

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební

Studentská vědecká a odborná činnost
Akademický rok 2008/2009

Zatížení a dynamická analýza tribun

Jméno a příjmení studenta : Ondřej Rokoš
Ročník, obor : 2. magisterský, KD
Vedoucí práce : prof. Ing. Jiří Máca, CSc.
Katedra : mechaniky

Obsah

Úvod.....	4
1 Úvod do problematiky	5
1.1 BIODYNAMICKÉ MODELY ČLOVĚKA A JEJICH VLIV NA KONSTRUKCI.....	5
Diskrétní rovinné modely lineární	5
Diskrétní prostorové modely lineární	5
Nelineární modely rovinné, prostorové	5
Vliv člověka na vlastní kmitání konstrukce	6
Vlastní frekvence	7
Vlastní tvary	7
Modální hmotnosti a poměrné útlumy	8
Závěr kapitoly	9
1.2 DYNAMICKÉ ZATÍŽENÍ VYVOLANÉ ČLOVĚKEM A KRITÉRIUM POUŽITELNOSTI	10
Zatížení vyvolané člověkem	10
Kritérium použitelnosti	11
1.3 ODEZVA SYSTÉMU DAV-KONSTRUKCE NA ZATÍŽENÍ VYVOLANÉ ČLOVĚKEM.....	11
Odezva jednoduchých systémů	11
2 Návrh řešení.....	13
2.1 POSTUP VÝPOČTU	13
2.2 VÝPOČETNÍ PROGRAM.....	14
3 Komplexní úloha, ukázkový příklad	17
3.1 POPIS KONSTRUKCE A ANALÝZA VLASTNÍHO KMITÁNÍ	17
3.2 ODEZVA KONSTRUKCE NA ZATÍŽENÍ.....	18
Závěr.....	20
Seznam použité literatury.....	20

Seznam zkratk a symbolů

DLF	dynamický faktor zatížení (dynamic load factor)
DMF	dynamický součinitel (dynamic magnification factor)
ERR _{rel}	relativní chyba
MAC	korelační koeficient shody vlastních tvarů (modal assurance criterion)
MKP	metoda konečných prvků
RMS	průměrná hodnota (root mean square)
RMS T2	pohyblivé RMS s délkou kroku integrace 2 s
SDOF	systém s jedním stupněm volnosti (single degree of freedom)
TMD	tlumič vibrací (tuned mass damper)
VDV	velikost vibrační dávky (vibration dose value)
2DOF	systém se dvěma stupni volnosti zapojenými sériově (2 degree of freedom)
2SDOF	systém se dvěma stupni volnosti paralelně (2 single degree of freedom)
k_h, k_s	[kN/m] tuhost příslušná lidskému stupni volnosti, konstrukci
m_h, m_s	[kg] hmotnost příslušná lidskému stupni volnosti, konstrukci
c_h, c_s	[Ns/m] viskózní útlum příslušný lidskému stupni volnosti, konstrukci
ξ_h, ξ_s	[/] poměrný útlum příslušný lidskému stupni volnosti, konstrukci
x_h, x_s	[m] výchylky příslušné lidskému stupni volnosti, konstrukci
γ	[/] hmotnostní poměr $\gamma = m_h / m_s$
f_0	[Hz] první svislá vlastní frekvence nezatížené konstrukce
f	[Hz] frekvenc zatížení
$a(t)$	[m/s ²] zrychlení konstrukce v daném bodě a čase
T	[s] délka celkového časového intervalu

Anotace

Zatížení a dynamická analýza tribun

Ondřej Rokoš

15.04.2009

Klíčová slova: konzolová tribuna, biodynamický model člověka, vlastní kmitání, zatížení vyvolané člověkem, davový efekt, interakce aktivního a pasivního davu.

Tato práce si pokládá za cíl letmé seznámení s biodynamickými modely člověka, jejich rozdělením, charakteristikou a popisem zatížení vyvolávaného na tribunách. Dále popisuje vliv přítomnosti člověka na změny vlastního kmitání a změny při vynuceném kmitání. V neposlední řadě poskytuje návrh řešení konstrukcí tribun zatížených a obsazených diváky včetně výpočetního programu.

Actions and dynamic analysis of grandstands

Ondřej Rokoš

15.04.2009

Keywords: cantilever grandstand, human biodynamic model, free vibrations, human load model, crowd effect, active and passive crowd interaction.

This thesis briefly describes biodynamic human models and categorizes loads induced by humans on grandstands. Influence to modal characteristics of structure due to human occupation is shortly described. Finally, solution of grandstand response occupied by active and passive crowd is performed.

Úvod

Moderní sportoviště se v současné době stávají součástí denní zábavy. Se záměry investorů a vlastníků stoupají požadavky na ziskovost těchto objektů a jsou čím dál komplexněji využívány. Kromě sportovních událostí se na stadionech konají jiné, které plně využijí prostor, jako zejména hudební koncerty. S rozšířeným využitím těchto stavebních objektů vzniká také nutnost rozšíření druhu a velikosti aplikovaného zatížení. Konkrétně dynamické zatížení spojené s pohybem davu bude na koncertech výraznější než při jakýchkoliv jiných příležitostech. Zkušenosti již ukázaly, že nové druhy zatížení mohou způsobit nadměrný pohyb konstrukce. Poznamenejme, že starší stadiony, které byly postaveny před změnami ve využití se museli dodatečně konstrukčně přizpůsobovat. Dále změny využití ve spojení s cílem pojmout co největší počet diváků vedly k navrhování konzolových tribun, které umožňují ničím nerušený výhled spolu s úsporou místa. Důsledkem toho je měkčí konstrukce s nižšími vlastními frekvencemi. Kombinace nízké vlastní frekvence a lidského zatížení vyvolávajícího nízkofrekvenční síly vede často ke stavu blízkému rezonanci, což vyžaduje zvýšenou pozornost při návrhu.

Zvukové vjemy při poslechu hudby jako součást koncertů či sportovních utkání mohou stimulovat a koordinovat pohyb davu, který následně v součtu vyvoluje nezanedbatelné dynamické síly. Nejnepríznivější situace nastává, může-li dav koordinovaně skákat. Tuto situaci sledujeme zejména při popových či rockových koncertech, které se vyskytují na stadionech čím dál častěji. Vyvolané síly pak mnohonásobně převyšují ostatní druhy zatížení nastávající při jiných událostech.

Zajištění bezpečnosti, poskytnutí příslušného komfortu a použitelnosti se řadí mezi hlavní cíle návrhu tribun, ačkoliv normy týkající se této problematiky neposkytují příliš podrobné informace. Nespecifikují detailněji druh a způsob zatížení či přípustnou odezvu. Ve výpočetních modelech se pak většinou užívá statické zatížení a přítomnost diváků je při výpočtu vlastního kmitání reprezentována pevnými hmotami, což jak bude vysvětleno dále nemusí být vždy příliš výstižné.

Obecně zatížení davem na tribunách může být rozděleno na dva druhy: aktivní a pasivní. Aktivní dav se pohybuje rytmicky či chaoticky zatímco pasivní zůstává v klidu ve stoje či v sedě. Dynamická analýza především konzolových tribun (nejnáhylnějších k rozkmitání) se zabývá interakcí davu a konstrukce. Aktivní dav vyvolává dynamické zatížení na konstrukci opakovaným pohybem, zatímco pasivní dav ovlivňuje charakteristiky vlastního kmitání a odezvu konstrukce (především pohlcuje vibrace). Kombinací obou pak vzniká skutečná situace nastávající při užívání. Dynamickou analýzu tribun můžeme rozdělit do čtyřech následujících částí:

- a) modelování pasivního davu a zkoumání změn vlastního kmitání konstrukce
- b) zkoumání dynamického zatížení vyvolaného aktivním davem
- c) analyzování interakce pasivního davu s konstrukcí při aplikaci dynamického zatížení
- d) vyhodnocení výsledných deformací, zrychlení a posouzení použitelnosti.

Cíl této práce byl stanoven na letmé seznámení s body a), b), d) a především na postup výpočtu bodu c).

1 Úvod do problematiky

1.1 Biodynamické modely člověka a jejich vliv na konstrukci

Biodynamický model člověka je matematická abstrakce znázornění lidského organismu jako dynamického systému, která nám pomáhá pochopit vzájemnou interakci člověka s konstrukcí. Původně byly tyto modely vyvíjeny ke sledování odezvy lidského organismu ve strojním a leteckém inženýrství, kde jsou magnitudy zrychlení mnohonásobně vyšší než v případě stavebních konstrukcí. Nicméně při návrhu pozemních staveb se již dostáváme na takovou úroveň podrobnosti, že bychom měli uvážit vliv lidského organismu na dynamické vlastnosti konstrukce. Hrubé rozdělení dynamických modelů člověka může být následující:

Diskrétní rovinné modely lineární

Takovéto modely mohou být netlumené, tlumené s jedním nebo více stupni volnosti zapojenými sériově či paralelně, obr. 1. Reflektují chování lidského organismu při vibracích v jednom směru (zpravidla svislém) a charakterizujeme je jednotlivými parametry hmotností, tuhostí a útlumů příslušných daným stupňům volnosti. Tyto hodnoty jsou získávány na základě laboratorních měření přenosových funkcí fiktivních hmot a mechanických impedancí.

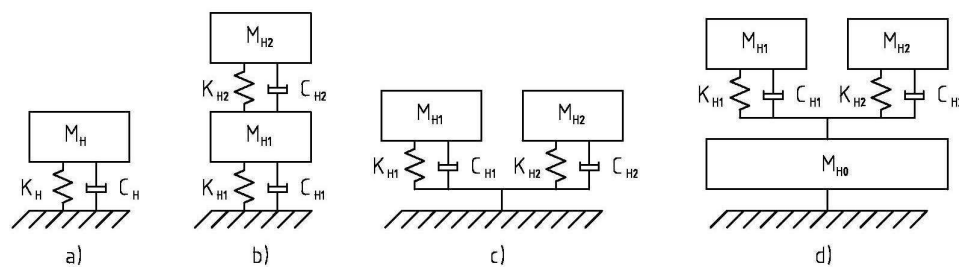
Mezi ně bychom mohli zahrnout i hojně užívanou tuhou hmotu, která vystihuje člověka jako dokonale tuhý hmotný bod.

