



**České vysoké učení technické v Praze**  
**Stavební fakulta**

Studentská vědecká odborná činnost  
Akademický rok 2018/2019

# **Porovnání kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání betonu**

Jméno a příjmení, ročník a obor:  
Konzultant:  
Katedra:

Lenka Dohnalová, 5. ročník, K  
Ing. Petr Havlásek, Ph.D.  
mechaniky (132)

# Obsah

<b>Abstrakt - česky</b>	<b>3</b>
<b>Abstrakt - anglicky</b>	<b>3</b>
<b>1 Motivace</b>	<b>4</b>
<b>2 Analýza vztahů v normách a predikčních modelech</b>	<b>4</b>
2.1 Model B3 . . . . .	5
2.2 Model B4 . . . . .	5
2.3 <i>fib</i> Model Code 2010 . . . . .	5
2.4 Eurokód 2 . . . . .	6
2.5 ACI 209.2R–08 . . . . .	7
2.6 Grafické porovnání . . . . .	8
2.7 Vliv vstupních parametrů . . . . .	9
<b>3 Data z experimentálních výzkumů</b>	<b>12</b>
3.1 Experimentální studie Troxell . . . . .	13
3.2 Experimentální studie Bryant . . . . .	13
3.3 Experimentální studie Keeton . . . . .	14
<b>4 Data z numerických simulací</b>	<b>15</b>
<b>5 Závěr</b>	<b>17</b>
<b>Literatura</b>	<b>19</b>

## **Abstrakt**

Tato práce se zabývá procesy smršťování a dotvarování betonu spojenými s jeho vysycháním. Zaměřuje se především na jejich vzájemný časový vývoj a srovnává výsledky ze tří různých oblastí. Nejprve je prezentována analýza základních norem a predikčních modelů. Ve druhé části je vyhodnocen časový vývoj obou jevů z dat vhodných experimentálních výzkumů. V poslední části je ukázán vzájemný vývoj smrštění a dotvarování od vysychání betonu získaný zpracováním výsledků z dříve provedených simulací metodou konečných prvků využívající přístup na úrovni materiálového bodu.

## **Abstract**

This thesis focuses on drying shrinkage and drying creep of concrete, especially on their mutual time evolution, and compares results from three different perspectives. First of all, an analysis of computational methods in the most common design codes and prediction models is presented. In the second part, the time evolution of both processes is evaluated based on results of selected experimental data. The last part of this work shows the interdependence of drying shrinkage and drying creep obtained by processing existing results of adopted finite element simulations employing the material point approach.

## 1 Motivace

Dotvarování a smršťování jsou jedny ze základních charakteristik popisujících časově závislé přetvárné procesy v betonu. Jejich výzkum probíhá již více než 100 let a ani v současné době není u konce. Objemové změny betonu hrají při navrhování důležitou roli, mají velký vliv například na snížení předpětí u předpjatých konstrukcí, nárůst průhybů u vodorovných konstrukcí, vznik trhlin apod.

Tato práce si neklade za cíl zabývat se komplexně celou problematikou dotvarování a smršťování, soustředí se zejména na vzájemné srovnání kinetiky dvou specifických jevů – smršťování a dotvarování betonu spojené s jeho vysycháním. Ačkoliv jsou oba tyto procesy závislé na úbytku vlhkosti z betonu, jejich účinky jsou opačné. Během vázaného smršťování dochází v betonu ke vzniku napětí, zároveň však dochází k relaxaci a tedy snižování tohoto napětí díky procesu dotvarování. Pro správný popis napjatosti v betonovém prvku je tedy velmi důležité správně postihnout časový průběh a interakci obou těchto jevů.

Předložená práce shrnuje nejdůležitější poznatky z bakalářské práce stejného názvu [1] a příspěvku na konferenci NANO & MACRO MECHANICS 2018 [2].

## 2 Analýza vztahů v normách a predikčních modelech

Tato kapitola obsahuje stručné shrnutí a následné zhodnocení hlavních norem (Eurokód 2 [3], ACI 209.2R-08 [4]) a pokročilých modelů (model B3 [5], model B4 [6] a *fib* Model Code 2010 [7]) pro predikci dlouhodobého chování betonu. Snahou je ukázat, jakým způsobem je počítáno smrštění a dotvarování při vysychání betonu, jak je uvažována kinetika obou procesů a ukázat základní odlišnosti jednotlivých přístupů.

Dotvarování je nejčastěji uvažováno jako součet základního dotvarování (dotvarování bez výměny vlhkosti s okolním prostředím) a dotvarování od vlivu vysychání betonu. Některé výpočetní modely však poskytují pouze vztah pro hodnotu celkového dotvarování (ACI 209, EC 2). V těchto případech byla hodnota dotvarování od vysychání určena výpočtem jako rozdíl celkového dotvarování pro danou relativní vlhkost a dotvarování pro 100% relativní vlhkost.

Obdobně je celkové smrštění většinou dáno součtem smrštění autogenního a smrštění od vysychání. Některé modely (B3 a ACI) však přímo vztah pro smrštění od vysychání neposkytují. U modelu B3 je autogenní smrštění zanedbáno, jako celkové smrštění je uvažován pouze příspěvek od vysychání. Norma ACI 209 sice autogenní smrštění přímo nezanedbává, poskytuje však vztah pouze pro hodnotu celkového smrštění. Pro 100% relativní vlhkost je vypočtená hodnota smrštění nulová. U ACI byla proto jako hodnota smrštění od vysychání uvažována přímo hodnota spočítaná podle vztahu pro celkové smrštění.

Níže je uveden stručný přehled použitých norem a predikčních modelů. Jednotně je použito značení  $\varepsilon_{sh,d}$  pro smrštění od vysychání,  $J_d$  pro funkci poddajnosti od vlivu vysychání a  $h_{env}$  pro relativní vlhkost okolního prostředí. Pro zjednodušení je ve výpočtu dotvarování uvažován čas počátku zatížení ( $t'$ ) shodně s počátkem vysychání ( $t_0$ ), pro délku trvání zatížení a vysychání ( $\hat{t}$ ) tedy platí  $\hat{t} = t - t' = t - t_0$ .

## 2.1 Model B3

Model B3 byl vyvinut týmem prof. Bažanta na Northwestern University (NU). Mnohými odborníky je považován za nejlepší současný komplexní model pro predikci dotvarování a smrštění. Vztahy pro určení dlouhodobého vývoje dotvarování a smrštění byly kalibrovány na velkém množství dat získaných při experimentech po celém světě. Výpočet podle tohoto modelu je založen zejména na znalosti konkrétního složení a návrhové pevnosti použité betonové směsi, tvaru a rozměru konstrukce a na relativní vlhkosti okolního prostředí. Model zanedbává účinky autogenního smrštění, zároveň je však jeho použití omezeno na směsi s vodním součinitelem větším než 0,35, u kterých je zcela dominantní složkou celkového smrštění právě složka od vlivu vysychání.

