

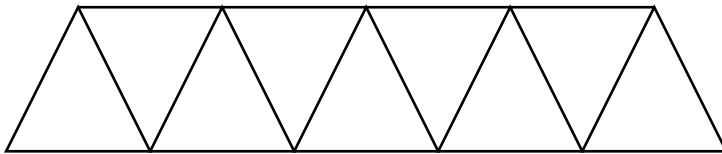
Geometricky nelineární analýza příhradových konstrukcí

Semestrální práce z předmětu SM3

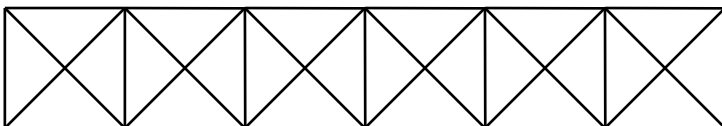
Příhradové konstrukce jsou prutové konstrukce sestávající z přímých prutů, navzájem spojených v kloubových styčnicích. Předpokládáme, že zatížení působí pouze ve styčnicích, tzn. v prutech vznikají pouze normálové (osové) vnitřní síly, a posouvající síly i ohybové momenty neuvažujeme.

Příklady příhradových konstrukcí:

Statically determinate



Statically indeterminate



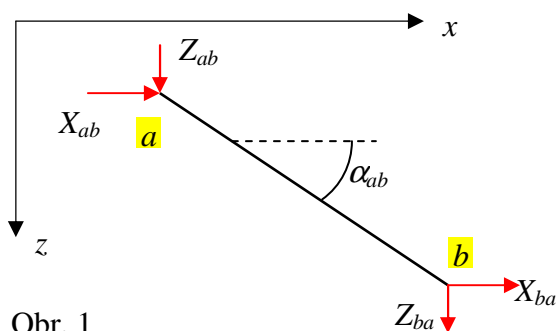
Lineární řešení obecných příhradových konstrukcí

Je několik způsobů řešení příhradových konstrukcí. Pokud je konstrukce staticky určitá, řeší se styčnickovou rovnováhou nebo průsečnou metodou. Pokud je konstrukce staticky neurčitá, může se řešit metodou deformační (deformační metodou se mohou řešit i konstrukce staticky určité, které jsou vlastně speciálním případem obecných příhradových konstrukcí)

Deformační metoda pro příhradové konstrukce vychází z předpokladu rovnováhy sil na jednotlivých prutech a na jednotlivých styčnicích. Lineární řešení ještě k tomu předpokládá posuny, které jsou vzhledem ke zbytku konstrukce zanedbatelně malé.

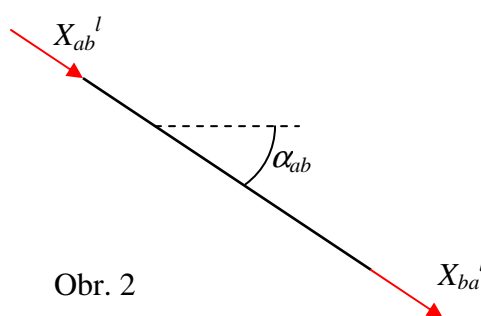
Nejprve zavedeme na prutu koncové síly X_{ab} , Z_{ab} , X_{ba} , Z_{ba} a koncové styčnickové posuny u_a , w_a , u_b , w_b .

Koncové síly působící na prut:
globální složky



Obr. 1

lokální složky



Obr. 2

Vztah mezi koncovými silami a koncovými posuny v lokální soustavě souřadnic:

$$\begin{aligned} X_{ab}^l &= -n_{ab}(u_b^l - u_a^l) \\ X_{ba}^l &= n_{ab}(u_b^l - u_a^l) \end{aligned} \quad \text{kde } n = EA_{ab}/L_{ab} \quad (1)$$

Vztah mezi koncovými silami a koncovými posuny v globální soustavě souřadnic:

$$\begin{aligned} X_{ab} &= X_{ab}^l \cos \alpha_{ab} \\ Z_{ab} &= Z_{ab}^l \sin \alpha_{ab} \\ u_a^l &= u_a \cos \alpha_{ab} + w_a \sin \alpha_{ab} \\ u_b^l &= u_b \cos \alpha_{ab} + w_b \sin \alpha_{ab} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} X_{ab} &= nc^2(u_a - u_b) + ncs(w_a - w_b) \\ Z_{ab} &= ncs(u_a - u_b) + ns^2(w_a - w_b) \\ X_{ba} &= nc^2(u_b - u_a) + ncs(w_b - w_a) \\ Z_{ba} &= ncs(u_b - u_a) + ns^2(w_b - w_a) \end{aligned} \quad (3)$$

Kde $n = n_{ab} = EA_{ab}/L_{ab}$, $c = \cos \alpha_{ab}$, $s = \sin \alpha_{ab}$