Diskrétní prostorové modely lineární

Při výskytu vibrací v jednotlivých směrech používáme modely aproximující chování lidského organismu pouze v těchto směrech. Avšak experimenty prokázaly i přítomnost nezanedbatelných vodorovných sil vznikajících v důsledku svislých vibrací. Abychom postihli i tento jev, jsme nuceni použít prostorový model. Takový nalezneme např. v [1].

Nelineární modely rovinné, prostorové

V případě náhlého skoku celkové úrovně vibrací bychom měli použít nelineární model. Ten odráží skutečnost, že dynamické parametry lidského těla se mění v závislosti na úrovni vibrací, kterým je vystaveno. Se zvyšujícím se zrychlením klesá tuhost (tím pádem i vlastní frekvence), zatímco při snižujících se magnitudách zrychlení dochází ke ztužení lidského organismu. Tyto otázky však pro nás v rámci pozemních staveb, čili v oboru nízkých zrychlení však nejsou podstatné. Model je tedy uveden pouze pro dokreslení.



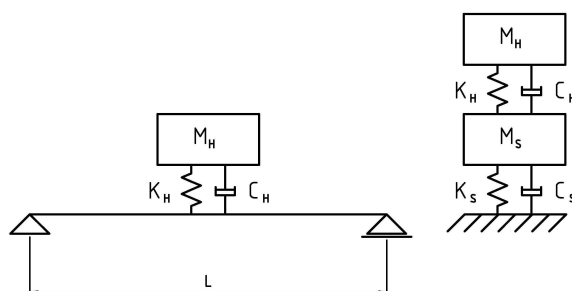
Obr. 1 – Znázornění jednotlivých diskretních dynamických modelů člověka: a) jeden stupeň volnosti (SDOF), b) sériový 2 stupně volnosti (2DOF), c) paralelní 2 stupně volnosti (2SDOF), d) paralelní s nekmitající hmotou

Nejdůležitějším závěrem této první části je fakt, že lidský organismus je prostorový, nelineární dynamický systém, jehož parametry se mění v závislosti na poloze a antropologii člověka (velká míra náhodnosti). Jak vyplývá z měření, je lidský organismus charakterizován ve svislém směru vlastní frekvencí blízkou 5 Hz a vysokou hodnotou poměrného útlumu $\xi = 30 - 60$ % útlumu kritického a dá se úspěšně modelovat jako diskretní dynamický systém.

Vliv člověka na vlastní kmitání konstrukce

V této kapitole se pokusíme vysvětlit některé sledované změny vlastních frekvencí a útlumů zaznamenaných měřeními realizovaných konstrukcí v provozu obsazených diváky, čili odpovědět na otázku jak a kdy působí dav na dynamické vlastnosti konstrukce.

Diváci často, ale ne vždy snižují vlastní frekvence. Mohou mít také potenciál k jejich zvýšení či k přidání nových globálních tvarů kmitání. Člověka lze reprezentovat jako pevnou hmotu, ale od tohoto přístupu můžeme očekávat pouze snížení frekvencí. Jak vyplývá z první části této kapitoly, lze lidský organismus úspěšně nahradit diskretním systémem s jedním stupněm volnosti s určitou tuhostí k_h , útlumem c_h a hmotou m_h . Samotná konstrukce může být v nejjednodušším případě modelována také jako jeden stupeň volnosti s parametry k_s , m_s , c_s resp. ξ_s . Kombinace těchto dvou modelů vede k vytvoření jednoduchého systému popisujícího interakci člověka s konstrukcí na elementární úrovni, viz obr. 2.



Obr. 2 – Prostý nosník za přítomnosti člověka a výpočetní model

Přidání tlumeného nebo netlumeného SDOF systému ke konstrukci je identické přidání laděného tlumiče (TMD). TMD jsou široce užívány na různých konstrukcích s účelem snížení vibrací: hmotu mají většinou výrazně menší než je hmotnost tlumené konstrukce s vlastní frekvencí blízkou nebezpečné frekvenci, kterou chceme tlumit. V případě modelu člověka nemůžeme jeho parametry kontrolovat, čili zde vznikají jisté rozdíly: hmotnost davu může být téměř stejná jako je hmotnost konstrukce samotné, vlastní frekvence konstrukce a modelu člověka resp. davu mohou být zcela odlišné. Zdůrazněme důležitý fakt, že stavba je sama o sobě velmi málo tlumená (poměrný útlum řádově $\xi_s \leq 0.05$), zatímco dav resp. divák je tlumen výrazně ($\xi_h = 0.3 - 0.5$).

Modelovat konstrukci obsazenou davem při použití 2DOF (2 degree of freedom – 2 stupně volnosti zapojené sériově) systému můžeme pouze za předpokladu nezávislosti diváků a konstrukce na čase a jsou-li diváci v neustálém kontaktu s konstrukcí. Tyto požadavky můžeme obecně považovat za splněné, jelikož konstrukce pozemních staveb dosahují relativně nízkých úrovní vibrací (neovlivňují linearitu biodynamického modelu) a dav je v zásadě stacionární. Pro další výpočet byl vybrán model dle Coermann, konkrétní parametry viz tab. 1.

Tab. 1 – Charakteristiky biodynamického modelu dle Coermann

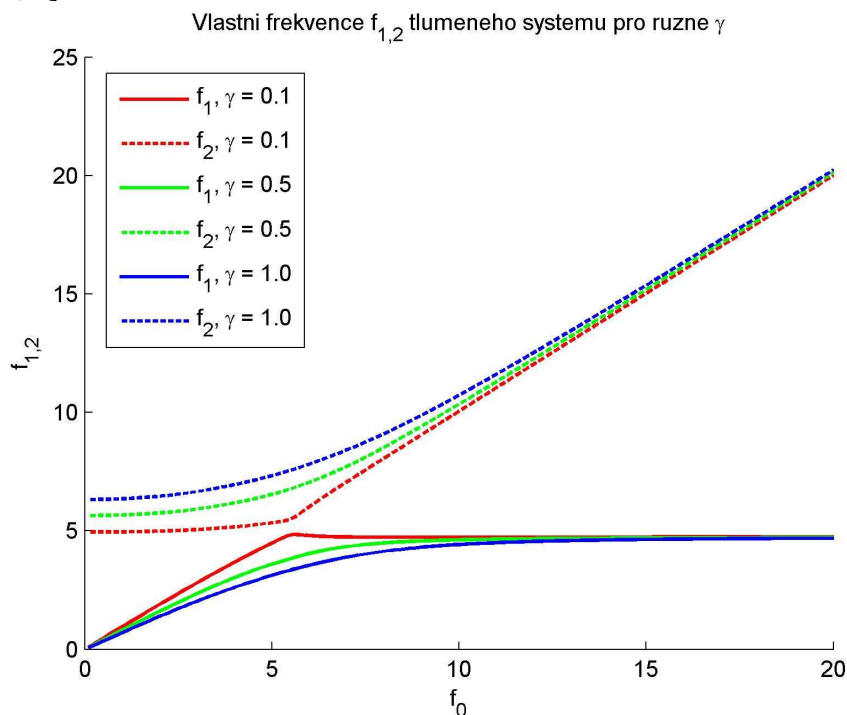
Tlumený systém, jeden stupeň volnosti						
Coermann	M_H	86,20	kg	f_H	5,00	Hz
	K_H	85,25	kN/m	ζ_H	32,00	%
	C_H	1,72	kNs/m			

Konstrukce je charakterizována proměnnými parametry vlastní frekvence f_0 nezátížené konstrukce, hmotnosti skrze součinitel $\gamma = \frac{m_H}{m_S}$ (m_H hmotnost člověka, m_S hmotnost konstrukce) a poměrným útlumem $\xi_s = 0.05$. Frekvenční pásmo zkoumání s ohledem na

problémové frekvence volíme v rozsahu 0 – 20 Hz. Výpočet vlastních hodnot a směrů proveden numericky použitím programu Matlab®.

Vlastní frekvence

Vlastní frekvence tlumeného systému jsme určili pro vstupní parametry f_0 a γ v rozsahu $f_0 [0, 20]$ Hz, $\gamma [0, 1]$.



Obr. 3 - Průběh vlastních frekvencí pro poměr hmotností $\gamma = 0.1; 0.5; 1$

Identické grafy bychom dostali pro tento model bez útlumu, ty zde již neuvádíme. Z uvedeného faktu vyplývá, že útlum příslušný lidskému stupni volnosti má zanedbatelný vliv na změnu vlastních frekvencí systému f_1 a f_2 .