Model B3 poskytuje pro výpočet funkce poddajnosti od vlivu vysychání a pro smrštění od vysychání následující vztahy.

$$J_d(\hat{t}) = q_5 \left[ \exp \left( 8(1 - h_{\text{env}}) \cdot \tanh \sqrt{\frac{\hat{t}}{\tau_{sh}}} - 8 \right) - 1 \right]^{0.5} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{sh}(\hat{t}) = -\varepsilon_{sh}^{\infty} \cdot k_h \cdot \tanh \sqrt{\frac{\hat{t}}{\tau_{sh}}} \quad (2)$$

kde  $\tau_{sh}$  je poločas smrštění, který závisí na velikosti a tvaru prvku,  
 $\varepsilon_{sh}^{\infty}$  je konečná hodnota smrštění od vysychání pro  $h_{\text{env}} = 0$ ,  
 $k_h$  je parametr modelu zohledňující relativní vlhkost okolí,  
 $q_5$  je parametr, který zohledňuje tlakovou pevnost betonu.

## 2.2 Model B4

Model B4 [6], který je taktéž dílem prof. Bažanta, vychází z předchozího modelu B3, nově však uvažuje samostatně složku smrštění od vysychání a složku autogenního smrštění.

Z hlediska predikce procesů spojených s vysycháním zůstaly v platnosti všechny základní funkce modelu B3, došlo ale ke kompletnímu přepracování vztahů zohledňujících vliv pevnosti betonu, složení betonové směsi, způsobu ošetřování atd. Množství vstupních údajů potřebných pro výpočet podle modelu B4 je výrazně vyšší než u jiných modelů a norem, což může v některých případech velmi komplikovat možnost jeho použití.

## 2.3 fib Model Code 2010

Tento predikční model [7] (zjednodušeně označovaný jako MC 2010) navazuje na původní CEB Model Code 1990 [8], poprvé prezentovaný v roce 1990, respektive na jeho upravenou verzi z roku 1999 CEB MC90–99 [9], která již zahrnovala i autogenní smrštění. Odlišnost oproti předchozím verzím spočívá zejména ve způsobu výpočtu

celkového dotvarování, které je u *fib* MC 2010 nově rozděleno na základní dotvarování a dotvarování od vlivu vysychání.

Na rozdíl od dříve představených modelů B3 a B4 uvažuje tento model určitou konečnou hodnotu celkového dotvarování, jejíž velikost závisí na kompozici použitého betonu a podmínkách okolního prostředí.

Model při výpočtu používá tzv. součinitel dotvarování, který v zásadě dává celkovou opožděnou deformaci do relace s okamžitou pružnou deformací od zatížení, pro určení funkce poddajnosti poskytuje *fib* MC 2010 převodní vztah. Výraz (3) představuje již upravenou verzi převodního vzorce, kam byly dosazeny odpovídající výrazy pro součinitel dotvarování.

$$J_d(\hat{t}, t') = \frac{1}{E_{28}} \beta_{dc}^* \left[ \frac{\hat{t}}{\beta_D + \hat{t}} \right]^{\frac{\sqrt{t'}}{3.5 + \sqrt{5.29 t'}}} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{sh,d}(\hat{t}) = \varepsilon_{sh,d0} \beta_{RH} \sqrt{\frac{\hat{t}}{0.035 D^2 + \hat{t}}} \quad (4)$$

kde  $E_{28}$  je modul pružnosti ve stáří betonu 28 dní,

$D$  je náhradní tloušťka průřezu (dvojnásobek poměru objemu a povrchu prvku),

$\beta_D$  je parametr zohledňující velikost prvku,

$\beta_{RH}$  je parametr zohledňující vliv relativní vlhkosti prostředí,

$\beta_{dc}^*$  a  $\varepsilon_{sh,d0}$  jsou parametry modelu závislé na tlakové pevnosti, relativní vlhkosti a stáří betonu v okamžiku zatížení.

## 2.4 Eurokód 2

Jedná se o aktuální českou normu ČSN EN 1992-1-1 [3], která vstoupila v platnost v prosinci roku 2006. Patří do skupiny Eurokódů, plné označení je Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby.

Postup pro určení vlivu dotvarování a smrštění je popsán v části 3 (Materiály) a v příloze B. Způsob výpočtu vychází z původního Model Code 1990 [8], kde ještě není výpočetně odděleno základní dotvarování a dotvarování od vysychání. Z tohoto důvodu je zde uveden vztah pro výpočet celkového dotvarování (5).

Při výpočtu dotvarování používá EC2 (stejně jako *fib* Model Code 2010) veličinu označovanou jako součinitel dotvarování  $\varphi(t, t')$ , tato norma však vůbec nezavádí pojem funkce poddajnosti, neposkytuje tedy ani vztah pro její určení ze součinitele dotvarování. Pro její vyhodnocení byl v této práci použit upravený vztah z Model Code 1990 [8], ze kterého tato česká norma vychází.

$$J(\hat{t}, t') = \frac{1}{E_{cm}(t')} + \frac{\varphi}{1.05 E_{cm}(28)} \left[ \frac{\hat{t}}{\beta_H + \hat{t}} \right]^{0.3} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{sh,d}(\hat{t}) = k_D \cdot \varepsilon_{sh0} \cdot \frac{\hat{t}}{\hat{t} + 0.04 \cdot D^{1.5}} \quad (6)$$

kde  $E_{cm}(t')$  je sečnový modul pružnosti v okamžiku zatížení,  
 $\beta_H$  je parametr závislejší na relativní vlhkosti a velikosti prvku,  
 $k_D \cdot \varepsilon_{sh0}$  určuje konečnou hodnotu smrštění od vysychání.

## 2.5 ACI 209.2R-08

ACI 209.2R-08 [4] je aktuálně platná americká norma z roku 2008. Při výpočtu dotvarování je v normě ACI prioritně používán součinitel dotvarování, nicméně je uveden i vztah pro následný dopočet funkce poddajnosti.

Norma ACI neuvažuje odděleně proces základního dotvarování a dotvarování od vysychání. Stejně tak neuvažuje odděleně ani účinky autogenního smrštění a smrštění od vysychání, poskytuje pouze vztah pro celkovou hodnotu smrštění v čase  $t$ , který zahrnuje vlivy všech typů smršťování.

Výpočet hodnot dotvarování a smrštění je založen na stejném principu. Konkrétní hodnota dané veličiny v čase je vždy dána součinem výrazu popisujícího časovou závislost a konečné hodnoty v čase  $t = \infty$ .

$$J(\hat{t}, t') = \frac{1}{E_{cm}(t')} \cdot \left[ 1 + \frac{\hat{t}^\psi}{d + \hat{t}^\psi} \cdot \varphi_u \right] \quad (7)$$