Poté sestavíme podmínky rovnováhy pro každý styčnick:

$$\sum_b X_{ab} = F_{a,x}, \quad \sum_b Z_{ab} = F_{a,z} \quad (4)$$

součet koncových sil ve styčnicku a = vnější síle působící na styčnick

Spočteme protažení prutu:

$$\Delta L_{ab} = u_b^l - u_a^l = (u_b - u_a) \cos \alpha_{ab} + (w_b - w_a) \sin \alpha_{ab} \quad (5)$$

a normálovou sílu v prutu:

$$N_{ab} = X_{ba}^l = n_{ab} (u_b^l - u_a^l) = EA_{ab} \Delta L_{ab} / L_{ab} \quad (6)$$

Reakce určíme ze silových podmínek rovnováhy podepřených styčníků

Obecný postup:

- 1) Konstrukci rozdělíme na pruty a styčníky a očíslovíme je
- 2) Zavedeme základní neznámé – styčnickové posuny, kterým není bráněno vazbami
- 3) Sestavíme rovnice (4) pro každý styčník, kterému není bráněno v posunu vazbami
- 4) Vyjádříme koncové síly pomocí rovnic (3)
- 5) Dosadíme do rovnic (4)
- 6) Soustavu rovnic vyřešíme a získáme tak hledané styčnickové posuny
- 7) Spočteme protažení prutů podle rovnice (5)
- 8) Spočteme normálové síly pomocí rovnice (6)
- 9) Spočteme reakce ze silových podmínek rovnováhy podepřených styčníků
- 10) Kontrola

Maticové lineární řešení

Pro složitější konstrukce vede řešení na soustavu poměrně velkého množství rovnic, proto je výhodné provádět řešení pomocí maticového zápisu.

$$[-c \ -s \ c \ s] = [B]$$

$$[EA/L] = [D] \quad \text{kde } EA/L = n$$

$$[B]^T [D] [B] = [K] \dots \text{ matice tuhosti prutu}$$

$$[K] = (EA/L) \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} u_a \\ w_a \\ u_b \\ w_b \end{bmatrix} = [r] \dots \text{ vektor styčnickových posunů}$$

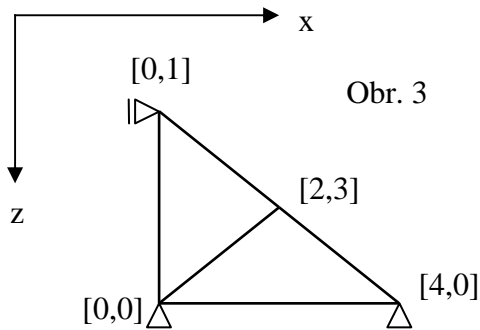
$$\begin{bmatrix} X_{ab} \\ Z_{ab} \\ X_{ba} \\ Z_{ba} \end{bmatrix} = [R] \dots \text{ vektor koncových sil}$$

Z rovnic (3) lze odvodit vztah, který platí pro jednotlivé pruty

$$\begin{bmatrix} X_{ab} \\ Z_{ab} \\ X_{ba} \\ Z_{ba} \end{bmatrix} = (EA/L) \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ w_a \\ u_b \\ w_b \end{bmatrix}$$

$$\text{Čili } [R] = [K][r] \quad (8)$$

Existuje několik způsobů, jak převést maticový zápis jednoho prutu na celou konstrukci. Jeden z nich je pomocí kódových čísel. V každém styčnicku označíme směr (x, z) kódovým číslem tak, že směr, ve kterém je bráněno vazbami, dostane číslo 0, a směry, ve kterých zavádíme neznámé styčnickové posuny, očíslováme tak, aby se žádné číslo neopakovalo (viz příklad – první číslo vyjadřuje směr x, druhé směr z)



Pro každý prut ab se sestaví matice tuhosti $[K]$ a jednotlivé řádky a sloupce se očíslovují stejně jako jsou očíslovány body a, b (nezáleží na pořadí bodů, protože matice $[K]$ je symetrická, ale jak sloupce, tak řádky musí být číslovány stejným pořadím – tzn. je jedno jestli pořadí ab nebo ba , ale pro řádky i pro sloupce musí být číslování totožné). Matice tuhosti $[K]$ pro celou konstrukci bude čtvercová a bude mít řádků i sloupců právě tolik, kolik je nenulových kódových čísel (řádky i sloupce v matici tuhosti konstrukce očíslovujeme zleva doprava a shora dolů vzestupně), přičemž každé pole matice má své označení (pozice v matici – řádek a sloupec) pomocí kódových čísel. Matice tuhosti konstrukce se sestaví tak, že každé pole matice se rovná součtu stejně označených polí všech matic tuhosti jednotlivých prutů. Dále matice $[R]$ pro celou konstrukci bude sloupcová (označená kódovými čísly shora vzestupně), kde každé pole bude představovat vnější sílu působící na konstrukci (odpovídající danému kódovému číslu) a matice $[r]$ pro celou konstrukci bude opět sloupcová, číslovaná stejně jako $[R]$ a kde každé pole představuje styčnickový posun odpovídající svému kódovému číslu.