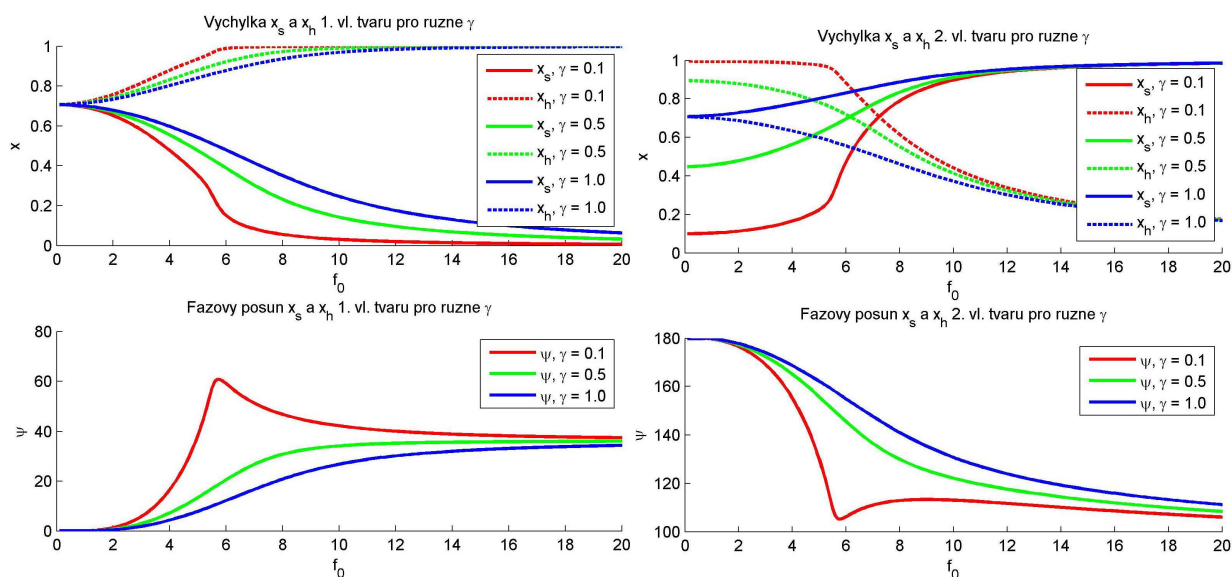
Pro nízké frekvence $f_0 = 0 - 5$ Hz je závislost f_1 na f_0 téměř lineární a snižuje se pro vrůstající γ . Lidský stupeň volnosti se v tomto případě chová spíše jako tuhá hmota, což je ve shodě s očekáváním.

Pro jakýkoliv systém, kde $f_0 > 5$ Hz již f_1 zůstává konstantní. Tento fakt je sice na první pohled překvapující, ale potvrzuje měření provedené Ellisem a Ji, kteří zaznamenali také tak významnou redukci (měřený úbytek vlastní frekvence f_1 tribuny z $f_0 = 16$ Hz na přibližně $f_1 = 5$ Hz). Tzn.: vlastní frekvence systému f_1 je vždy menší než f_0 odpovídající prázdné konstrukci. V tomto okamžiku je důležité zmínit, že odezva konstrukce obsazené davem může být dominována druhým vlastním tvarem a frekvencí, nikoliv první. Vlastní frekvence konstrukcí často leží blízko 5 Hz, což odpovídá vlastní frekvenci biodynamického modelu. V tomto případě jsou si obě vlastní frekvence velmi blízké a mohou být téměř identické v případě, že hmotnost člověka je malá v poměru k hmotnosti konstrukce. Pak lze obtížně rozlišit první a druhý vlastní tvar.

Vlastní tvary

Vlastní tvary tlumeného systému jsou obecně komplexní. V grafech je vyjadřujeme pomocí velikostí a fázových posunů.

Složky x_s a x_h prvního a druhého vlastního tvaru normovaného pouze vlastní velikostí, nikoliv s váhami matice hmotnosti a jejich vzájemný fázový posun vidíme na obr. 4.



Obr. 4 - Výchytky x_s , x_h a jejich fázové posuny prvního a druhého vlastního tvaru

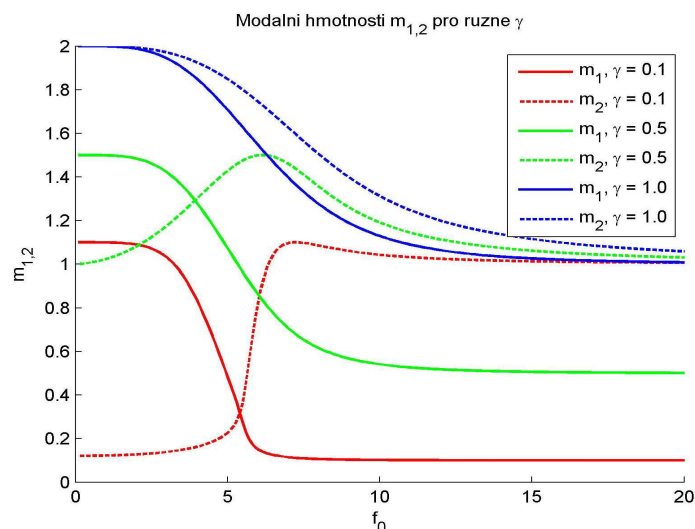
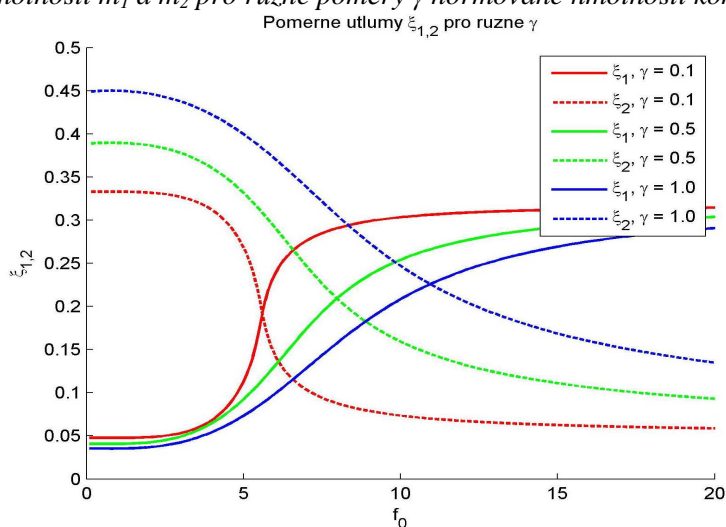
Z obrázku je patrné, že lidský stupeň volnosti značený x_h vykazuje v prvním tvaru vždy větší pohyb než stupeň volnosti konstrukce značený x_s . Pro rostoucí vlastní frekvenci prázdné konstrukce f_0 klesá pohyb konstrukce velice rychle k nule. Lze říci, že první vlastní tvar je dominován pohybem lidského stupně volnosti a má frekvenci blízkou frekvenci lidského těla f_h . Pro nižší f_0 , řekněme $f_0 < 5$ Hz, a pro vyšší poměr γ (odpovídá těžšímu davu resp. lehčí konstrukci) je odezva konstrukce v prvním vlastním tvaru výraznější. V tom případě oba stupně volnosti kmitají ve fázi s přibližně stejnou amplitudou jako systém s jedním stupněm volnosti a vlastní frekvence f_1 je lehce nižší než f_0 . Poznamenejme dále z grafu fázových posunů, že jak člověk tak konstrukce mají tendenci se pohybovat ve fázi. Úhlový rozdíl je vždy menší než 90° ve všech případech a při malém poměru hmotností γ a f_0 blízké f_h odchylka rychle narůstá.

Fázové posuny druhého vlastního tvaru vždy nabývají hodnoty větších než 90° . Konstrukce a divák se prakticky pohybují v protifázi zhruba při $f_0 < 2$ Hz. V tom případě má konstrukce menší výchylku než divák. Pro rostoucí f_0 je patrný rychlý nárůst výchylek konstrukce, tzn. druhý vlastní tvar je dominován převážně pohybem konstrukce a vlastní frekvence f_2 se blíží f_0 , lehce vyšší zhruba pro $f_0 > 5$ Hz. Zajímavá je také výrazná změna výchylky konstrukce pro malé poměry γ při frekvenci f_0 lehce vyšší než f_h .

Modální hmotnosti a poměrné útlumy

Modální hmotnosti m_1 a m_2 systému byly vypočítány pomocí normalizovaných vlastních tvarů, následně normovány hmotností konstrukce. Jak z předcházejících částí vyplývá, lidský stupeň volnosti dominuje prvnímu vlastnímu tvaru. Hmotnost m_1 má tedy (viz obr. 5) m_h jako svoji nejnižší hranici a $m_h + m_s$ jako svoji nejvyšší hranici. Spodní limit odpovídá situaci, kdy je obsazena diváky vysokofrekvenční konstrukce. V takovém případě se první vlastní tvar skládá pouze z pohybu diváků a konstrukce vykazuje téměř nulový pohyb, viz vlastní tvary. V případě konstrukce s velmi nízkou vlastní frekvencí se diváci a konstrukce pohybují společně a modální hmotnost m_1 se rovná jejich součtu.

Hmotnost m_2 druhého vlastního tvaru vykazuje komplikovanější závislost na frekvenci a hmotnostním poměru.

Obr. 5 – Modální hmotnosti m_1 a m_2 pro různé poměry γ normované hmotností konstrukceObr. 6 - Poměrné útlumy ζ_1, ζ_2 pro různé poměry γ

Jak bylo zmíněno dříve, prvnímu vlastnímu tvaru vysokofrekvenční konstrukce dominuje lidský stupeň volnosti, čili poměrný útlum ζ_1 takového systému by měl odpovídat hodnotou lidskému modelu ζ_h , $\lim_{f_0 \rightarrow \infty} \zeta_1^k = \zeta_h$. V opačném případě, $f_0 < f_h$ lidé na konstrukci působí spíše jako tuhá přidaná hmota a narůstá pohyb konstrukce. Je zajímavé, že takováto konfigurace může mít za následek ještě menší útlum, než je útlum prázdné konstrukce ζ_s , tedy $\zeta_1 < \zeta_s = 0.05$, přestože útlum biodynamického modelu je tak výrazný. Situace nastává pro konstrukci s přibližně $f_0 < 2.5$ Hz a efekt je ztelnější pro vyšší hodnoty γ , viz obr. 6. Největší změny útlumů probíhají v pásmu $f_0 = 3 - 10$ Hz, které tvoří střed zájmu a takové konstrukce jsou nejvíce náchylné k rozkmitání. Poměrný útlum ζ_2 je důležitý pro frekvence vyšší než zhruba 8 Hz, kdy začíná dominovat druhému vlastnímu tvaru pohyb konstrukce. Za zmínku také stojí fakt, že ζ_2 pro nízké vlastní frekvence a vysoké hmotnostní poměry γ přesahuje hodnoty $\zeta_h = 0.32$. To ale z hlediska návrhu není podstatné, protože se jedná o útlum příslušný lidskému stupni volnosti.

