Pružnost a pevnost

Seminární práce

Téma: Výpočet maximálního momentu v průřezu pro materiál se změkčením, aplikace na nadkriticky vyztužený železobetonový průřez, zkoumání rozměrového efektu.

Vedoucí práce: Prof. Ing. Milan Jirásek, DrSc.

Vypracoval: Jan Havelka

12. ledna 2010

1. Výpočet maximálního momentu v průřezu pro materiál se změkčením

2. Rozměrový efekt

3. Aplikace na nadkriticky vyztužený železobetonový průřez

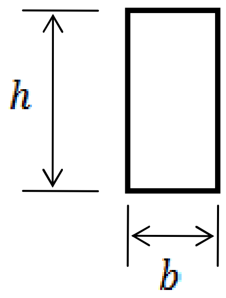
1. Výpočet maximálního momentu v průřezu pro materiál se změkčením

2. Rozměrový efekt

3. Aplikace na nadkriticky vyztužený železobetonový průřez

Základní předpoklady:

– Průřez



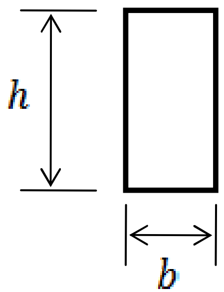
1. Výpočet maximálního momentu v průřezu pro materiál se změkčením

2. Rozměrový efekt

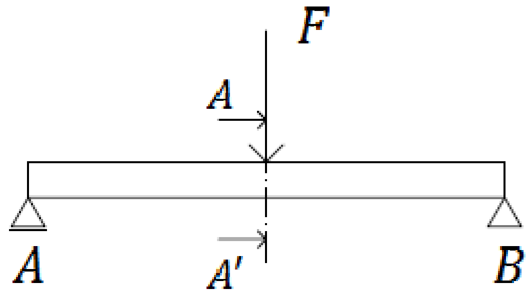
3. Aplikace na nadkriticky vyztužený železobetonový průřez

Základní předpoklady:

– Průřez



– Zatížení, vyšetřovaný průřez



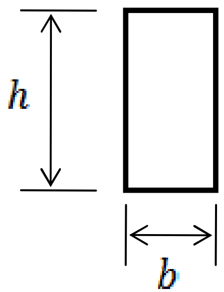
1. Výpočet maximálního momentu v průřezu pro materiál se změkčením

2. Rozměrový efekt

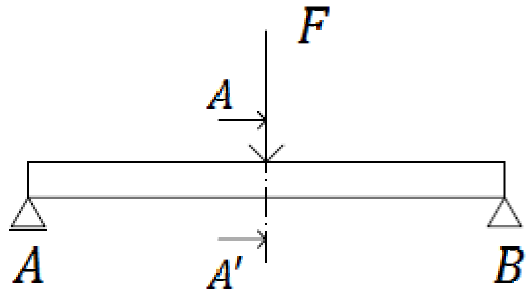
3. Aplikace na nadkriticky vyztužený železobetonový průřez

Základní předpoklady:

– Průřez

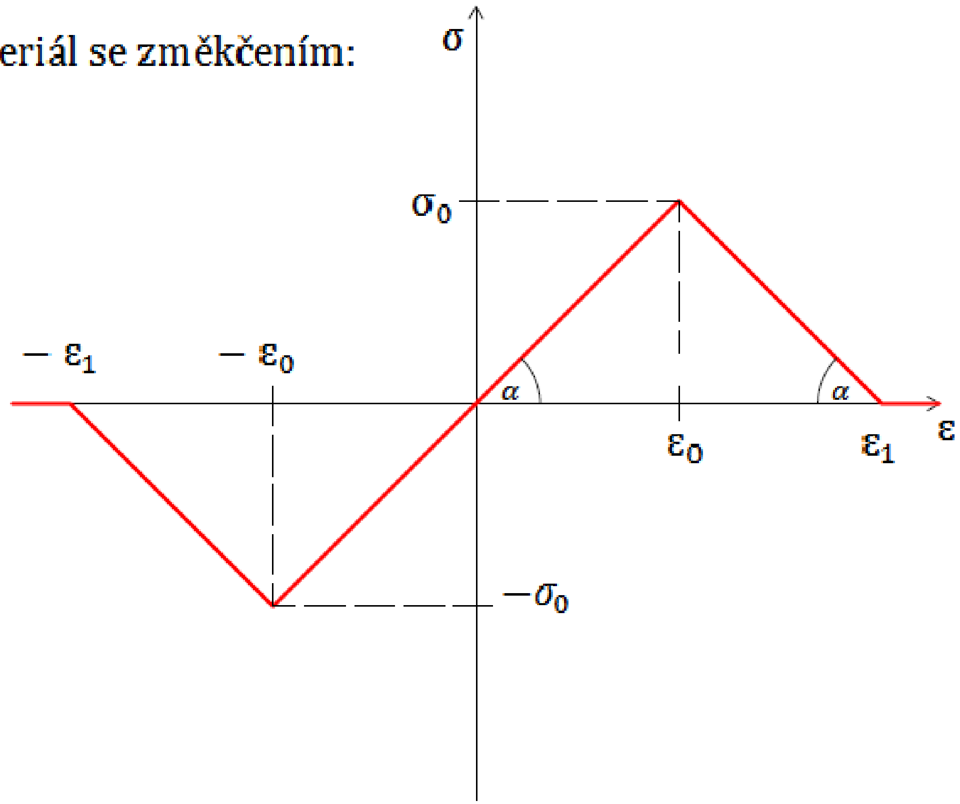


– Zatížení, vyšetřovaný průřez

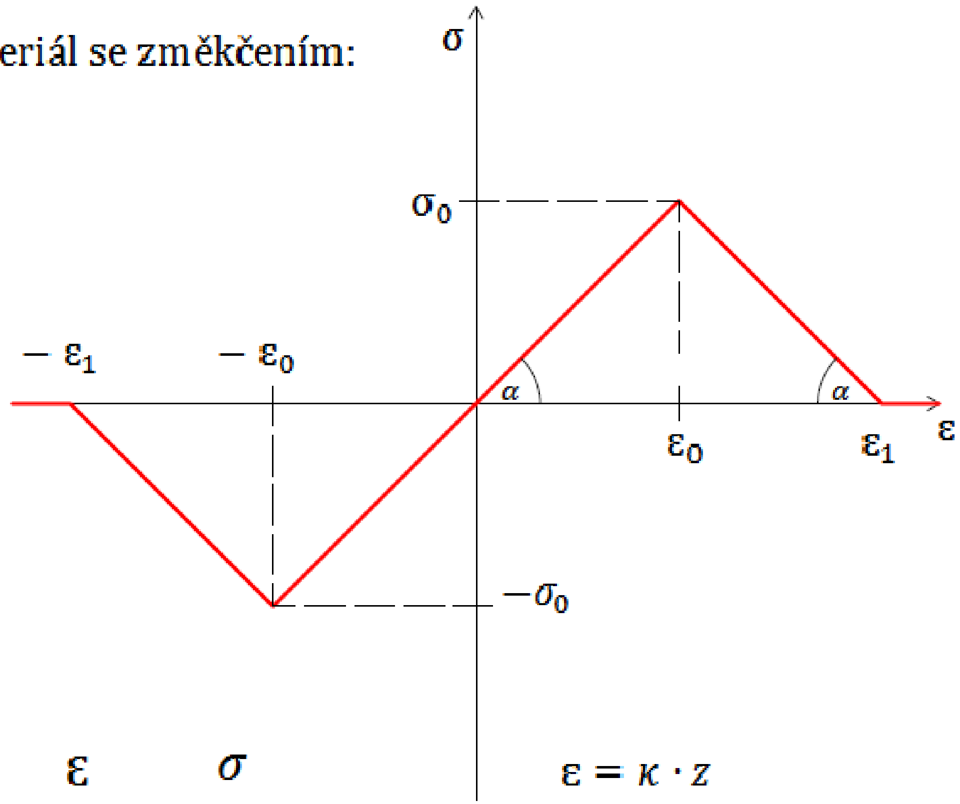


– Pracovní diagram

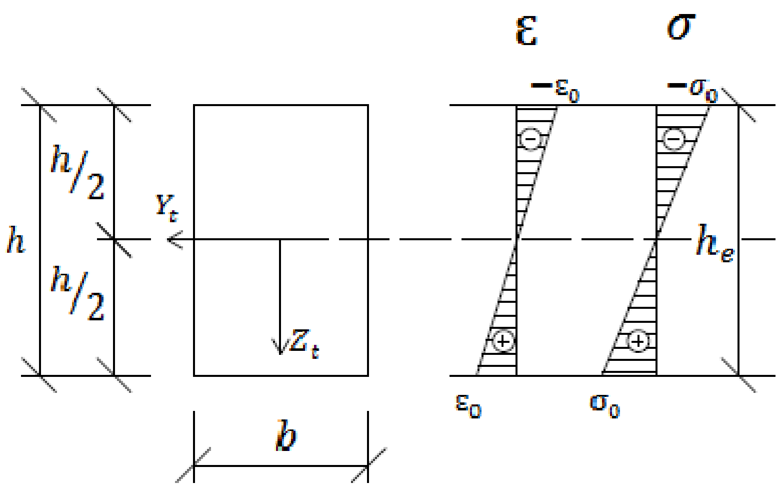
Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



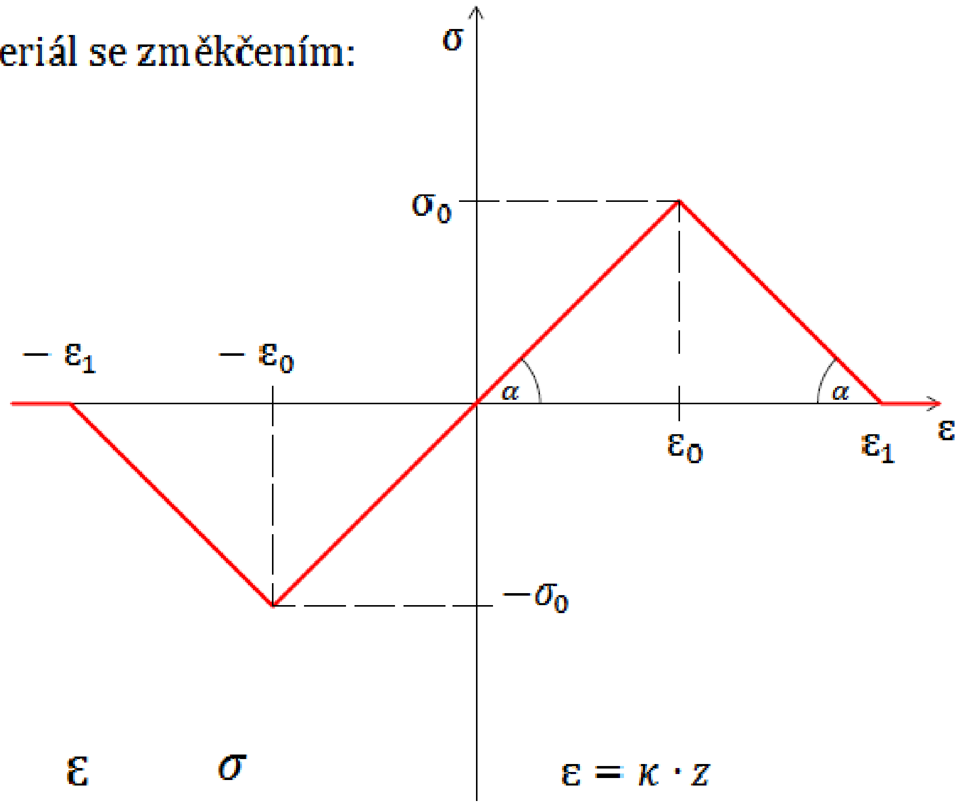
Výpočet momentu pro materiál se změkčením:

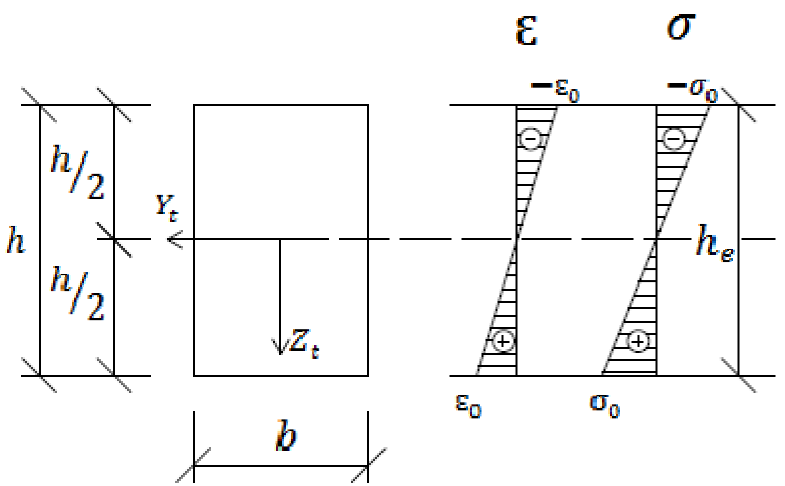


$$\varepsilon = \kappa \cdot z$$



Výpočet momentu pro materiál se změkčením:





$$\varepsilon = \kappa \cdot z$$

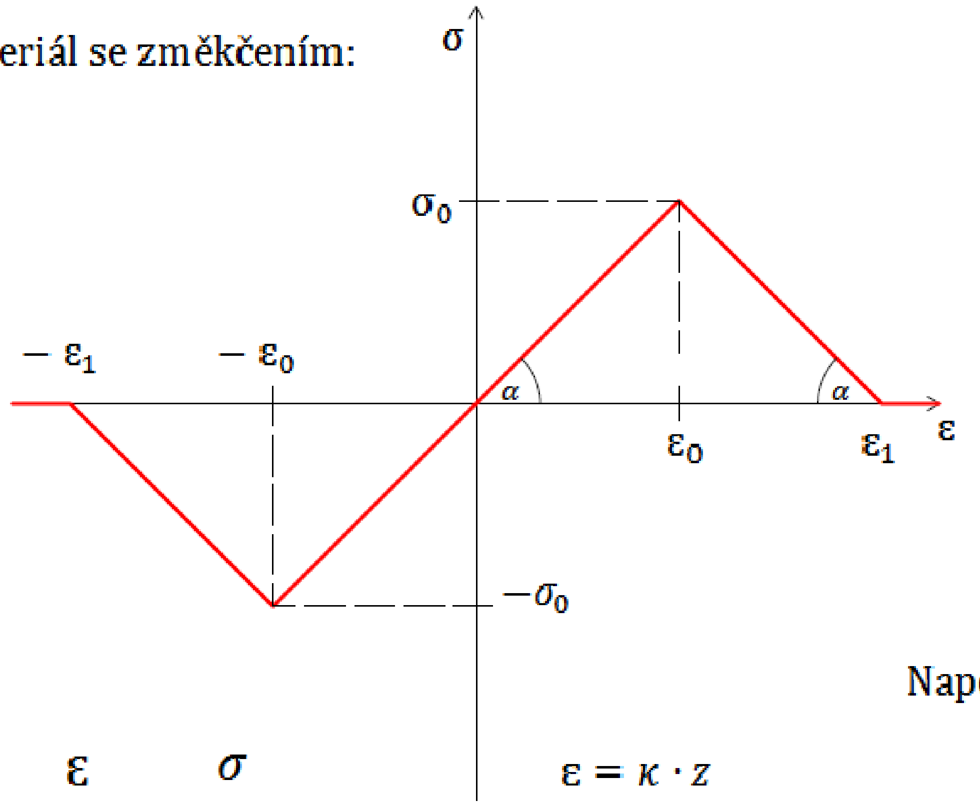
$$\varepsilon_0 = \kappa \cdot \frac{h_e}{2}$$

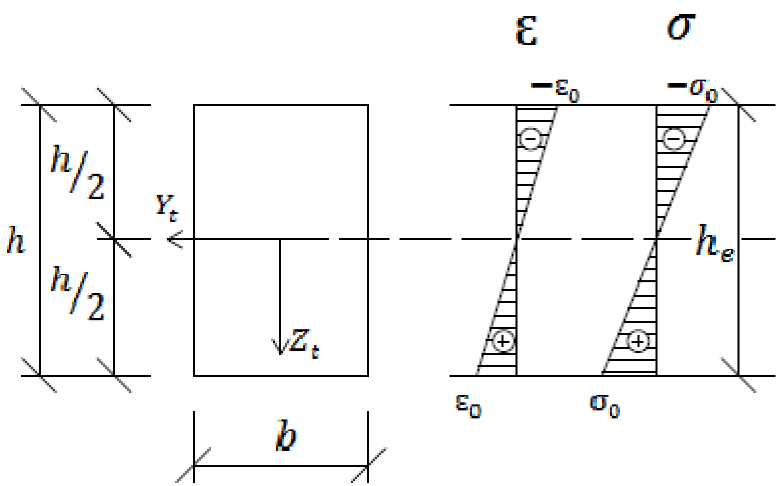
$$\boxed{\kappa = \frac{2\varepsilon_0}{h_e}}$$

$$h_e \to h$$

$$\kappa = \frac{2\varepsilon_0}{h}$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:





$$\varepsilon = \kappa \cdot z$$

$$\varepsilon_0 = \kappa \cdot \frac{h_e}{2}$$

$$\boxed{\kappa = \frac{2\varepsilon_0}{h_e}}$$

$$h_e \rightarrow h$$

$$\kappa = \frac{2\varepsilon_0}{h}$$

Napětí v průřezu:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

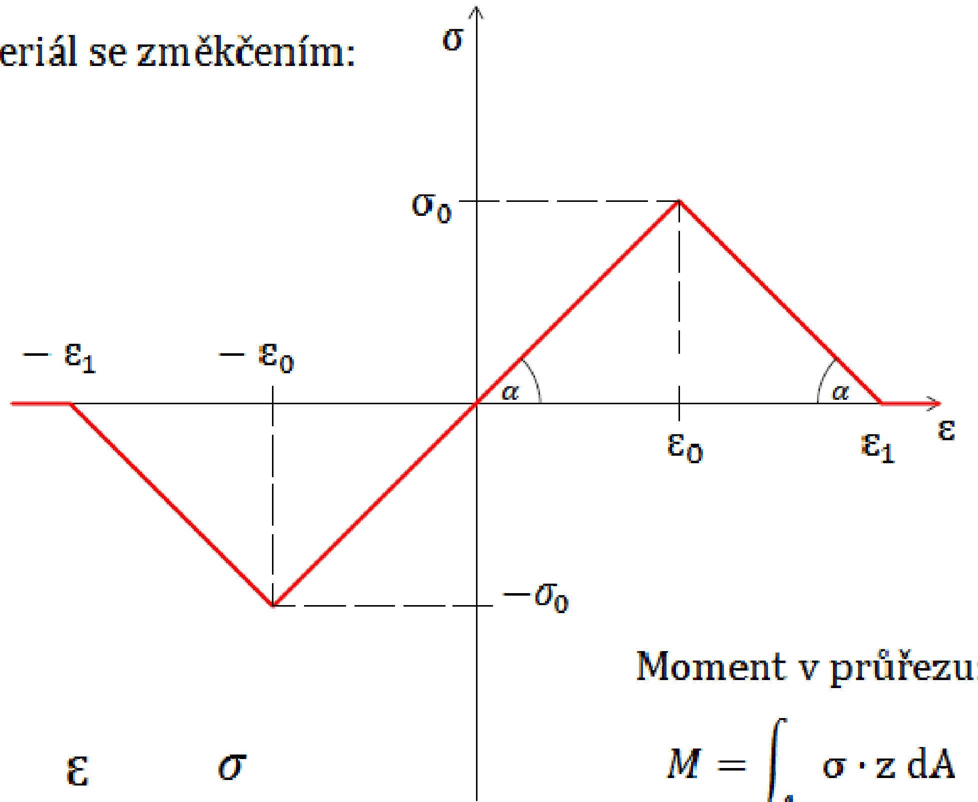
$$\sigma_0 = E \cdot \varepsilon_0$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$$

$$\sigma = E \cdot \frac{2\,\frac{\sigma_0}{E}}{h_e} \cdot z$$

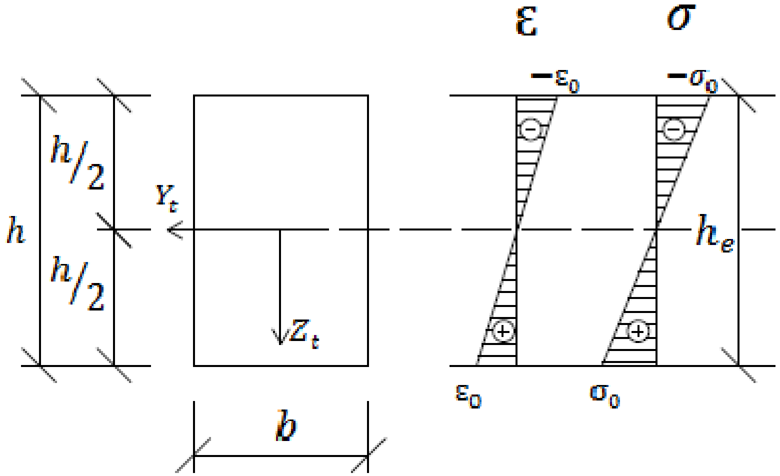
$$\sigma_{el} = \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:

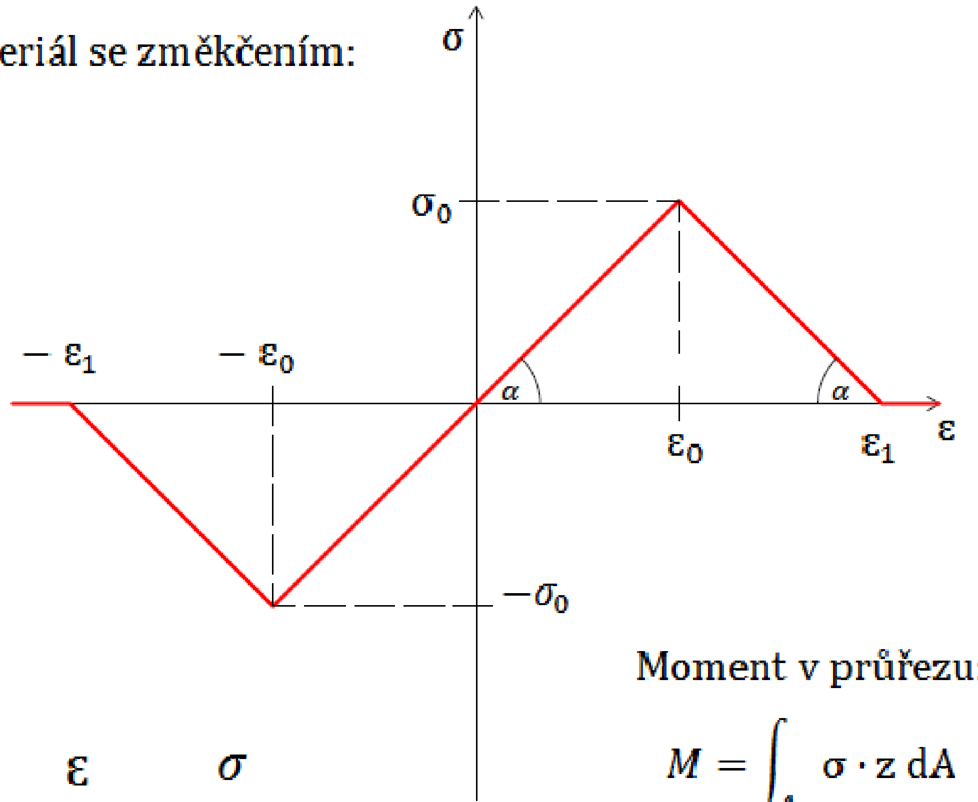


Moment v průřezu:

$$M = \int_A \sigma \cdot z \, dA$$



Výpočet momentu pro materiál se změkčením:

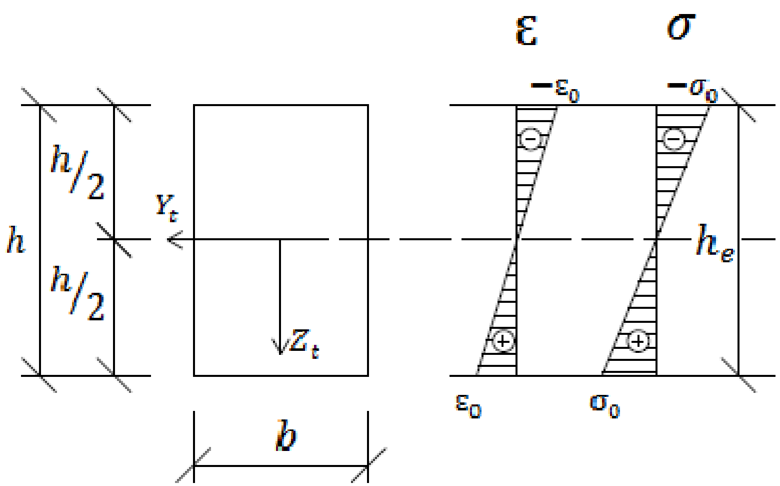


Moment v průřezu:

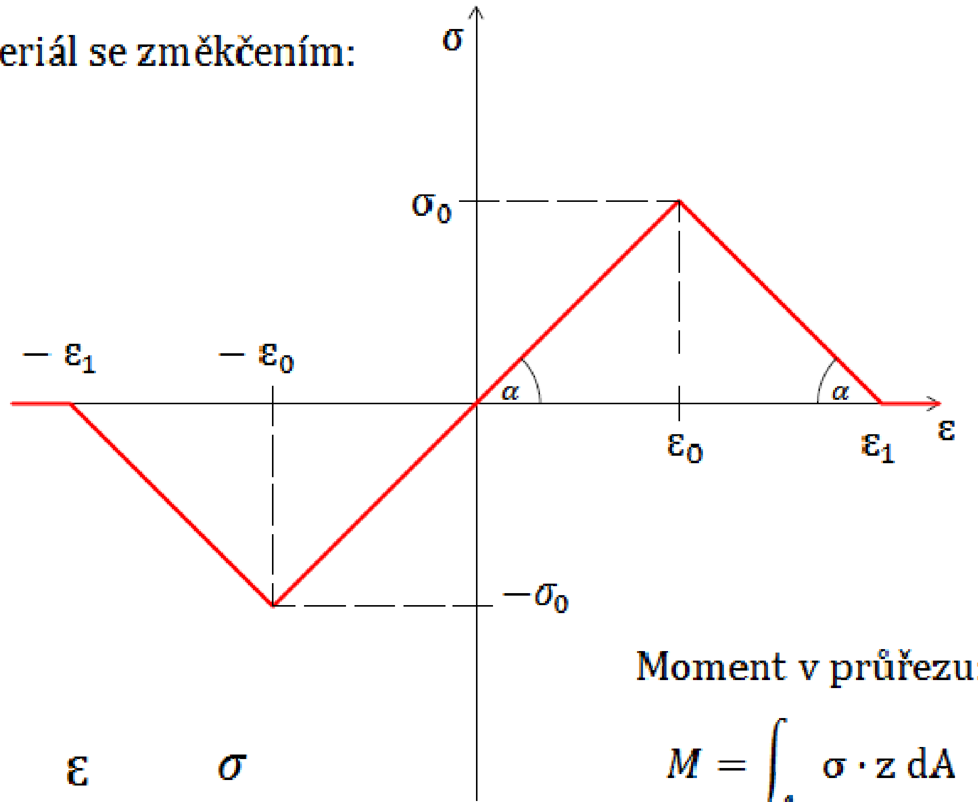
$$M = \int_A \sigma \cdot z \, dA$$

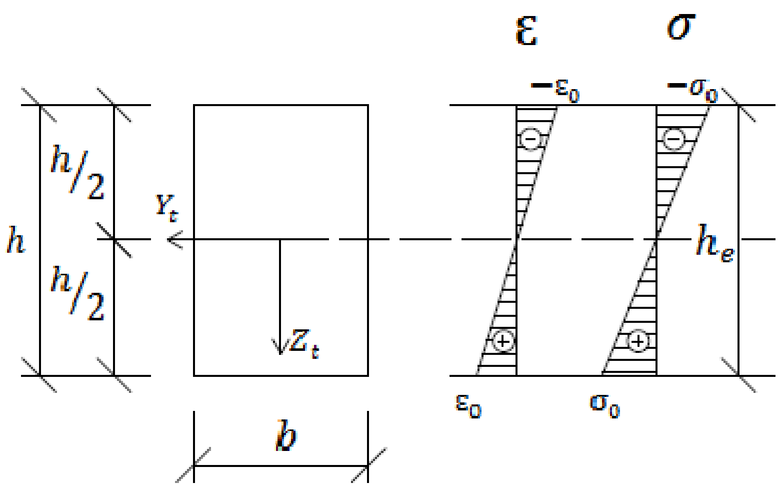
$$M = 2b \int_0^{\frac{h_e}{2}} \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z^2 \, dz$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h_e^2}{6}$$



Výpočet momentu pro materiál se změkčením:





Moment v průřezu:

$$M = \int_A \sigma \cdot z \, dA$$

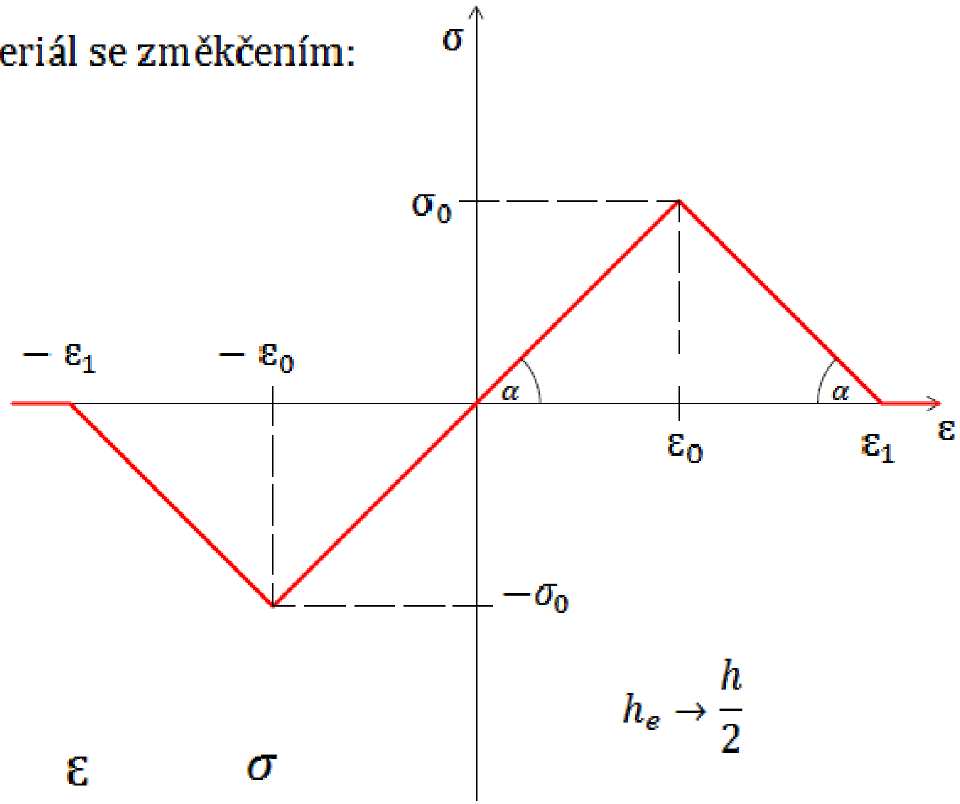
$$M = 2b \int_0^{\frac{h_e}{2}} \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z^2 \, dz$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h_e^2}{6}$$

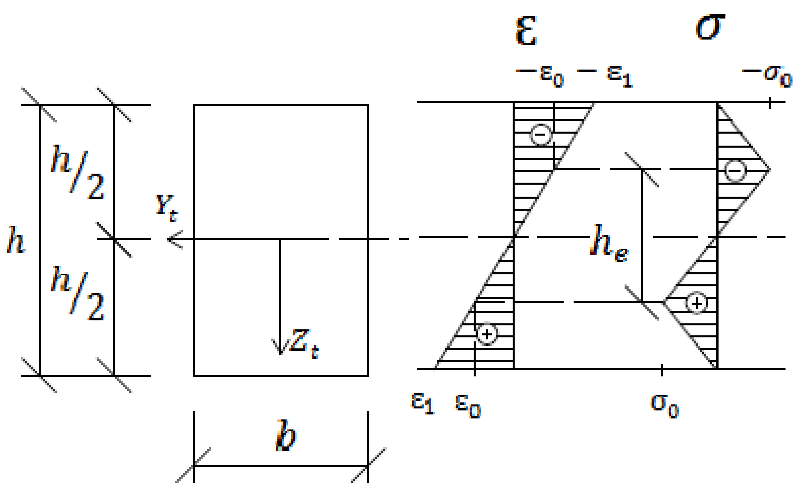
$$h_e \to h \qquad (h_e \in h)$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h^2}{6}$$

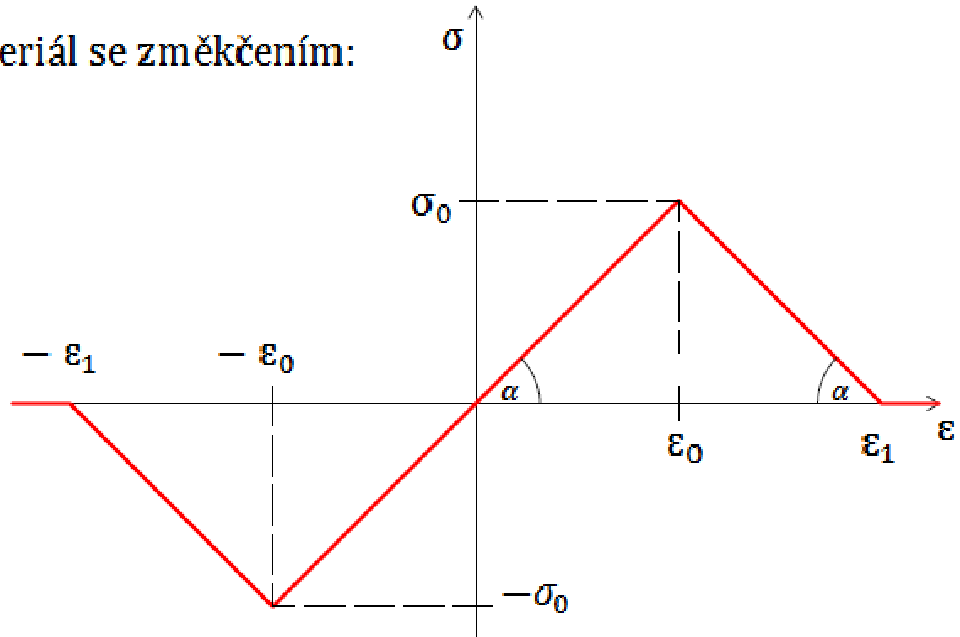
Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



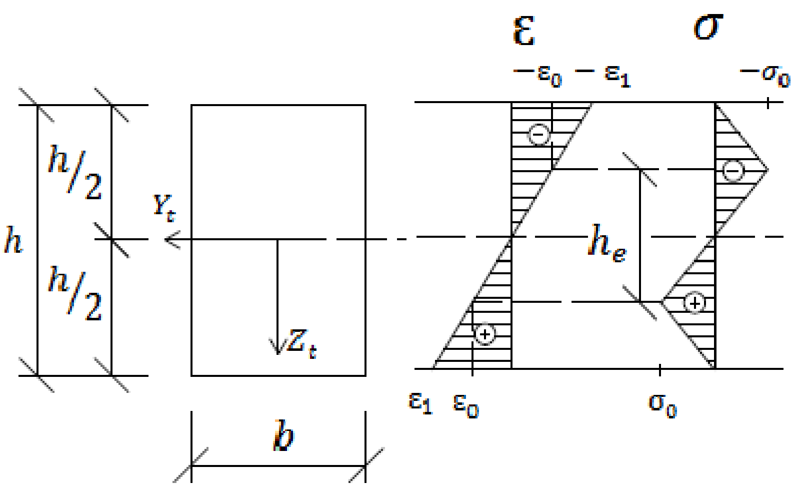
$$h_e \rightarrow \frac{h}{2} \qquad \kappa = \frac{4\varepsilon_0}{h}$$



Výpočet momentu pro materiál se změkčením:

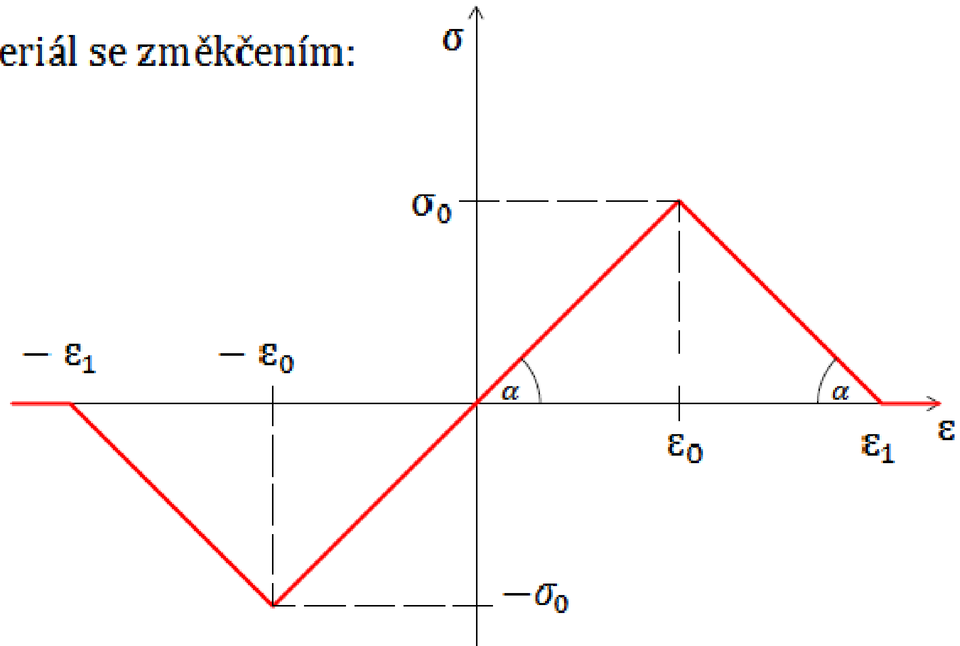


$$h_e \rightarrow \frac{h}{2} \qquad \kappa = \frac{4\varepsilon_0}{h}$$

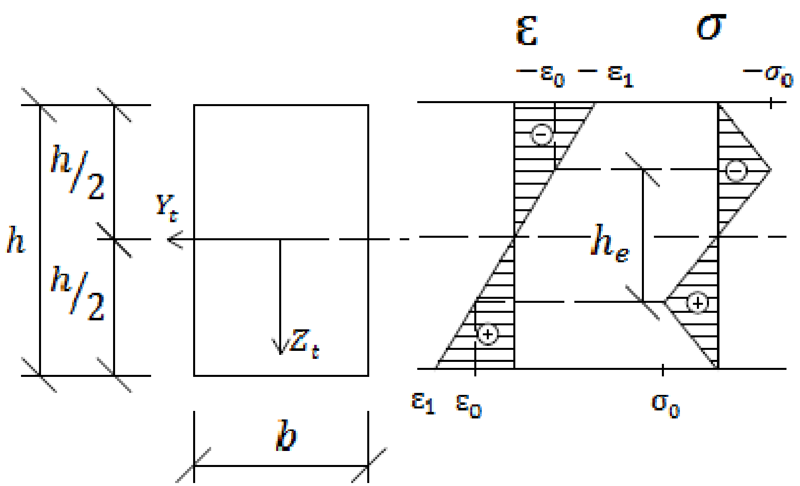


$$\sigma_z = 2\sigma_0 - \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



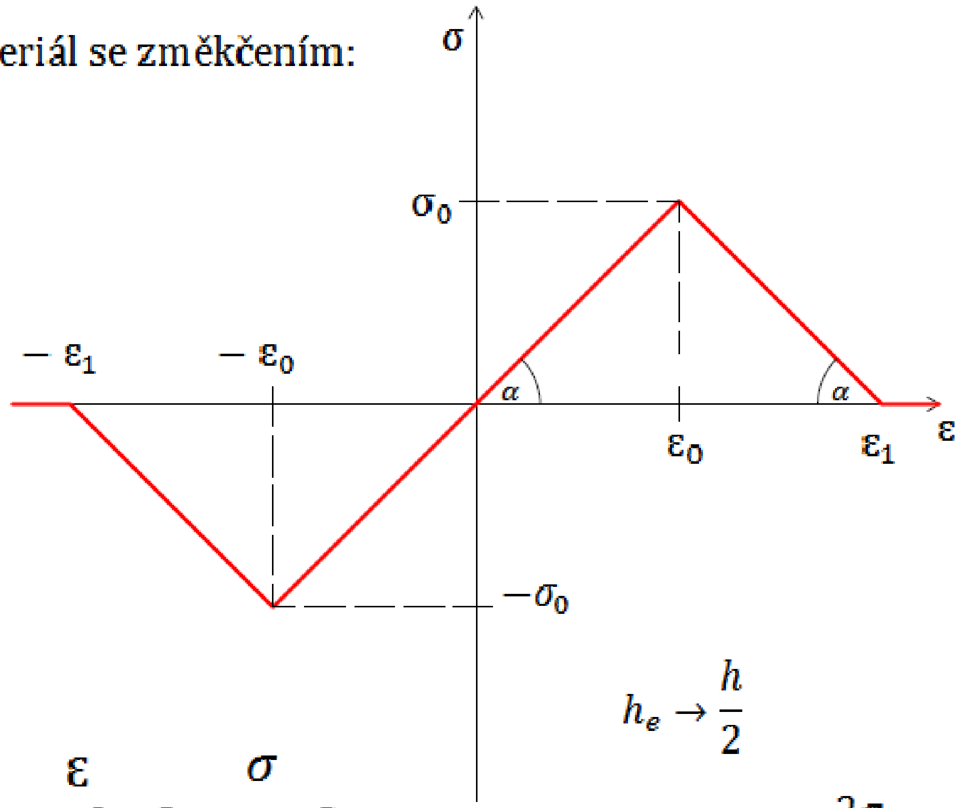
$$h_e \rightarrow \frac{h}{2} \qquad \kappa = \frac{4\varepsilon_0}{h}$$



