MATEMATICKÝ MODEL NELOKÁLNÍHO POŠKOZENÍ

Vypracoval: Michal Ženíšek

Konzultant: Ing. Jan Zeman, Ph.D

Informace o konstrukci:

- *nehomogenní prvek*
- *neměnný průřez*
- *charakteristická imperfekce*
- *jednoosá tahová napjatost*

Odvození funkcionálu energie:

$$\sigma(x) = E_0(x)\varepsilon(x),$$ *… elementární napětí*

$$Y(\bar{\varepsilon}) = \int_0^{\bar{\varepsilon}} \sigma(x)\,d\varepsilon = \frac{1}{2}E_0(x)\varepsilon(x)^2,$$ *… elementární energie*

$$\pi(u) = \frac{1}{2}A\int_0^L E_0(x)\left(\frac{du}{dx}\right)^2 dx - uF$$ *… energie celého prvku*

Zpřesnění řešení:

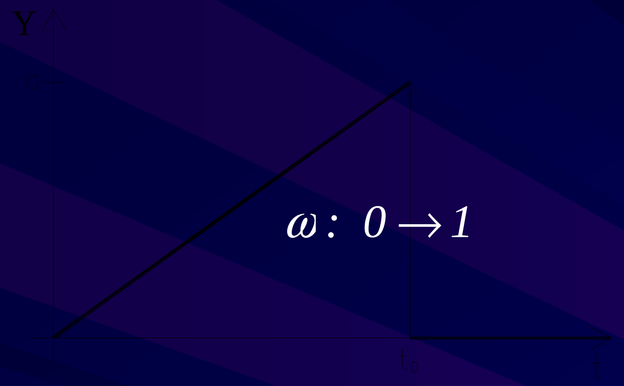
- *Je toto řešení dosti přesné?*
- *Modul pružnosti E při zvyšujícím napětí klesá!*

$$E(t) = E_0(1 - \omega(t) + \eta),$$

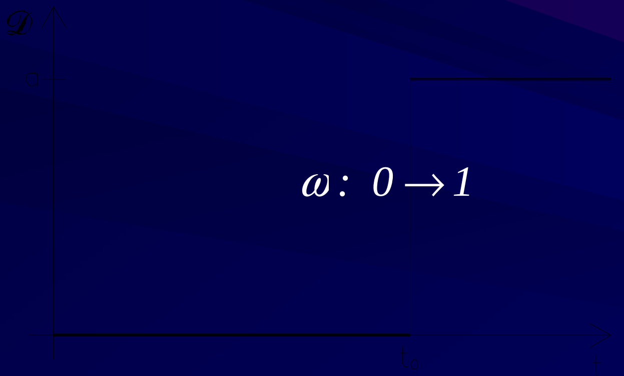
kde $\omega \in \langle 0,1 \rangle$ *je parametr poškození.*

- *Nelokální poškození*

$$\frac{1}{2}\int_0^L \kappa\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 dx$$



$\omega:\ 0 \rightarrow 1$



$\omega:\ 0 \rightarrow 1$

Parametr poškození ω závisí na velikosti $Y(x)$:

$$Y(x) = \frac{1}{2} E_0 \varepsilon(t)^2,$$

$$Y(t) \geq a \ldots \omega = 1,$$
$$Y(t) < a \ldots \omega = 0.$$

Nevratná energie=disipovaná energie

$$\int_0^L a\omega + \frac{1}{2} b\omega^2 dx$$

Funkcionál energie:

$$\pi(u,\omega) = \frac{1}{2}\int_0^L E_0(1-\omega+\eta)A\left(\frac{du}{dx}\right)^2 dx + \int_0^L a\omega + \frac{1}{2}b\omega^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L \kappa\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 dx$$