Závěr kapitoly

V první části bylo uvedeno, že člověk se dá modelovat jako diskretní systém s různým počtem stupňů volnosti a byl proveden rychlý přehled takových modelů. Zkoumání odezvy 2DOF systému pak poskytlo základní informace o interakci konstrukce s člověkem. Změnou parametrů jsme simulovali snížení, zvýšení vlastní frekvence či změny útlumů příslušných

jednotlivým tvarům. Důležitým výsledkem je fakt, že za určitých okolností může být vliv pasivního davu na konstrukci zásadní a neměl by být zanedbán při určování odezvy.

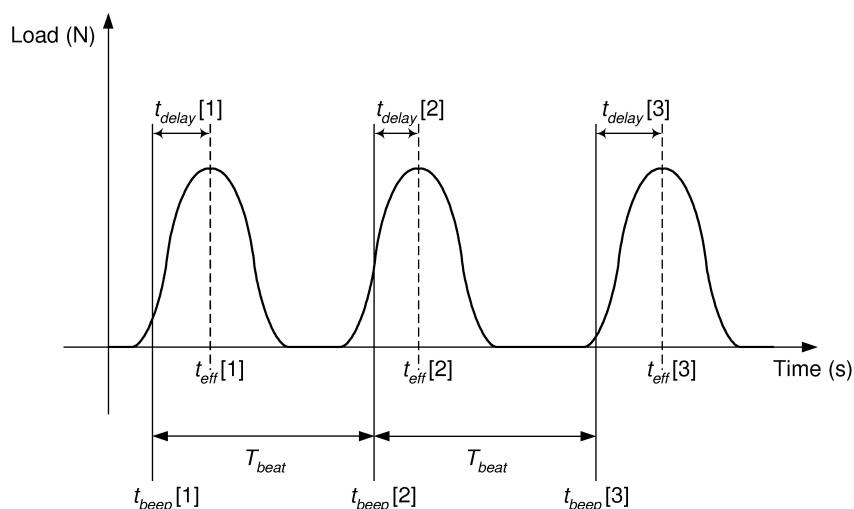
1.2 Dynamické zatížení vyvolané člověkem a kritérium použitelnosti

Zatížení vyvolané člověkem

Při dynamické analýze tribun je další podstatnou otázkou popis chování aktivního davu. Ten se pohybuje rytmicky či chaoticky v důsledku hudebních či vizuálních podnětů a tím vyvolává dynamické zatížení. U konstrukcí tribun předpokládáme, že se divák nachází stále na jednom místě a po konstrukci se nepohybuje.

Pro analytické potřeby můžeme nejvýznamnější zatížení rozdělit do dvou kategorií a zařadit z hlediska frekvencí. Pod první kategorií náleží neustálý kontakt subjektu s podkladem (houpání), ve druhé pak uvažujeme přerušovaný kontakt (skákání). Zatížení se za určitých předpokladů dají považovat za periodická, můžou měnit svůj charakter v závislosti na frekvenci, pohybu okolí (vizuální stimul), propojení s okolím (fyzický kontakt apod.) a v závislosti na odezvě konstrukce (působení na tuhé resp. poddajné konstrukci). Z popisu vyplývá fakt nahodilosti a nejistoty, a proto je přirozené tento druh zatížení modelovat za použití statistických metod.

K dominantnímu zatížení vyvolanému člověkem, což je skákání, můžeme v nejobecnějším případě přistupovat jako k náhodnému procesu. Sim a kolektiv v [2] statisticky zpracovali data měřená Parkhousem a Ewinsem 2004. Ti měřili síly generované skákajícím člověkem na tuhém podkladu pro frekvence 1.5, 2, 2.67, a 3 Hz pro skupinu 100 osob. Sim zde přistupuje ke každému časovému záznamu zatížení jako k náhodnému procesu, přičemž ten je charakterizován periodou a tvarem jednotlivého impulzu viz obr. 7. Jeho cílem bylo zavést soubor náhodných parametrů pro modelování individuálních historií zatížení, následně použít metodu Monte Carlo k simulaci celého davu a stanovení odezvy konstrukce. Při popisu fázové odchylky použil auto-regresní koeficient, který zohledňuje délku předchozího impulzu jako důsledek toho, že se jedná o statisticky závislé proměnné. Každý impulz popsal funkcí \cos^2 , která lépe aproximuje zatížení pro vyšší frekvence s tím, že impulzy pro frekvence 1.5 Hz vynechal. Fourierovy koeficienty funkce \cos^2 pro první tři harmonické v porovnání s experimentálně stanovenými mají relativní chybu menší než 10 %. Na základě této práce byl vytvořen generátor použitý v dalším výpočtu, viz kap. 2 a 3. Jinou jednodušší možností je rozvinout dané zatížení ve Fourierovu řadu a použít pouze několik jejích prvních členů – zpravidla dva, nicméně tento způsob je příliš zjednodušující a zanedbává mnoho faktorů.



Obr. 7 – Průběh historie zatížení a schematický popis náhodných parametrů, převzato z [5]

Kritérium použitelnosti

Další otázkou, která není v normě příliš řešena je použitelnost tribun. Tu bychom zde mohli rozdělit do tří základních kategorií: komfort, zachování funkčnosti konstrukce a jejích technologií, zdraví a bezpečnost uživatelů. Pro případ technologie zpravidla výrobci předepisují kritické hodnoty špičkových rychlostí, při nichž mohou daná zařízení pracovat.

Ohledně pohodlí diváků není v současné době mnoho informací týkajících se přijatelných úrovních vibrací. Lidské fyzické vnímání vibrací závisí jak na amplitudě, tak na frekvenci. Např. Britské normy udávají frekvenční váhy aplikovatelné na frekvence v pásmu 0.5 – 80 Hz, [4]. Vibrace můžeme dále rozdělit do tří skupin: spojitě, přerušované a příležitostné impulzy. Posuzovány jsou většinou pomocí maximálních špičkových zrychlení resp. posunů, popř. pomocí pohyblivé RMS hodnoty definované vztahem:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T a^2(t) dt}, \quad (1.1)$$

kde $a(t)$ je zrychlení redukované váhami a T časová perioda. Pro přerušované vibrace se používá kritérium velikosti vibrační dávky (VDV – vibration dose value). VDV je určena vztahem

$$VDV = \left(\int_T a^4(t) dt \right)^{0.25}, \quad (1.2)$$

kde $a(t)$ je zrychlení redukované váhami, T celková perioda dne v sekundách, při které se vibrace mohou vyskytovat. Přijatelné hodnoty vibračních dávek jsou dále specifikovány v normách (např. pro obytné místnosti doporučuje britská norma BS 6472-1992 maximální hodnotu $0.4 \text{ m/s}^{1.75}$ v čase od 7:00 – 22:00). Metoda vibračních dávek postihuje přerušované chvění v jinak klidném prostředí zohledněním velikosti i časové délky. Pro tribuny nejsou prozatím stanoveny kritické hodnoty vibračních dávek, použitelnost je většinou měřena ve smyslu špičkových zrychlení a posunů či RMS zrychlení.

Někteří autoři stanovili na základě subjektivního vnímání chvění limitní hodnoty výchylek a zrychlení na konstrukcích tribun. Uveďme např. špičkové hodnoty zrychlení dle Kasperski 1996: 5 % g (0.491 m/s^2) pro rušivé vibrace, 18 % g (1.767 m/s^2) pro nepřijatelné a $> 35 \text{ % } g$ ($> 3.4 \text{ m/s}^2$) způsobující paniku. Dále také určil přijatelnou maximální výchytku konstrukce hodnotou 10 mm. Kanadská norma doporučuje pro tribuny maximální zrychlení v rozsahu 0.1 – 0.18 % g ($0.981 – 1.767 \text{ m/s}^2$).

Požadavky kladené na konstrukce jsou většinou realizovány skrze prahové hodnoty první vlastní frekvence vlastního svislého ohybového tvaru, které by dle britské normy BS6399 měly být vyšší 8.4 Hz aby se vyvarovali rezonance se zatížením (jiné normy mají jisté odchylky od této hodnoty i v závislosti na předpokládaném druhu zatížení).

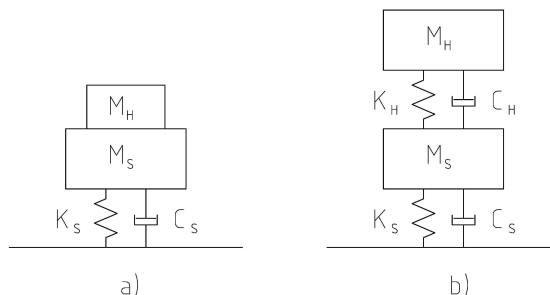
1.3 Odezva systému dav-konstrukce na zatížení vyvolané člověkem

Osvědčenou praxí při výpočtu vlastního kmitání je modelovat diváky na tribunách pouze jako přidanou hmotu. Nevýhody takového přístupu z hlediska vlastního kmitání jsme diskutovali v předchozích kapitolách. Dále se podívejme, do jaké míry ovlivňuje tento přístup odezvu konstrukce v porovnání s modelem člověka jako dynamickým systémem. Následně provedeme komplexní výpočet modelové prostorové tribuny.

Odezva jednoduchých systémů

Jak jsme již uvedli, konstrukci i člověka lze v nejjednodušším případě modelovat jako SDOF systémy. I nyní provedeme stejná zjednodušení jako v kap. 1 a nahradíme celý systém dvěma stupni volnosti v závislosti na parametrech γ , f_0 . Objeví se zde ale navíc parametr f

vyjadřující frekvenci harmonické budící síly. Model SDOF s tuze přidanou hmotou reprezentující diváka porovnáme s modelem 2DOF kde diváka zavedeme pomocí dynamického systému pomocí dynamického součinitele. Dynamický součinitel (DMF – dynamic magnification factor) totiž přímo vyjadřuje velikost výchylky, jež popisuje odezvu konstrukce. Vzájemným porovnáním dojdeme k závěru, kdy jsme oprávněni použít model tuhé hmoty bez závažnějších odchylek a kdy bychom měli použít biodynamický model člověka. Na následujícím obrázku vidíme schéma konstrukce s divákem jako přidanou hmotou v porovnání s 2DOF systémem.