$$[R] = [K][r] \quad (9)$$

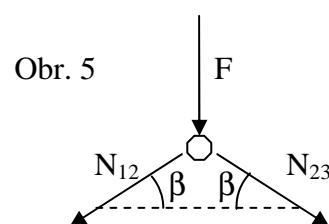
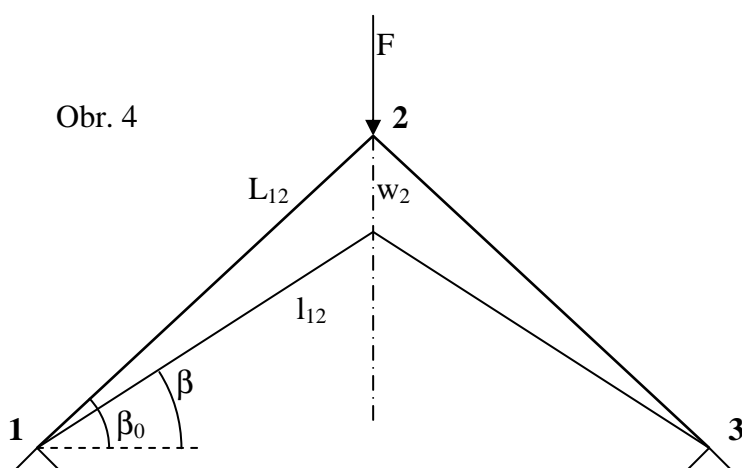
Protažení prutu:

$$\Delta L_{ab} = [B][r] \quad (10)$$

Normálová síla v prutu:

$$N_{ab} = n_{ab} \Delta L_{ab} = n_{ab} [B][r] \quad (11)$$

Přesné (nelineární) řešení symetricky zatížené symetrické konstrukce



Máme konstrukci z obrázku 4. Označme L_{12} původní délku prutu 21, l_{12} jeho délku po deformaci, w_2 svislý posun styčnicku 2 (ve směru osy z), β_0 původní úhel prutu s osou x a β úhel zdeformovaného prutu s osou x .

$$N_{23} = N_{12} = (EA_{12}/L_{12}) \Delta L_{12} = (EA_{12}/L_{12})(l_{12} - L_{12}) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} l_{12}^2 &= l_{23}^2 = (L_{12} \cos \beta_0)^2 + (L_{12} \sin \beta_0 - w_2)^2 = \\ &= L_{12}^2 \cos^2 \beta_0 + L_{12}^2 \sin^2 \beta_0 - 2L_{12} w_2 \sin \beta_0 + w_2^2 = \\ &= L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12} w_2 \sin \beta_0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Delta L_{23} = \Delta L_{12} = l_{12} - L_{12} = (L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12} w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - L_{12} \quad (14)$$

$$\sin \beta = (L_{12} \sin \beta_0 - w_2) / l_{12} = (L_{12} \sin \beta_0 - w_2) / (L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12} w_2 \sin \beta_0)^{1/2} \quad (15)$$

Z rovnováhy sil podle obr. 5

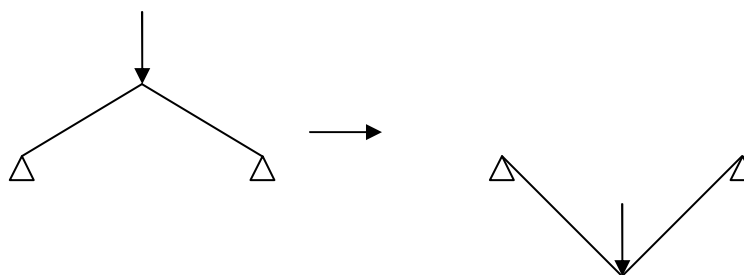
$$\begin{aligned} F + N_{12} \sin \beta + N_{23} \sin \beta &= 0 \\ F + 2N_{12} \sin \beta &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} F + 2(EA_{12}/L_{12})[(L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12} w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - L_{12}](L_{12} \sin \beta_0 - w_2) / (L_{12}^2 + w_2^2 - \\ - 2L_{12} w_2 \sin \beta_0)^{1/2} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Máme tedy rovnici (evidentně nelineární) pro neznámou w_2 . Je opět několik způsobů řešení.

