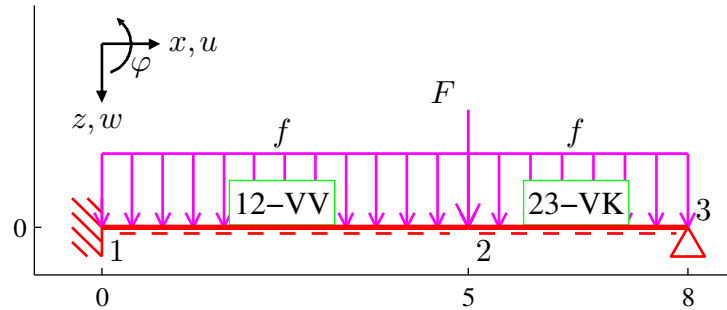


Pomocí zjednodušené deformační metody určete a vykreslete průběhy vnitřních sil (M, V, N) na zadané konstrukci (Obr. 1). Všechny pruty mají obdélníkový průřez o rozměrech 15 x 30 cm (šířka x výška). Prut "12" je vyroben z materiálu, jehož modul pružnosti je $E = 30 \text{ GPa}$, prut "23" má modul pružnosti $E = 10 \text{ GPa}$. Konstrukce je zatížena silou $F = 8 \text{ kN}$ a rovnoměrným spojitým zatížením $f = 5 \text{ kN/m}$. (Jednotky použité pro výpočet jsou m, rad, kN, kNm, kPa.)



Obrázek 1: Schéma konstrukce a zatížení

Při použití zjednodušené deformační metody, tedy za předpokladu nekonečné normálové tuhosti jednotlivých prutů, zredukujeme počet neznámých použitím následujících identit:

$$u_1 = u_2 = u_3 = 0$$

Za základní neznámé tedy zvolíme φ_2, w_2 .

Sestavení podmínek rovnováhy:

- Momentová podmínka rovnováhy

$$M_{21} + M_{23} = 0$$

- Sloupová podmínka rovnováhy

$$Z_{21} + Z_{23} = 8$$

Koncové síly a momenty vyjádřené v závislosti na koncových posunech a pootočeních.

Prut 12-VV ($k_{12} = 2E_{12}I_{12}/L_{12} = 4050 \text{ kNm}$):

$$\begin{aligned}
 Z_{12} &= -\frac{L_{12} f_z}{2} - \frac{k_{12} \left(3\varphi_1 + 3\varphi_2 - \frac{6w_1 - 6w_2}{L_{12}} \right)}{L_{12}} \\
 &= -\frac{25}{2} - 2430\varphi_2 - 972w_2 \\
 M_{12} &= \frac{L_{12}^2 f_z}{12} + k_{12} \left(2\varphi_1 + \varphi_2 - \frac{3w_1 - 3w_2}{L_{12}} \right) \\
 &= \frac{125}{12} + 4050\varphi_2 + 2430w_2 \\
 Z_{21} &= -\frac{L_{12} f_z}{2} + \frac{k_{12} \left(3\varphi_1 + 3\varphi_2 - \frac{6w_1 - 6w_2}{L_{12}} \right)}{L_{12}} \\
 &= -\frac{25}{2} + 2430\varphi_2 + 972w_2 \\
 M_{21} &= -\frac{L_{12}^2 f_z}{12} + k_{12} \left(\varphi_1 + 2\varphi_2 - \frac{3w_1 - 3w_2}{L_{12}} \right) \\
 &= -\frac{125}{12} + 8100\varphi_2 + 2430w_2
 \end{aligned}$$

Prut 23-VK ($k_{23} = 2E_{23}I_{23}/L_{23} = 2250 \text{ kNm}$):

$$\begin{aligned}
 Z_{23} &= -\frac{5L_{23} f_z}{8} - \frac{3k_{23} \left(2\varphi_2 - \frac{2w_2 - 2w_3}{L_{23}} \right)}{4L_{23}} \\
 &= -\frac{75}{8} + 375w_2 - 1125\varphi_2 \\
 M_{23} &= \frac{L_{23}^2 f_z}{8} + \frac{3k_{23} \left(2\varphi_2 - \frac{2w_2 - 2w_3}{L_{23}} \right)}{4} \\
 &= \frac{45}{8} + 3375\varphi_2 - 1125w_2 \\
 Z_{32} &= -\frac{3L_{23} f_z}{8} + \frac{3k_{23} \left(2\varphi_2 - \frac{2w_2 - 2w_3}{L_{23}} \right)}{4L_{23}} \\
 &= -\frac{45}{8} + 1125\varphi_2 - 375w_2 \\
 M_{32} &= 0 + 0
 \end{aligned}$$

Po dosazení koncových sil do podmínek rovnováhy dostaneme soustavu rovnic:

$$\begin{aligned}
 1.148 \cdot 10^4 \varphi_2 + 1305 w_2 - 4.792 &= 0 \\
 1305 \varphi_2 + 1347 w_2 - 29.88 &= 0
 \end{aligned}$$

Vyřešením této soustavy obdržíme hodnoty základních neznámých (styčnickových přemístění)

$$\begin{aligned}
 \varphi_2 &= -0.002365 \text{ rad} \\
 w_2 &= 0.02447 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Po dosazení vypočtených posunů a pootočení zjistíme koncové příčné síly a momenty na prutech. Podélné koncové síly na prutech lze následně dopočítat ze silových podmínek rovnováhy ve styčnicích.

Prut 12:

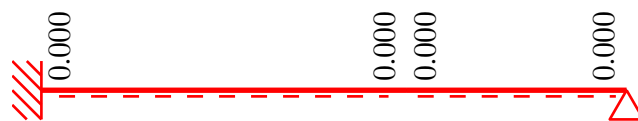
$$\begin{aligned} X_{12} &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{12} &= -30.538 \text{ kN} \\ M_{12} &= 60.300 \text{ kNm} \\ X_{21} &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{21} &= 5.538 \text{ kN} \\ M_{21} &= 29.887 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Prut 23:

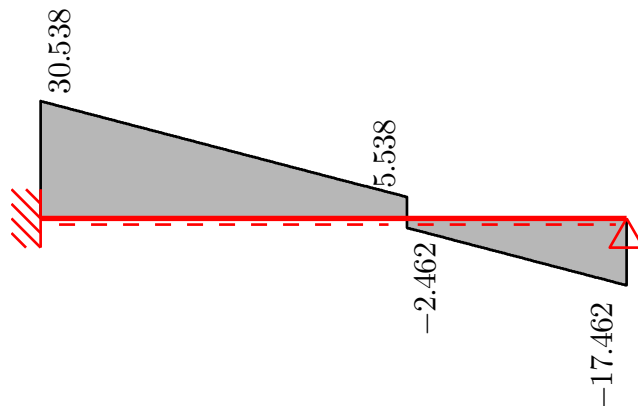
$$\begin{aligned} X_{23} &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{23} &= 2.462 \text{ kN} \\ M_{23} &= -29.887 \text{ kNm} \\ X_{32} &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{32} &= -17.462 \text{ kN} \\ M_{32} &= 0.000 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Na základě takto určených hodnot koncových sil vykreslíme příslušné průběhy vnitřních sil.

- Normálové síly N [kN]



- Posouvající síly V [kN]



- Ohybové momenty M [kNm]