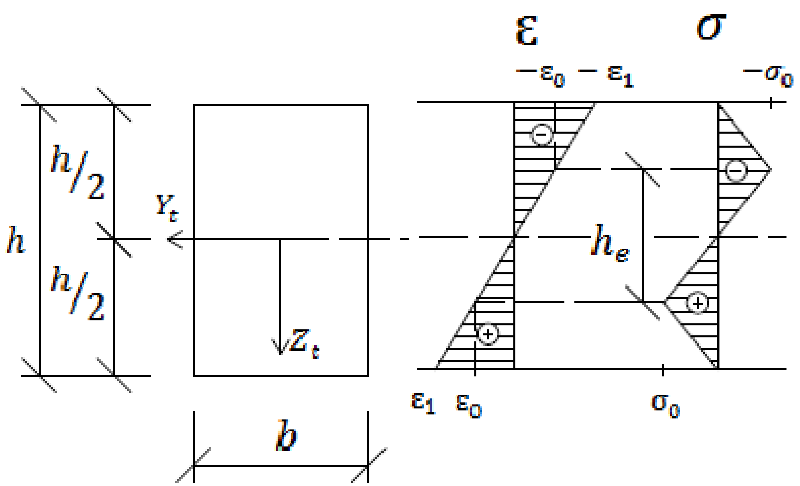
$$\sigma_z = 2\sigma_0 - \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

$$M = 2\mathrm{b}\left(\int_0^{\frac{h_e}{2}} \sigma_{el} \cdot \mathrm{z}\,\mathrm{dz} + \int_{\frac{h_e}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_z \cdot \mathrm{z}\,\mathrm{dz} \right)$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



$$h_e \to \frac{h}{2} \qquad \kappa = \frac{4\varepsilon_0}{h}$$

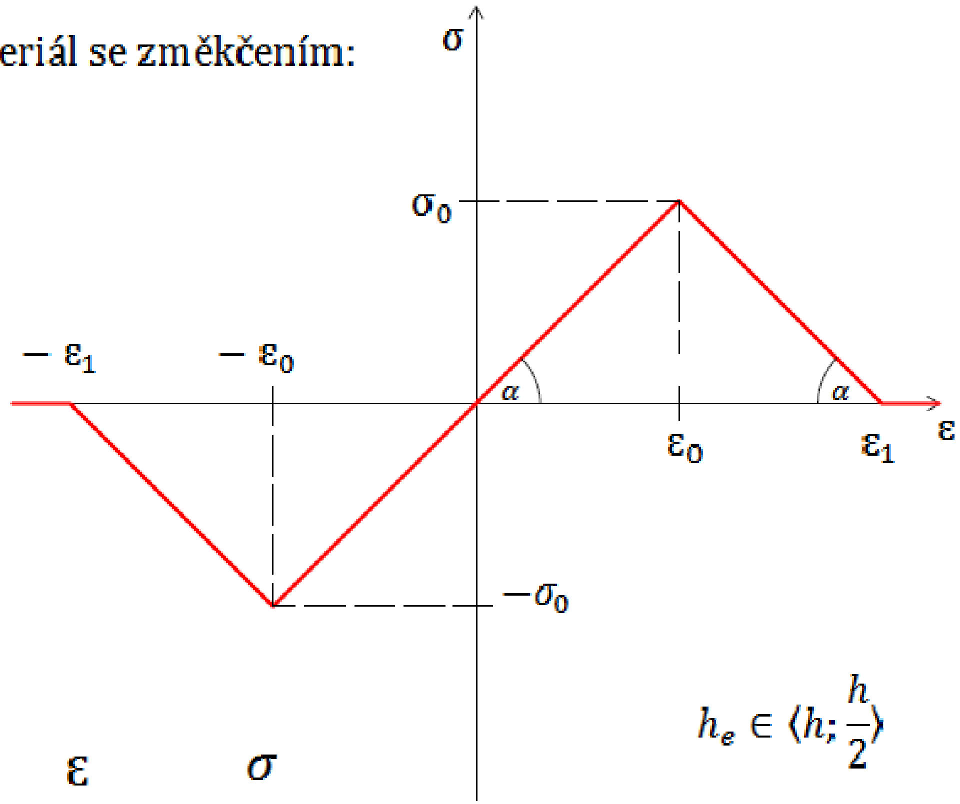


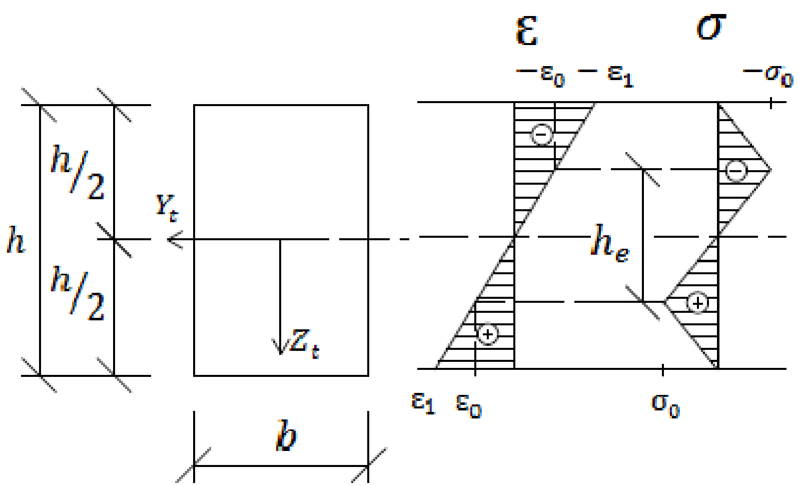
$$\sigma_z = 2\sigma_0 - \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

$$M = 2\mathrm{b}\left(\int_0^{\frac{h_e}{2}} \sigma_{el} \cdot \mathrm{z\,dz} + \int_{\frac{h_e}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_z \cdot \mathrm{z\,dz}\right)$$

$$M = \overbrace{\frac{\sigma_0 b h_e^2}{6}}^{M_{el}} - \overbrace{\frac{\sigma_0 b(2h_e^3 - 3h_e h^2 + h^3)}{6h_e}}^{M_z}$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



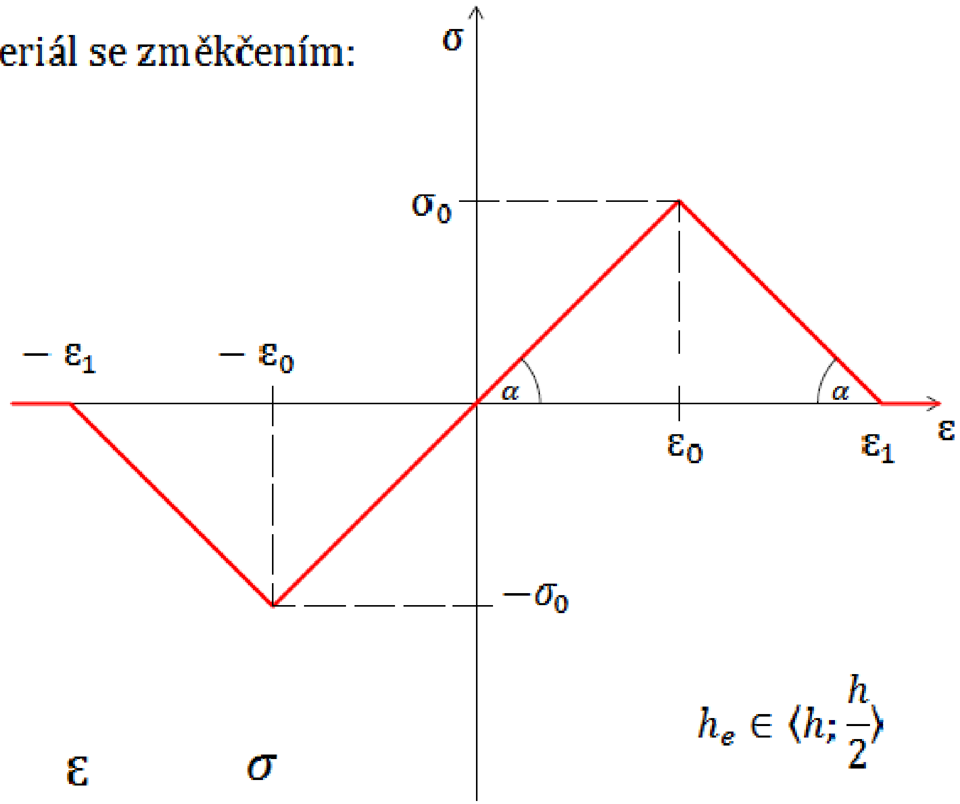


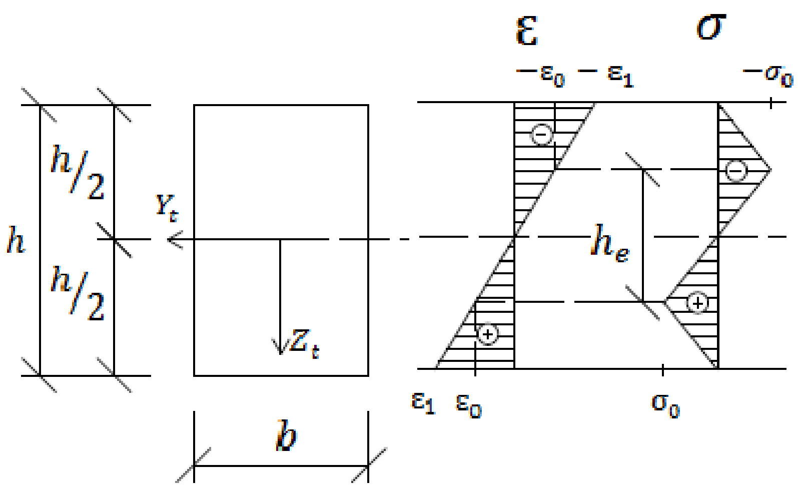
$$h_e \in \langle h; \frac{h}{2} \rangle$$

$$h_e \to \frac{h}{2}$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h^2}{8}$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:





$$h_e \in \langle h; \frac{h}{2} \rangle$$

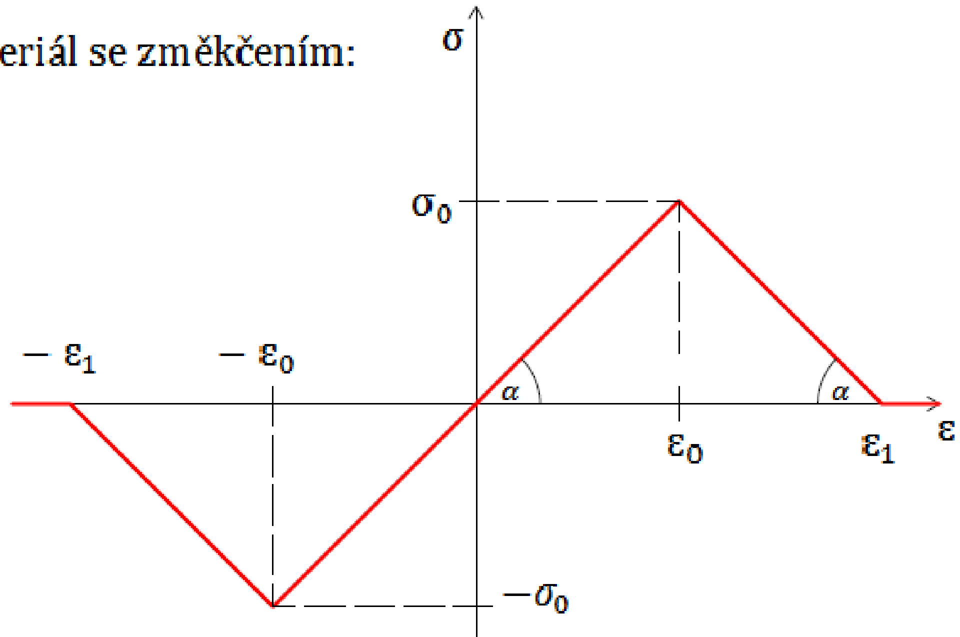
$$h_e \to \frac{h}{2}$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h^2}{8}$$

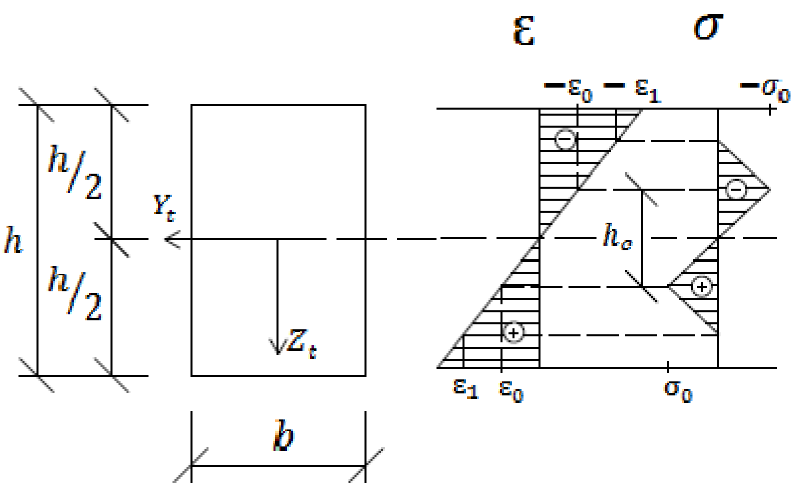
$$h_e \to h$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h^2}{6}$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:

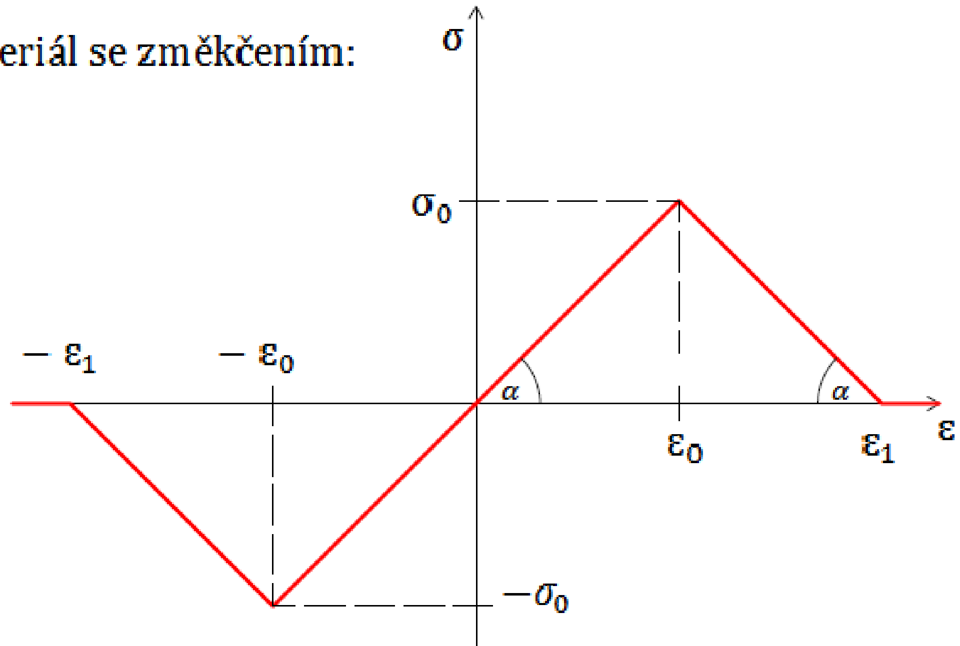


$$h_e \to \frac{h}{4} \qquad \kappa = \frac{8\varepsilon_0}{h}$$

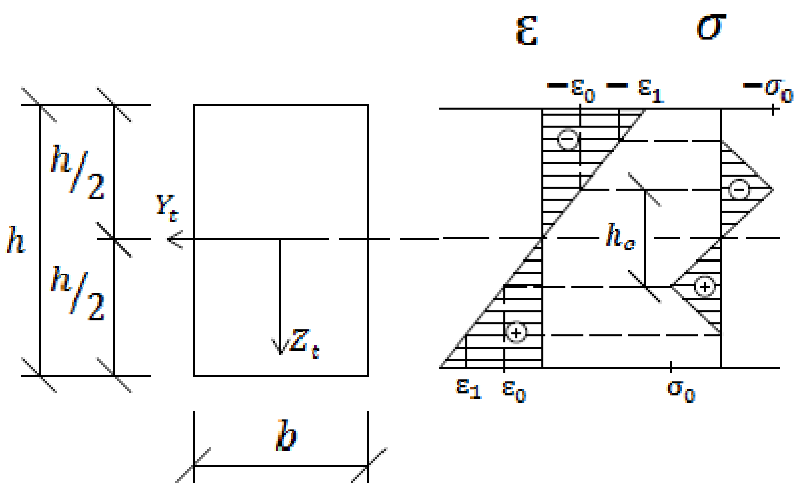


$$M = 2b\left(\int_0^{\frac{h_e}{2}} \sigma_{el} \cdot z\,dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{h_e} \sigma_z \cdot z\,dz\right)$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