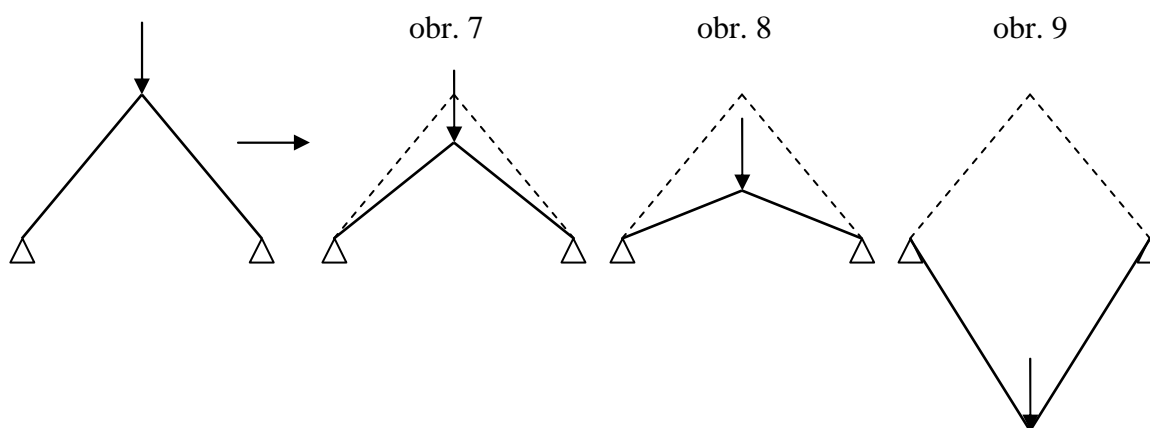
Pro danou sílu F dopočítáme posun w_2 (viz příloha 1 – řešení je provedeno v Microsoft Excel pomocí funkce Hledání řešení). Je zřejmé, že s rostoucí silou se posun styčnicku 2 zvětšuje, ale pro určitou hodnotu síly F (nazvěme tuto sílu „mezni“ síla F_m) dojde ke skokovému zvětšení svislého posunu – normálové síly v prutech už nejsou schopny sílu F vyrovnat a dojde k „prolomení“, po němž jsou pruty, původně tlačené, pod podporami a jsou tažené (viz obr. 6). Tento způsob řešení nazvěme „prosté“ řešení. Viz příloha 2 (vodorovná část grafu je zde jen pro ilustraci a nepředstavuje množinu řešení funkce $F = f(w_2)$)

Obr. 6

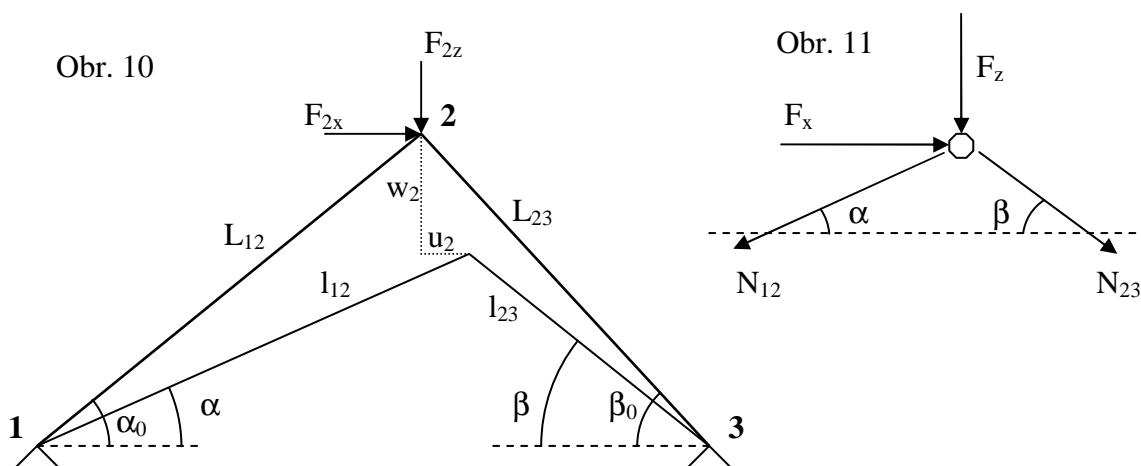


Druhý způsob řešení spočívá v tom, že pro daný posun w_2 přímo spočítáme potřebnou sílu F . Na rozdíl od „prostého řešení“ nám vyjde hladká křivka závislosti F na w_2 (viz příloha 3 a 4).

Při plynulém zvětšování síly F se konstrukce chová podle „prostého“ řešení. Do stavu, kde „prosté“ i „obecné“ řešení není shodné (respektive prosté řešení neexistuje) se konstrukce dostane jedině tak, že sílu F budeme zvětšovat tak dlouho, dokud nepřekročíme „mezni“ sílu F_m , ale poté se musí působící síla zmenšit (případně úplně změnit orientaci – v závislosti na tom jaký průhyb w_2 požadujeme). Pokud by ke zmenšení síly nedošlo, výsledek by náležel prostému řešení. Pro příklad z přílohy 1-5 jsou tedy pro sílu $F = 2$ možná tři řešení, v závislosti na předchozím silovém působení. Pokud se síla ještě nepřekročila „mezni“ sílu F_m , výsledek bude odpovídat obr. 7, pokud byla síla F_m překročena, ale zatím zmenšena, výsledek bude odpovídat obr. 8, a pokud předchozí síla byla větší než F_m , a působila až do „prolomení“ konstrukce, bude řešení odpovídat obr. 9.