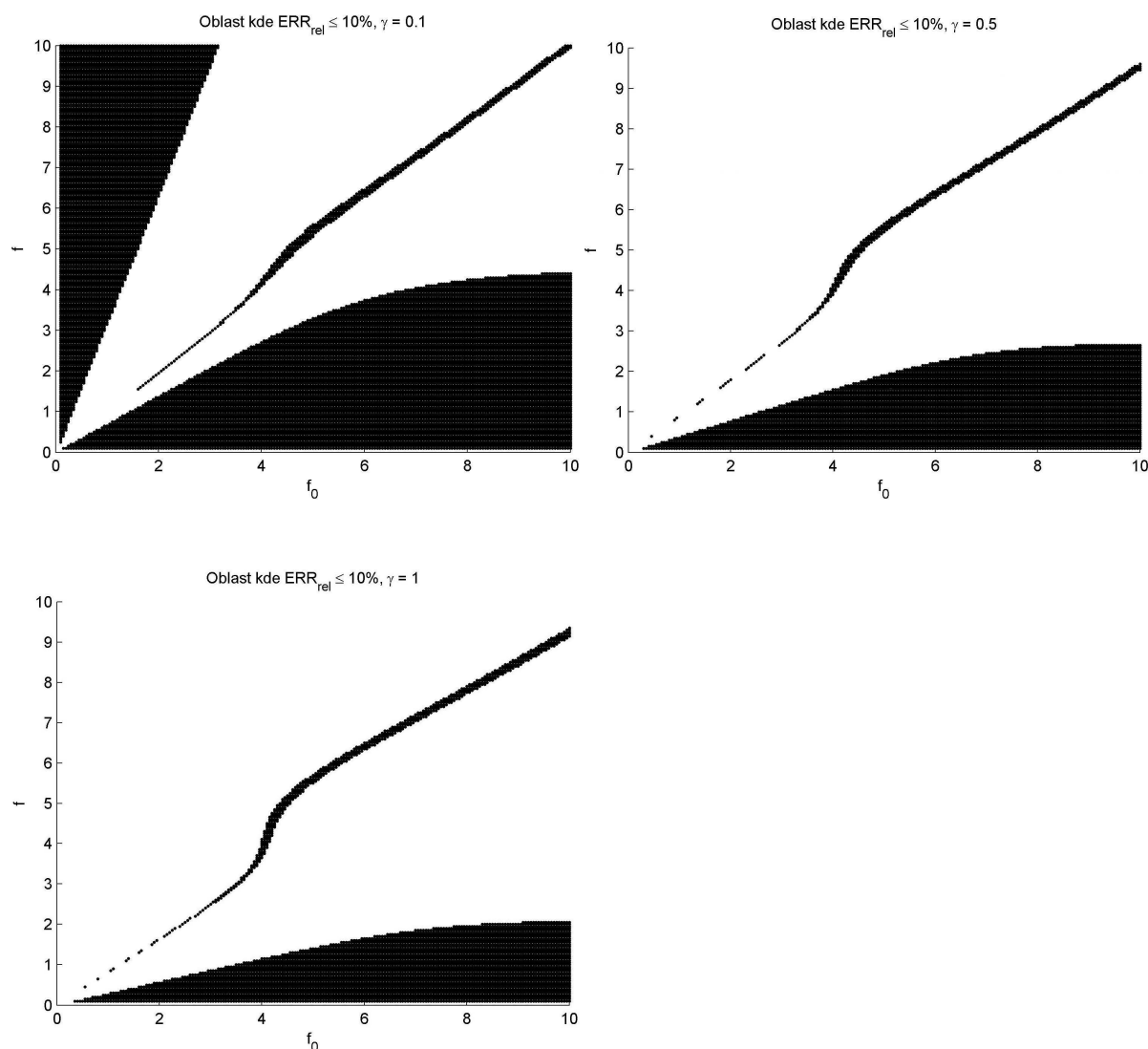
Obr. 8 – Modely zatížené harmonickou budící silou a) konstrukce s tuze přidanou hmotou SDOF, b) konstrukce s biodynamickým modelem člověka 2DOF

Provedeme výpočet dynamických součinitelů nad oblastmi $f_0 \times f$; $f_0 [0, 10]$ Hz, $f [0, 10]$ Hz pro hodnoty hmotnostního poměru $\gamma = 0.1, 0.5, 1$ a oba modely. Biodynamický model byl použit shodně s výpočtem modálních charakteristik, tedy dle Coermann viz tab. 1, konstrukce charakterizována proměnným poměrným útlumem $\xi_s = 0.005 - 0.05$. Z průběhů DMF jednotlivých modelů které zde neuvádíme jsme mohli vyčíst následující informace: se vzrůstajícím hmotnostním poměrem γ se zvyšuje vliv přidaného stupně volnosti, který se chová jako TMD a největšího efektu je dosaženo při konfiguraci $f_0 \sim f$. K zásadním rozdílům dochází zejména z toho důvodu, že s rostoucím poměrem γ se špička DMF posouvá pro SDOF systém k nižším hodnotám v důsledku zvětšené hmotnosti. Na druhou stranu s odkazem na analýzu vlastního kmitání 2DOF systému dochází ke snížení frekvenční špičky odpovídající zhruba tuze přidané hmotě pouze pro $f_0 < f_H$. Pro oblast $f_0 \sim f_H$ dochází k výraznějšímu posunu vrcholu DMF k nižším hodnotám (systém kmitá jako jeden stupeň volnosti v prvním tvaru). V případě $f_0 > f_H$ však již model kmitá ve druhém tvaru a dochází tedy naopak k posunu vrcholu DMF k vyšším hodnotám a nárůstu odchylek. Výsledky dosažené v této kapitole vlastně pouze shrnují a potvrzují závěry vyvozené v kapitole 1.1 za použití funkce dynamického součinitele.

Dále uvedme vzorec pro výpočet relativní chybové funkce

$$ERR_{rel} = \frac{|DMF_{SDOF} - DMF_{2DOF}|}{DMF_{2DOF}} 100. \quad (1.3)$$

Pro jednotlivé hmotnostní poměry γ jsou vyneseny na následujícím obrázku oblasti, kde relativní chybová funkce jednotlivých dynamických součinitelů nepřesahuje 10 %. V těchto oblastech můžeme chybu přijmout a (bez větších ztrát na přesnosti) použít model člověka jako tuze přidanou hmotu.



Obr. 9 – Oblasti, kde relativní chybová funkce nepřesahuje hodnotu 10 % v závislosti na f_0, f

S právnost výpočtu lze ověřit faktem, že $\lim_{\gamma \rightarrow 0} DMF_{SDOF} = DMF_{2DOF}$. Tato podmínka byla splněna. Výpočet chybových oblastí byl proveden pro různé velikosti poměrných útlumů příslušných konstrukcí. Relativní chybové funkce byly spočteny pro $\xi_S = 0.005, 0.01, 0.02, 0.05$. Jediný rozdíl mezi grafy DMF pro různé útlumy představovaly maximální dosažené hodnoty. Taktéž narůstaly velikosti relativních chybových odchylek v důsledku větších rozdílů špiček DMF a jejich vzájemných posunů. Oblasti, kde $ERR_{rel} < 10\%$ se však téměř shodovaly pro všechny reálné útlumy a z tohoto důvodu již grafy neuvádíme. Výraznějších rozdílů bylo dosaženo pouze při významném nárůstu $\xi_S > 0.1$, ale v kontextu pozemních staveb tato hodnota nebude překročena.

2 Návrh řešení

2.1 Postup výpočtu

Cílem celé této práce je podat návrh na řešení odezvy konstrukcí tribun zatížených lidským organismem a současně poskytnout nástroje (FEM program, generátor zatížení, databázi biodynamických modelů, zpracování výsledků apod.). Na základě kap. 1, která letmo

nastínila celou problematiku můžeme přistoupit k popisu návrhu řešení. Schematický postup je následující:

- vstupní údaje konstrukce – geometrie, materiál, útlum
- analýza konstrukce – statika (odhad průřezů, prvotní návrh), vlastní kmitání
- na základě f_0 orientace v přípustné oblasti $ERR_{rel} < 10\%$ a výběr přijatelného modelu člověka – tuhá hmota / dynamický systém
- výpočet vlastního kmitání obsazené konstrukce, porovnání s frekvencí zatížení
- výpočet odezvy konstrukce na generované zatížení (Monte Carlo)
- posouzení mezního stavu únosnosti a použitelnosti

2.2 Výpočetní program

Pro řešení dané problematiky byl v prostředí Matlab[®] vytvořen program s použitím [5], [6], [7], [8], který řeší lineární statiku, vlastní a vynucené kmitání libovolné prostorové prutové konstrukce.

Při použití modelu člověka jako tuhé hmoty upravujeme příslušné diagonální pozice matice hmotnosti přidáním diskretních hmot odpovídajících náhodně generovaným hmotnostem ze statistického měření viz [9]. Matice tuhosti je nezměněna a tlumení je použito Rayleighovo s možností neproporcionálního útlumu samotné konstrukce. Vstupním parametrem je poměr pasivních diváků k celkovému počtu míst, čili obsazenost konstrukce pasivními diváky. Konkrétní rozmístění na konstrukci je pak náhodné s uniformním rozdělením. Prozatím není zpracována kumulace aktivních diváků do skupin. Pro vynucené kmitání je zbytek pozic obsazen diváky aktivními, kdy pro každé místo je generátorem vytvořena historie zatížení s požadovanou délkou trvání. V dalším kroku je spočtena celková odezva a zaznamenána ve smyslu špičkových, RMS, RMS T2, VDV posunů resp. rychlostí resp. zrychlení. K tomuto výpočtu přistupujeme jako k jedné konkrétní realizaci a metodou Monte Carlo počítáme libovolný počet realizací, který je v závěru statisticky vyhodnocen.