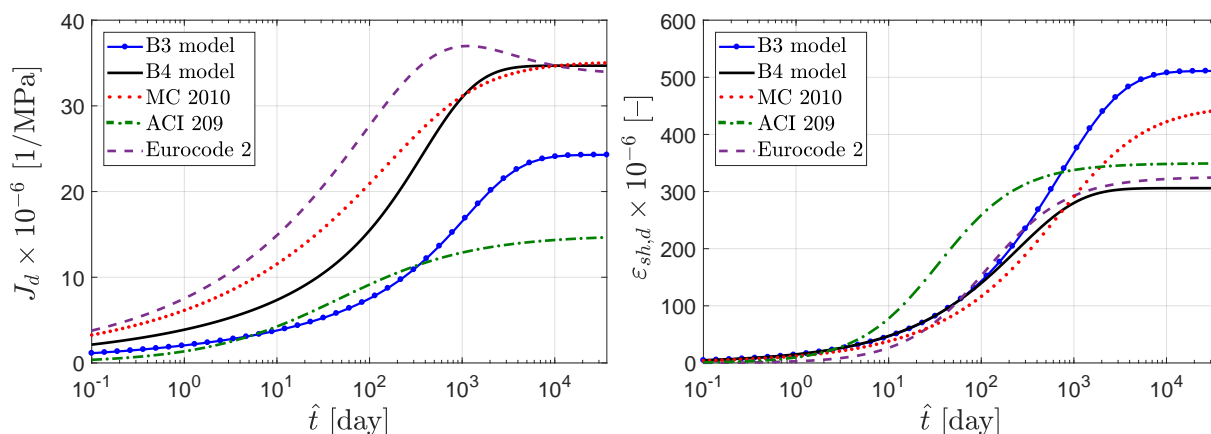
$$\varepsilon_{sh}(\hat{t}) = \varepsilon_{shu} \cdot \frac{\hat{t}^\alpha}{f + \hat{t}^\alpha} \quad (8)$$

kde  $\varphi_u$ , resp.  $\varepsilon_{shu}$  je výše zmiňovaná konečná hodnota dotvarování, resp. smrštění.

$d$ ,  $\psi$ ,  $f$ , a  $\alpha$  jsou parametry modelu, které definují časový průběh obou jevů. Existují dva možné způsoby jejich určení. První možností je použití doporučených průměrných hodnot, potom  $\psi = 0.6$ ,  $\alpha = 1.0$  a obecně platí, že  $d \neq f$ . Tato varianta byla použita i pro výpočty uvedené v této práci.

Druhou variantou, která zohledňuje velikost a tvar betonového prvku, je použití pevných hodnot exponentů  $\alpha = \psi = 1.0$  a dopočetení parametrů  $d$  a  $f$  ze vzájemného poměru objemu a vysychajícího povrchu betonového prvku, přičemž platí  $d = f$ . Ze vztahů je zřejmé, že v případě, kdy je totožný počátek zatížení a vysychání, dostáváme touto metodou pro oba jevy zcela totožnou kinetiku.

Kromě základního popisu a vztahů pro výpočet dotvarování a smrštění je v Příloze C normy ACI [4] uveden také vzorový výpočet provedený i pro některé další modely pro predikci dlouhodobého chování betonu. Díky tomu bylo možné části výpočtů kontrolovat a ověřit jejich správnost.



Obr. 1: Průběh dotvarování od vysychání (vlevo) a smrštění od vysychání (vpravo) podle různých norem a predikčních modelů.

## 2.6 Grafické porovnání

Průběhy dotvarování od vysychání a smrštění od vysychání, které slouží pro vzájemné porovnání jednotlivých norem a predikčních modelů (Obr. 1 – Obr. 3), byly stanoveny na základě výpočtů pro parametry vzorku a betonové směsi použité ve srovnávacím výpočtu v Příloze C normy ACI [4]. Hodnoty základních parametrů jsou uvedeny v prvním sloupci Tab. 1.

Délka zkoumaného období byla zvolena jako 100 let, což je obvyklá návrhová životnost většiny inženýrských a mostních konstrukcí. Prvky byly uvažovány jako desky tloušťky 200 mm, které byly po vybetonování ošetřovány standardním způsobem po dobu 7 dní. Jako typ kameniva potřebný pro výpočet podle modelu B4 byl použit křemenec. Vzhledem k tomu, že se v obou případech jedná o procesy, které na počátku probíhají výrazně rychleji než v pozdějším období, bylo pro časovou osu zvoleno logaritmické měřítko.

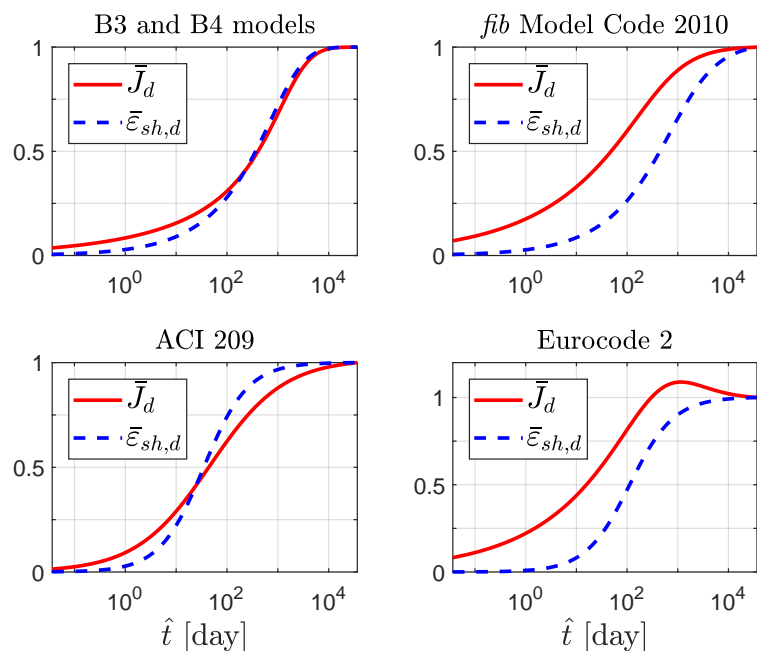
Jednotlivé výpočetní modely používají různé funkce pro vyjádření časové závislosti obou jevů spojených s vysycháním betonu, nicméně základní tvar křivek, které jsou znázorněny na Obr. 1, je v zásadě podobný. Výraznější rozdíl najdeme v konečných hodnotách, kterých obě veličiny nabývají ve stáří betonu 100 let.

Obr. 2 ukazuje, jak je kinetika obou jevů spojených s vysycháním betonu uvažována v rámci stejné normy či modelu. Ve společném grafu je vždy zobrazen normovaný časový vývoj smrštění od vysychání ( $\bar{J}_d$ , plnou červenou čarou) a normovaný vývoj dotvarování od vysychání ( $\bar{\varepsilon}_{sh,d}$ , přerušovanou modrou čarou). Normování hodnot bylo provedeno vůči hodnotám na konci sledovaného období.

Připomeňme, že průběhy získané dle normy ACI byly stanoveny pro doporučené pevné hodnoty parametrů ve vztazích (7) a (8), což ve svém důsledku znamená, že je tento model nezávislý na velikosti konstrukčního prvku.

Jiný způsob vzájemného porovnání kinetiky ukazuje graf na Obr. 3, kde jsou normované hodnoty obou jevů vyneseny proti sobě. Tento způsob srovnání sice nezobrazuje skutečnou rychlost průběhů dotvarování od vysychání a smrštění od vysychání, velmi názorně však ukazuje případné odlišnosti v kinetice obou procesů.