Přesné (nelineární) řešení obecně obecně zatížené konstrukce



Řešení je obdobné jako pro předchozí kapitolu. Máme konstrukci z obrázku 10. Označme L_{12} a L_{23} původní délku prutu 21 a 23, l_{12} a l_{23} jejich délku po deformaci, w_2 svislý posun styčnicku 2 (ve směru osy z) a u_2 vodorovný posun styčnicku 2, α_0 a β_0 původní úhly prutů s osou x (viz obr. 10), α a β úhly zdeformovaných prutů s osou x .

$$\begin{aligned} N_{12} &= (EA_{12}/L_{12}) \Delta L_{12} = (EA_{12}/L_{12})(l_{12} - L_{12}) \\ N_{23} &= (EA_{23}/L_{23}) \Delta L_{23} = (EA_{23}/L_{23})(l_{23} - L_{23}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} l_{12}^2 &= (L_{12} \cos \alpha_0 + u_2)^2 + (L_{12} \sin \alpha_0 - w_2)^2 = L_{12}^2 + u_2^2 + w_2^2 + 2L_{12}u_2 \cos \alpha_0 - 2L_{12}w_2 \sin \alpha_0 \\ l_{23}^2 &= (L_{23} \cos \beta_0 + u_2)^2 + (L_{23} \sin \beta_0 - w_2)^2 = L_{23}^2 + u_2^2 + w_2^2 - 2L_{23}u_2 \cos \beta_0 - 2L_{23}w_2 \sin \beta_0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Delta L_{12} &= l_{12} - L_{12} = (L_{12}^2 + w_2^2 + u_2^2 + 2L_{12}u_2 \cos \alpha_0 - 2L_{12}w_2 \sin \alpha_0)^{1/2} - L_{12} \\ \Delta L_{23} &= l_{23} - L_{23} = (L_{23}^2 + w_2^2 + u_2^2 - 2L_{23}u_2 \cos \beta_0 - 2L_{23}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - L_{23} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= (L_{12} \cos \alpha_0 + u_2)/l_{12} = (L_{12} \cos \alpha_0 - u_2)/(L_{12}^2 + w_2^2 + u_2^2 + 2L_{12}u_2 \cos \alpha_0 - 2L_{12}w_2 \sin \alpha_0)^{1/2} \\ \sin \alpha &= (L_{12} \sin \alpha_0 - w_2)/l_{12} = (L_{12} \sin \alpha_0 - w_2)/(L_{12}^2 + w_2^2 + u_2^2 + 2L_{12}u_2 \cos \alpha_0 - 2L_{12}w_2 \sin \alpha_0)^{1/2} \\ \cos \beta &= (L_{23} \cos \beta_0 - u_2)/l_{23} = (L_{23} \cos \beta_0 - u_2)/(L_{23}^2 + w_2^2 + u_2^2 - 2L_{23}u_2 \cos \beta_0 - 2L_{23}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} \\ \sin \beta &= (L_{23} \sin \beta_0 - w_2)/l_{23} = (L_{23} \sin \beta_0 - w_2)/(L_{23}^2 + w_2^2 + u_2^2 - 2L_{23}u_2 \cos \beta_0 - 2L_{23}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} \end{aligned} \quad (21)$$

Silové podmínky rovnováhy na styčnicku 2:

$$\begin{aligned} F_{2x} - N_{12} \cos \alpha + N_{23} \cos \beta &= 0 \\ F_{2z} + N_{12} \sin \alpha + N_{23} \sin \beta &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Dosazením rovnic (19), (20) a (21) do rovnic (18) a následně do rovnic (22) a po úpravě dostaneme:

$$F_{2x} - (EA_{12}/L_{12})(L_{12} \cos \alpha_0 + u_2 - L_{12}(L_{12} \cos \alpha_0 + u_2)/(L_{12}^2 + w_2^2 + u_2^2 + 2L_{12}u_2 \cos \alpha_0 - 2L_{12}w_2 \sin \alpha_0)^{1/2} + (EA_{23}/L_{23})(L_{23} \cos \beta_0 - u_2 - L_{23}(L_{23} \cos \beta_0 - u_2)/(L_{23}^2 + w_2^2 + u_2^2 - 2L_{23}u_2 \cos \beta_0 - 2L_{23}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} = 0$$

$$F_{2z} + (EA_{12}/L_{12})(L_{12} \sin \alpha_0 - w_2 - L_{12}(L_{12} \sin \alpha_0 - w_2)/(L_{12}^2 + w_2^2 + u_2^2 + 2L_{12}u_2 \cos \alpha_0 - 2L_{12}w_2 \sin \alpha_0)^{1/2} + (EA_{23}/L_{23})(L_{23} \sin \beta_0 - w_2 - L_{23}(L_{23} \sin \beta_0 - w_2)/(L_{23}^2 + w_2^2 + u_2^2 - 2L_{23}u_2 \cos \beta_0 - 2L_{23}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} = 0 \quad (23)$$