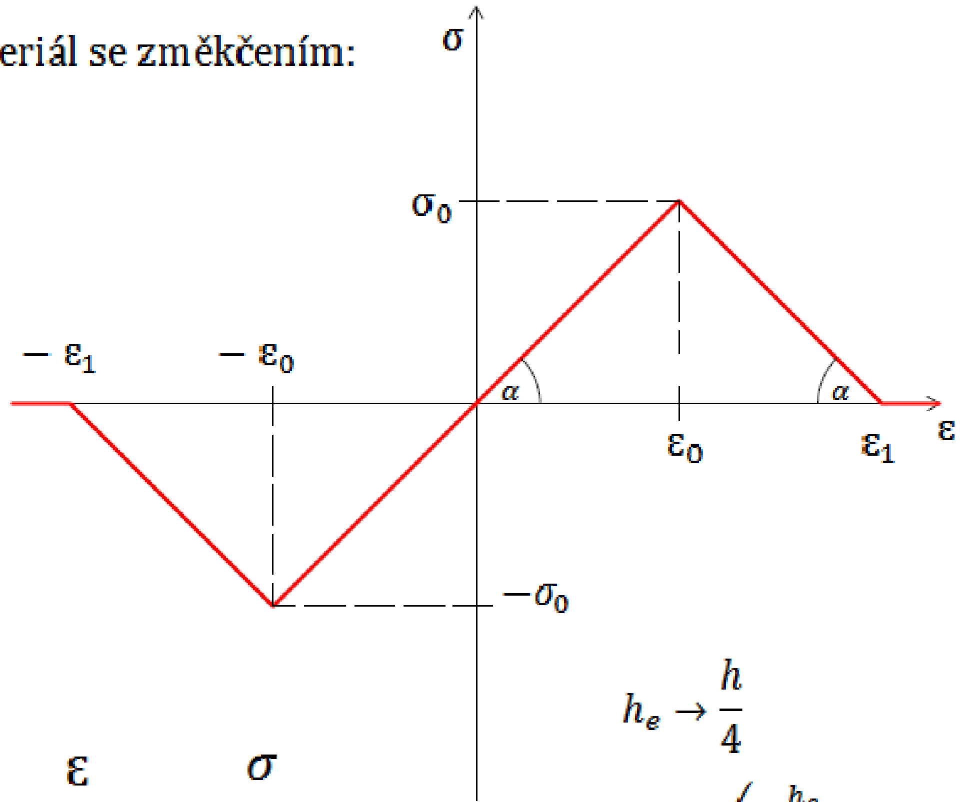
$$h_e \rightarrow \frac{h}{4} \qquad \kappa = \frac{8\varepsilon_0}{h}$$



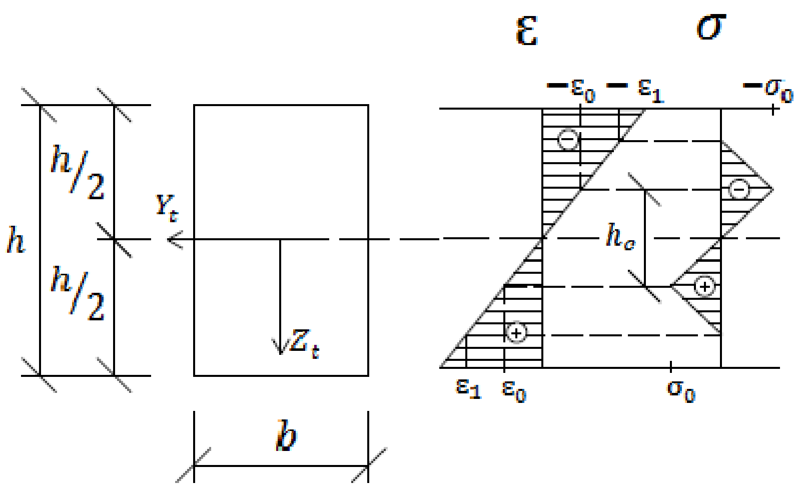
$$M = 2\mathrm{b}\left(\int_0^{\frac{h_e}{2}} \sigma_{el} \cdot \mathrm{z}\ \mathrm{dz} + \int_{\frac{h_e}{2}}^{h_e} \sigma_z \cdot \mathrm{z}\ \mathrm{dz}\right)$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h_e^2}{2}$$

Výpočet momentu pro materiál se změkčením:



$$h_e \to \frac{h}{4} \qquad \kappa = \frac{8\varepsilon_0}{h}$$



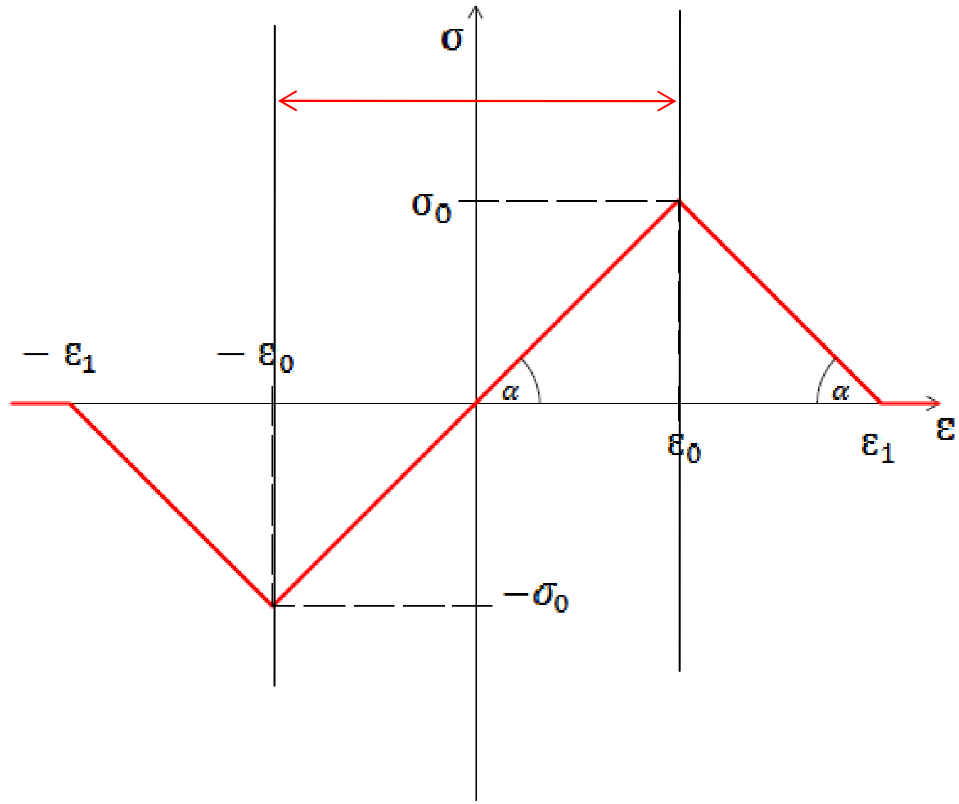
$$M = 2b\left(\int_0^{\frac{h_e}{2}} \sigma_{el} \cdot z\,dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{h_e} \sigma_z \cdot z\,dz\right)$$

$$M = \frac{\sigma_0 b h_e^2}{2}$$

$$h_e \in \langle \frac{h}{2} ; 0 \rangle$$

Vyjádření momentu na křivosti κ

$M = EI\kappa \qquad \kappa \in \langle 0; \frac{2\varepsilon_0}{h} \rangle$

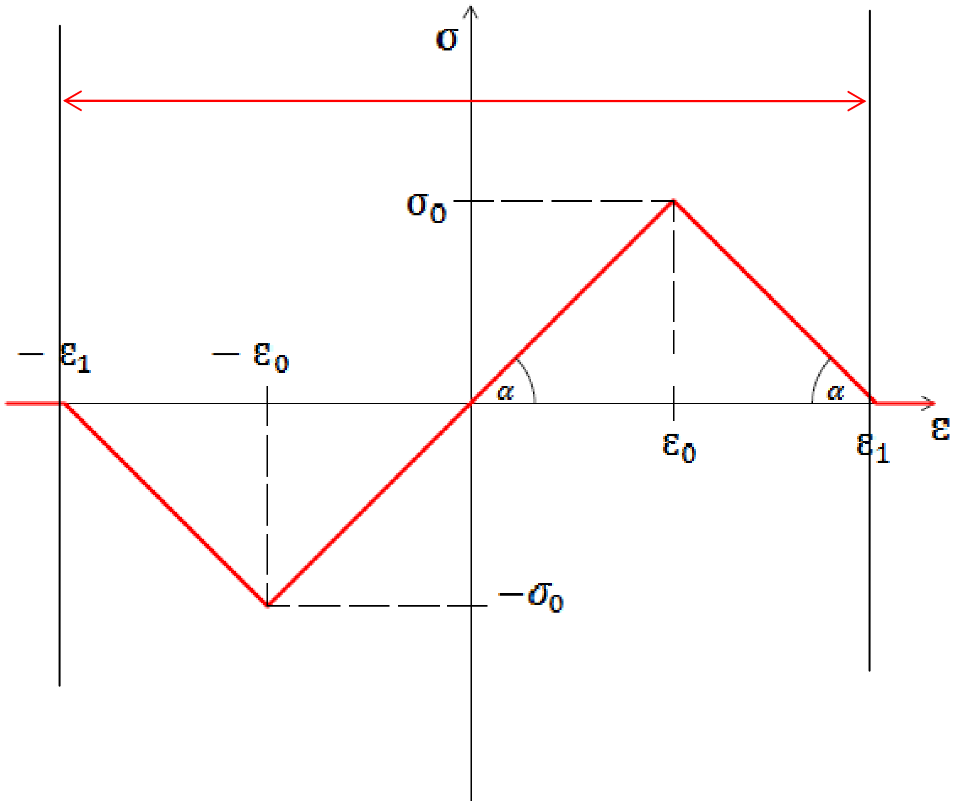


Vyjádření momentu na křivosti κ

$$M = EI\kappa \qquad \kappa \in \langle 0; \frac{2\varepsilon_0}{h} \rangle$$

$$M = -\frac{\sigma_0 b (h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}$$

$$\kappa \in \langle \frac{2\varepsilon_0}{h}; \frac{4\varepsilon_0}{h} \rangle$$



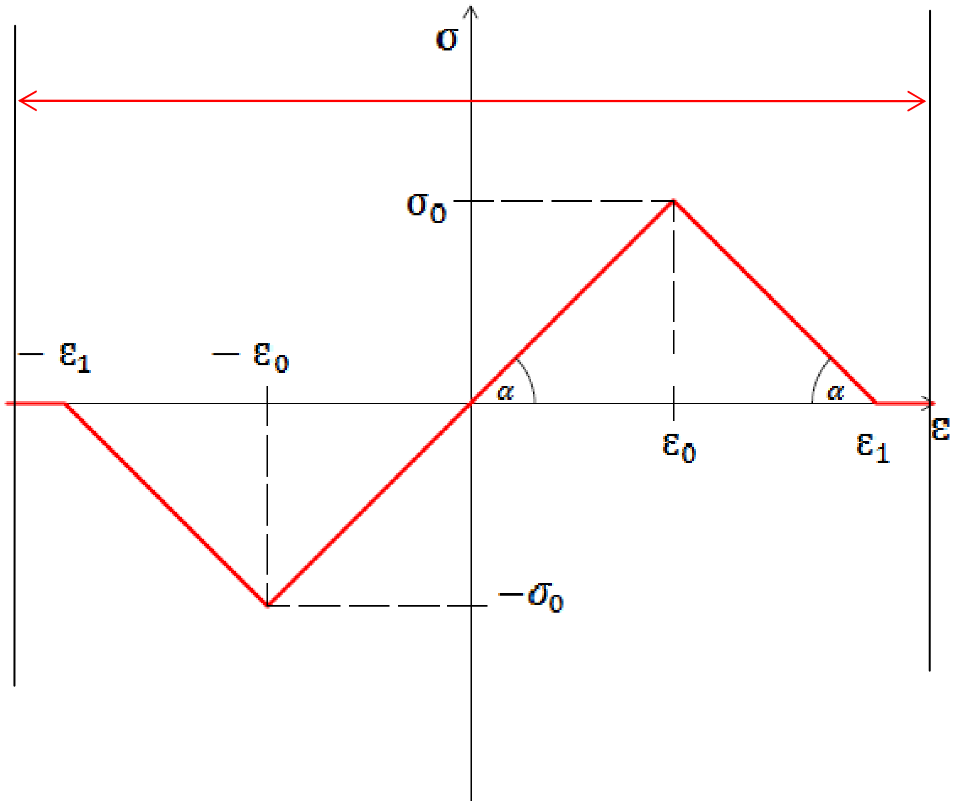
Vyjádření momentu na křivosti κ

$$M = EI\kappa \qquad \kappa \in \langle 0; \frac{2\varepsilon_0}{h} \rangle$$

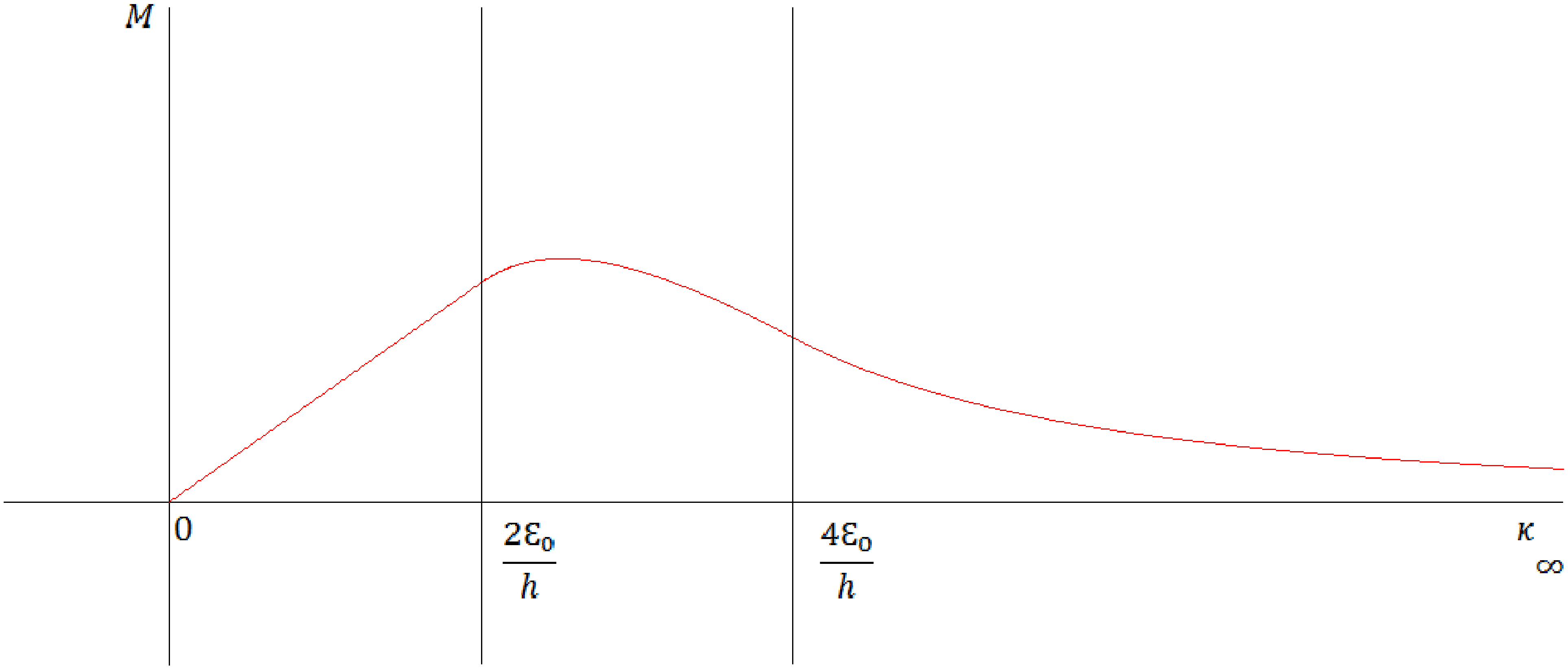
$$M = -\frac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}$$

$$\kappa \in \langle \frac{2\varepsilon_0}{h}; \frac{4\varepsilon_0}{h} \rangle$$

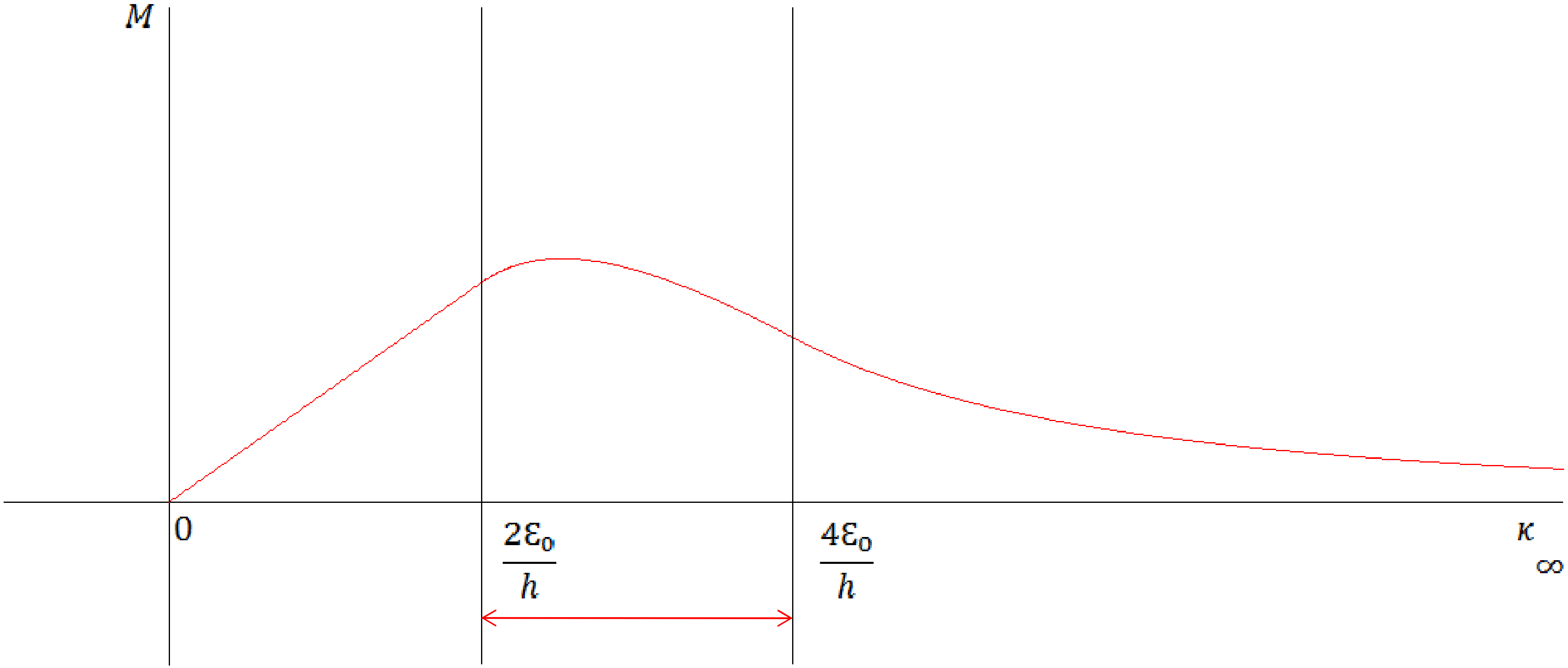
$$M = \frac{2\sigma_0 b\varepsilon_0^2}{\kappa^2} \qquad \kappa \in \langle \frac{4\varepsilon_0}{h}; \infty \rangle$$



Graf M(κ):

