Předmět: SM01

Řešení staticky určitých konstrukcí

Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze

Přehled okruhů otázek - SM01 :

1. Řešení staticky určitých konstrukcí:

- **Posouzení statické určitosti nosníků, složených prutových soustav a příhradových konstrukcí v rovině, tělesa v prostoru.**
- **Reakce nosníků a složených prutových soustav v rovině z podmínek rovnováhy – postup výpočtu i kvalifikovaný odhad (se zdůvodněním).**
- **Reakce tělesa v prostoru z podmínek rovnováhy – postup výpočtu i kvalifikovaný odhad (se zdůvodněním).**
- **Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí – princip řešení styčníkovou a průsečnou metodou, postup výpočtu i kvalifikovaný odhad (se zdůvodněním).**
- **Rozdíl mezi chováním staticky určitých a staticky neurčitých konstrukcí při působení přímých (silových) a nepřímých zatížení (změna teploty, přemístění podpor).**

Řešení staticky určitých konstrukcí:

Výpočet reakcí staticky určitých konstrukcí:

- Vychází z předpokladu, že konstrukce jsou dokonale tuhé.
- Jinak řečeno – předpokládá se, že deformace staticky určité konstrukce od působení přímých (silových) i nepřímých zatížení (změn teploty, přemístění podpor) neovlivňují velikost reakcí.

- Ze shodných předpokladů vychází i výpočet osových sil v prutech staticky určitých příhradových konstrukcí.

Počet stupňů volnosti dokonale tuhé konstrukce:

- Je počet na sobě nezávislých parametrů (posunů, pootočení) potřebných k jednoznačnému určení polohy nebo změny polohy dokonale tuhé konstrukce.

Posouzení statické určitosti nosníků v rovině (v 2D):

Stupeň statické neurčitosti s_n nosníku v rovině:

$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - m$$

m – počet stupňů volnosti hmotného objektu,

r – počet stupňů volnosti, které hmotnému objektu odebírají vazby,

p – počet vazeb hmotného objektu,

r_j’ – počet stupňů volnosti, které hmotnému objektu odebírá vazba číslo **j**

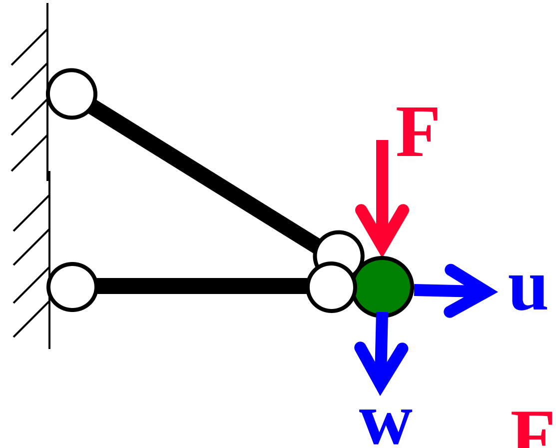
Stupeň statické přeurčitosti s nosníku v rovině:

$$s = m - r = m - \sum_{j=1}^{p} r_j'$$

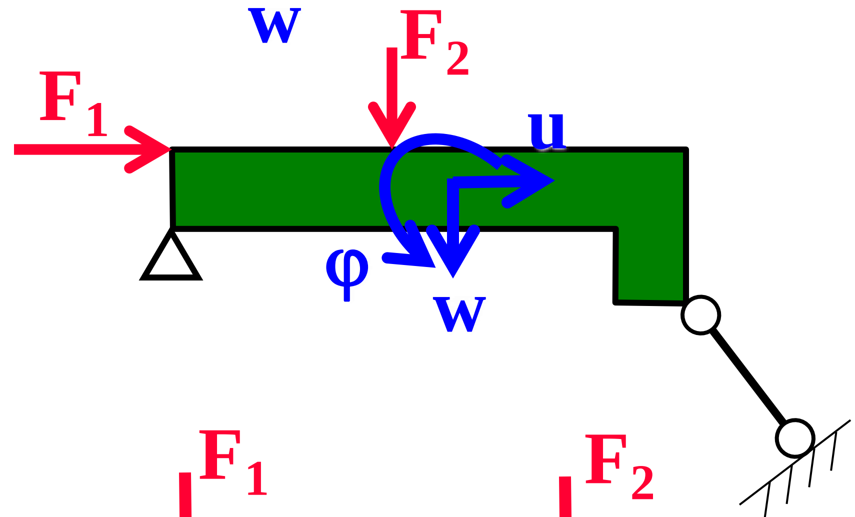
Posouzení statické určitosti nosníků v rovině (v 2D):

m - počet stupňů volnosti hmotných objektů v rovině:

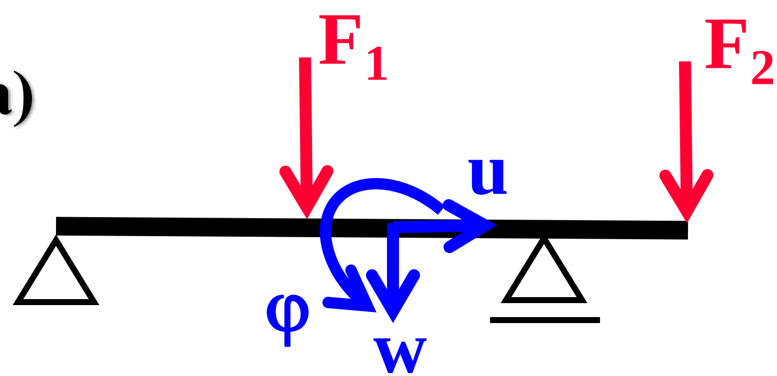
- **hmotný bod v rovině**
  m = 2 (stupně volnosti),
  $\{r\} \equiv \{\, u \,;\, w\}^T$



- **tuhá deska v rovině**
  m = 3 (stupně volnosti),
  $\{r\} \equiv \{\, u \,;\, v \,;\, \varphi\}^T$