Opět existuje několik způsobů řešení soustavy rovnic (23). Známé jsou všechny veličiny, kromě posunů w_2 a případně sil F_{2x} a F_{2y} . První způsob řešení spočívá v tom, že pro zvolené posuny w_2 , w_2 dopočítáme potřebné síly F_{2x} , F_{2y} . Toto řešení je jednoznačné a odpovídá obecnému řešení symetricky zatížené symetrické konstrukce. Druhým způsobem se ze známých sil F_{2x} , F_{2y} počítají posuny w_2 , w_2 . Protože jde o soustavu rovnic závislejších na dvou proměnných, nelze již používat nástrojů, jakým je například Hledání řešení programu Microsoft Excel. Řešení by bylo poměrně složité (a ačkoliv by bylo možné řešení provést v programech jako je Matlab, v této semestrální práci již není rozváděno) a vede na několik možných řešení (pro ilustraci viz obr. 7 - 9).

Newtonova metoda – aplikace na symetricky zatížené symetrické konstrukce

Vyjádřit závislost w_2 na F by bylo značně složité (viz rovnici (17)), a ne vždy je možno použít funkci typu Hledání řešení (nebo její použití obnáší rizika zjištění jiného kořene rovnice než je přesně ten hledaný), proto je vhodné použít například Newtonovu metodu.

Princip Newtonovi metody:

$$\text{Máme rovnici } R(w) + F = 0 \quad (24)$$

Zvolíme w_0 . Podle Taylorova rozvoje omezeného na členy nejvýše prvního stupně

$$R(w_0 + \Delta w_1) = R(w_0) + \frac{\partial R}{\partial w}(w_0) \Delta w_1 \quad (25)$$

$$R(w_0) + \frac{\partial R}{\partial w}(w_0) \Delta w_1 + F = 0$$

$$\Delta w_1 = \frac{-F - R(w_0)}{\frac{\partial R}{\partial w}(w_0)} \quad (26)$$

$$w_1 = w_0 + \Delta w_1 \quad (27)$$

obecně:

$$w_{k+1} = w_k + \Delta w_{k+1} \quad (28)$$

$$\Delta w_{k+1} = \frac{-F - R(w_k)}{\frac{\partial R}{\partial w}(w_k)} \quad (29)$$

V našem případě se rovnice (17) a (24) rovnají, tzn.:

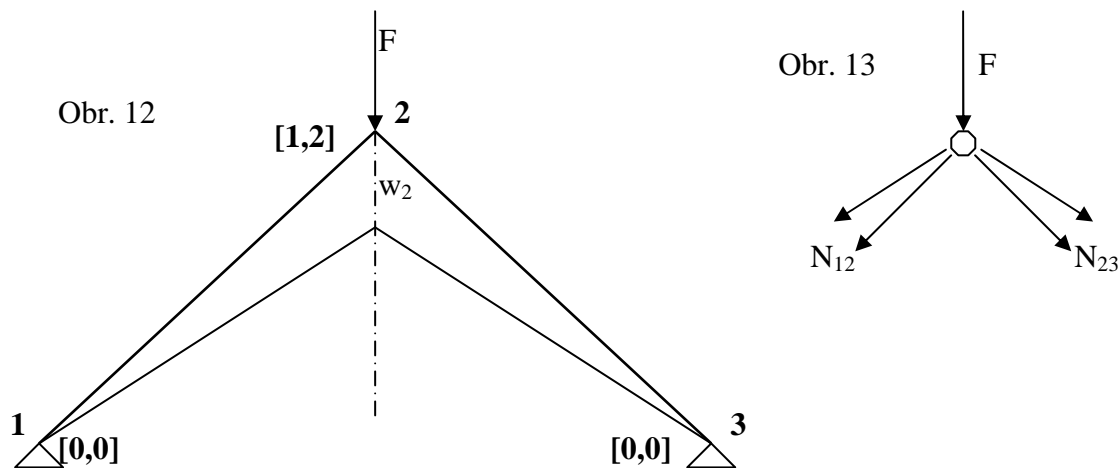
$$R(w) = 2(EA_{12}/L_{12})[(L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - L_{12}](L_{12} \sin \beta_0 - w_2)/(L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial w}(w) = & 1/2/(L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)(2w_2 - 2L_{12} \sin \beta_0)(L_{12} \sin \beta_0 - w_2) - \\ & - ((L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - L_{12})/(L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - \\ & - 0,5((L_{12}^2 + w_2^2 - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)^{1/2} - L_{12})(L_{12} \sin \beta_0 - w_2)/(L_{12}^2 + w_2^2 - \\ & - 2L_{12}w_2 \sin \beta_0)^{3/2} * (2w_2 - 2L_{12} \sin \beta_0) \end{aligned}$$

Známe tedy všechny členy rovnice (28). Jako základní posunutí w_0 zvolíme lineární metodou spočtenou hodnotu. Přesnost řešení závisí na počtu opakování, viz příloh 7-11, porovnávající přesnost Newtonovi a numerické metody při různých silách a různém počtu opakování.