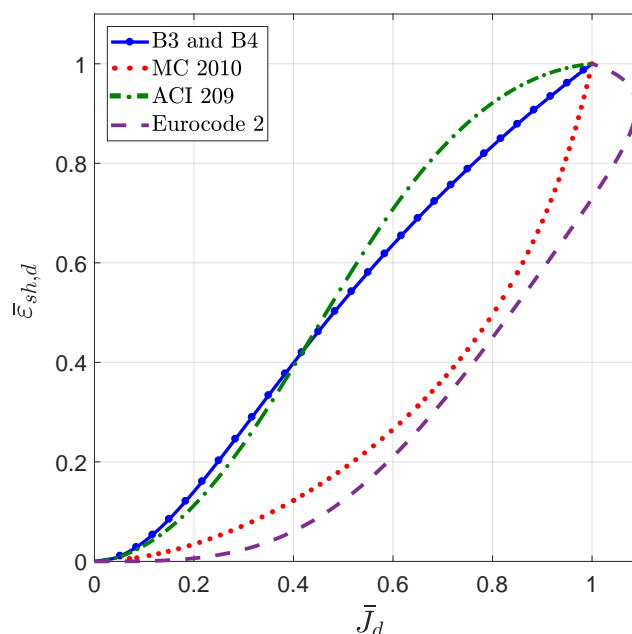
Obr. 2: Srovnání kinetiky dotvarování od vysychání a smrštění od vysychání uvažované v jednotlivých normách a predikčních modelech. Normování bylo provedeno vůči hodnotám na konci sledovaného období. Jelikož modely B3 a B4 používají stejnou časovou funkci popisující vývoj těchto jevů, dostáváme po znormování u obou modelů zcela totožné křivky.

## 2.7 Vliv vstupních parametrů

Pokud bychom grafy na Obr. 1 – 3 sestrojili na základě výpočtu pro jinou velikost a tvar prvku, kompozici betonové směsi atd., získali bychom jiné průběhy dotvarování a smršťování od vysychání, nicméně pro většinu proměnných parametrů si normované křivky zachovávají základní trendy.

V zásadě lze konstatovat, že rychlost procesu smršťování i dotvarování od vysychání ovlivňuje ve výpočetních modelech největší měrou vlhkost okolního prostředí a velikost betonového prvku. Ostatní faktory (jako jsou složení betonové směsi, stáří v okamžiku zatížení či vysychání atd.) nemají tak výrazný vliv na kinetiku zkoumaných jevů. Podrobná analýza vlivu proměnných faktorů na jednotlivé normy a predikční modely ukázala, že téměř každý z posuzovaných výpočetních modelů je z hlediska vzájemné kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání výrazněji citlivý pouze na jeden ze vstupních parametrů.

V případě **modelu B3** je jediným faktorem ovlivňujícím vzájemnou rychlost obou jevů relativní vlhkost okolního prostředí. Pro nízké hodnoty relativní vlhkosti probíhá dotvarování od vysychání po celou dobu s určitým zpožděním za průběhem smrštění. Tento odstup se s nárůstem relativní vlhkosti okolního prostředí zmenšuje, u vysoké vlhkosti prostředí nastává dokonce opačná situace – kinetika dotvarování od vysychání je o něco rychlejší než kinetika smrštění. Z grafického znázornění na Obr. 4, kde jsou vykresleny křivky srovnávající kinetiku pro hodnoty relativní vlhkosti prostředí od 20 % do 80 %, je však patrné, že rozdíl mezi kinetikou obou jevů je ve všech případech



Obr. 3: Vzájemné srovnání kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání určené podle základních norem a predikčních modelů pro jednotné parametry konstrukce a betonové směsi. Normování bylo provedeno vzhledem ke konečným hodnotám.

relativně malý.

Naopak u **fib MC 2010** nemá změna relativní vlhkosti žádný dopad na vzájemnou kinetiku obou jevů. U tohoto modelu má dominantní vliv velikost prvku, přesněji poměr mezi objemem a vysychajícím povrchem vzorku, což je znázorněno na Obr. 5. S nárůstem hodnoty  $V/S$  dochází k posunu vzájemné křivky dolů od pomyslné diagonály, což znamená, že se zvýrazňuje náskok v průběhu dotvarování od vysychání před průběhem smrštění.

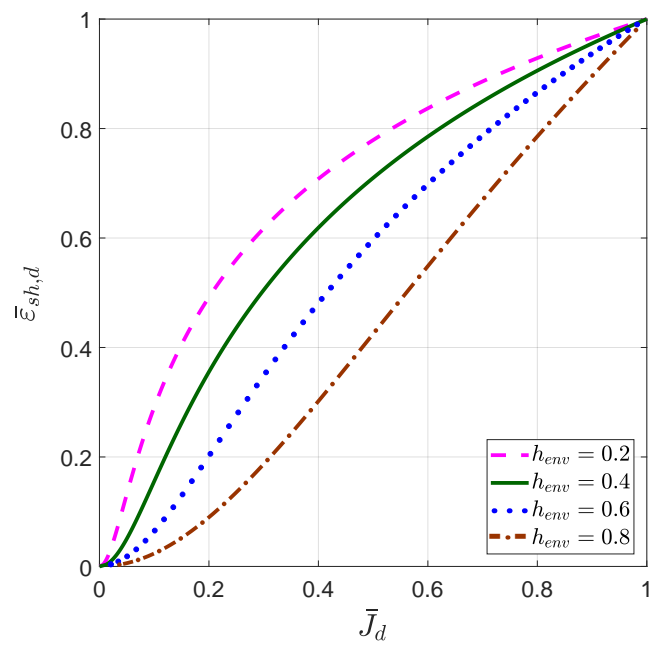
Aby nedošlo ke špatné interpretaci zmíněného vlivu, je důležité mít na paměti, že tento typ grafu nezobrazuje skutečnou rychlost obou jevů. Každý bod na křivce tohoto typu grafu ukazuje pouze to, jaké úrovně svých konečných hodnot oba srovnávané jevy dosáhly. Pro zvyšující se hodnotu  $V/S$  samozřejmě dochází ke zpomalení obou procesů, ale u dotvarování od vysychání je v tomto modelu predikováno zpomalení mnohem výraznější než u smrštění.

Pro úplnost dodejme, že malou měrou se u tohoto modelu projeví i variabilita počátku vysychání, pro reálný rozsah tohoto parametru je to ale vliv zanedbatelný.

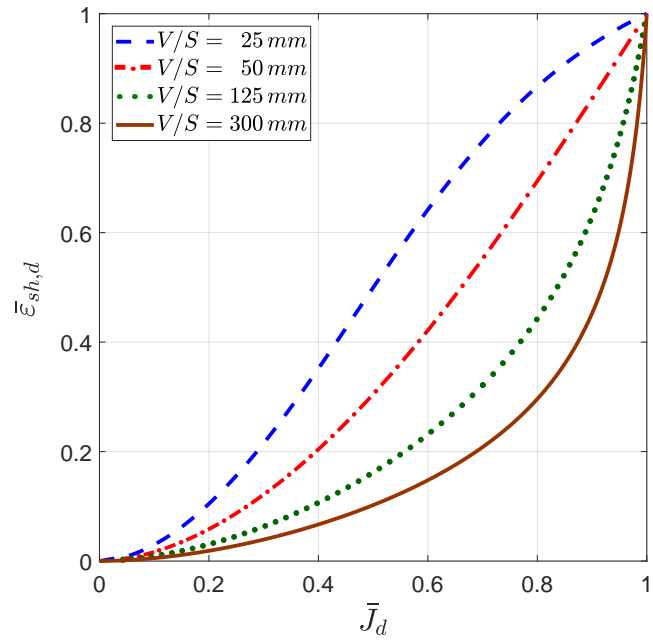
**Eurokód 2** předpokládá (až na extrémní kombinaci více vstupních parametrů), že smrštění probíhá s určitým zpožděním za procesem dotvarování od vysychání.