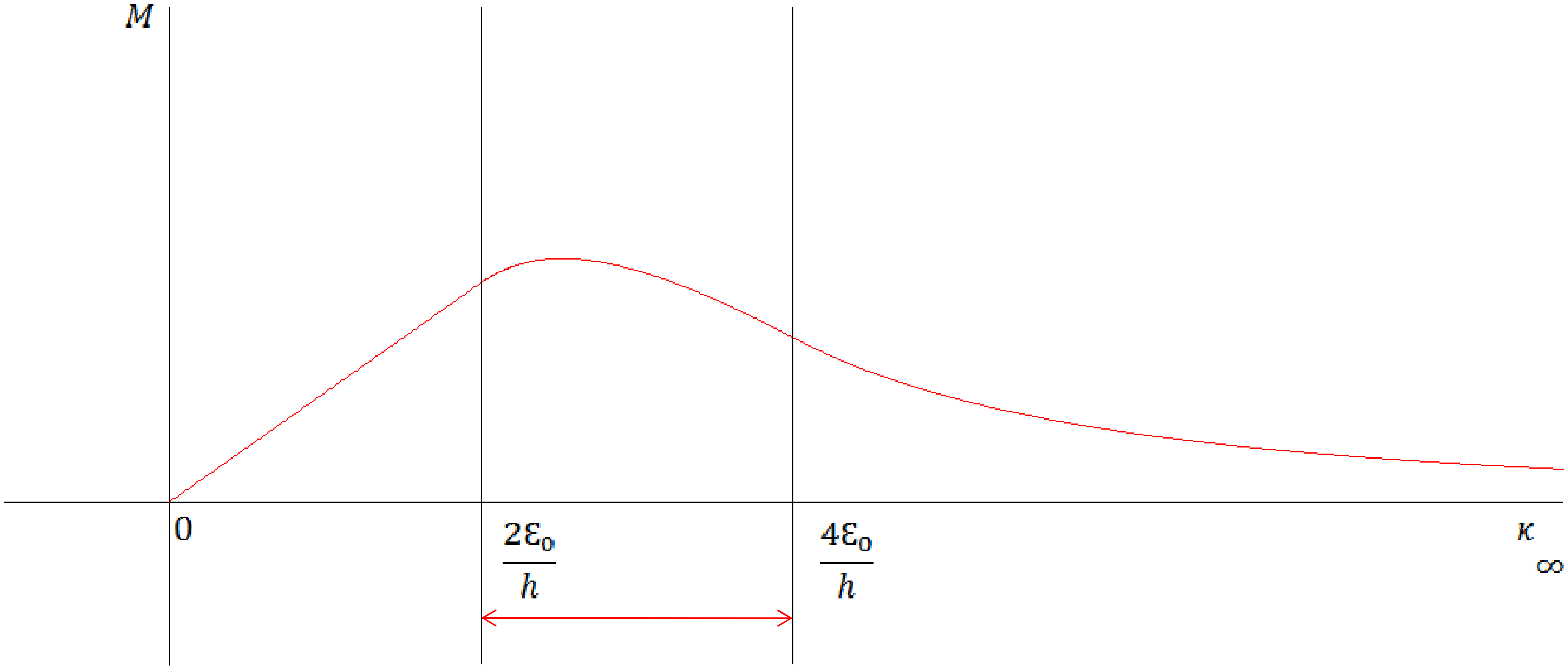


Graf M(κ):



Hledání extrému: $M = -\frac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}$

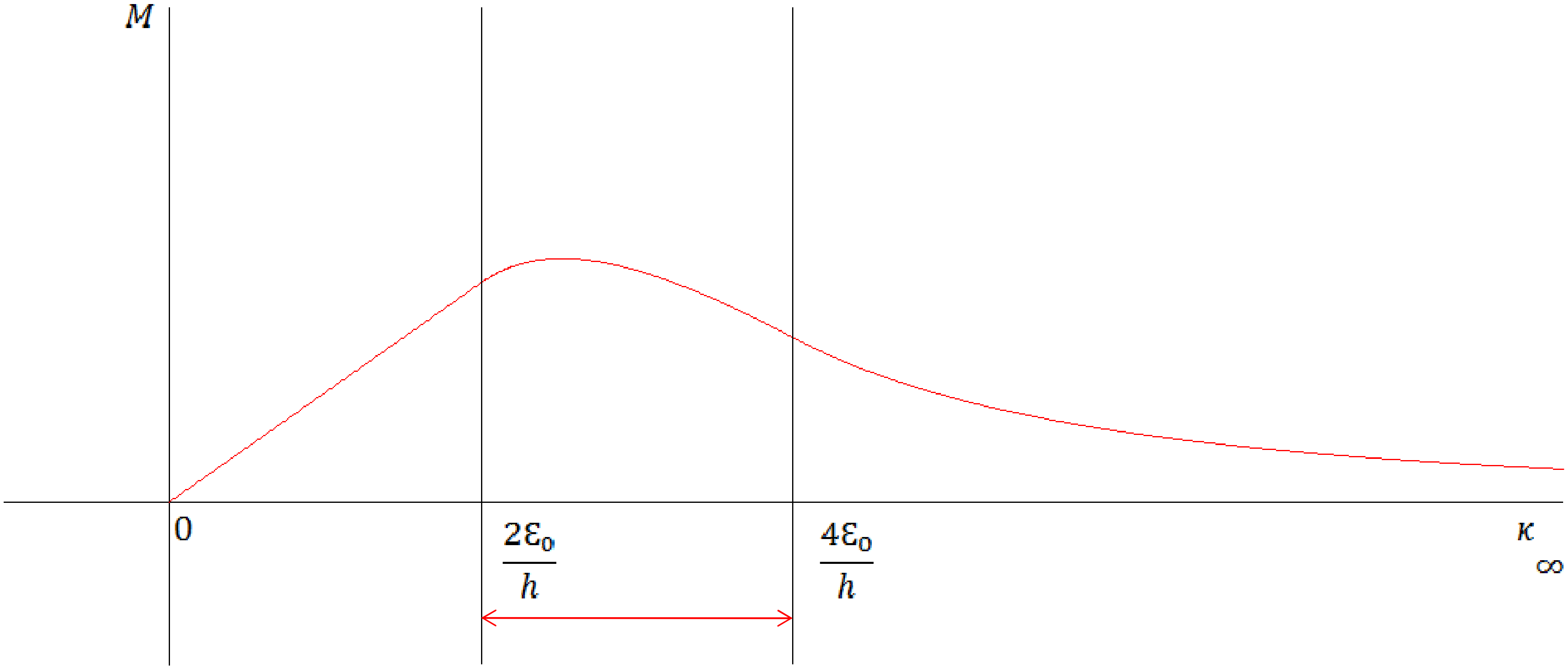
Graf M(κ):



Hledání extrému: $M = -\dfrac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}$

$$\frac{dM}{d\kappa}\left(-\frac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}\right) = 0 \qquad \dots \qquad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{2}\varepsilon_0}{h}$$

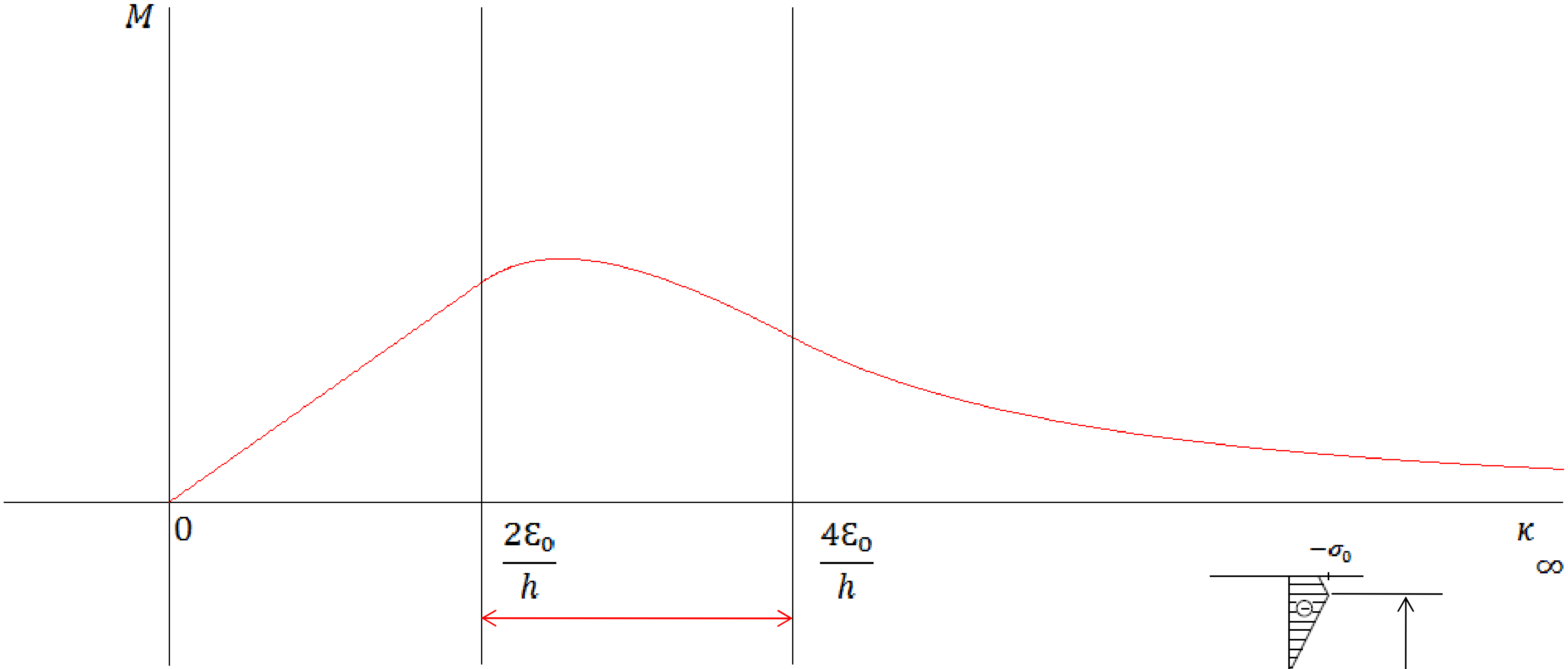
Graf M(κ):

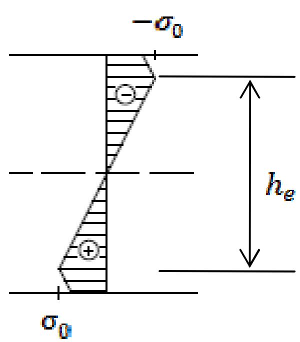


Hledání extrému: $M = -\dfrac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}$

$$\frac{dM}{d\kappa}\left(-\frac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}\right) = 0 \qquad \dots \qquad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{2}\varepsilon_0}{h} \qquad \dots \qquad h_e = \frac{h}{\sqrt[3]{2}}$$

Graf M(κ):

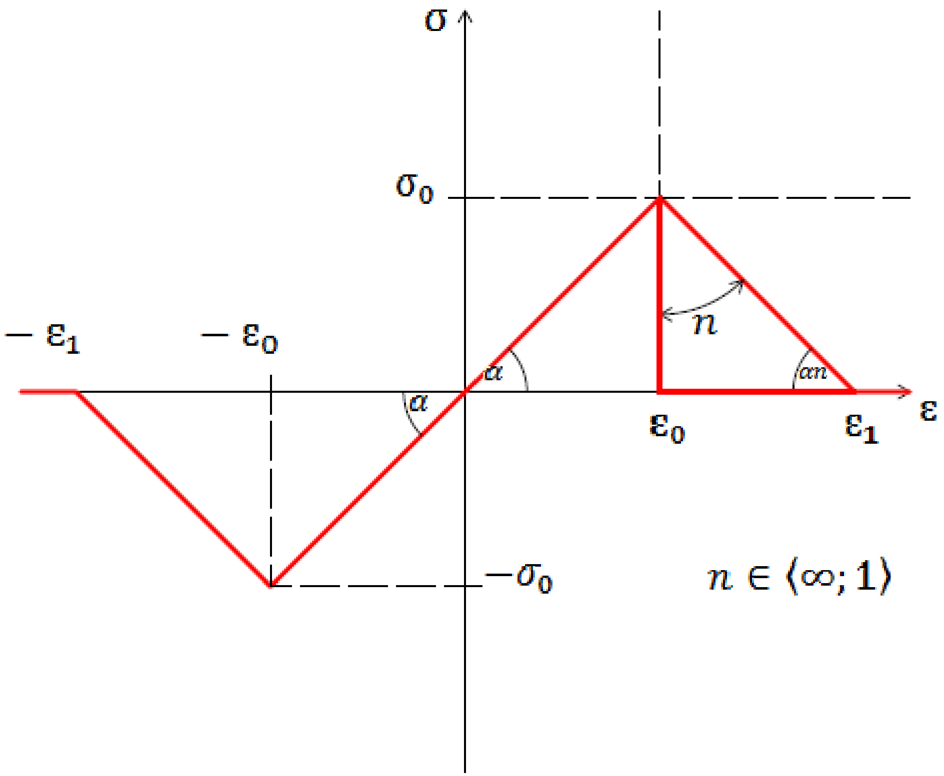




Hledání extrému: $M = -\dfrac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}$

$$\frac{dM}{d\kappa}\left(-\frac{\sigma_0 b(h^3\kappa^3 - 6h^2\varepsilon_0\kappa^2 + 8\varepsilon_0^3)}{12\varepsilon_0\kappa^2}\right) = 0 \quad \dots \quad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{2}\varepsilon_0}{h} \quad \dots \quad h_e = \frac{h}{\sqrt[3]{2}} \cong 0.8h$$

Obecný případ pro materiál se změkčením (zpevněním):

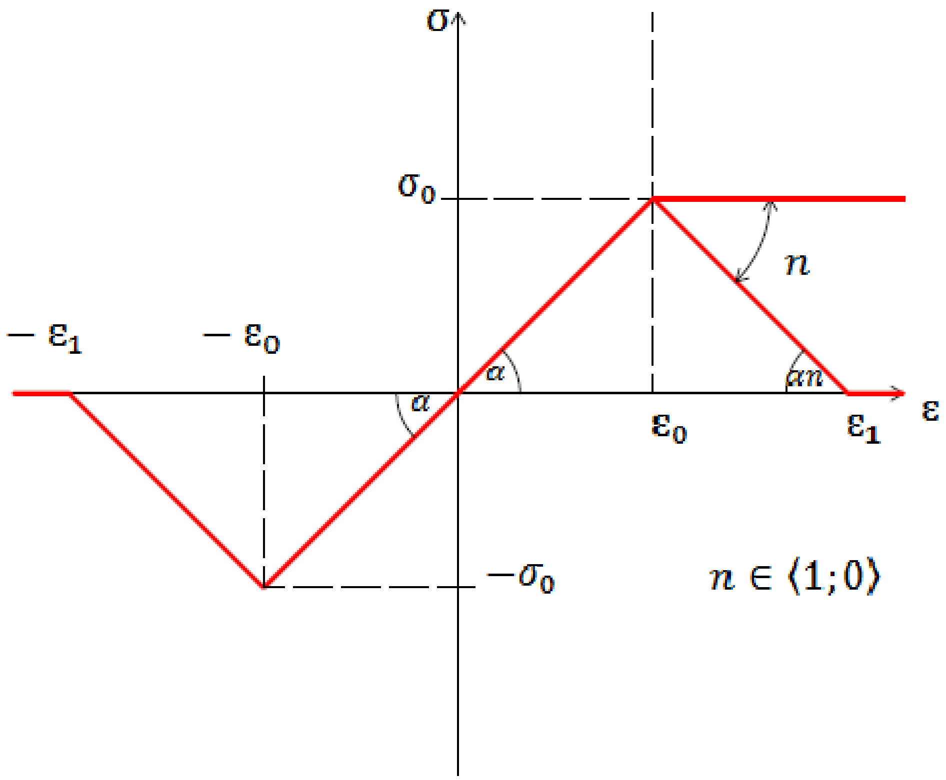


Napětí v průřezu:

$$\sigma_{el} = \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

$$\sigma_z = \sigma_0(n+1) - \frac{2\sigma_0 n}{h_e} \cdot z$$

Obecný případ pro materiál se změkčením (zpevněním):

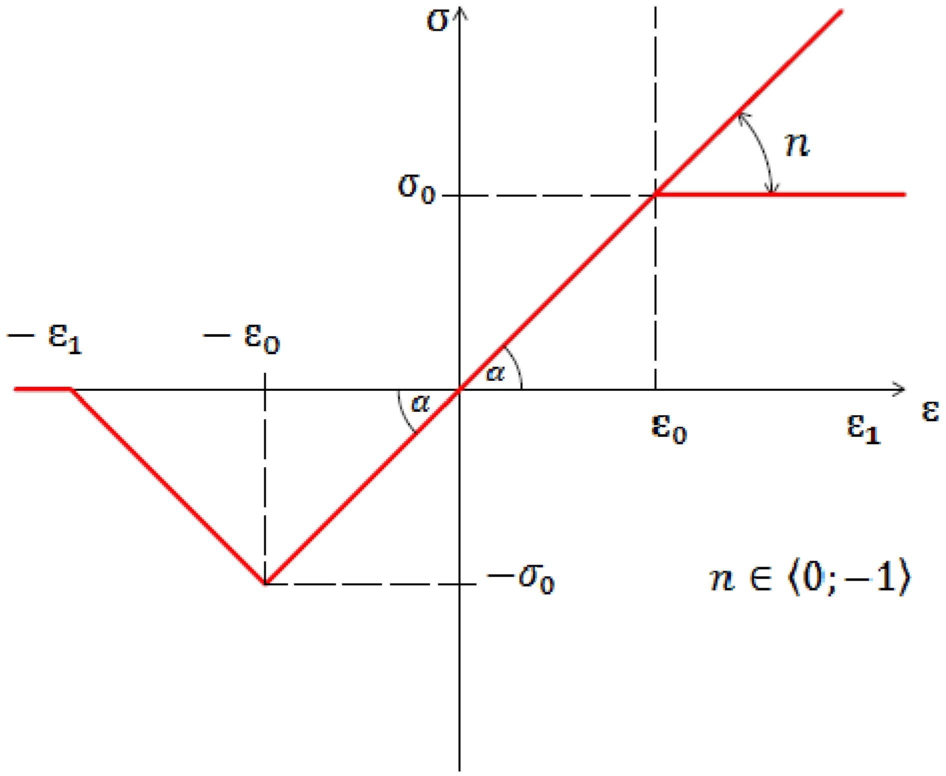


Napětí v průřezu:

$$\sigma_{el} = \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

$$\sigma_z = \sigma_0(n+1) - \frac{2\sigma_0 n}{h_e} \cdot z$$

Obecný případ pro materiál se změkčením (zpevněním):

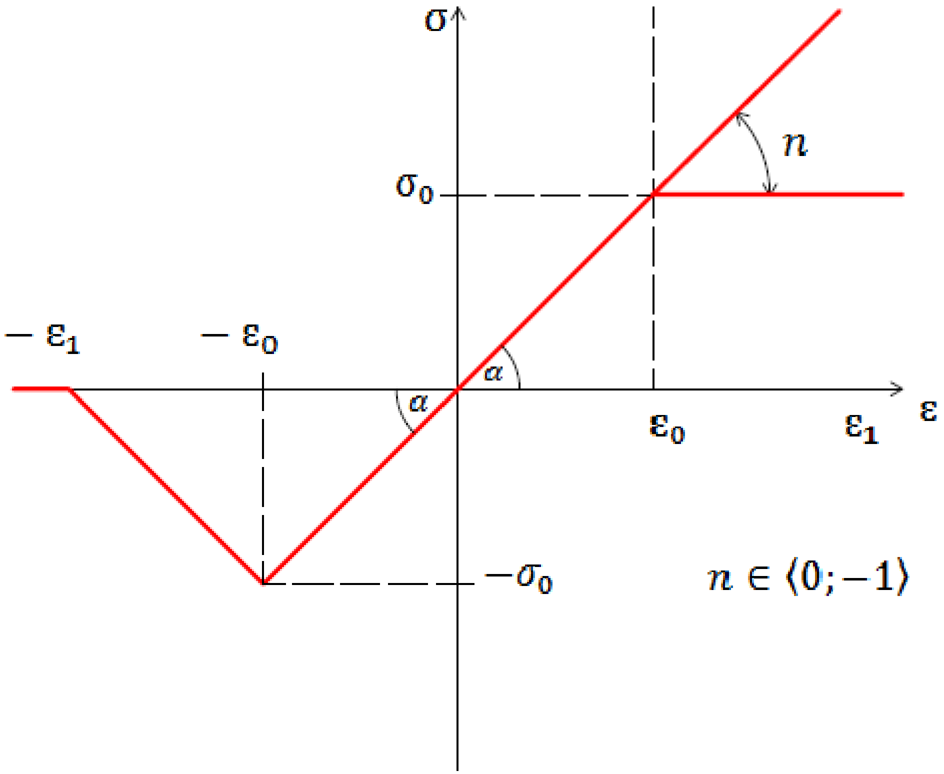


Napětí v průřezu:

$$\sigma_{el} = \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

$$\sigma_z = \sigma_0(n+1) - \frac{2\sigma_0 n}{h_e} \cdot z$$

Obecný případ pro materiál se změkčením (zpevněním):