Numerická metoda

Vysvětleme si nyní obecný princip numerické metody. Numerická metoda vychází z lineárního řešení a je vlastně tvořena posloupností těchto řešení. Představme si konstrukci na obr. 12.



Ačkoliv se pomocí lineární metody spočítají posuny, považujeme je za zanedbatelně malé a rovnováha sil platí na nezdeformované konstrukci. Ve skutečnosti ale konstrukce zdeformovaná je (třeba zanedbatelně), a tudíž rovnováha sil neplatí, nebo platí jen přibližně (viz obr. 13, kde „spodní“ normálové síly jsou zobrazeny pro nezdeformovanou konstrukci a „horní“ normálové síly jsou zobrazeny pro skutečně zdeformovanou konstrukci). Jak už bylo řečeno, numerická metoda je tvořena posloupností řešení (kroků) lineárních řešení. V prvním kroku se lineární metodou spočítají posuny jednotlivých styčnicků a normálové síly v jednotlivých prutech. V dalších krocích je postup obdobný, jen se počítá s novou geometrií konstrukce, navíc však ještě na styčnický kromě vnějších sil působí ještě normálové síly spočtené v prvním kroku. Každý další krok je analogický ke kroku druhému – počítá se s geometrií konstrukce určené v kroku předcházejícím a s normálovými silami taktéž z minulého kroku. Numerická metoda konverguje k přesnému řešení a stejně jako u Newtonovi metody závisí její přesnost na počtu opakování (kroků).

Numerická metoda pomocí programu Microsoft Excel

Viz přílohu 6. Celá oblast tabulky je rozdělena na jednotlivé kroky, příklad je řešením konstrukce z obr. 12. Explicitní hodnota znamená hodnotu zadávanou, čili měnitelnou.

Popisy ke kroku 1:

krok: v kroku 1 je krok 1

styčnick: číslo styčnicku a jeho souřadnice (x, z) . Souřadnice jsou explicitní hodnoty

prut: značení prutu, styčnický a a b , jejich souřadnice se rovnají souřadnicím styčnicků

EA: normálová tuhost průřezu v tahu/tlaku, explicitní hodnota

L: délka prutu, spočítá se ze souřadnic styčnicků a, b

L_{puv}: původní délka prutu, v kroku 1 se $L_{puv} = L$

n : normálová tuhost prutu v tahu/tlaku, $n = EA/L_{puv}$

α : úhel prutu ab od osy x , je důležitá orientace (nezaměňovat ab s ba), spočítá se ze souřadnic styčnicků, ale někdy je třeba jej ručně poopravit (pro úhly větší než $\pi/2$, ke spočtené záporné hodnotě se přičítá buď úhel π nebo $\pi/2$)

c : $c = \cos(\alpha)$

s : $s = \sin(\alpha)$

K : matice tuhosti prutu, viz rovnici (7), tučně jsou zobrazena kódová čísla sloupců a řádků

F_{puv} : Původní vnější silové zatížení, tučně vyznačena kódová čísla jednotlivých sil

F : celkové silové zatížení na styčnick, v kroku 1 se $F_{puv} = F$. Tučně vyznačena kódová čísla

K (v pravém dolním rohu): matice tuhosti konstrukce, sestavena podle kapitoly o lineárním řešení

$posuny$: dílčí posuny jednotlivého kroku odpovídající jednotlivým tučně vyznačeným

kódovým číslům, podle rovnice (8), tedy $[posuny] = [K]^{-1}[F]$

$posuny\ celk$: celkové styčnickové posuny odpovídající tučně vyznačeným kódovým číslům.

V kroku 1 se $posuny = posuny\ celk$

u_a, w_a, u_b, w_b : celkové posuny styčnicků a, b . Jsou rovny příslušným hodnotám z $posuny\ celk$ odpovídajícího kódového čísla

$puv\ poloha$: původní poloha jednotlivých styčnicků, odpovídající jednotlivým kódovým číslům, hodnota se rovná souřadnicím styčnicků a, b

N : normálová síla v prutu, $N = n \cdot \Delta L$. Zde se ovšem nepoužívá pro ΔL vzorec (10), který platí pro nezanedbatelné posuny, ale je nahrazen vzorcem

$$\Delta L_{ab} = ((x_b + u_b - x_a - u_a)^2 + (z_b + w_b - z_a - w_a)^2)^{1/2} - L_{ab} \quad (24)$$

Popis ke kroku 2:

$krok$: předchozí krok + 1

$styčnick$: číslo zůstává, souřadnice se oproti kroku 1 mění o posuny (ne posuny celk)

$prut, L, n, \alpha, c, s, K, posuny, u_a, w_a, u_b, w_b, N$: analogicky ke kroku 1