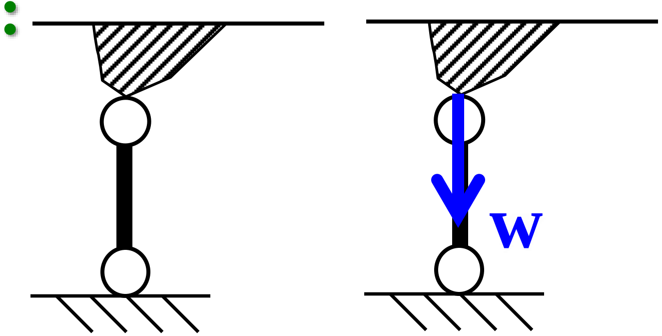
- **rovinný nosník (≡ tuhá deska)**
  m = 3 (stupně volnosti),
  $\{r\} \equiv \{u \,;\, w \,;\, \varphi\}^T$



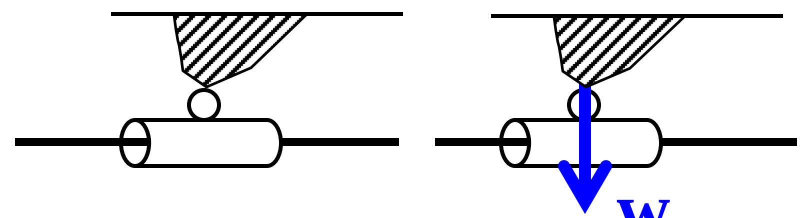
Posouzení statické určitosti nosníků v rovině (v 2D):

Vnější vazby hmotných objektů v rovině:

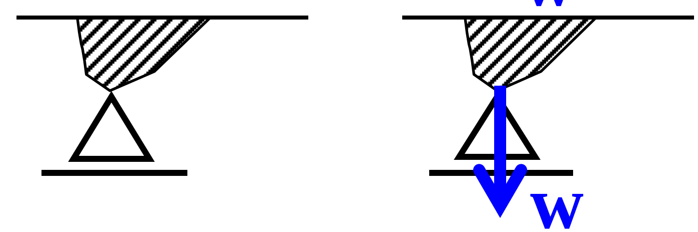
- **kyvný prut (vedení po kružnici)**
  r’ = 1 stupeň volnosti,



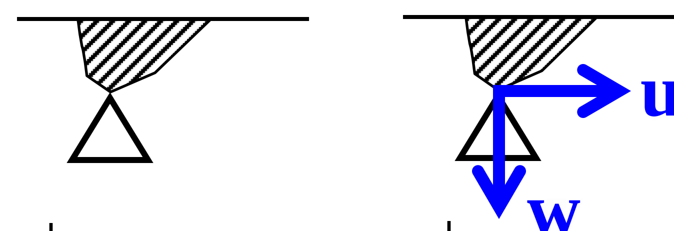
- **vedení po přímce**
  r’ = 1 stupeň volnosti,



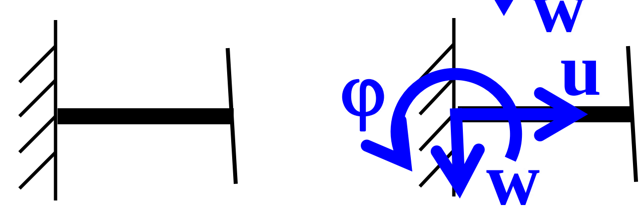
- **posuvný kloub (vedení po přímce)**
  r’ = 1 stupeň volnosti,



- **pevný kloub**
  r’ = 2 stupně volnosti,

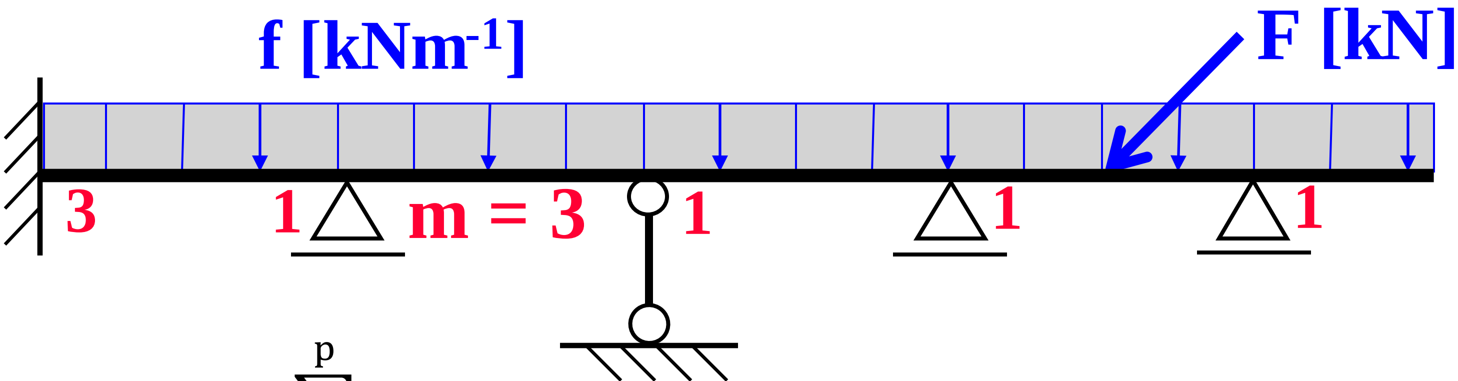


- **vetknutí**
  r’ = 3 stupně volnosti.



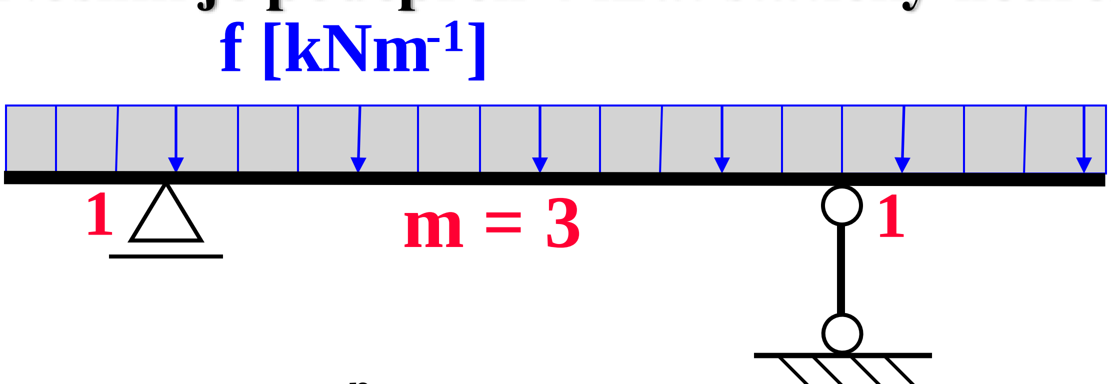
Posouzení statické určitosti nosníků v rovině (v 2D):

Posuďte statickou určitost zadaného nosníku:



$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j{}' - m = (3 + 4 \cdot 1) - 3 = +4$$

Nosník je podepřen 4 krát staticky neurčitě.