Napětí v průřezu:

$$\sigma_{el} = \frac{2\sigma_0}{h_e} \cdot z$$

$$\sigma_z = \sigma_0(n+1) - \frac{2\sigma_0 n}{h_e} \cdot z$$

$$M = 2b\left(\int_0^{\frac{h_e}{2}} \sigma_{el} \cdot z\,dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_z \cdot z\,dz\right) = -\frac{\sigma_0 b\left(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n\right)}{12 h_e}$$

Rozměrový efekt:

Hledání extrému:

$$M = -\frac{\sigma_0 b(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n)}{12 h_e}$$

Vyjádření momentu na křivosti κ

$$\ldots \qquad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa}$$

Rozměrový efekt:

Hledání extrému:

$$M = -\frac{\sigma_0 b(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n)}{12 h_e}$$

$$\frac{dM}{d\kappa}\big(M(\kappa)\big) = 0$$

Vyjádření momentu na křivosti κ

$$\ldots \qquad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa}$$

Rozměrový efekt:

Hledání extrému:

$$M = -\frac{\sigma_0 b(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n)}{12h_e}$$

$$\frac{dM}{d\kappa}\big(M(\kappa)\big) = 0$$

Vyjádření momentu na křivosti κ

$$\ldots \qquad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa}$$

$$\ldots \qquad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{n+1}\,\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}}$$

Rozměrový efekt:

Hledání extrému:

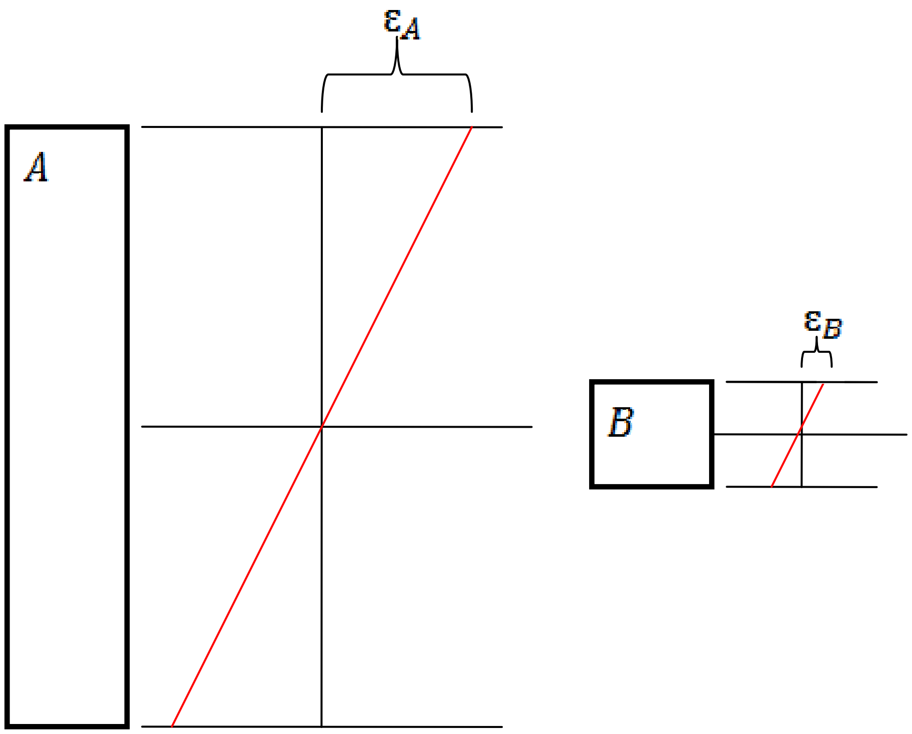
$$M = -\frac{\sigma_0 b\left(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n\right)}{12h_e}$$

$$\frac{dM}{d\kappa}\big(M(\kappa)\big) = 0$$

Vyjádření momentu na křivosti κ

$$\ldots \qquad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa}$$

$$\ldots \qquad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{n+1}\,\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}}$$



Rozměrový efekt:

Hledání extrému:

$$M = -\frac{\sigma_0 b(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n)}{12h_e}$$

$$\frac{dM}{d\kappa}\big(M(\kappa)\big) = 0$$

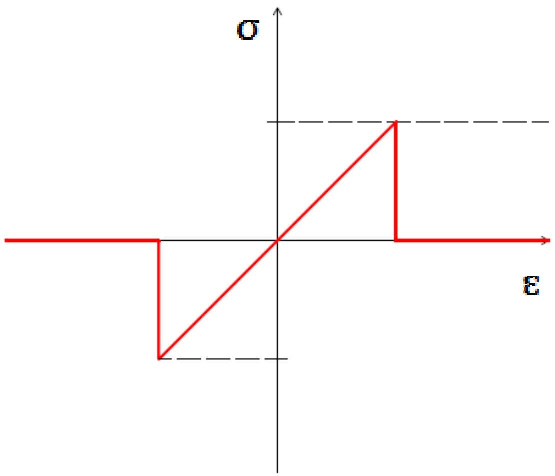
Vyjádření momentu na křivosti κ

$$\dots \qquad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa}$$

$$\dots \qquad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{n+1}\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}}$$

Ověření správnosti v extrémních bodech:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2\sqrt[3]{n+1}\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}} = \frac{2\varepsilon_0}{h}$$



Rozměrový efekt:

Hledání extrému:

$$M = -\frac{\sigma_0 b(h_e^3(n+1) - 3h_e h^2(n+1) + h^3 n)}{12h_e}$$

$$\frac{dM}{d\kappa}\big(M(\kappa)\big) = 0$$

Vyjádření momentu na křivosti κ

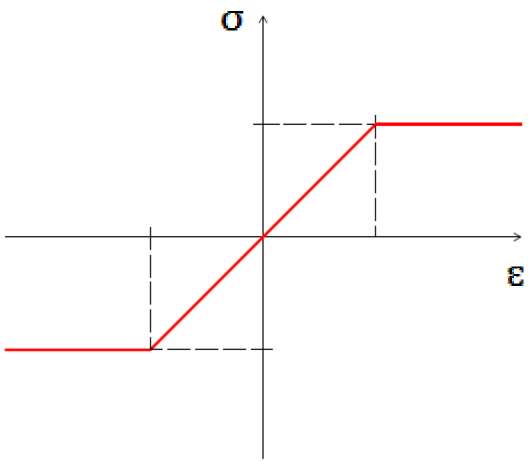
$$\ldots \qquad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa}$$

$$\ldots \qquad \kappa = \frac{2\sqrt[3]{n+1}\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}}$$

Ověření správnosti v extrémních bodech:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2\sqrt[3]{n+1}\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}} = \frac{2\varepsilon_0}{h}$$

$$\lim_{n\to 0} \frac{2\sqrt[3]{n+1}\varepsilon_0}{h\sqrt[3]{n}} = \infty$$



Aplikace na železobetonový průřez:

Základní předpoklady:

- Pracovní diagram

Aplikace na železobetonový průřez:

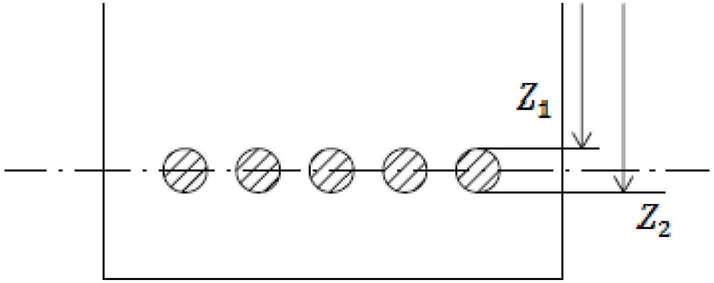
Základní předpoklady:

- Pracovní diagram
- Zanedbání pevnosti betonu v tahu

Aplikace na železobetonový průřez:

Základní předpoklady:

- Pracovní diagram
- Zanedbání pevnosti betonu v tahu
- Plocha výztuže

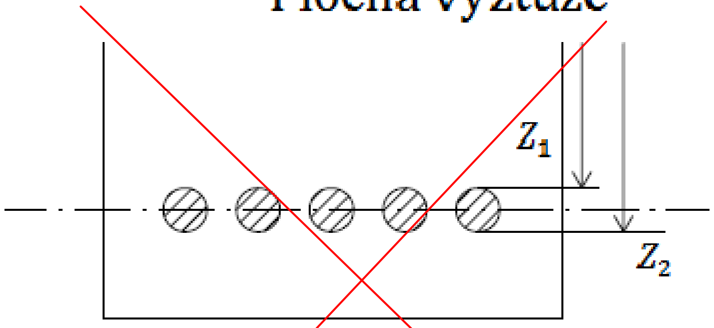


$$M = \int_{z_1}^{z_2} \sigma_s \cdot \mathrm{z}\, \mathrm{dA}$$

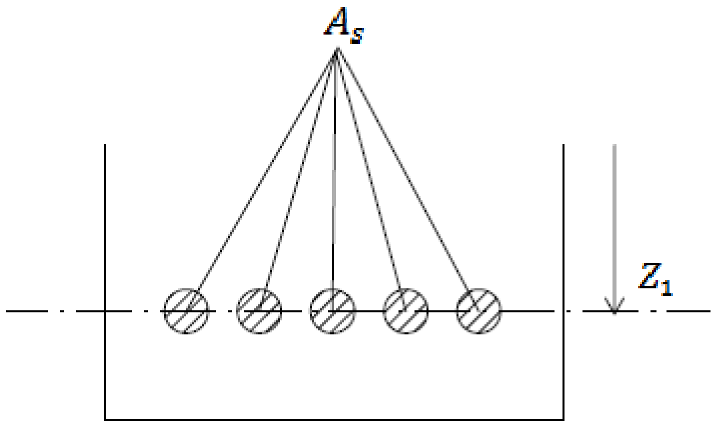
Aplikace na železobetonový průřez:

Základní předpoklady:

- Pracovní diagram
- Zanedbání pevnosti betonu v tahu
- Plocha výztuže

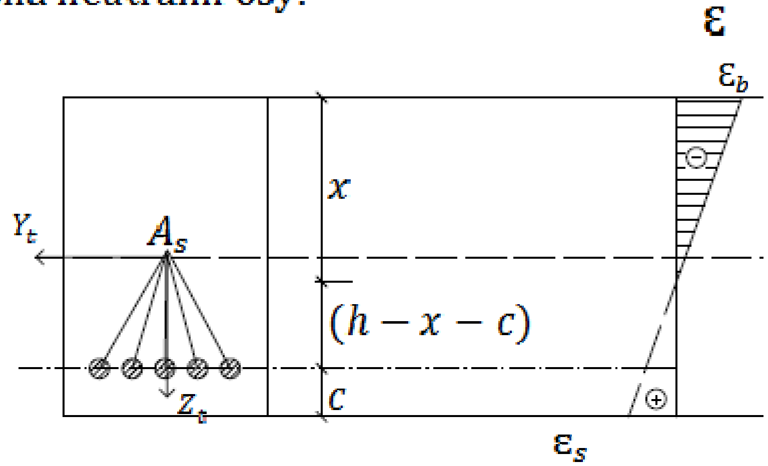


$$\cancel{M = \int_{z_1}^{z_2} \sigma_s \cdot z \, dA}$$



$$M = \sigma_s A_s z_1$$

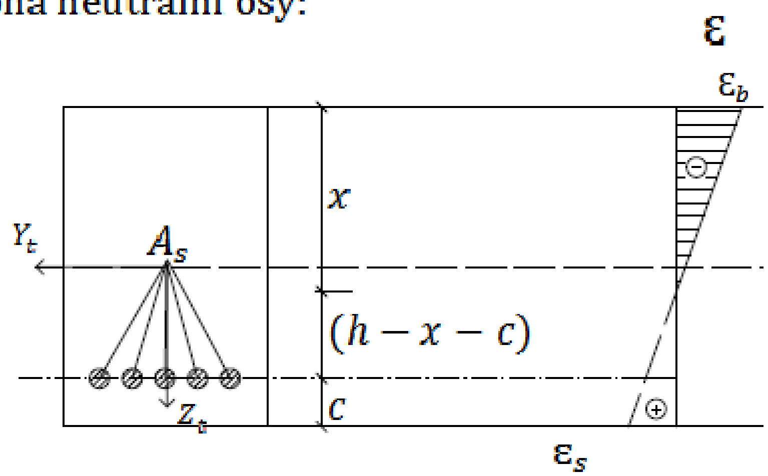
Poloha neutrální osy:



$$\varepsilon = \kappa \cdot z$$

$$\varepsilon_b = \kappa \cdot x \qquad \dots \qquad \kappa = \frac{\varepsilon_b}{x}$$

Poloha neutrální osy:



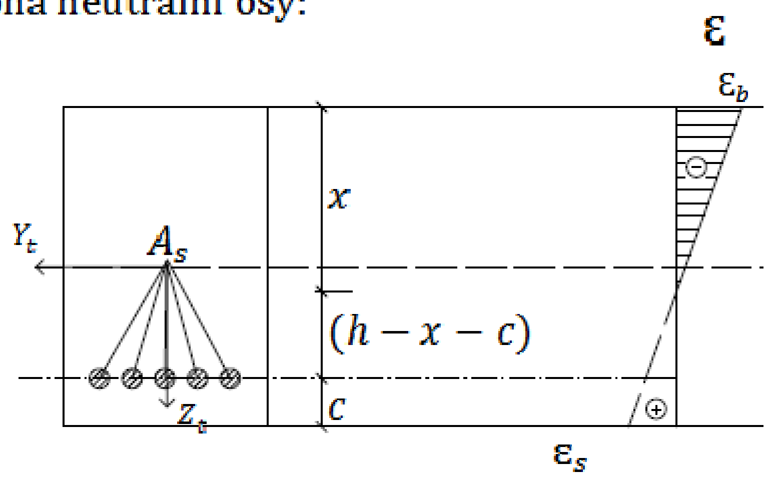
$$\varepsilon = \kappa \cdot z$$

$$\varepsilon_b = \kappa \cdot x \qquad \dots \qquad \kappa = \frac{\varepsilon_b}{x}$$

Pro ε_b ve kterém jsou krajní vlákna na mezi kluzu σ_0:

$$\sigma_0 = E_b \cdot \varepsilon_b \qquad \dots \qquad \varepsilon_b = \frac{\sigma_0}{E_b} \qquad \dots \qquad \kappa = \frac{\sigma_0}{E_b x}$$

Poloha neutrální osy:



$$\varepsilon = \kappa \cdot z$$

$$\varepsilon_b = \kappa \cdot x \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\varepsilon_b}{x}$$

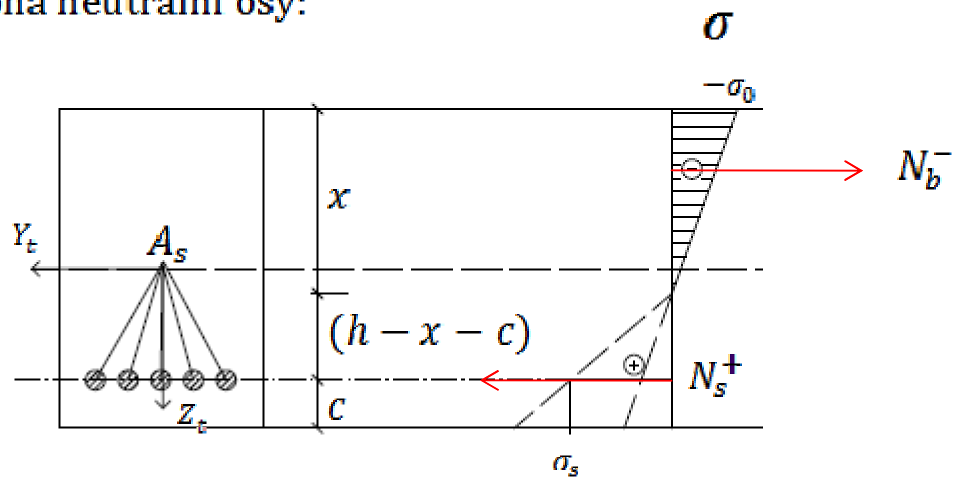
Pro ε_b ve kterém jsou krajní vlákna na mezi kluzu σ_0:

$$\sigma_0 = E_b \cdot \varepsilon_b \quad \ldots \quad \varepsilon_b = \frac{\sigma_0}{E_b} \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sigma_0}{E_b x}$$

Výpočet relativního prodloužení výztuže ε_s:

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot z \quad \ldots \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_0}{E_b x} \cdot (h - x - c)$$

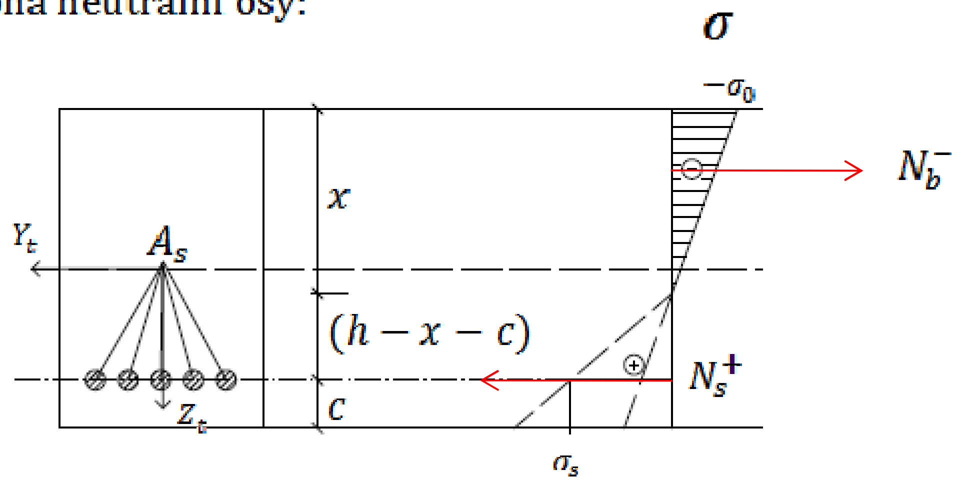
Poloha neutrální osy:



Napětí ve výztuži:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = E_s \cdot \frac{\sigma_0}{E_b x} \cdot (h - x - c)$$

Poloha neutrální osy:



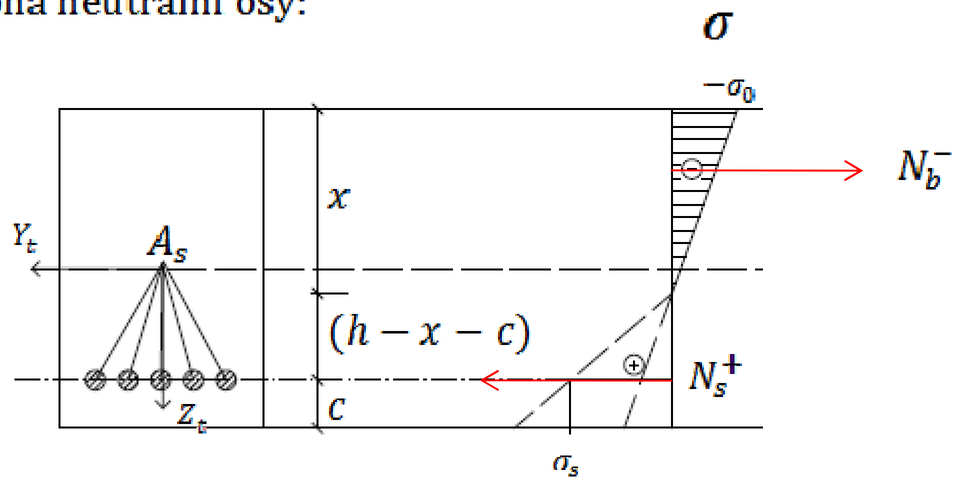
Napětí ve výztuži:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = E_s \cdot \frac{\sigma_0}{E_b x} \cdot (h - x - c)$$