Výsledné křivky ovlivňuje jak poměr  $V/S$ , tak i relativní vlhkost okolního prostředí. Navíc pro malé vzorky a vysokou vlhkost prostředí je výraznější nemonotónnost křivky popisující časový průběh dotvarování od vysychání (křivka přerušovaná čarou v levém grafu na Obr. 1).

Specifickou výjimku tvoří americká norma **ACI 209**. Při použití průměrných hodnot parametrů  $\psi, d$  a  $\alpha, f$  v (7) a (8) případná změna vstupních parametrů nijak neo-



Obr. 4: Vliv různých hodnot relativní vlhkosti prostředí na vzájemnou kinetiku smrštění a dotvarování od vysychání určenou podle modelu B3. Ostatní vstupní parametry byly ve výpočtu uvažovány konstantními hodnotami uvedenými v Tab. 1.



Obr. 5: Vliv různých hodnot poměru  $V/S$  na vzájemnou kinetiku smrštění a dotvarování od vysychání určenou podle modelu B3. Ostatní vstupní parametry byly ve výpočtu uvažovány konstantními hodnotami uvedenými v 1. sloupci Tab. 1

vlivní tvar křivek  $\bar{J}_d$  a  $\bar{\varepsilon}_{sh,d}$  na příslušném grafu na Obr. 2, potažmo křivku této normy na Obr. 9 a 10. Při použití druhé možnosti stanovení parametrů (podrobněji v 2.5) dojde pro  $t_0 = t'$  k tomu, že smrštění i dotvarování od vysychání budou popsány stejnou časovou funkcí a kinetika obou jevů bude zcela totožná (odpovídala by diagonále v grafu na Obr. 3).

### 3 Data z experimentálních výzkumů

Pro vyhodnocení vzájemné kinetiky dotvarování a smršťování z reálně naměřených dat byly vhodné experimenty vybrány z volně dostupné databáze [10] na Northwestern University. Výsledky studií shromážděné v této databázi sloužily mimo jiné i ke kalibraci některých predikčních modelů uvedených v předchozí kapitole.

Pro účely této práce bylo nutné vybrat vzorky, které splňovaly několik zásadních kritérií. Na vzorcích stejných parametrů vyrobených z jedné betonové záměsi muselo být měřeno smrštění, optimálně celkové (na vysychajících vzorcích) i autogenní (na zapečetěných vzorcích)<sup>1</sup>. Zároveň muselo být měřeno celkové dotvarování (vysychající vzorky) i základní dotvarování (zapečetěné vzorky). Další podmínkou bylo, aby vzorky obou skupin měly společný počátek vysychání a aby byla dostatečná celková délka trvání experimentu, tedy aby po vyhodnocení naměřených dat bylo zřejmé, že se hodnoty dostaly do oblasti, kde již nedochází k jejich výraznému nárůstu v čase.

Rozsáhlá databáze na Northwestern University obsahuje celkem 61 930 hodnot naměřených na celkovém počtu 3 308 vzorků. 1 439 z nich sloužilo pro měření hodnot dotvarování a 1 869 pro měření smrštění. Jsou zde shrnuty výsledky z celkem 362 experimentálních studií, 172 jich je pro dotvarování a 190 pro smrštění.

V závislosti na relativní vlhkosti prostředí během experimentu lze konstatovat, že měření základního dotvarování bylo prováděno na 585 vzorcích, měření celkového dotvarování včetně vlivu vysychání na 711 vzorcích. Celkové smrštění bylo měřeno na 1 301 vzorcích, autogenní pak na 400 vzorcích.

V některých případech bylo v rámci jedné experimentální studie použito více receptur betonu, pro poddajnost je to 378 a pro smrštění 652 různých kompozic betonové směsi. Pouze u 68 výzkumů byla použita totožná receptura betonové směsi u vzorků pro dotvarování i pro smrštění, u většiny z nich ale nebylo měřeno zároveň celkové i základní dotvarování.

Všechna výše zmíněná kritéria byla splněna pouze u 6 experimentálních studií s celkovým počtem 71 vzorků. V následující části jsou stručně popsány a vyhodnoceny tři z těchto výzkumů.

Při zpracování dat z experimentů byly hodnoty dotvarování od vysychání určovány jako rozdíl celkového a základního dotvarování. V případě různých časů měření byly potřebné hodnoty doplněny lineární interpolací mezi nejbližšími body měření.

Vzhledem k omezenému rozsahu této práce jsou prezentovány pouze výsledné grafy znázorňující rozdíly v kinetice smršťování a dotvarování od vysychání. Podrob-

---

<sup>1</sup> Informace o autogenním smrštění nebyla nutná u vzorků s vodním součinitelem (hmotnostní poměr obsahu vody a cementu) nad 0,4. Tuto hodnotu vodního součinitele lze považovat za dolní hranici, od které je možné složku autogenního smrštění zanedbat.

nější zpracování experimentálních dat lze najít v [1].

		Výpočet v ACI [4]	Troxell [11]	Bryant [12]	Keeton [13]
$\bar{f}_c$	MPa	33.3	16.5	50.1	45.0
$E_{cm}(28)$	GPa	28.2	NA	29.8	25.9
$t_0 = t'$	den	7	28	8	8
$c$	kg/m <sup>3</sup>	409	320	390	452
$w/c$	-	0.5	0.59	0.47	0.46
$a/c$	-	4.23	5.67	5.09	3.74
Typ cementu		CEM I	CEM I	CEM I	CEM III
$h_{env}$	-	0.7	0.5 / 0.7	0.6	0.2 / 0.5
$2V/S$	mm	200	45	150 / 75 *)	65

\*) 150 mm model desky, 75 mm model hranolu

Tab. 1: Základní parametry srovnávacího výpočtu a jednotlivých experimentů.

### 3.1 Experimentální studie Troxell

Jedná se o rozsáhlý výzkum [11] zaměřený na vliv různých aspektů na průběh dotvarování a smršťování. Délka sledování většiny vzorků přesáhla období 20 let. Vzorky použité v této práci pochází ze série č. 3 z roku 1928, která zkoumala vliv vlhkosti okolního prostředí. Všechny vzorky série č. 3 byly válce o průměru 102 mm a výšce 356 mm. Hodnoty základních parametrů jsou uvedeny v Tab. 1.