$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j{}' - m = (2 \cdot 1) - 3 = -1$$

Nosník je podepřen 1 krát staticky přeurčitě.

Posouzení statické určitosti složených soustav v 2D:

Stupeň statické neurčitosti s_n složené soustavy v rovině:

$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - \sum_{k=1}^{n} m_k \qquad m = 2 \cdot \beta + 3 \cdot \delta$$

n – počet hmotných objektů, ze kterých je složená soustava složena,

p – počet vnějších a vnitřních vazeb složené soustavy,

m – počet stupňů volnosti celé složené soustavy,

m_k – počet stupňů volnosti hmotného objektu číslo k,

r – počet stupňů volnosti, které složené soustavě odebírají dohromady vnější a vnitřní vazby,

r_j' – počet stupňů volnosti, které složené soustavě odebírá vazba číslo j ,

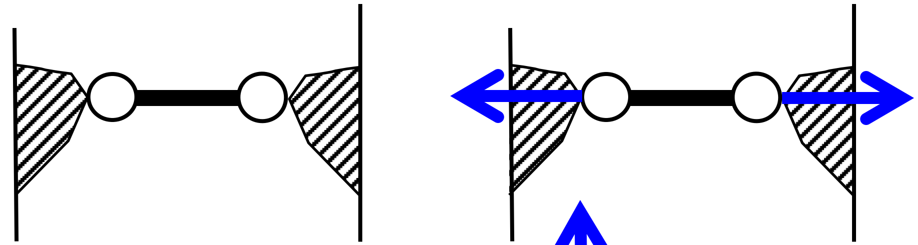
β – počet hmotných bodů v rovinné složené soustavě,

δ – počet desek (nosníků) v rovinné složené soustavě.

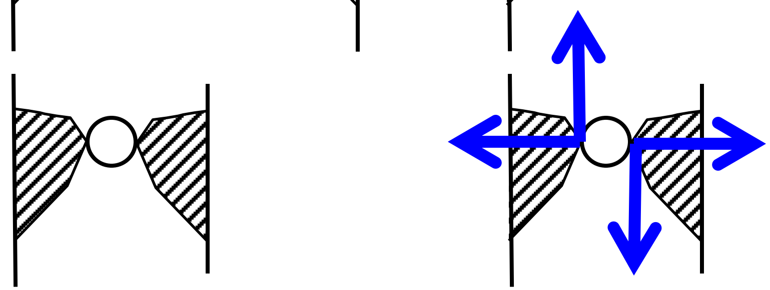
Posouzení statické určitosti složených soustav v 2D:

Vnitřní vazby složených soustav v rovině:

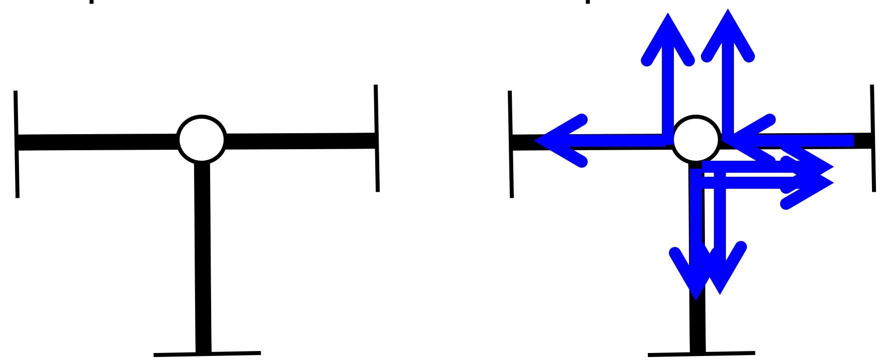
- **kyvný prut**
  r' = 1 stupeň volnosti,



- **vložený kloub**
  r' = 2 stupně volnosti,

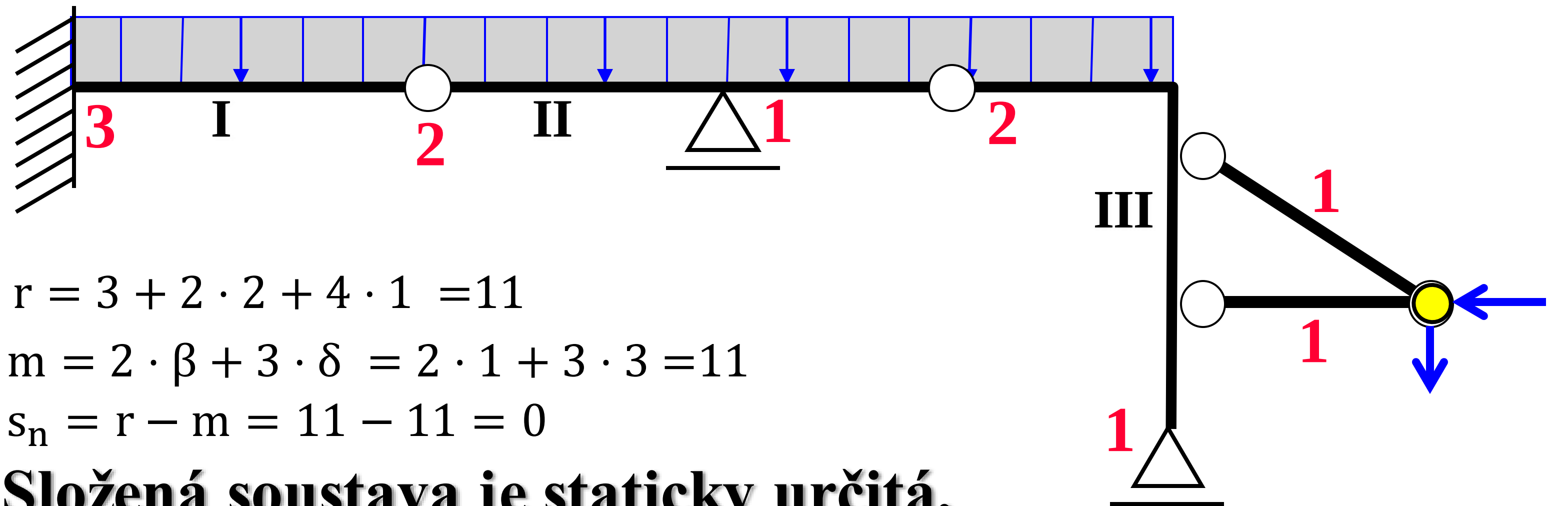


- **trojný kloub**
  r' = 4 stupně volnosti.