Zavedení parametru "k" :

$$E_b = kE_s \qquad \ldots \qquad \frac{E_b}{E_s} = k\ [-] \qquad \ldots \qquad k < 1 \qquad \ldots \qquad \sigma_s = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)$$

Poloha neutrální osy:



Napětí ve výztuži:

$$\sigma_s = \mathrm{E_s} \cdot \varepsilon_s = \mathrm{E_s} \cdot \frac{\sigma_0}{\mathrm{E_b x}} \cdot (h - x - c)$$

Zavedení parametru "k" :

$$\mathrm{E_b} = k\mathrm{E_s} \qquad \dots \qquad \frac{\mathrm{E_b}}{\mathrm{E_s}} = k\ [-] \qquad \dots \qquad k < 1 \qquad \dots \qquad \sigma_s = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)$$

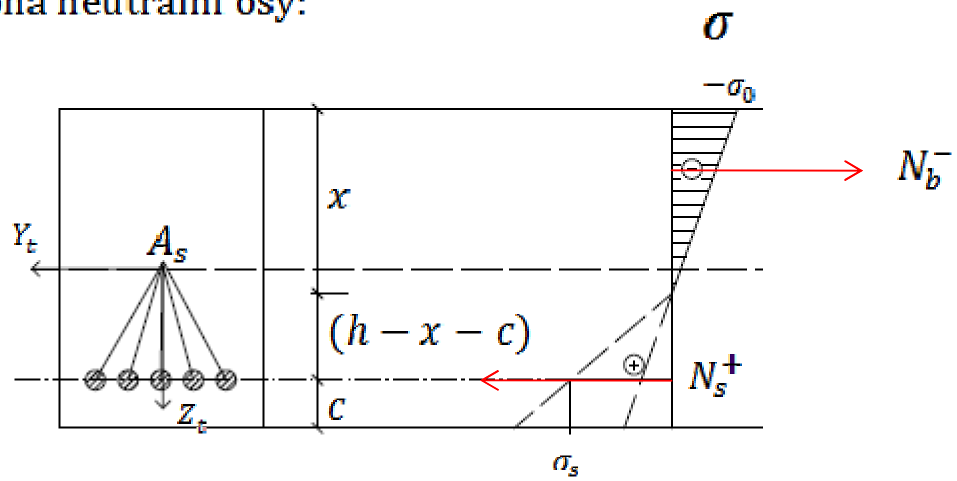
Síly $\mathrm{N_s^+}, \mathrm{N_b^-}$:

$$N_s^+ = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)A_s$$

$$\dots \qquad N_s^+ = N_b^-$$

$$N_b^- = \frac{1}{2} bx\sigma_0$$

Poloha neutrální osy:



Napětí ve výztuži:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = E_s \cdot \frac{\sigma_0}{E_b x} \cdot (h-x-c)$$

Zavedení parametru "k" :

$$E_b = kE_s \quad \dots \quad \frac{E_b}{E_s} = k \; [-] \quad \dots \quad k < 1 \quad \dots \quad \sigma_s = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h-x-c)$$

Síly N_s^+, N_b^-:

$$N_s^+ = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h-x-c)A_s$$

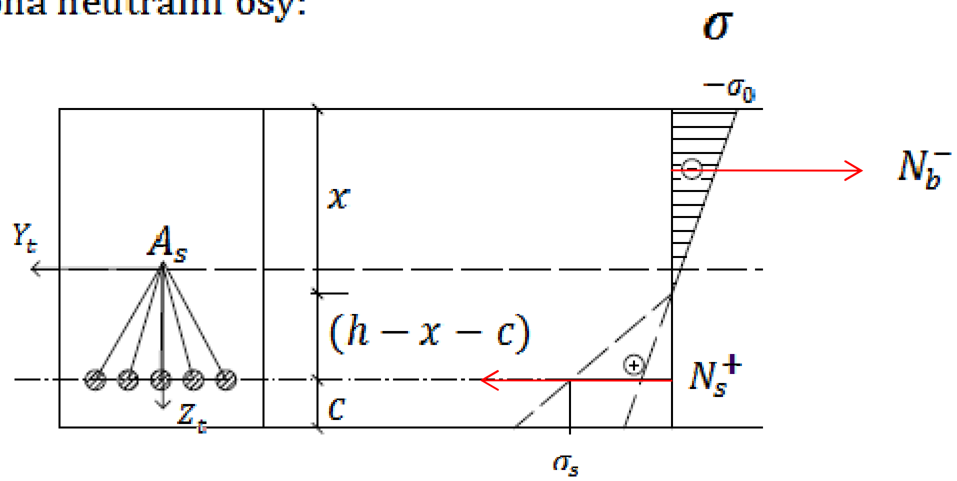
$$N_b^- = \frac{1}{2} bx\sigma_0$$

$$\dots \quad N_s^+ = N_b^- \quad \dots$$

Silová podmínka:

$$\boxed{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h-x-c)A_s = \frac{1}{2} bx\sigma_0}$$

Poloha neutrální osy:



Napětí ve výztuži:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = E_s \cdot \frac{\sigma_0}{E_b x} \cdot (h - x - c)$$

Zavedení parametru "k" :

$$E_b = kE_s \quad \ldots \quad \frac{E_b}{E_s} = k\ [-] \quad \ldots \quad k < 1 \quad \ldots \quad \sigma_s = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)$$

Síly N_s^+, N_b^-:

$$N_s^+ = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)A_s$$

$$N_b^- = \frac{1}{2} bx\sigma_0$$

$$\ldots \quad N_s^+ = N_b^- \quad \ldots$$

Silová podmínka:

$$\boxed{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)A_s = \frac{1}{2} bx\sigma_0}$$

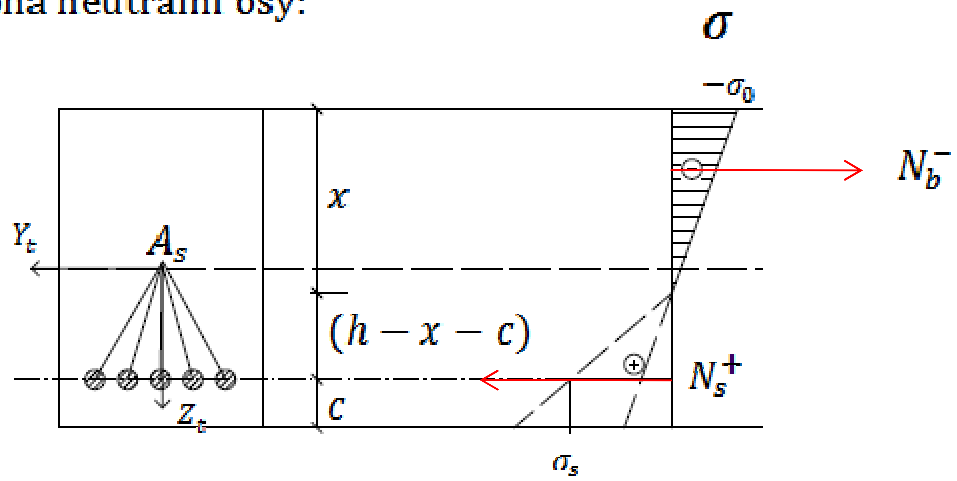
Obecná poloha N. O.:

$$\overbrace{x = ??}$$

$$\underbrace{A_s = ??}$$

Obecná plocha A_s:

Poloha neutrální osy:



Napětí ve výztuži:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = E_s \cdot \frac{\sigma_0}{E_b x} \cdot (h - x - c)$$

Zavedení parametru "k" :

$$E_b = k E_s \qquad \ldots \qquad \frac{E_b}{E_s} = k\ [-] \qquad \ldots \qquad k < 1 \qquad \ldots \qquad \sigma_s = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)$$

Síly N_s^+, N_b^-:

$$N_s^+ = \frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c) A_s$$

$$N_b^- = \frac{1}{2} b x \sigma_0 \qquad \ldots \qquad N_s^+ = N_b^- \qquad \ldots$$

Silová podmínka:

$$\boxed{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c) A_s = \frac{1}{2} b x \sigma_0}$$

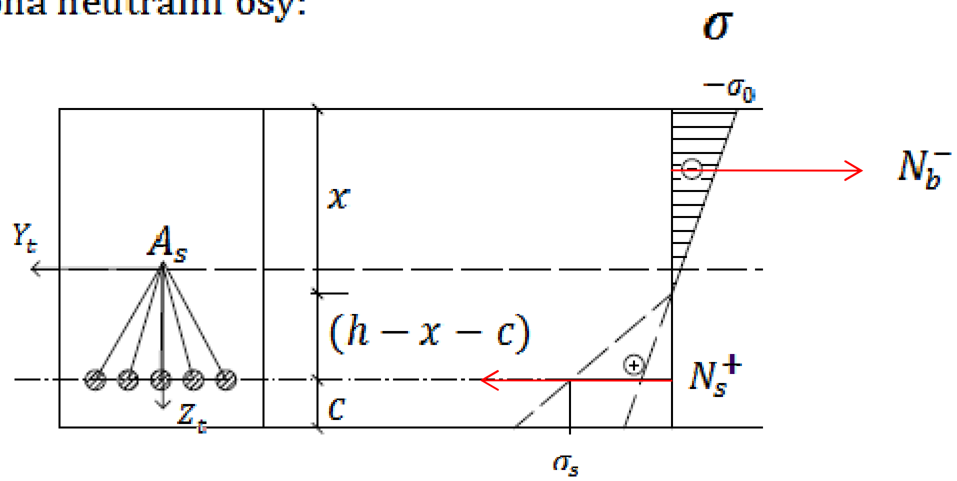
~~Obecná poloha N. O.:~~

$$\cancel{x = ??}$$

$$\cancel{A_s = ??}$$

~~Obecná plocha A_s:~~

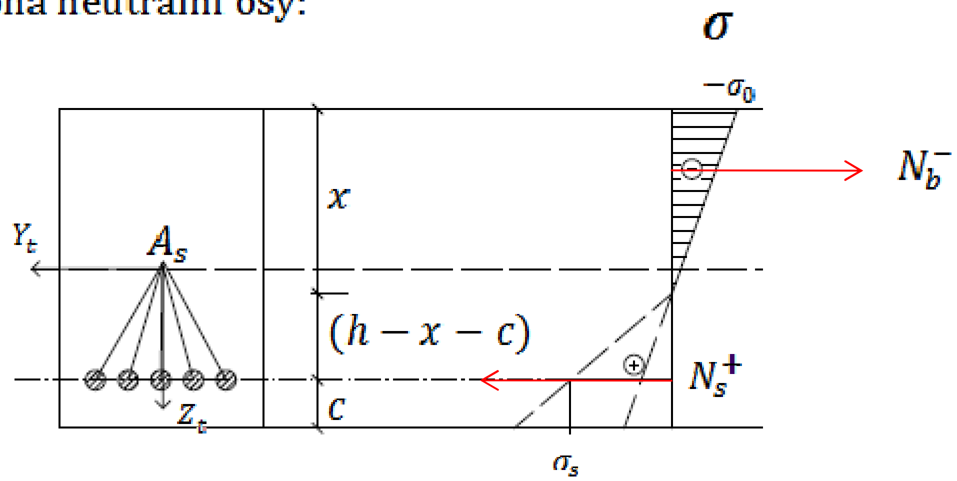
Poloha neutrální osy:



Podmínka obou materiálů na mezi kluzu:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s} = \frac{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h-x-c)A_s}{\sigma_s}$$

Poloha neutrální osy:



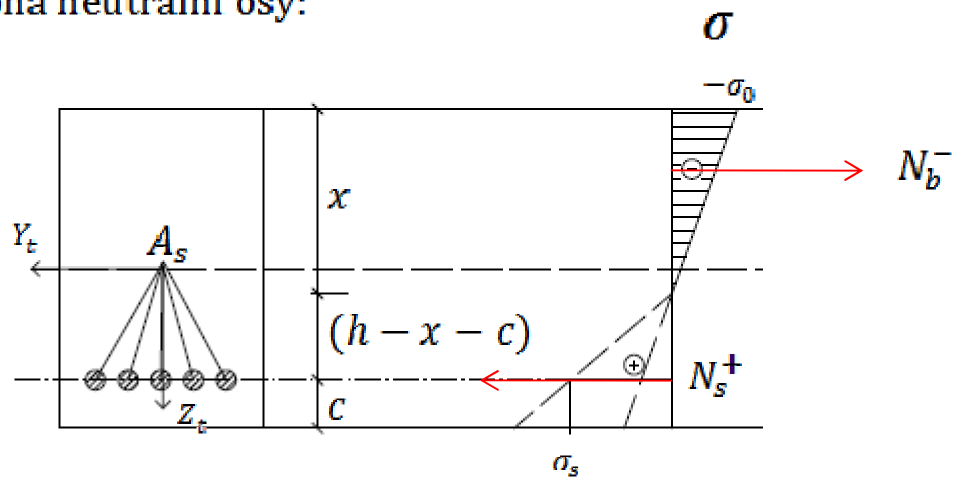
Podmínka obou materiálů na mezi kluzu:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s} = \frac{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h-x-c)A_s}{\sigma_s}$$

Zavedení parametru "ψ" :

$$\sigma_s = \psi\sigma_0 \quad \dots \quad \psi = \frac{\sigma_s}{\sigma_0} \ \ [-]$$

Poloha neutrální osy:



Podmínka obou materiálů na mezi kluzu:

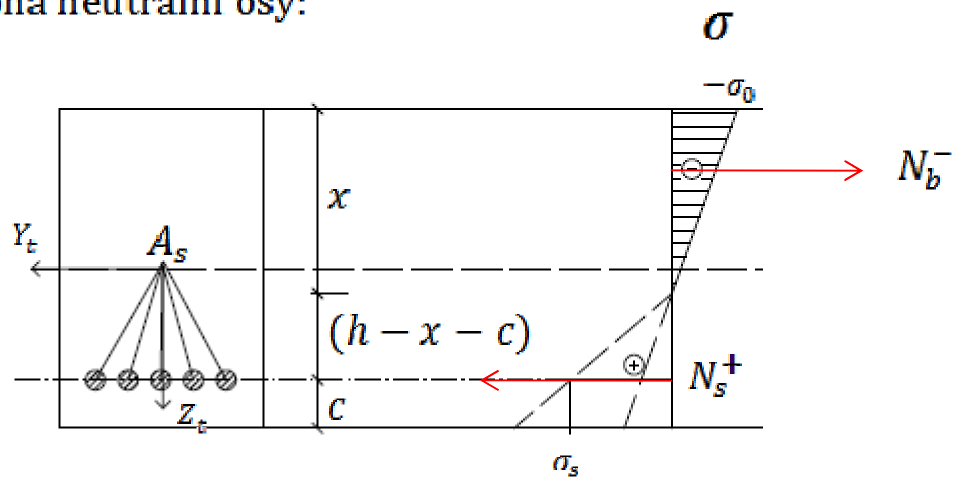
Upravená poloha neutrální osy:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s} = \frac{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h-x-c)A_s}{\sigma_s} \quad \dots \quad \cancel{A_s} = \frac{(h-x-c)\cancel{A_s}}{\psi k x} \quad \dots \quad \boxed{x = \frac{h-c}{\psi k + 1}}$$

Zavedení parametru "ψ" :

$$\sigma_s = \psi \sigma_0 \quad \dots \quad \psi = \frac{\sigma_s}{\sigma_0} \quad [-]$$

Poloha neutrální osy:



Podmínka obou materiálů na mezi kluzu:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s} = \frac{\frac{\sigma_0}{kx} \cdot (h - x - c)A_s}{\sigma_s} \quad \dots \quad \cancel{A_s} = \frac{(h - x - c)\cancel{A_s}}{\psi k x} \quad \dots \quad \boxed{x = \frac{h - c}{\psi k + 1}}$$

Upravená poloha neutrální osy:

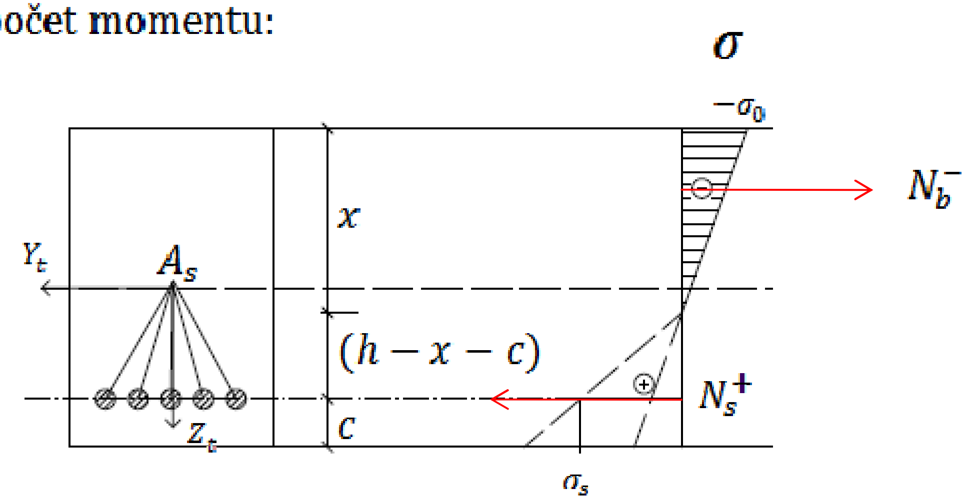
Dosazení do silové podmínky

$$A_s = \frac{b(h - c)}{2\psi(\psi k + 1)}$$

Zavedení parametru "ψ" :

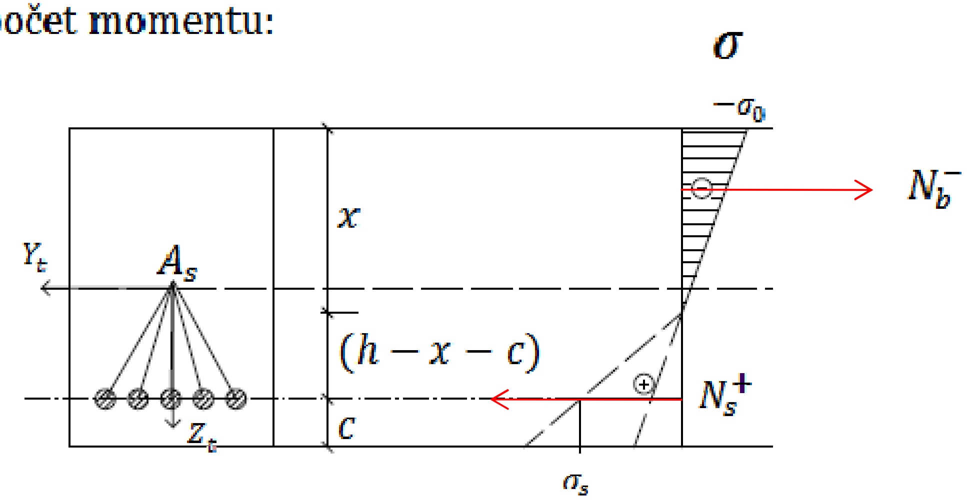
$$\sigma_s = \psi \sigma_0 \quad \dots \quad \psi = \frac{\sigma_s}{\sigma_0} \quad [-]$$

Výpočet momentu:



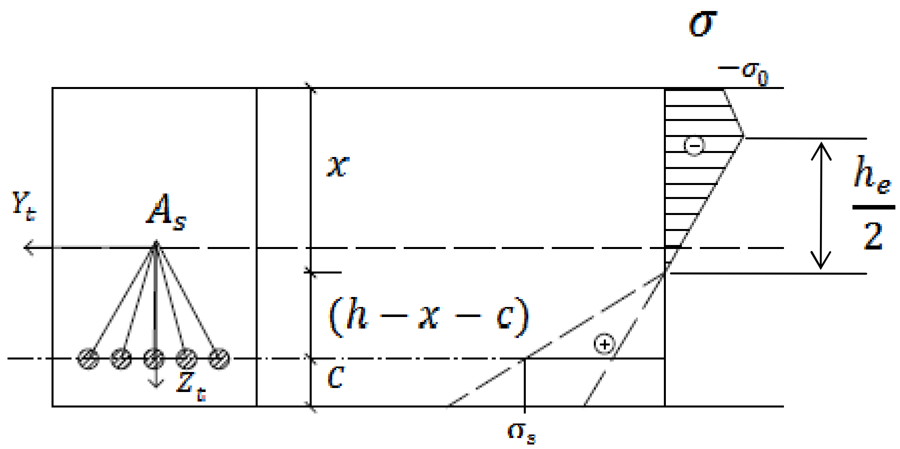
$$M_{el} = N_s^+(h - x - c) + N_b^- \frac{2}{3}x$$

Výpočet momentu:



$$M_{el} = N_s^+(h-x-c) + N_b^- \frac{2}{3}x \quad \ldots \quad x = \frac{h-c}{\psi k + 1} \quad \ldots \quad M_{el} = \frac{\sigma_0 b(h-c)^2(3\psi k + 2)}{6(\psi k + 1)^2}$$

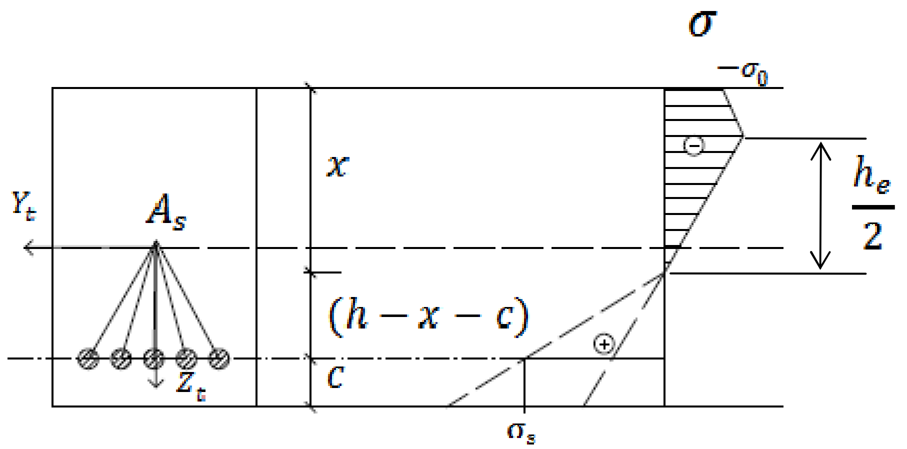
Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



Poloha neutrální osy: Silová podmínka:

$$N_b^- = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el})dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z)dz$$

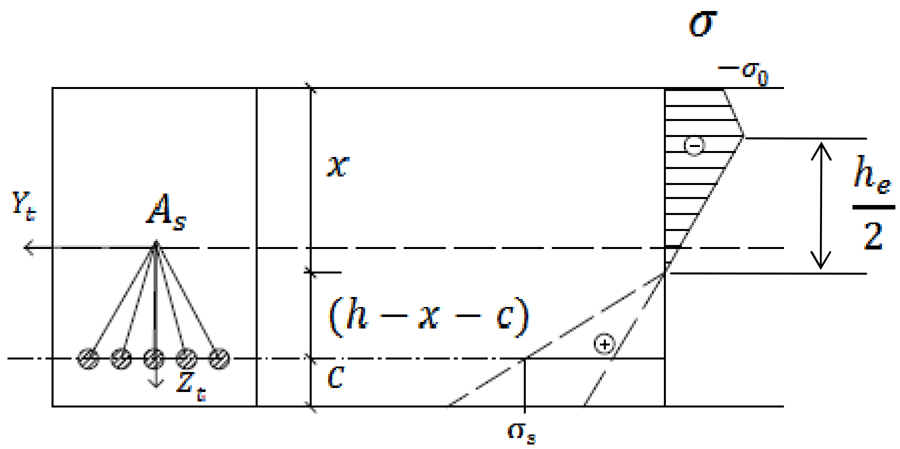
Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



Poloha neutrální osy: Silová podmínka:

$$N_b^- = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el})dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z)dz \quad \ldots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}65\sigma_0 bx$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:

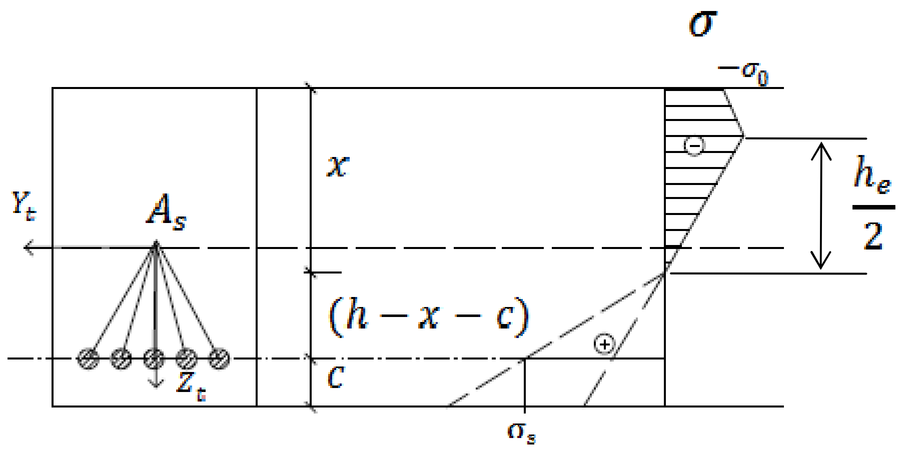


Poloha neutrální osy: Silová podmínka:

$$N_b^- = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el})dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z)dz \quad \ldots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}65\sigma_0 bx$$

$$N_s^+ = \sigma_s A_s = E_s \kappa (h-x-c) A_s$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:

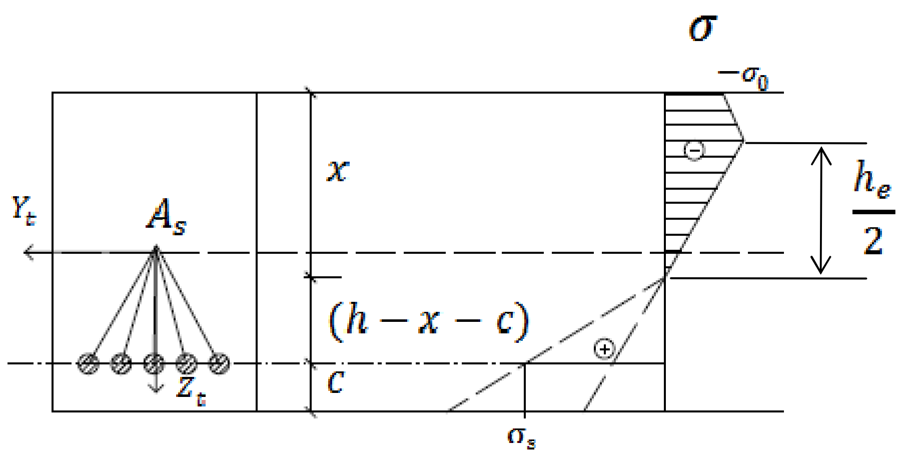


Poloha neutrální osy: Silová podmínka:

$$N_b^- = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el})dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z)dz \quad \ldots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}65\sigma_0 bx$$

$$N_s^+ = \sigma_s A_s = E_s \kappa (h-x-c) A_s \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad = \frac{\sqrt[3]{4}\sigma_0}{kx}(h-x-c)A_s$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



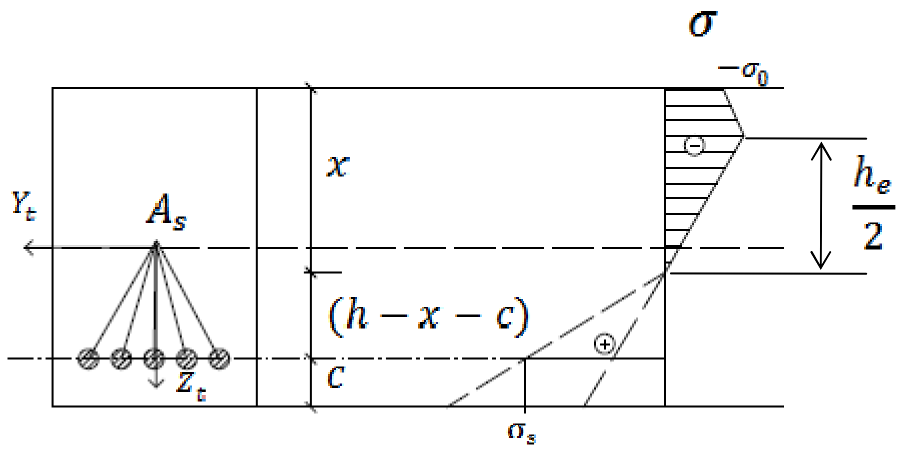
Poloha neutrální osy: Silová podmínka:

$$N_b^- = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el})dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z)dz \quad \dots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \dots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}65\sigma_0 bx$$

$$N_s^+ = \sigma_s A_s = E_s \kappa (h - x - c) A_s \quad \dots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad = \frac{\sqrt[3]{4}\sigma_0}{kx}(h - x - c)A_s$$

$N_s^+ = N_b^-$ ... obecná poloha N. O., obecná plocha výztuže

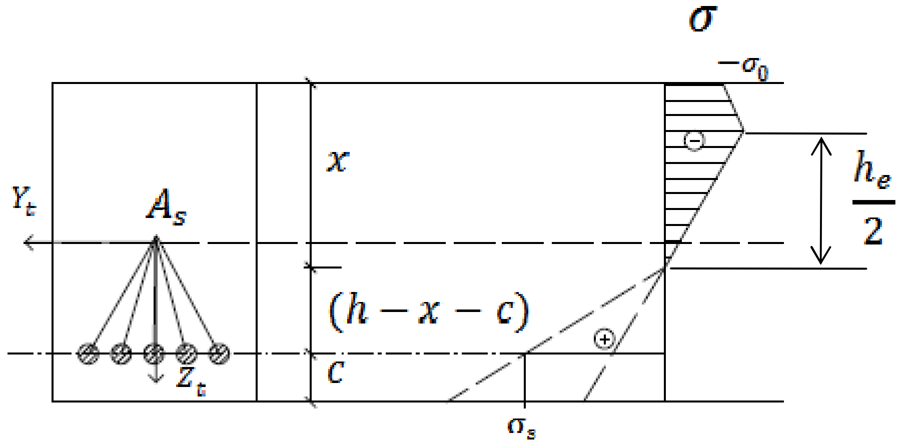
Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



Podmínka pro výztuž na mezi kluzu:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s}$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



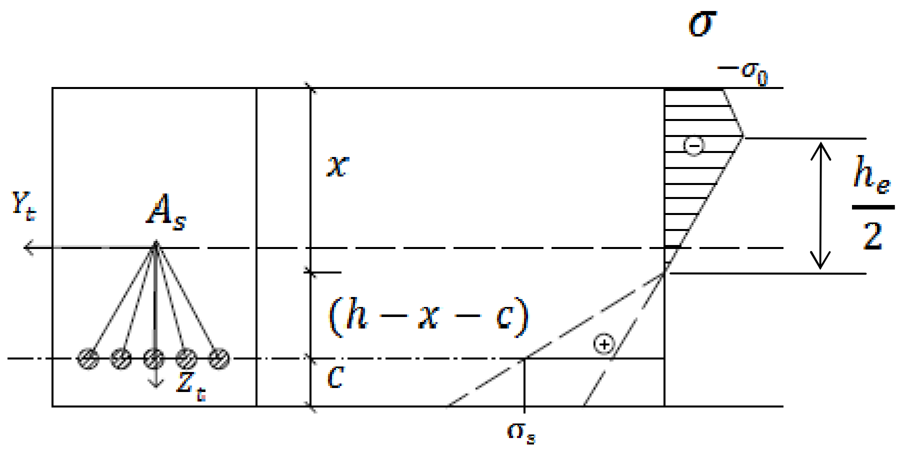
Podmínka pro výztuž na mezi kluzu:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s} \quad \ldots \quad \cancel{A_s} = \frac{\sqrt[3]{4}(h - x - c)\cancel{A_s}}{\psi k x}$$

Upravená poloha neutrální osy:

$$\ldots \quad \boxed{x = \frac{\sqrt[3]{4}(h - c)}{\psi k + \sqrt[3]{4}}}$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:

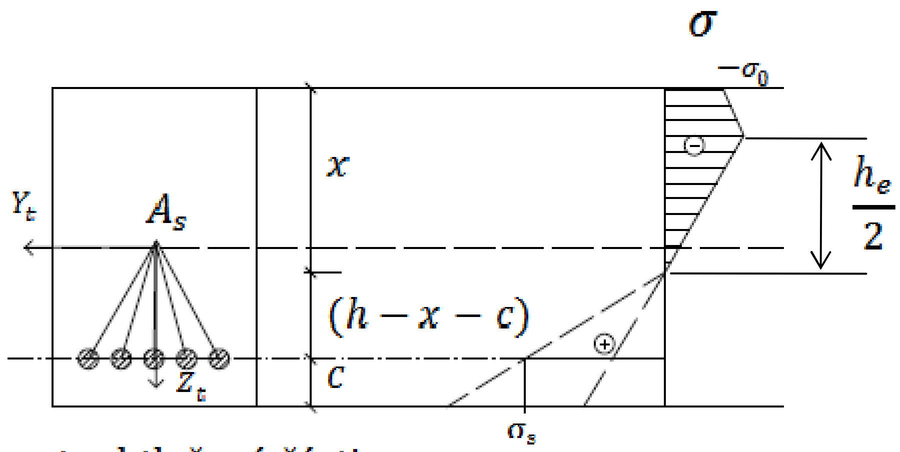


Podmínka pro výztuž na mezi kluzu: Upravená poloha neutrální osy:

$$A_s = \frac{N_s^+}{\sigma_s} \quad \ldots \quad \cancel{A_s} = \frac{\sqrt[3]{4}(h - x - c)\cancel{A_s}}{\psi k x} \quad \ldots \quad \boxed{x = \frac{\sqrt[3]{4}(h - c)}{\psi k + \sqrt[3]{4}}}$$

Dosazení do silové podmínky: $$A_s \approx \frac{b(h - c)}{\psi(\psi k + \sqrt[3]{4})}$$

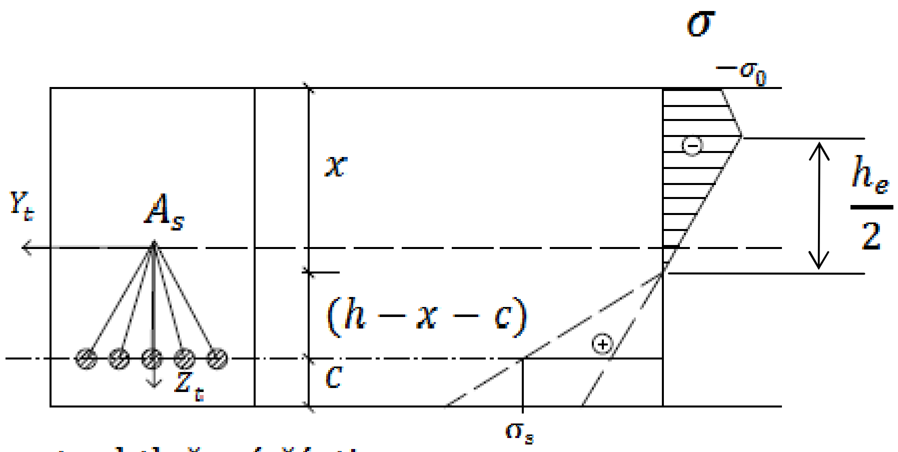
Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



Moment od tlačené části:

$$M_b = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el} z)dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z z)dz$$

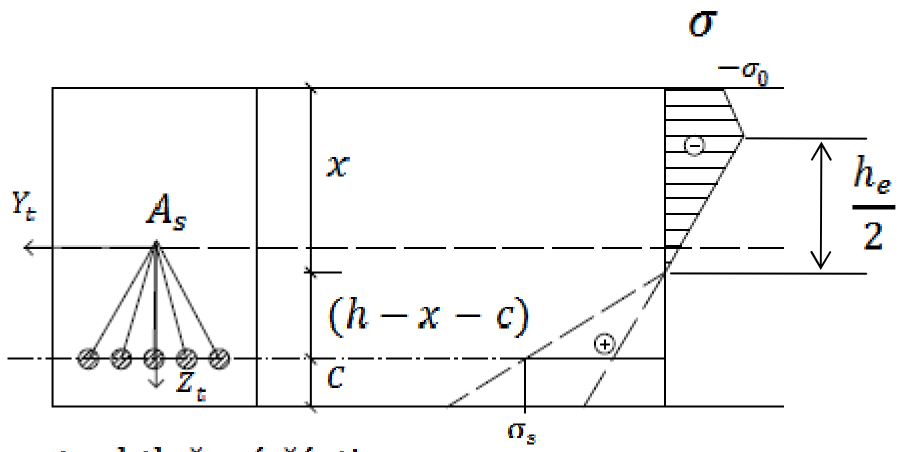
Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



Moment od tlačené části:

$$M_b = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el} z)dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z z)dz \quad \ldots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}4\sigma_0 bx^2$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



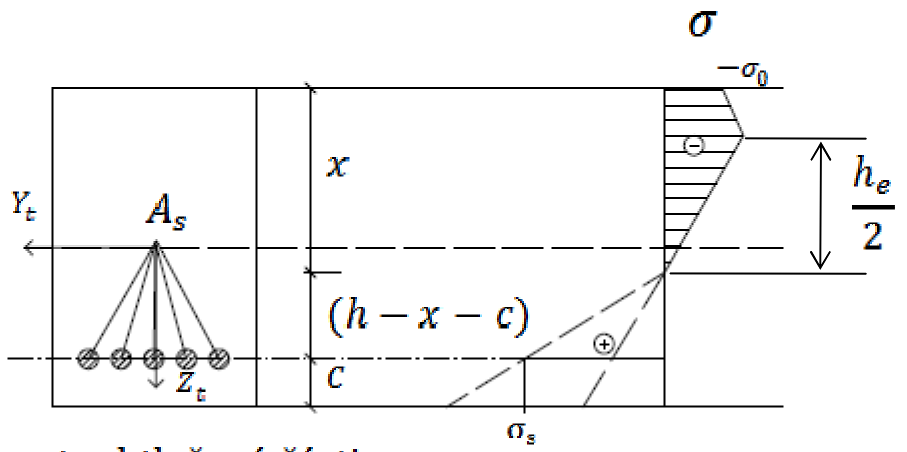
Moment od tlačené části:

$$M_b = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el} z)dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z z)dz \quad \ldots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \ldots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}4\sigma_0 b x^2$$

Moment od tažené části:

$$M_s = N_s^+(h - x - c)$$

Výpočet momentu pro nadkriticky vyztužený železobetonový průřez:



Moment od tlačené části:

$$M_b = \int_0^{\frac{h_e}{2}} (b\sigma_{el} z)dz + \int_{\frac{h_e}{2}}^{x} (b\sigma_z z)dz \quad \dots \quad h_e = \frac{2\varepsilon_0}{\kappa} \quad \dots \quad \kappa = \frac{\sqrt[3]{4}\varepsilon_0}{x} \quad \approx 0{,}4\sigma_0 b x^2$$

Moment od tažené části:

$$M_s = N_s^+(h-x-c)$$

Celkový maximální moment $M_{max} = M_b + M_s$:

$$M_{max} \approx \frac{\sigma_0 b(h-c)^2(\psi k + 1)}{(\psi k + \sqrt[3]{4})^2}$$

Závěr:

Plastická rezerva:

$$\frac{M_{max}}{M_{el}} = \frac{6(\psi k + 1)^3}{(3\psi k + 2)(\psi k + \sqrt[3]{4})^2}$$

Síla působící na konstrukci:

$$M = \frac{FL}{4} \qquad \ldots \qquad \mathbf{F} = \frac{4M}{\mathbf{L}}$$