Za použití modelu člověka jako dynamického systému je postup obdobný s tím rozdílem, že dochází k rozšíření matic hmotnosti, tuhosti i tlumení o příslušný počet stupňů volnosti. Matici tuhosti tedy upravíme na příslušných diagonálních a mimodiagonálních pozicích přidáním tuhostí jednotlivých biodynamických modelů. Do matice hmotnosti přidáme diskretní hmoty pouze na rozšířené diagonální pozice. Matice útlumu se skládá ze submatice příslušné konstrukci kde je opět použit proporcionální Rayleighův útlum, nicméně lidské stupně volnosti mají útlum neproporcionální, čili celkový útlum systému je pak neproporcionální. Pro konkrétní výpočet můžeme volit mezi modely Coermann 1962, Wei a Griffin 1998, Suggs 1969 pro člověka sedícího a Brownjohn 1999, ISO 5982 pro člověka stojícího, konkrétní hodnoty viz tab. 2. Další možností pak bylo použití náhodného modelu sedícího člověka založeného na statistických datech hmotností, kde v počátečním kroku proběhlo vygenerování sady náhodných hmotností a následně ke každé hmotnosti dopočítání tuhosti, resp. útlumu z podmínky vlastní frekvence modelu nastavené na $f_H = 5$ Hz a útlumu stanoveného hodnotou $\zeta_H = 0.32$.

Tab. 2 – Konkrétní parametry použitých modelů člověka

Model	Fyzikální charakteristiky		Modální charakteristiky		
Tlumený systém, jeden stupeň volnosti - člověk sedící					
Coermann 1962 ^{a)}	M_H	86,20 kg	f_H	5,00	Hz
	K_H	85,25 kN/m	ζ_H	32,00	%
	C_H	1,72 kNs/m			

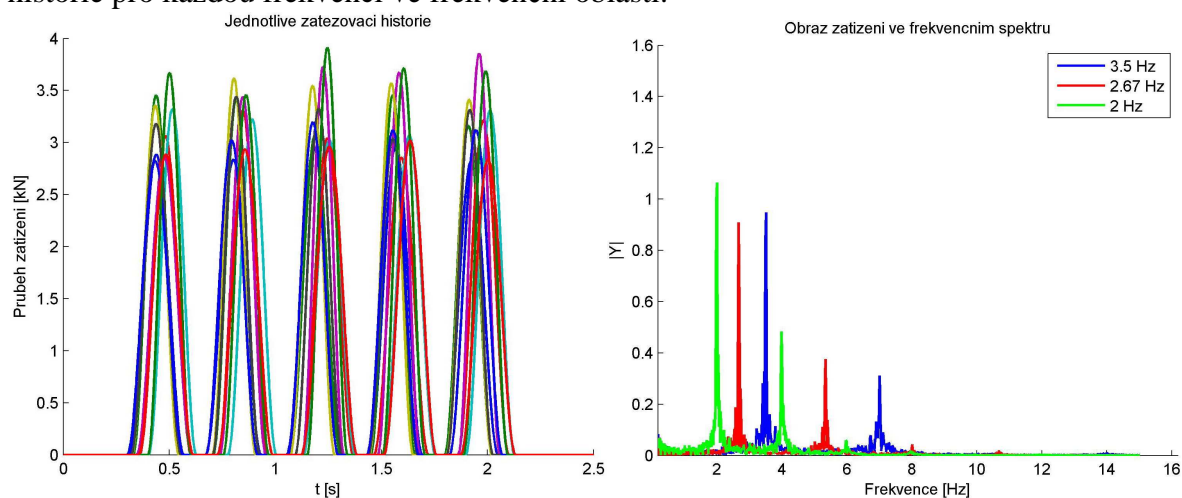
Model	Fyzikální charakteristiky			Modální charakteristiky		
Tlumený systém, dva stupně volnosti - člověk sedící						
Wei a Griffin 1998 (paralelní) ^{c)}	M_{H1}	36,20	kg	f_{H1}	4,90	Hz
	K_{H1}	35,01	kN/m	ζ_{H1}	36,00	%
	C_{H1}	0,82	kNs/m			
	M_{H2}	8,90	kg	f_{H2}	9,70	Hz
	K_{H2}	33,25	kN/m	ζ_{H2}	44,00	%
	C_{H2}	0,48	kNs/m			
	M_{H0}	5,60	kg			
Suggs 1969 (paralelní) ^{b)}	M_{H1}	36,30	kg	f_{H1}	4,50	Hz
	K_{H1}	28,45	kN/m	ζ_{H1}	23,00	%
	C_{H1}	0,47	kNs/m			
	M_{H2}	12,50	kg	f_{H2}	5,50	Hz
	K_{H2}	15,03	kN/m	ζ_{H2}	31,00	%
	C_{H2}	0,27	kNs/m			
Tlumený, jeden stupeň volnosti - člověk stojící						
Brownjohn 1999	M_H	80	kg	f_H	4,9	Hz
	K_H	82	kN/m	ζ_H	37	%
	C_H	1,946	kNs/m			
Tlumený, dva stupně volnosti - člověk stojící						
ISO 5982 (ISO 1981) (paralelní)	M_{H1}	62	kg	f_{H1}	5	Hz
	K_{H1}	62	kN/m	ζ_{H1}	37	%
	C_{H1}	1,46	kNs/m			
	M_{H2}	13	kg	f_{H2}	12,5	Hz
	K_{H2}	80	kN/m	ζ_{H2}	46	%
	C_{H2}	0,93	kNs/m			

a) Založeno na měření mechanické impedance $I(\omega)$ 8 mužů

b) Založeno na měření mechanické impedance $I(\omega)$ 11 mužů

c) Založeno na měření fiktivní hmoty $M(\omega)$ 60 lidí

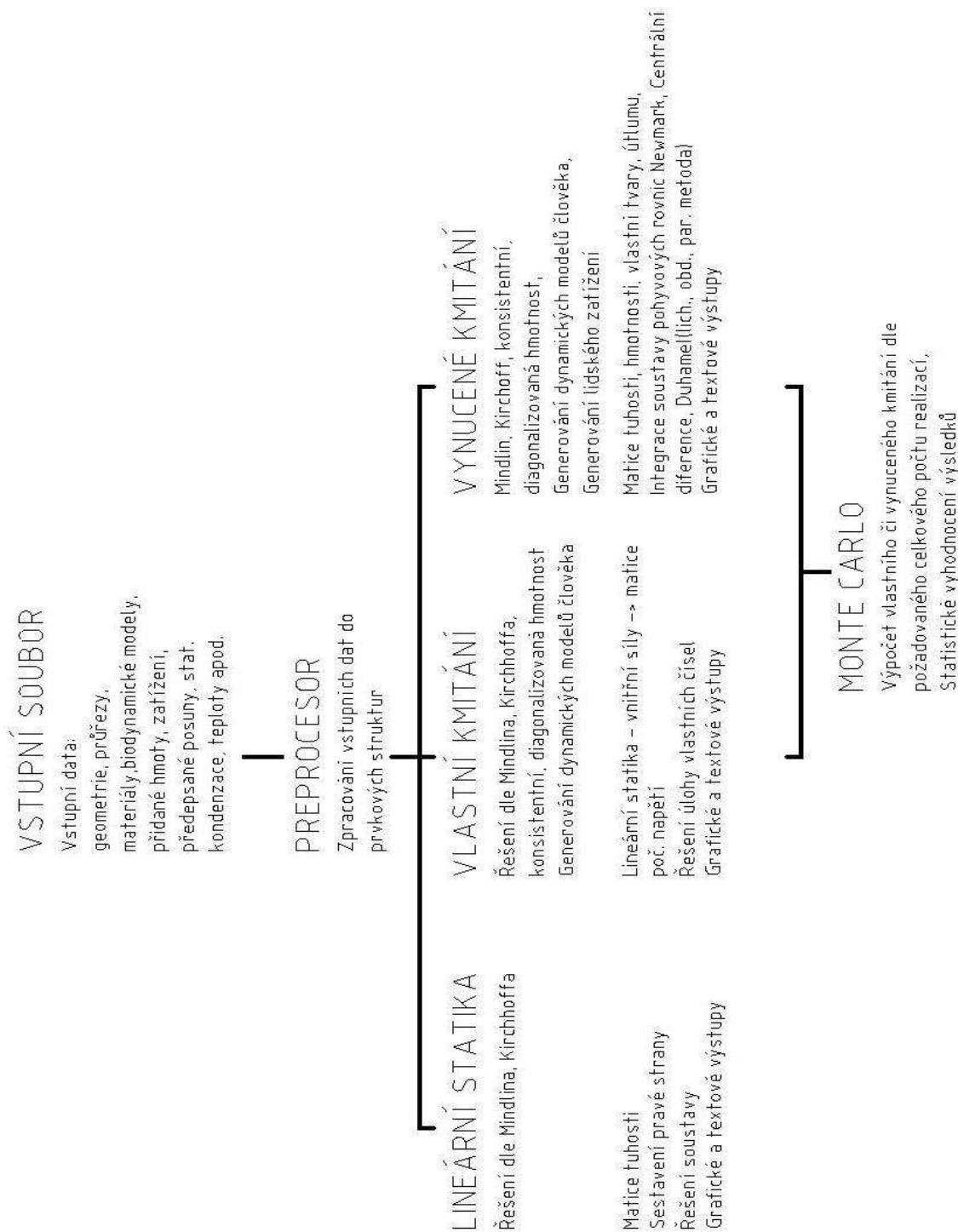
Pro zatížení jsme použili postup dle kapitoly 1.2 - plně stochastický a doplněný náhodnými hmotnostmi pro výpočet vlastních tíh příslušných jednotlivým historiím zatížení. Typický průběh zatěžovacích historií vykresluje obr. 10 včetně obrazů jedné zatěžovací historie pro každou frekvenci ve frekvenční oblasti.