Posouzení statické určitosti složených soustav v 2D:

Posuďte statickou určitost zadané složené soustavy:

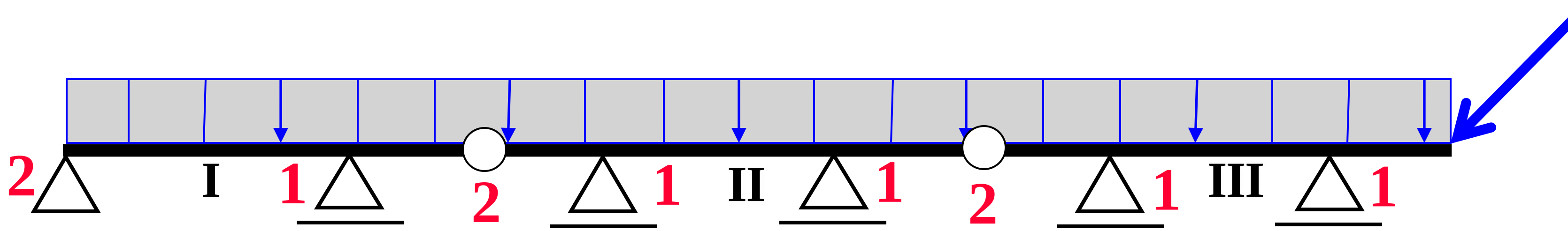


$r = 3 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \; = 11$

$m = 2 \cdot \beta + 3 \cdot \delta \; = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 11$

$s_n = r - m = 11 - 11 = 0$

Složená soustava je staticky určitá.



$r = 3 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \; = 11$

$m = 2 \cdot \beta + 3 \cdot \delta \; = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 = 9$

$s_n = r - m = 11 - 9 = +2$

Složená soustava je 2 krát staticky neurčitá.

Posouzení statické určitosti příhradových konstrukcí v 2D:

Stupeň statické neurčitosti s_n příhradové konstrukce v 2D:

$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - \sum_{k=1}^{n} m_k \qquad r = 1 \cdot \pi + r_{ext} \qquad m = 2 \cdot \beta$$

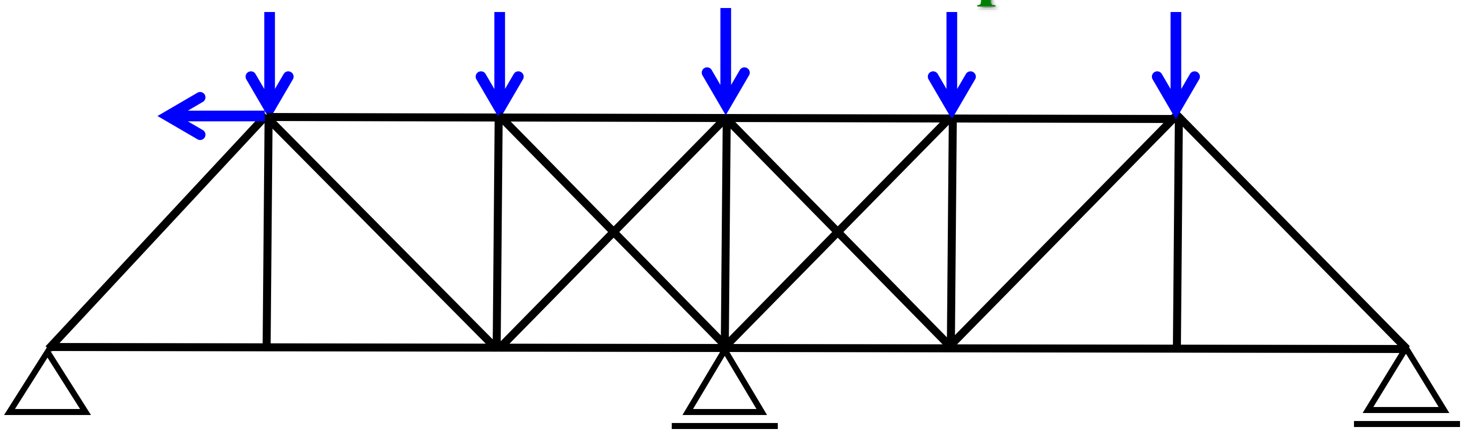
β – počet styčníků (hmotných bodů) rovinné příhradové konstrukce,