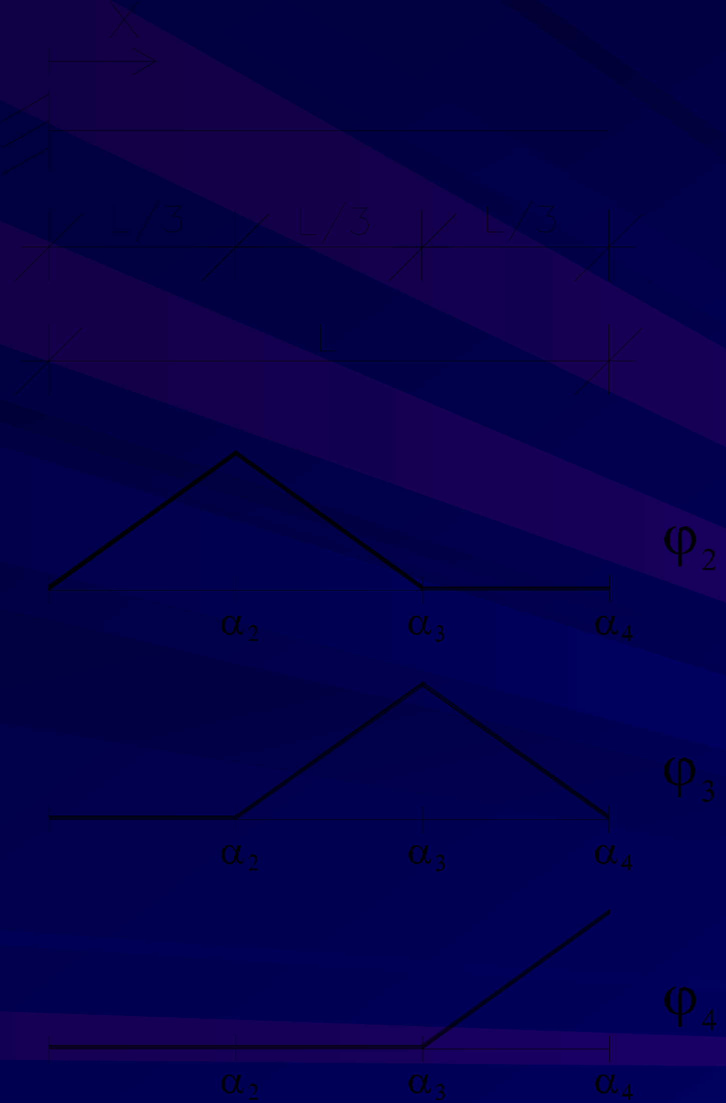
Vratná energie

Disipovaná energie

Nelokalita poškození

Minimalizace energie:

- *Co máme odpozorováno od přírody?*
- *Každá konstrukce si za všech okolností hledá stav s minimální energií.*
- *Funkcionál energie $\pi(u,\omega)$ minimalizujeme některou z numerických metod.*
- *Funkcionál zminimalizujeme k oběma proměnným zvlášť a budeme několikrát opakovat.*



Funkci posunutí nyní přibližně napíšeme jako lineární kombinaci bázových funkcí φ:

$$u = \alpha_2\varphi_2 + \alpha_3\varphi_3 + \alpha_4\varphi_4 + \alpha_5\varphi_5 + \ldots + \alpha_n\varphi_n .$$

Pro účely prezentace si prvek rozdělíme pouze na 3 segmenty. Máme pak

$$\pi(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4) = \frac{1}{2}A\int_0^L E(x)\left(\alpha_2\frac{d\varphi_2(x)}{dx} + \alpha_3\frac{d\varphi_3(x)}{dx} + \right.$$

$$\left. + \alpha_4\frac{d\varphi_4(x)}{dx}\right)^2 dx - uF .$$

Řešením získáme hodnoty posunů v uzlových bodech α.

- *Oproti posunům u má parametr poškození ω podmínku:*

$$\omega \in \langle 0,1 \rangle$$

- *Minimalizaci energie v závislosti na ω za nás vyřeší MATLAB.*

- *Funkce quadprog – řeší kvadratické optimalizační problémy.*

- *Několikanásobným zopakováním minimalizace se přiblížíme ke skutečnému řešení.*

Děkuji za pozornost