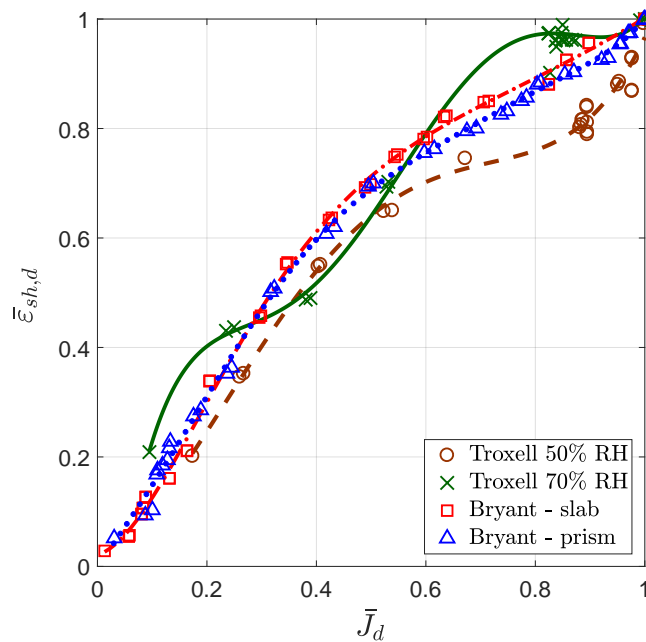
V databázi NU [10] jsou k dispozici hodnoty až od 12. dne po společném počátku zatížení a vysychání, zcela tedy chybí informace o počátečním vývoji dotvarování i smrštění.

Pro vzájemné porovnání kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání byly vhodné dvě trojice vzorků, jedna s relativní vlhkostí okolního prostředí 50 %, druhá s relativní vlhkostí 70 %. Získané výsledky jsou graficky znázorněny na Obr. 6.

### 3.2 Experimentální studie Bryant

V rámci experimentální studie Bryant [12] byly testovány vzorky, které měly svými rozměry a tvarem reprezentovat prvky mostních konstrukcí. Z relativně velkého množství vzorků byly pouze u dvou typů měřeny všechny potřebné veličiny. V obou případech se jednalo o vzorky jednotné velikosti s výškou 600 mm a s průřezem 150 × 150 mm, lišily se však způsobem zapečetění.

U první skupiny, která měla reprezentovat konstrukční prvky typu pilířů či sloupů, byly zapečetěny pouze oba konce a výměna vlhkosti s okolním prostředím probíhala na všech čtyřech stěnách. Náhradní tloušťka průřezu (dána poměrem dvojnásobku objemu vzorku vůči jeho povrchu, který je ve styku se vzduchem, tedy  $D = 2V/S$ ) činila 75 mm. Tyto vzorky jsou dále označovány jako „hranoly“.



Obr. 6: Vzájemné srovnání kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání určené z dat experimentálních výzkumů Troxell a Bryant. Jednotlivé body měření jsou zvýrazněny značkami.

Druhá skupina vzorků představovala model desky či stěny. Transport vlhkosti byl umožněn pouze dvěma protilehlými stranami vzorků, zbylé dvě strany i oba konce byly před vysycháním chráněny pečetící fólií. Náhradní tloušťka průřezu u těchto vzorků činila  $D = 150$  mm a jsou označovány jako „desky“.

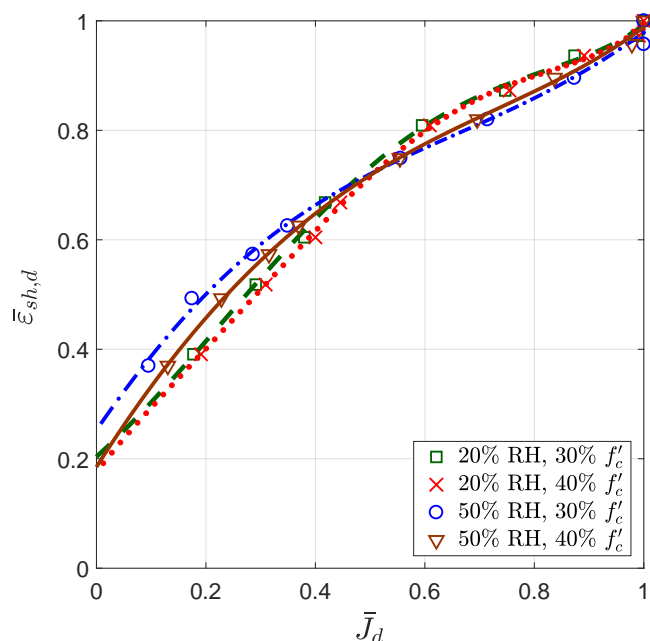
Pro zapečetění byla použita hliníková fólie, bohužel v průběhu experimentu došlo u plně zapečetěných vzorků k jejímu porušení, což způsobilo rychlejší nárůst deformací vzorků pro sledování autogenního smrštění a základního dotvarování. Z tohoto důvodu nebylo autogenní smrštění do výpočtu zahrnuto a hodnota smrštění od vysychání byla uvažována jako hodnota celkového smrštění. Nepřesností hodnot základního dotvarování je částečně ovlivněn průběh dotvarování od vysychání v pozdější fázi experimentu.

Vzájemné srovnání kinetiky smrštění a dotvarování od vysychání získané z obou skupin vzorků z experimentální studie Bryant je vykresleno na společném grafu s výsledky z výzkumu Troxell na Obr. 6.

### 3.3 Experimentální studie Keeton

Část výzkumu [13], ze které pochází vhodné vzorky, byla zaměřena na porovnání vlivu různých hodnot relativní vlhkosti prostředí, velikosti vzorku a úrovně zatížení. Výzkum byl zahájen v roce 1957 a vzorky byly sledovány po dobu 897 dní.

U některých vzorků byly přírůstky základního dotvarování mezi jednotlivými časy měření větší než přírůstky celkového dotvarování na vysychajících vzorcích. Tento problém se týkal především menších prvků s nižší úrovní zatížení a zejména těch, které vysychaly při vyšší relativní vlhkosti prostředí.



Obr. 7: Vzájemné srovnání kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání určené z vybraných dat experimentální studie Keeton.  $f'_c$  značí tlakovou pevnost betonu v okamžiku zatížení. Vyšší úroveň smrštění v počáteční fázi je způsobena tím, že u prvního měření byla hodnota základního dotvarování větší než hodnota celkového dotvarování.

Vzorky pro měření dotvarování a smrštění bez vlivu vysychání nebyly zapečetěny, ale vystaveny prostředí se 100% vlhkostí, což se také mohlo negativně projevit v přesnosti poskytnutých hodnot dotvarování od vysychání. U vzorků skladovaných při velmi vysoké vlhkosti, případně ponořených do vody, totiž dochází k určitému bobtnání.

Na Obr. 7 jsou vykresleny výsledky pro vzorky tvaru válce o velikosti 152 x 457 mm zatížené úrovní 30% a 40% tlakové pevnosti v okamžiku zatížení a vystavené relativní vlhkosti prostředí 20% a 50%.