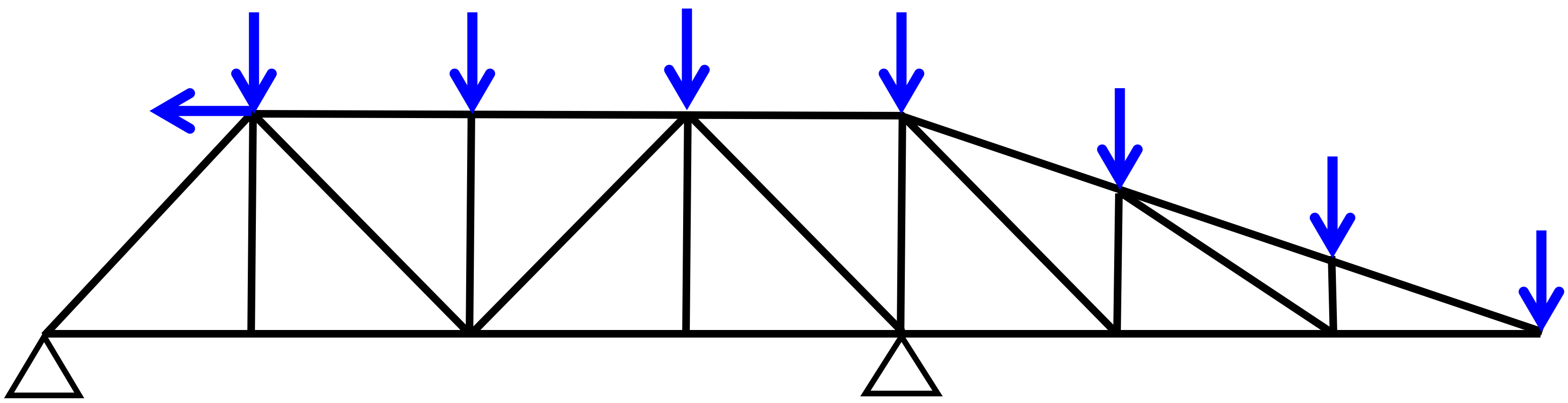
π – počet příhradových prutů (kyvných prutů) příhradové konstrukce,

r_{ext} – počet stupňů volnosti, které odebírají příhradové konstrukcí vnější vazby.

Posouzení statické určitosti příhradových konstrukcí v 2D:

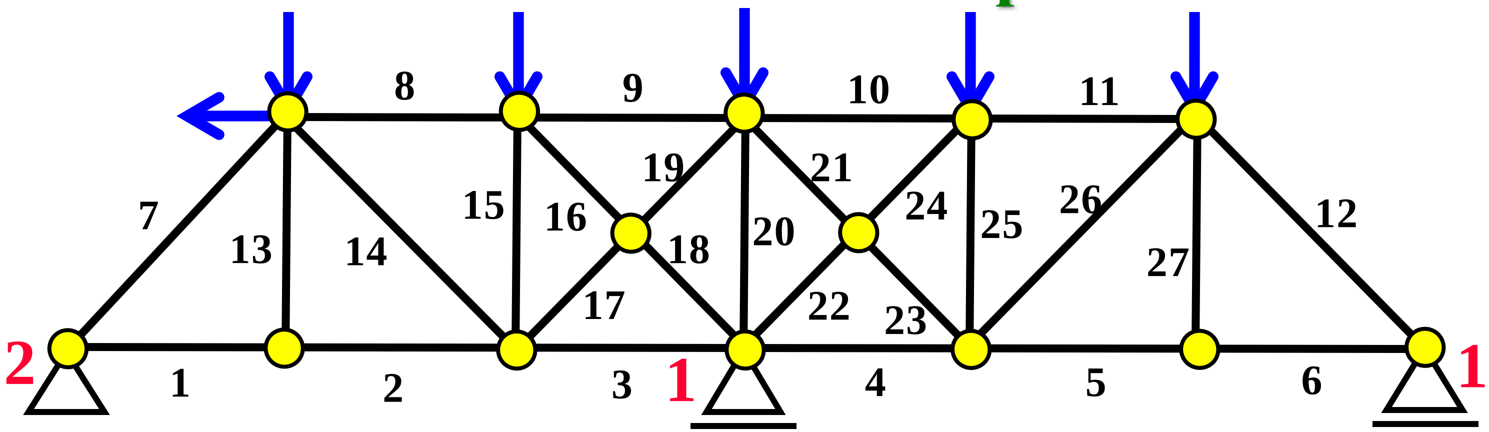
Posuďte statickou určitost zadané příhradové konstrukce:





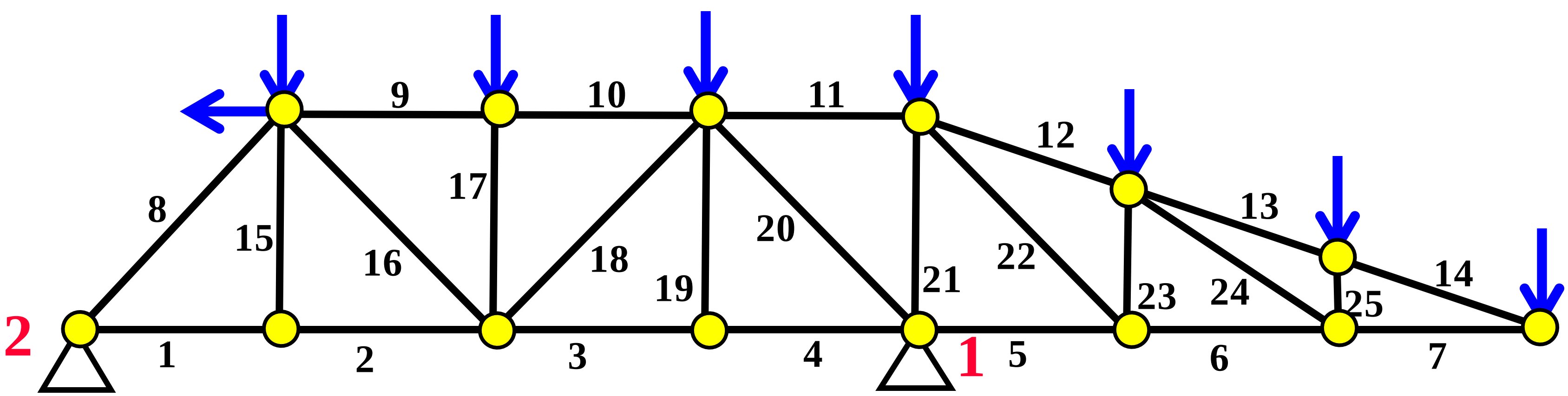
Posouzení statické určitosti příhradových konstrukcí v 2D:

Posuďte statickou určitost zadané příhradové konstrukce:



$r = 1 \cdot 27 + 2 + 2 \cdot 1 = 31$ $m = 2 \cdot 14 = 28$ $s_n = r - m = 31 - 28 = +3$

Příhradová konstrukce je 3 krát staticky neurčitá.



$r = 1 \cdot 25 + 2 + 1 = 28$ $m = 2 \cdot 14 = 28$ $s_n = r - m = 28 - 28 = 0$

Příhradová konstrukce je staticky určitá.