Obr. 10 – Typické náhodné historie deseti zatížení s $f = 2.67$ Hz a obrazy ve frekvenčním spektru

Obrazy popisují pouze jednu historii zatížení a nejsou tedy příliš reprezentativní s ohledem na celkovou náhodnost, nicméně z nich vyčteme, že funkce \cos^2 aproximující jednotlivé impulzy má ztelné minimálně první dvě harmonické. Toto zatížení vykazuje

velikost koeficientu davového efektu přibližně hodnotou 0.82 jak pro velké, tak pro malé skupiny osob (4000 resp. 10 osob) a pro všechny frekvence skákání (2, 2.67, 3.5 Hz). Standardní délka hudební skladby je v rozmezí 120 – 240 s. Elis v [2] uvádí, že při sledování davu na koncertě diváci na začátku každé skladby skákali po dobu 20 – 30 s. V generátoru je standardně nastavena delší hodnota 30 s, nicméně je možné ji libovolně měnit. Celkové schéma programu v prostředí Matlab[®] určeného k řešení problematiky vypadá následovně:



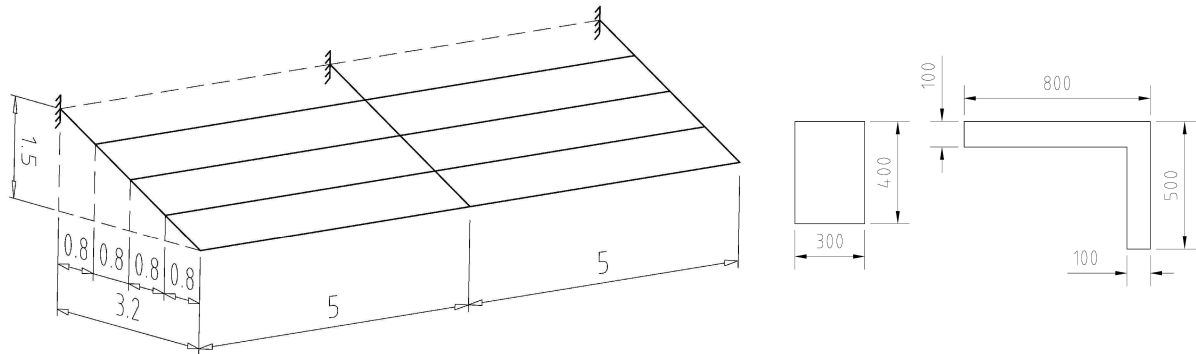
Obr. 11 – Schéma programu

3 Komplexní úloha, ukázkový příklad

Nyní se podíváme, jak by vypadal konkrétní výpočet navrhovaným způsobem v praxi. Situaci budeme modelovat na jednoduché konzolové tribuně viz dále.

3.1 Popis konstrukce a analýza vlastního kmitání

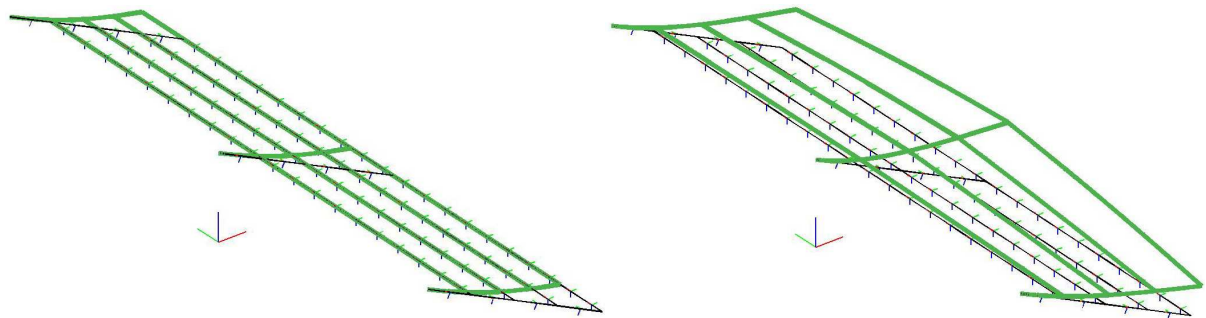
Vzhledem k faktu, že jsou diváci na tribuně rozmístěni plošně, byla pro simulaci použita třírozměrná betonová konzolová konstrukce viz obr. 12. Konstrukci tvoří trojice konzol s kloubově uloženými příčnicí, průřezy viz obr. 12. Konstrukce není reálná, měla by pouze kvalitativně reflektovat chování tribun.



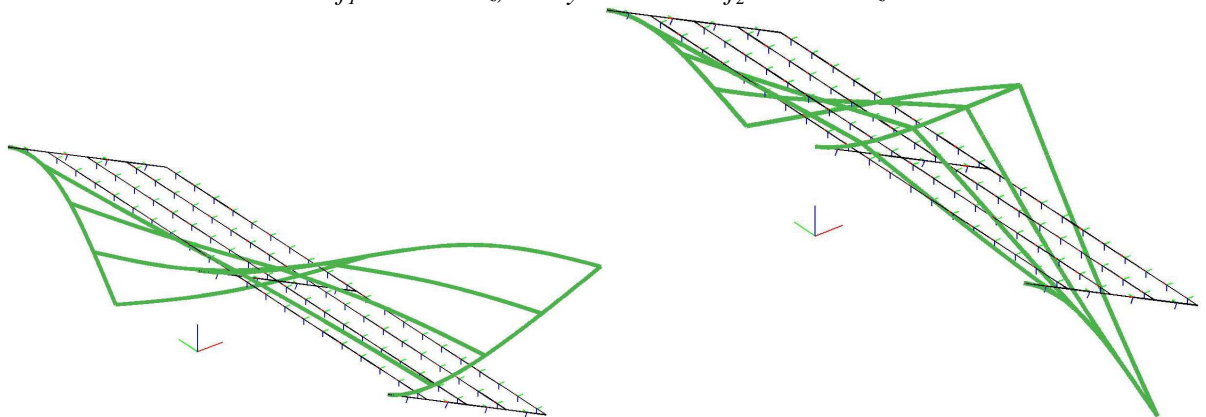
Obr. 12 – Schéma prostorové konstrukce a průřezy jednotlivých prvků

Na tribuně je celkem 72 míst, které byly postupně obsazovány pasivními diváky, přičemž zbytek míst byl obsazen diváky aktivními. Voleny různé poměry počtu aktivních a pasivních diváků, jejich rozmístění náhodné s uniformním rozdělením. Konstrukce diskretizována 92 konečnými prvky s celkem 504 stupni volnosti.

Z analýzy vlastního kmitání nezátížené konstrukce vyplynuly následující vlastní frekvence a tvary:



Obr. 13 – První vlastní tvar $f_1 = 1.995 \text{ Hz}$, druhý vlastní tvar $f_2 = 5.509 \text{ Hz}$



Obr. 14 – Třetí vlastní tvar $f_3 = 7.100 \text{ Hz}$, čtvrtý vlastní tvar $f_4 = 8.356 \text{ Hz}$

Pro výpočet konstrukce byly z porovnávacích důvodů voleny modely člověka tuhá hmota, Coermann, ISO 5982, náhodný model. Analýzu vlastního kmitání obsazené konstrukce pro různé hmotnostní poměry shrnuje tabulka 3.

Tab. 3 – Změna vl. frekvencí v závislosti na obsazenosti konstrukce a použitém modelu, přiřazení vl. tvarů korelačním koeficientem MAC

Model		Prázdná konstrukce	Tuhá hmota s náhodnou		Coermann 1962		ISO 5982		Náhodný model	
Obsazenost	frekvence	[Hz]	μ [%]	σ [%]	μ [%]	σ [%]	μ [%]	σ [%]	μ [%]	σ [%]
20 [%] = 0,06	f_1	1,995	1,947	0,016	1,995	0,000	1,995	0,000	1,995	0,000
	f_2	5,509	5,369	0,047	4,689	0,063	4,789	0,050	4,697	0,034
	f_3	7,100	6,991	0,050	7,182	0,034	7,153	0,016	7,188	0,028
	f_4	8,356	8,282	0,028	8,397	0,019	8,366	0,004	8,400	0,016
50 [%] = 0,16	f_1	1,995	1,880	0,015	1,995	0,000	1,995	0,000	1,995	0,000
	f_2	5,509	5,173	0,050	4,401	0,059	4,544	0,029	4,506	0,044
	f_3	7,100	6,832	0,036	7,352	0,041	7,226	0,022	7,304	0,045
	f_4	8,356	8,153	0,029	8,477	0,028	8,385	0,005	8,460	0,014
80 [%] = 0,26	f_1	1,995	1,817	0,009	1,995	0,000	1,995	0,000	1,995	0,000
	f_2	5,509	4,990	0,031	4,236	0,020	4,357	0,017	4,280	0,020
	f_3	7,100	6,672	0,035	7,465	0,038	7,292	0,026	7,439	0,022
	f_4	8,356	8,024	0,021	8,530	0,022	8,398	0,005	8,520	0,019

Pro model s tuhou hmotou došlo dle očekávání ke snížení všech vlastních frekvencí se směrodatnou odchylkou stejnou pro 2. a 3. frekvenci, odchylka pro 4. frekvenci je pak nižší. Rozmístění diváků se tedy nejvíce promítá do změny frekvencí 2. a 3. vlastního tvaru. Odchylka frekvencí ve vodorovném směru je pak stejná pro všechny hmotnostní poměry.