#### 4 Data z numerických simulací

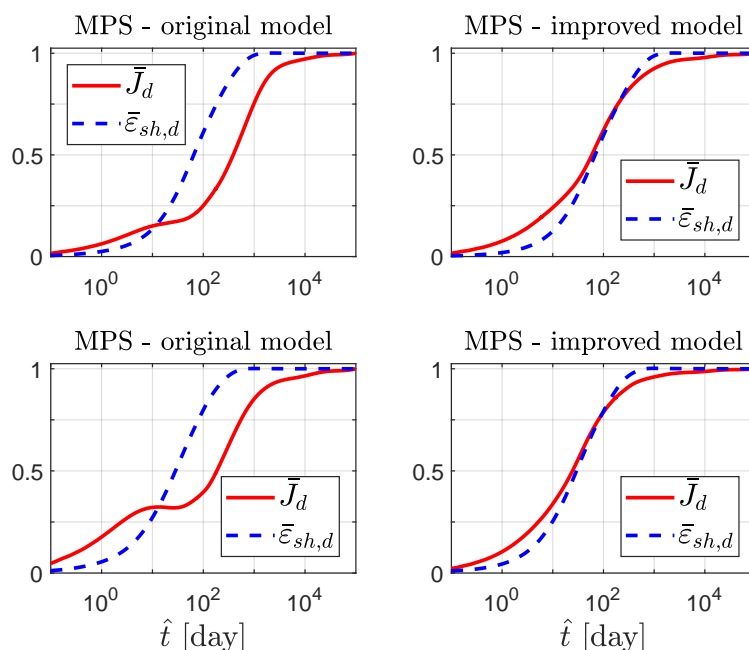
V této části jsou prezentovány výsledky získané zpracováním dříve provedených výpočtů metodou konečných prvků v programu OOFEM [14] s využitím modelu solidifikace a mikropředpětí (MPS) [15].

Tento model patří do skupiny materiálových modelů, které pracují s hodnotami veličin na úrovni materiálového bodu. Tím se výrazně liší od všech modelů prezentovaných v kapitole 2, které pracují pouze s průměrnými hodnotami na úrovni průřezu. Jedině při použití bodových modelů lze získat skutečné hodnoty napětí a vlhkosti uvnitř materiálu a jejich rozložení po průřezu.

Experimentální výzkum Bryant popsany v předešlé kapitole testoval smrštění a dotvarování na množství vzorků různých velikostí. Velkou výhodou byl fakt, že téměř

všechny byly vybetonovány z jedné záměsi, což poskytlo možnost ukázat vliv velikosti vzorků na smrštění a dotvarování. Z tohoto důvodu byly výsledky Bryantových experimentů vybrány pro kalibraci a následnou modifikaci modelu MPS v [16] a [15].

Odtud byla pro účely této práce převzata data z numerických výpočtů s využitím jak původního, tak i upraveného modelu MPS, konkrétně výsledky poskytující informace a hodnotách celkového a základního dotvarování a celkového a autogenního smrštění u desek a hranolů analyzovaných v části 3.2.



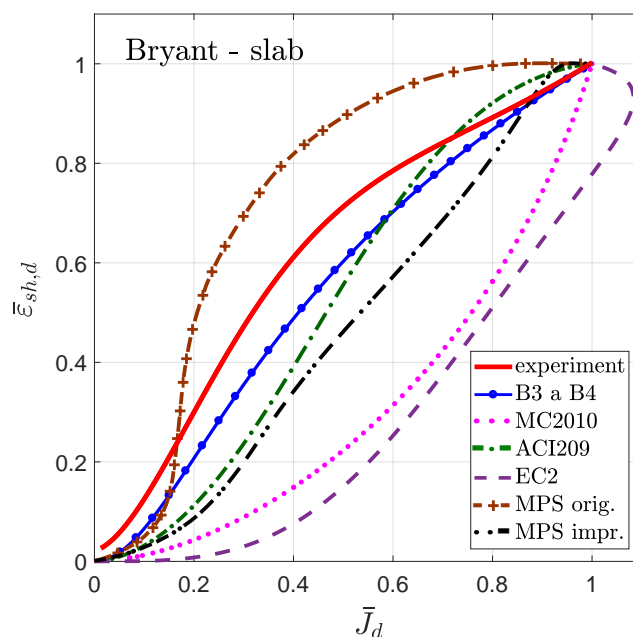
Obr. 8: Normované průběhy dotvarování od vysychání a smrštění od vysychání vyhodnocené z vybraných dat numerických simulací podle parametrů Bryantových experimentů (viz Tab. 2). Horní dva grafy se vztahují k deskám, dolní dvojice grafů přísluší hranolům. Vlevo jsou vykresleny průběhy spočtené podle původního modelu MPS, vpravo podle upraveného modelu MPS. Normování hodnot bylo provedeno k vypočteným hodnotám na konci sledovaného období.

Obdobným způsobem jako u dat z reálných experimentů byly vyhodnoceny průběhy dotvarování od vysychání a smrštění od vysychání a sestrojeny křivky zobrazující časový vývoj obou jevů (viz Obr. 8). Z grafů je zřejmé, že původní model MPS předpovídá neobvyklý časový vývoj dotvarování od vysychání. Po počátečním nárůstu hodnot dojde k výraznému zpomalení a po relativně krátké době probíhá nárůst dotvarování srovnatelnou rychlostí jako nárůst smrštění.

Tento rozdíl je patrný zejména při posouzení konečné hodnoty dotvarování od vysychání, kde původní neupravený model velmi výrazně podcenil konečnou hodnotu tohoto děje zjištěnou při experimentu. Graf znázorňující tuto skutečnost lze najít v [1].

Upravený model vykazuje menší rozdíl v kinetice obou jevů a více se přibližuje chování betonových prvků při reálných experimentech. Oproti výsledkům získaným z experimentálních dat (kde se ukazuje určité opoždění průběhu dotvarování od vysychání za průběhem smršťování), předpovídá upravený model MPS naopak mírně rychlejší kinetiku u procesu dotvarování od vysychání. Parametry materiálového mo-





Obr. 9: Kompletní srovnání vzájemné kinetiky smrštění a dotvarování od vysychání pro parametry desek z experimentální studie Bryant ( $2V/S = 150 \text{ mm}$ ). Graf srovnává výsledky získané z výpočtů podle jednotlivých norem a modelů, experimentálních dat a numerických simulací.

delu však nebyly kalibrovány pouze pro tento jeden typ vzorků, ale pro vzorky různých velikostí, nelze proto očekávat optimální shodu.

Grafické znázornění pomocí společné křivky, která zobrazuje vzájemný poměr normovaných hodnot, lze najít na souhrnných grafech na Obr. 9 a 10.

## 5 Závěr

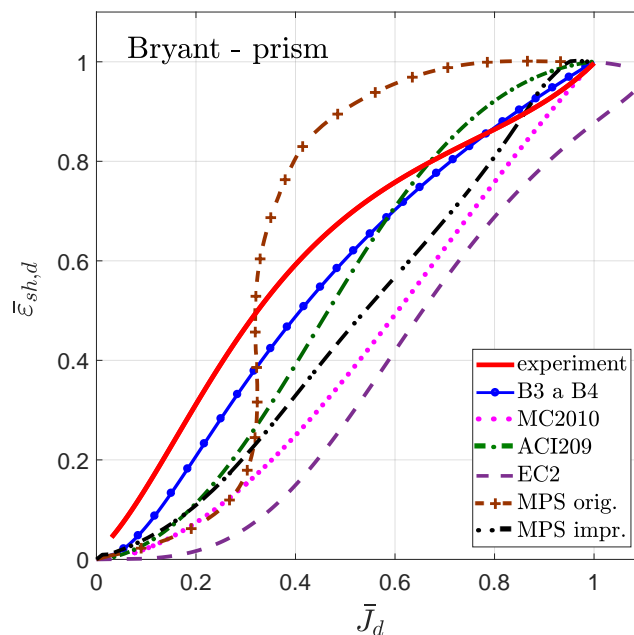
Cílem práce bylo ukázat, jakým způsobem je vzájemná kinetika smršťování a dotvarování od vysychání betonu uvažována napříč různými výpočetními modely a tato zjištění porovnat s výsledky skutečných dlouhodobých experimentů.