Posouzení statické určitosti tělesa v prostoru (v 3D):

Stupeň statické neurčitosti s_n tělesa v prostoru:

$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - m$$

m – počet stupňů volnosti hmotného objektu,

r – počet stupňů volnosti, které hmotnému objektu odebírají vazby,

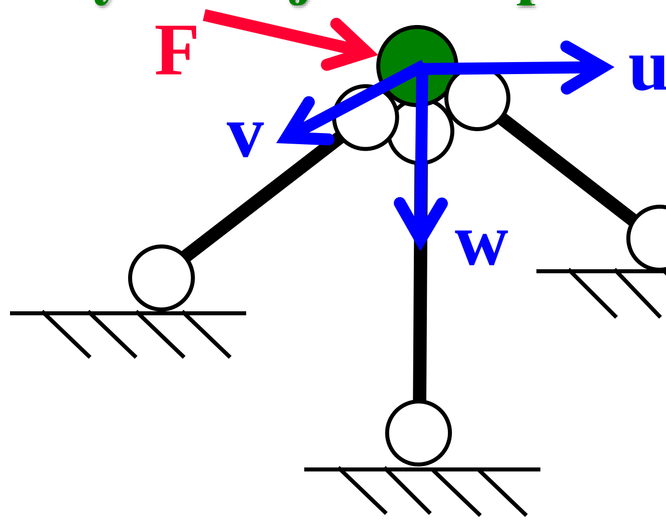
p – počet vazeb hmotného objektu,

r_j’ – počet stupňů volnosti, které hmotnému objektu odebírá vazba číslo **j**

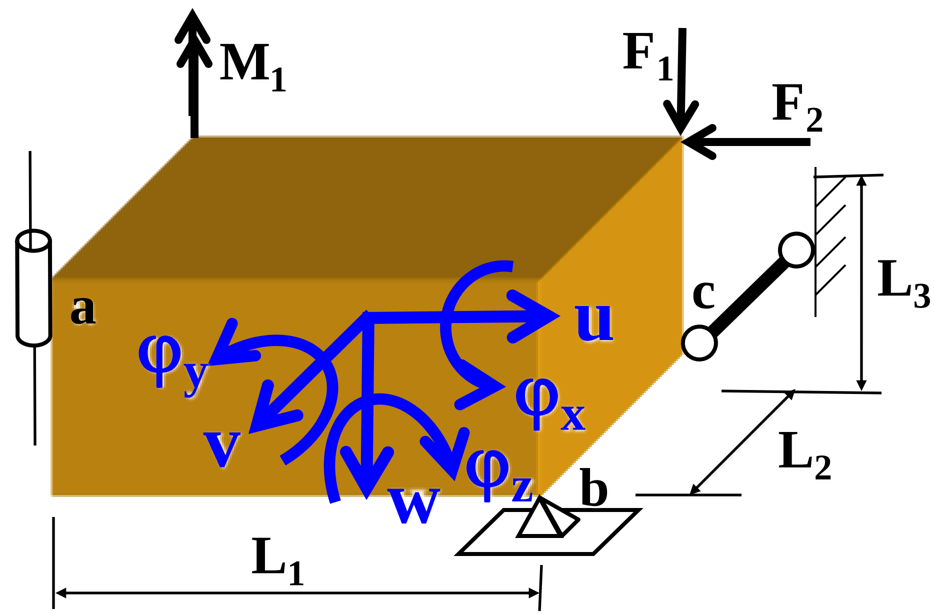
Posouzení statické určitosti tělesa v prostoru (v 3D):

m - počet stupňů volnosti hmotných objektů v prostoru:

- **hmotný bod v prostoru**
  m = 3 (stupně volnosti),
  $\{r\} \equiv \{ u\ ;\ v\ ;\ w\}^T$



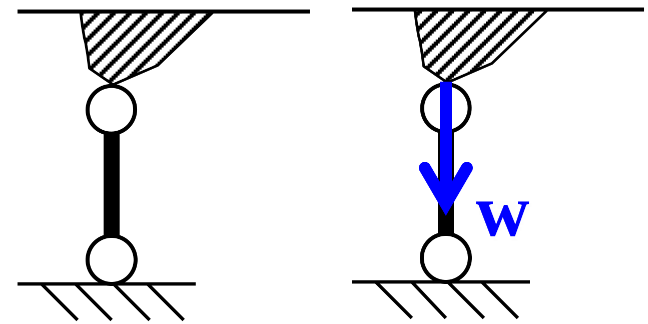
- **tuhé těleso v prostoru**
  m = 6 (stupňů volnosti),
  $\{r\} \equiv \{u\ ;\ v\ ;\ w\ ;\ \varphi_x\ ;\ \varphi_y\ ;\ \varphi_z\}^T$



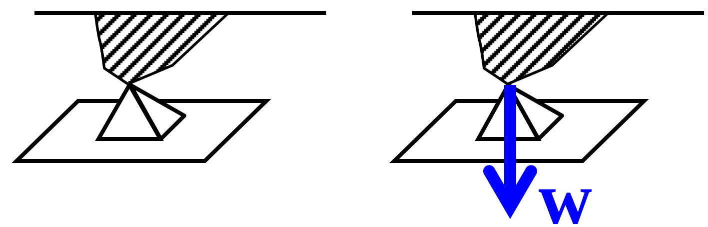
Posouzení statické určitosti tělesa v prostoru (v 3D):

Vnější vazby hmotných objektů v prostoru:

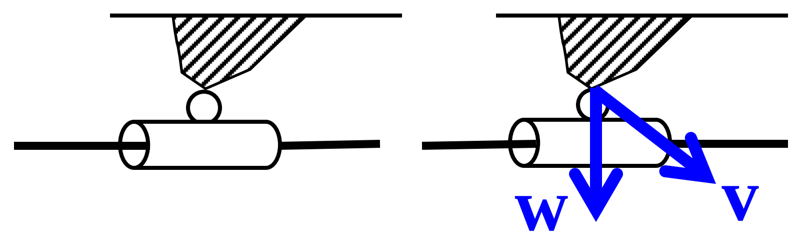
- **kyvný prut (vedení po kulové ploše)**
  r' = 1 stupeň volnosti,



