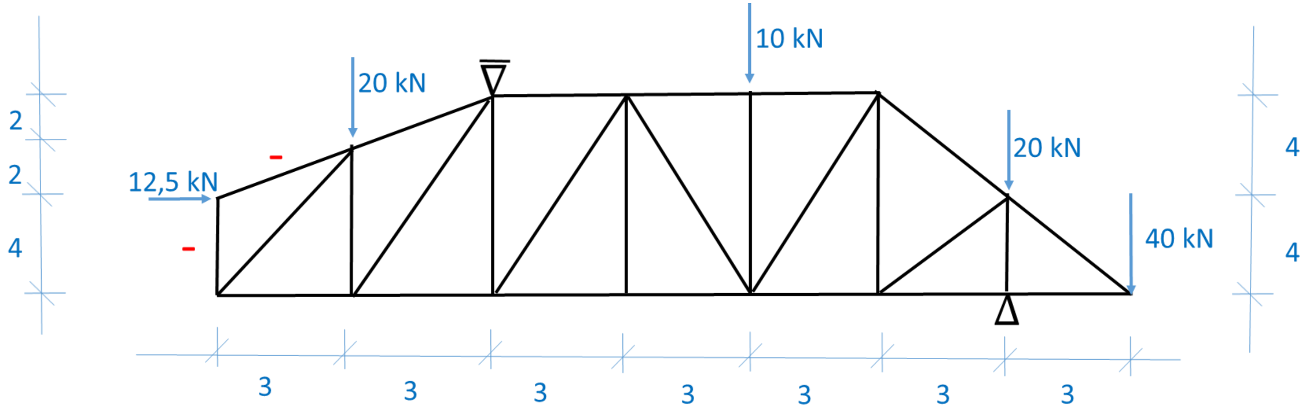


Počítejme společně ☺

[kN;m]

PŘÍKLAD 6.

Řešení ☺



N3 = - 15,02 kN TLAK

N4 = - 8,33 kN TLAK

[kN;m]

Co jste zvládli?

1. Vydrželi celou dnešní přednášku vzhůru
2. Naučili se základní názvosloví a často používané termíny
3. Zopakovali si jednoduchou matematiku (sin, cos …. tan ….. Pythagoras)
4. Vyřešili elementární příklad i část příhradové konstrukce
5. Dozvěděli se, že se není třeba bát ani mechaniky ani lidí kteří ji učí
6. Uvědomili si, že bude potřeba přemýšlet a bude potřeba pracovat

POZVÁNKA

Repetitorium - Ing. Jitka Němečková, PhD

- Doplňující studium k předmětu SM01
- Opakování látky, která byla probrána na řádném cvičení
- Stavební mechanika 1 – REPETITORIUM – 132XSR1
    - Čtvrtek 12:00-13:30, A 228
    - Čtvrtek 14:00-15:30, A 228

- V letním semestru následuje pro předmět Stavební mechanika 2 REPETITORIUM – 132XSR2

Eva Novotná – B311 eva.novotna@fsv.cvut.cz

Jitka Němečková – D2029 jitka.nemeckova@fsv.cvut.cz