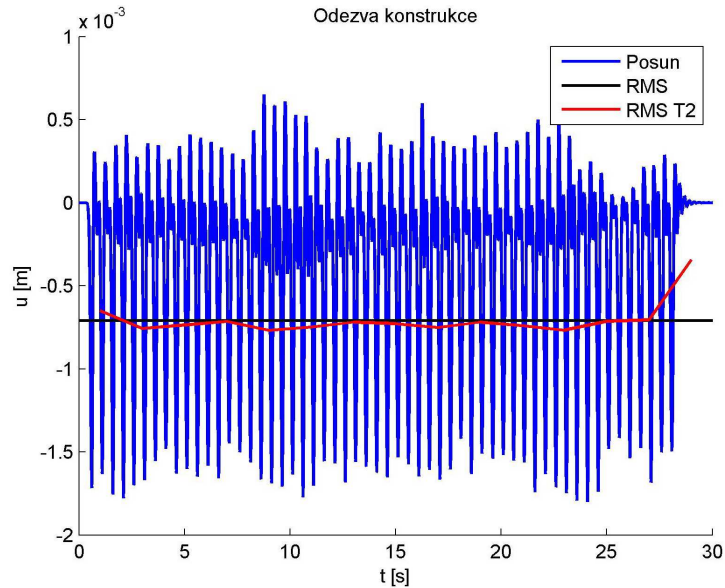
Pro ostatní modely dochází vešměs k lehkému zvýšení frekvencí pro 3. a 4. vlastní tvar, což se shoduje s výsledky kap. 1.1. První frekvence zůstává nezměněna protože modely neovlivňují kmitání ve vodorovném směru. Pro všechny biodynamické modely a frekvence sledujeme systematický pokles směrodatných odchylek, čili vliv rozmístění osob na konstrukci klesá pro vyšší vlastní tvary. Změna směrodatných odchylek v závislosti na hmotnostním poměru není příliš výrazná.

Vlastní frekvence nezátížené konstrukce příslušná druhému tvaru má hodnotu $f_2 = 5.509$ Hz, vlastní frekvence modelu Coermann $f_{h,C} = 5$ Hz, ISO 5982 $f_{h,1,ISO} = 5$ Hz a $f_{h,2,ISO} = 12.5$ Hz, náhodný model $f_{h,N} = 5$ Hz, čili vlastní frekvence konstrukce a modelu se nacházejí blízko sebe. Tato situace byla v kap. 1.1 charakterizována vždy lehkým snížením vlastní frekvence, v našem případě tedy menší než 5 Hz.

Hodnota f_1 dle kap. 1.1 (model Coermann) pro $f_0 = 5.5$ Hz a $\gamma = 0.06$ vyjde hodnotou $f_1 = 4.941$ Hz, pro $\gamma = 0.16$ $f_1 = 4.527$ Hz a pro $\gamma = 0.26$ $f_1 = 4.244$ Hz (hodnoty přepočítány pro tyto hmotnostní poměry), což se rámcově shoduje s výsledky uvedenými v tab. 3 pro druhou vlastní frekvenci.

3.2 Odezva konstrukce na zatížení

V dalším kroku již přistoupíme k výpočtu vynuceného kmitání. Generátor zatížení vytvoří potřebný počet náhodných zatěžovacích historií s danou frekvencí skákání a lokalizuje do příslušných míst na konstrukci. Pro měření odezvy konstrukce byl zvolen bod na konci prostřední konzoly u kterého předpokládáme nejvyšší hodnoty výchylek. Typická odezva na konkrétní zatížení včetně spočtených hodnot RMS, RMS T2 vidíme na obr. 15.



Obr. 15 – Typická odezva konstrukce na zatížení aktivním davem. Konstrukce obsazena 50 % aktivním a 50 % pasivním davem.

Ukázku výsledných statisticky zpracovaných hodnot nalezneme v tabulce 4. Střední hodnoty vibrační dávky VDV vycházely v závislosti na modelech okolo $2.5 \text{ m/s}^{1.75}$, což je velice vysoká hodnota. I velikosti špičkových (resp. RMS zrychlení) vycházely veliké, viz tab. 4, což naznačuje že tato konstrukce by nebyla použitelná, nicméně posloužila k demonstraci navrhovaného postupu.

Tab. 4 – Ukázka výsledků výpočtu odezvy konstrukce na zatížení skákajícím davem, $f = 2.67 \text{ Hz}$

Obsazenost pasivními diváky	Model	Veličiny	Tuhá hmota s náhodnou velikostí		Coermann 1962		ISO 5982		Náhodný model	
			μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
80 [%] $\gamma = 0,26$	RMS zrychlení	$[\text{m/s}^2]$	0,9974	0,3340	0,5317	0,1504	0,5195	0,1878	0,5263	0,1205
	Špičkové zrychlení	$[\text{m/s}^2]$	2,4460	0,5640	1,4550	0,3377	1,3572	0,4156	1,4435	0,2267
	RMS rychlost	$[\text{m/s}]$	0,0322	0,0097	0,0195	0,0043	0,0181	0,0053	0,0190	0,0039
	Špičková rychlost	$[\text{m/s}]$	0,0856	0,0179	0,0546	0,0105	0,0478	0,0129	0,0534	0,0083
	RMS posun	$[\text{mm}]$	1,3920	0,2790	1,0948	0,1443	0,9624	0,2011	1,0439	0,1869
	Špičkový posun	$[\text{mm}]$	3,3816	0,5778	2,5777	0,3764	2,2590	0,5365	2,4504	0,4344

Tab. 5 – Relativní chyby výchylek modelování diváka jako tuhé hmoty versus biodynamický model

Obsazenost pasivními diváky	Relativní odchylky tuhé hmoty od modelů	Veličiny	Coermann 1962			ISO 5982			Náhodný model		
			2 Hz	2,67Hz	3,5 Hz	2 Hz	2,67Hz	3,5 Hz	2 Hz	2,67Hz	3,5 Hz
			[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
20 [%] $\gamma = 0,06$	RMS posun	$[\text{mm}]$	3	20	2	2	13	3	0	11	5
	RMS T2 posun	$[\text{mm}]$	3	22	4	2	15	6	0	12	8
	Špičkový posun	$[\text{mm}]$	4	20	4	0	13	5	2	8	10
50 [%] $\gamma = 0,16$	RMS posun	$[\text{mm}]$	4	25	5	3	16	3	3	22	5
	RMS T2 posun	$[\text{mm}]$	4	29	4	2	18	1	3	25	6
	Špičkový posun	$[\text{mm}]$	3	28	1	3	17	0	3	25	4
80 [%] $\gamma = 0,26$	RMS posun	$[\text{mm}]$	6	0	12	2	10	1	4	20	4
	RMS T2 posun	$[\text{mm}]$	6	9	12	1	5	1	3	23	1
	Špičkový posun	$[\text{mm}]$	2	9	10	1	6	7	4	21	3

Při porovnání odezvy prostorové konstrukce s jednoduchým systémem chyba modelu s tuze přidanou hmotou ve vztahu k biodynamickým modelům vykazuje větší odchylky než 10 % pro frekvence zatížení $f > 3.5 \text{ Hz}$, viz obr. 9. Relativní chyby posunů pro jednotlivé biodynamické modely dle vzorce (1.3), kde za MDF_{SDOF} dosazujeme hodnoty výchylek

modelu s tuhou hmotou a za MDF_{2DOF} hodnoty výchylek systému s biodynamickým modelem v závislosti na frekvenci a obsazenosti konstrukce uvádíme v tab. 5.

Vezmeme-li v potaz první tři harmonické zatížení s frekvencí 2 Hz, dostáváme hodnoty 2, 4 a 6 Hz. Nejvýraznější složka zatížení s frekvencí 2 Hz je viz obr. 10 pro první harmonickou s frekvencí 2 Hz, která je nižší než 3.5 Hz, čili jsou splněny naše předpoklady a chyby by měly být malé. Třetí harmonická by měla způsobovat větší odchylky, nicméně její amplituda je v porovnání s prvními dvěma malá.

Zatížení s frekvencí 2.67 Hz má pouze dvě harmonické – 2.67 a 5.34 Hz, přičemž druhá je v rezonanci s první frekvencí svislého ohybového tvaru a z toho důvodu zde nalezneme také největší chyby mezi modelem člověka jako tuhé hmoty a biodynamickým modelem.

Pro zatížení s frekvencí 3.5 Hz je první harmonická na hranici oblasti s chybou 10 % a v tabulce nalezneme na jistých místech tyto hodnoty, vyšší harmonické se příliš neprojeví.

Je vidět, že konkrétní výpočet rámcově splňuje předpoklady stanovené na jednoduchých systémech SDOF, 2SDOF jak s ohledem na vlastní, tak na vynucené kmitání.

Závěr

V řešené práci se s ohledem na zvolené cíle podařilo v omezeném rozsahu předvést vliv biodynamického modelu na modální vlastnosti konstrukce, krátce popsat zatížení vyvolávané člověkem na tribunách a interakci konstrukce s pasivním davem při vynuceném kmitání. Dále byl podán návrh na způsob řešení takových konstrukcí včetně výpočetního programu (generátor zatížení, MKP, statistické vyhodnocení výsledků).

Jsme si vědomi toho, že takovýto postup je v zásadě ten nejjednodušší a v praxi použitelný pouze pro konstrukce velmi omezené rozsahem (nízký počet diváků, tedy malé soustavy rovnic), nicméně může poskytnout podklad pro kontrolu při vytváření různých zjednodušujících postupů výpočtu.

Seznam použité literatury

- [1] A model of the vertical apparent mass and the for-and-aft cross-axis apparent mass of the human body during vertical whole-body vibration, N. Nawayseh, M. J. Griffin, *Journal of Sound and Vibration* (2008), doi. 10.1016/j.jsv.2008.05.030
- [2] Human-Structure Interaction in Cantilever Grandstands, J. H. Sim, Doctor of Philosophy thesis at The university of Oxford, 2006
- [3] Human perception of vibrations due to synchronised crowd loading in grandstands, G. G. Browning, A. P. Darby, I. Walker, *Eurodyn* 2008
- [4] Complete floor vibration assessment, L. Mabon, C. L. Brookes, D. J. Vaughan, *Eurodyn* 2008
- [5] Numerické metody mechaniky 1, Z. Bittnar, J. Šejnoha, ČVUT 1992, Praha
- [6] Finite element procedures, K.J. Bathe, Prentice Hall, Inc. 1996, New Jersey
- [7] The finite element method volume 1, O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, Butterworth-Heinemann 2000, Oxford
- [8] The finite element method volume 2, O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, Butterworth-Heinemann 2000, Oxford
- [9] Tělesná výška a hmotnost mužů ve věku 18 – 25 let v druhé polovině 20. století, D. Jirkovský, *Vojenské zdravotnické listy LXXII* (2003), str. 217-220