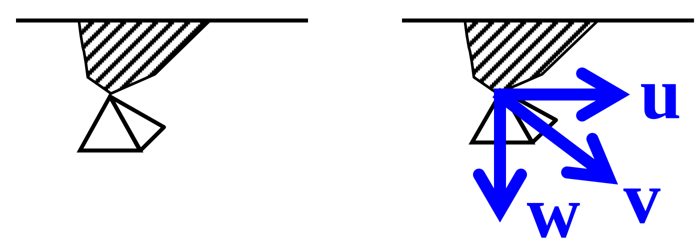
- **vedení po rovině**
  r' = 1 stupeň volnosti,



- **vedení po přímce**
  r' = 2 stupně volnosti,



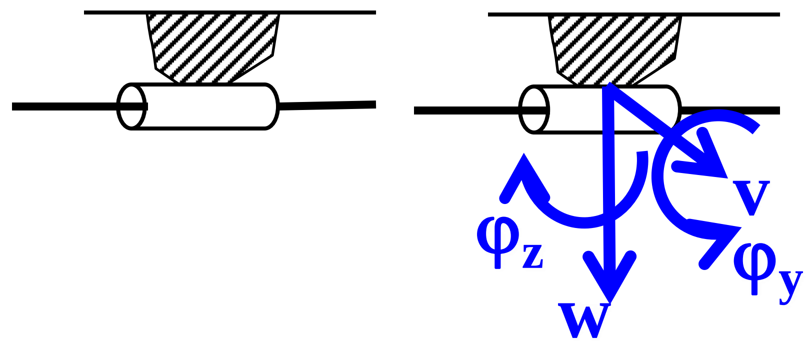
- **pevný kloub**
  r' = 3 stupně volnosti,



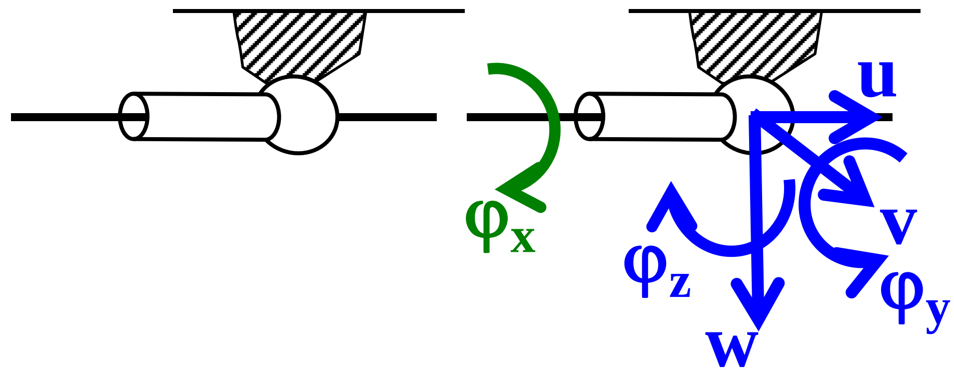
Posouzení statické určitosti tělesa v prostoru (v 3D):

Vnější vazby hmotných objektů v prostoru:

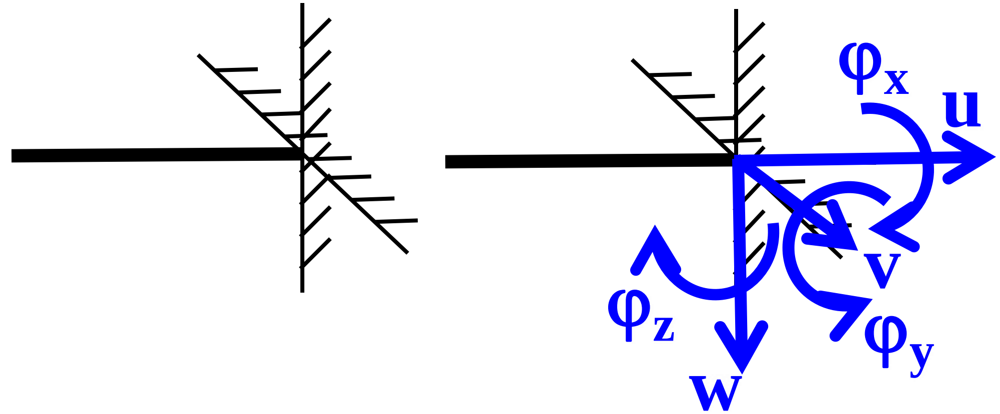
- **posuvný válcový kloub**
  r' = 4 stupně volnosti.



- **neposuvný válcový kloub**
  r' = 5 stupňů volnosti.

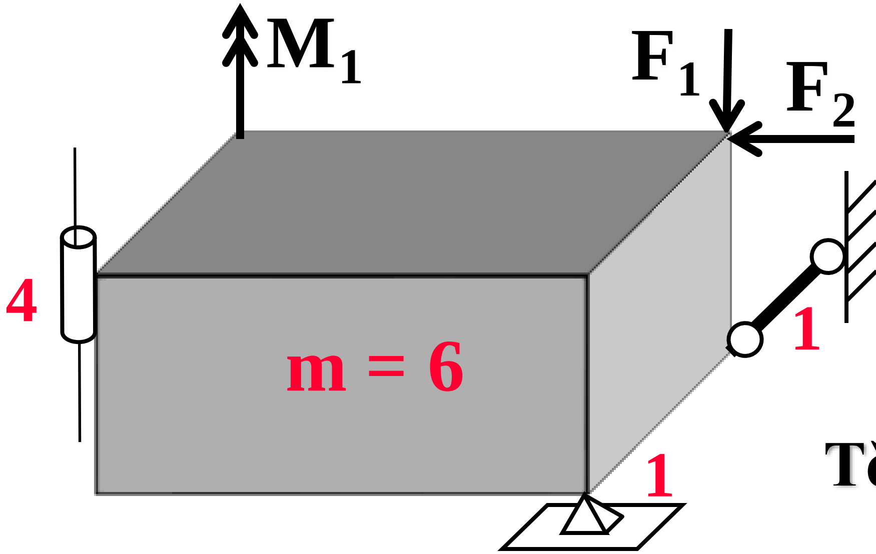


- **vetknutí**
  r' = 6 stupňů volnosti.