Standardní normy a predikční modely pracující na úrovni průřezu lze z hlediska vzájemné rychlosti zkoumaných jevů rozdělit do dvou skupin (viz Obr. 2 a 3).

První skupina, kam můžeme zařadit modely B3, B4 a normu ACI, předpokládá u smršťování mírně opožděný nástup, následně však rychlejší průběh oproti dotvarování od vysychání. Vzájemná kinetika obou jevů je uvažována velmi podobně, rozdíly nejsou významné.

Druhou skupinu tvoří Eurokód 2 a *fib* Model Code 2010. Oba předpokládají výraznější rozdíly mezi průběhem smršťování a dotvarování od vysychání. Po celou dobu je průběh smrštění uvažován s určitým zpožděním za průběhem dotvarování od vysychání. V případě EC2 je navíc nemonotónní průběh u složky dotvarování od vysychání.

Vhodných experimentů, na kterých by bylo možné předpoklady výpočetních modelů ověřit, je značný nedostatek. Podrobnou analýzou výsledků mnoha experimentál-



Obr. 10: Kompletní srovnání vzájemné kinetiky smrštění a dotvarování od vysychání pro parametry hranolů z experimentální studie Bryant ( $2V/S = 75 \text{ mm}$ ). Graf srovnává výsledky získané z výpočtů podle jednotlivých norem a modelů, experimentálních dat a numerických simulací.

ních výzkumu shromážděných v databázi na NU [10] bylo zjištěno, že jen nepatrný zlomek výzkumů poskytuje informace vhodné pro porovnání těchto dvou specifických jevů spojených s vysycháním betonu. Většina dříve prováděných výzkumů měla obecnější zaměření nebo zkoumala jiné aspekty dotvarování a smršťování, častým problémem je i nedostatečná délka sledování vzorků.

Zpracované experimenty většinou ukázaly, že vysychání vzorků se projevuje o něco rychleji nárůstem hodnot smrštění, zatímco hodnoty dotvarování reagují na vysychání vzorku až s určitým zpožděním. Vzájemný posun kinetiky není nijak zásadní, přesto je to opačný trend, než jaký předpokládají výpočetní modely (zejména EC2 a MC2010). Modely B3 a B4 i norma ACI postihují skutečné chování analyzovaných vzorků o něco lépe. Ve shodě s experimenty je u těchto modelů uvažován jen malý vzájemný posun průběhu obou jevů (viz grafy na Obr. 2).

Možnost komplexního srovnání poskytly dvě skupiny vzorků z experimentální studie Bryant. Na Obr. 9 a 10 je srovnání vzájemné kinetiky smrštění a dotvarování od vysychání určené podle různých výpočetních modelů (průřezových i bodových) s výsledky reálného experimentu. Hodnoty základních vstupních parametrů jsou uvedeny v Tab. 1. Připomeňme, že parametry materiálového modelu využívajícího teorii MPS byly nastaveny pro dosažení co nejlepší shody pro vzorky různých velikostí, což vysvětluje nepřilíh dobrou shodu u vybraných vzorků použitých v této práci. Opět platí, že pro případnou kalibraci či úpravu materiálového modelu je nutné mít k dispozici dostatečné množství dlouhodobých experimentů, kterých je však velký nedostatek.

## Literatura

- [1] DOHNALOVÁ, Lenka. *Porovnání kinetiky smršťování a dotvarování od vysychání betonu*. Praha, 2018. Bakalářská práce, České vysoké učení technické v Praze.
- [2] DOHNALOVÁ, Lenka a HAVLÁSEK, Petr. Comparison of Drying Shrinkage and Drying Creep Kinetics in Concrete. *Acta Polytechnica CTU Proceedings*. 2018, vol. 15, p. 12-19.
- [3] ČSN EN 1992 1-1. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1–1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [4] ACI 209.2R-08. *Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete*. American Concrete Institute. 2008.
- [5] BAŽANT, Zdeněk P. a BAWEJA S. Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3. *Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage - Structural Design Effects*. 2000, s. 1-83.
- [6] RILEM Technical Committee TC-242-MDC (BAŽANT, Z. P., chair). Model B4 for creep, drying shrinkage and autogenous shrinkage of normal and high-strength concretes with multi-decade applicability (RILEM Technical Committee TC-242-MDC multi-decade creep and shrinkage of concrete: material model and structural analysis). *Materials and Structures*. 2015, vol. 48, p. 753–770.
- [7] Fédération Internationale du Béton. Model Code 2010. *International Federation for Structural Concrete (fib)*. 2012, vol. 65.
- [8] CEB–FIP Model Code 1990. *CEB Bulletin d'Information*. Comité Euro-International du Béton (CEB), Lausanne, Switzerland. 1993, No. 213/214, p. 33–41.
- [9] Structural Concrete–Textbook on Behaviour, Design and Performance. Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. *fib Bulletin 2*. Federation Internationale du Beton (*fib*), Lausanne, Switzerland. 1999, vol. 2, p. 37–52.
- [10] *NU Database of Laboratory Creep and Shrinkage Data*. [online]. US: Northwestern University, 2017. [cit. 2018-04-22]. Dostupné z: [www.civil.northwestern.edu/people/bazant/CreepShrinkData\\_20170123GB.xlsx](http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/CreepShrinkData_20170123GB.xlsx)
- [11] TROXELL, G. E., RAPHAEL, J. E., DAVIS, R. W. Long-time creep and shrinkage tests of plain and reinforced concrete. *Proc. ASTM 58, USA*. 1958, p. 1101–1120.
- [12] BRYANT, Anthony H., VADHANAVIKKIT, C. Creep, Shrinkage–Size, and Age at Loading Effects. *ACI Materials Journal*. 1987, vol. 84 (2), p. 117-123.
- [13] KEETON, J. R. *Study of Creep in Concrete, Phase 1 (I-Beam)*. U. S. Naval Civil Engineering Laboratory. Port Hueneme, California. 1965.

- [14] PATZÁK, Bořek. *OOFEM: Object Oriented Finite Element Solver*. [online]. Praha: ČVUT, 2017 [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <http://www.oofem.org/cz/oofem>
- [15] JIRÁSEK, Milan a HAVLÁSEK, Petr. Microprestress–solidification theory of concrete creep: Reformulation and improvement. *Cement and Concrete Research*. 06/2014, vol. 60, p. 51–52.
- [16] HAVLÁSEK, Petr. *Creep and Shrinkage of Concrete Subjected to Variable Environmental Conditions*. Praha, 2014. Disertační práce, České vysoké učení technické v Praze.