$EA, L_{puv}, F_{puv}, puv\ poloha$: hodnoty se rovnají hodnotám v kroku 1

$posuny\ celk$: celkové posuny, rovnají se celkovým posunům z předchozího kroku + dílčí posuny z aktuálního kroku

F : $K \cdot F_{puv}$ se navíc připočtou účinky normálových sil (spočtených v minulém kroku) působících na styčnick, a to z každého prutu který ze styčnicku vychází. Pro vodorovný směr (x) se normálová síla přenásobí kosinem směrového úhlu α , pro svislý směr (z) sinem, navíc platí pravidlo, že kde se počítaný styčnick shoduje se styčnickem a , tam se přenásobená normálová síla přičítá, se styčnickem b se odečítá.

Síly, souřadnice a normálová tuhost musí být zadávány v navzájem kompatibilních (případně stejných) jednotkách.

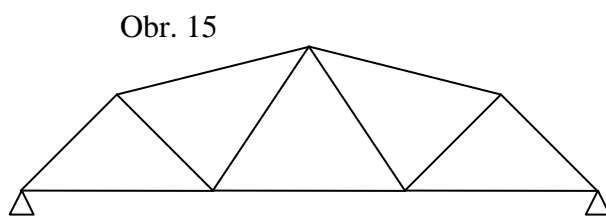
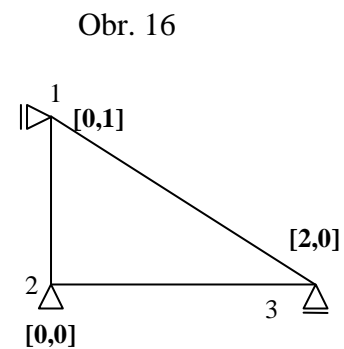
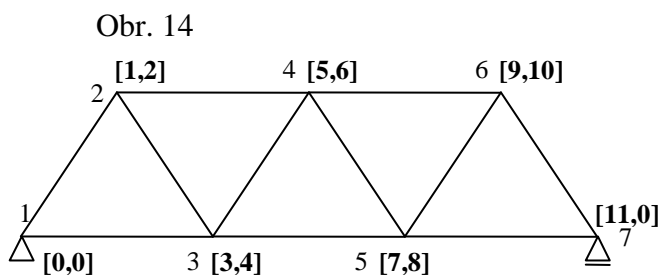
Jelikož všechny buňky v kroku 2 odkazují buď na krok 2 nebo na krok 1, další postup je takový, že celá oblast kroku 2 se zkopíruje o „patro“ níž tolikrát, kolik kroků se požaduje.

Nevýhodou tohoto konkrétního provedení numerické metody je, že při některých zadáních vycházejí nesmyslné výsledky (viz soubor Numerická metoda – symetrická konstrukce – nesmyslný výsledek.xls), poměrně složité „propojování“ buněk pro rozdílná zadání a to, že vnější vazby mohou být buď jen klouby, nebo podpory posuvné jen svisle či vodorovně (šikmou podporu tento program neumožňuje). Navíc se musí kontrolovat správnost spočítaných úhlů pro úhly větší než 90° . Výhodou je, že ve většině případů je metoda spolehlivá, podává výsledky i pro relativně složitější konstrukce (viz soubory Numerická metoda – konstrukce1.xls a Numerická metoda – konstrukce3.xls), pro konkrétní propojení

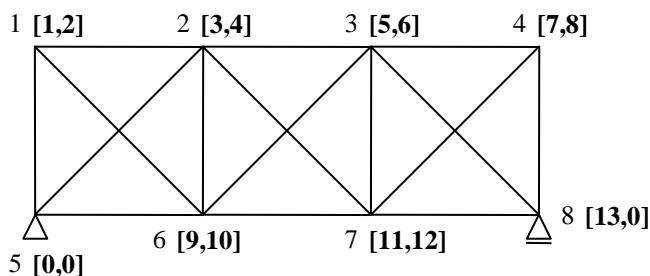
styčnicků lze libovolně měnit geometrii a to, že konverguje srovnatelně rychle s metodou Newtonovou (viz příloha 7-11 případně soubor Konvergence.xls).

V přílohách 7-11 je v grafu, srovnávajícím Newtonovu a numerickou metodu, na ose x počet kroků, na ose y podíl přesného řešení v procentech pro jednotlivé síly, přičemž „mezni“ síla se rovná asi 4,15.

Konstrukce pro soubor Numerická metoda – konstrukce 1 je na obr. 14, snadnou změnou souřadnic styčnicků můžeme spočítat konstrukci z obr. 15. V souboru Numerická metoda – konstrukce 2 je řešena konstrukce z obr. 16 (tataž konstrukce je řešena v přednáškách pana prof. Jiráka – sm3-4.pdf), v souboru Numerická metoda – konstrukce 3 je řešena konstrukce z obr. 17.



Obr. 17



Souřadný systém
volený pro obr. 14-17