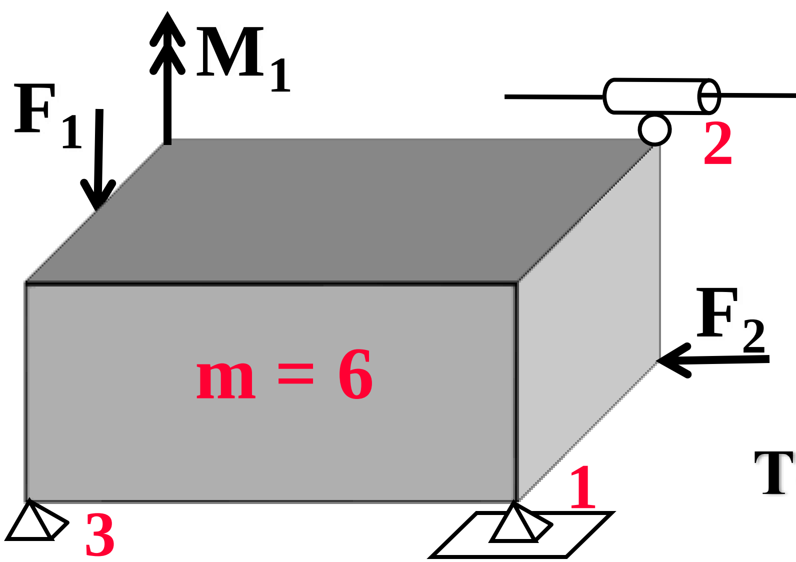
Posouzení statické určitosti tělesa v prostoru (v 3D):

Posuďte statickou určitost zadaného tuhého tělesa:



$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - m = (4 + 2 \cdot 1) - 6 = 0$$

Těleso je podepřeno staticky určitě.



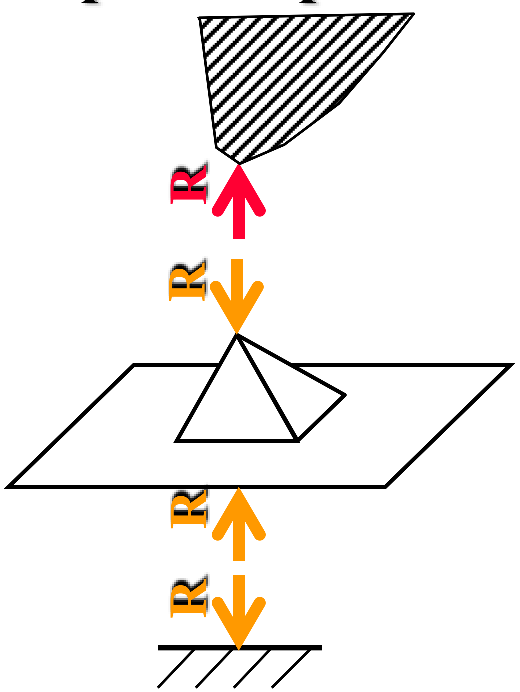
$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - m = (3 + 2 + 1) - 6 = 0$$

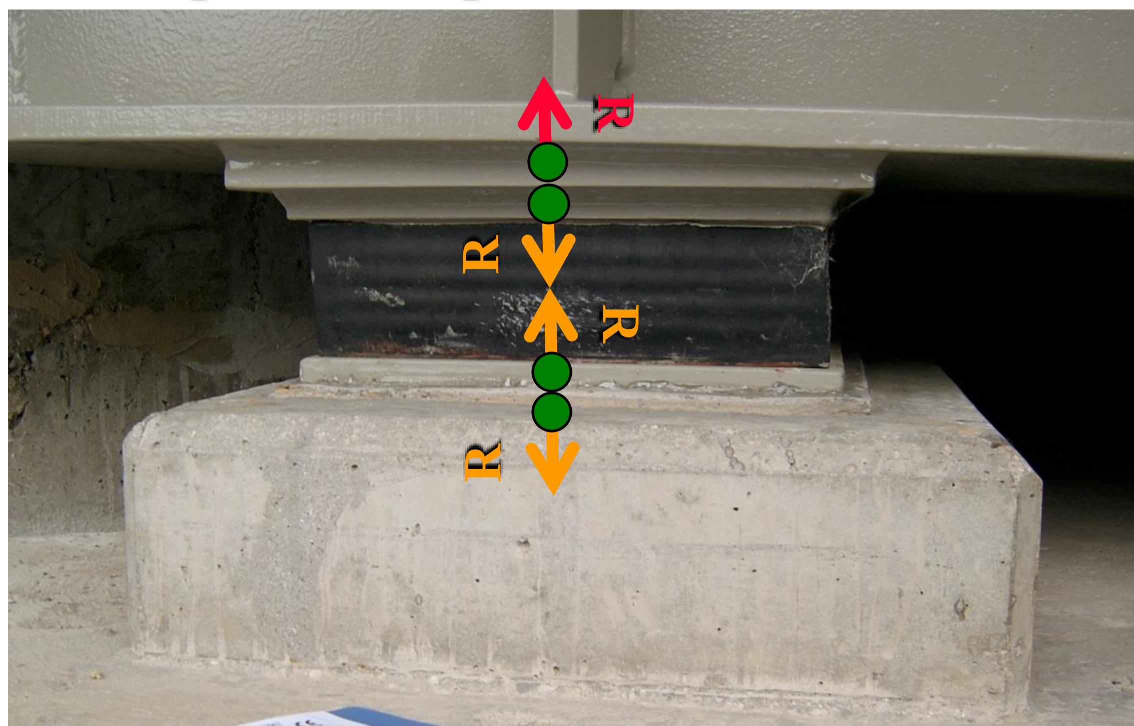
Těleso je podepřeno staticky určitě.

Reakce staticky určitých konstrukcí:

Nezávislé složky reakcí ve vnějších vazbách:

- **Nezávislé složky reakcí ve vazbách vznikají ve směru jimi odebraných stupňů volnosti.**
- **Počet nezávislých složek reakcí v určité vazbě je roven počtu stupňů volnosti odebraných vazbou.**
- **Reakce je síla, kterou vazba působí na podpíranou konstrukci. Například pro vazbu vedení po rovině platí:**

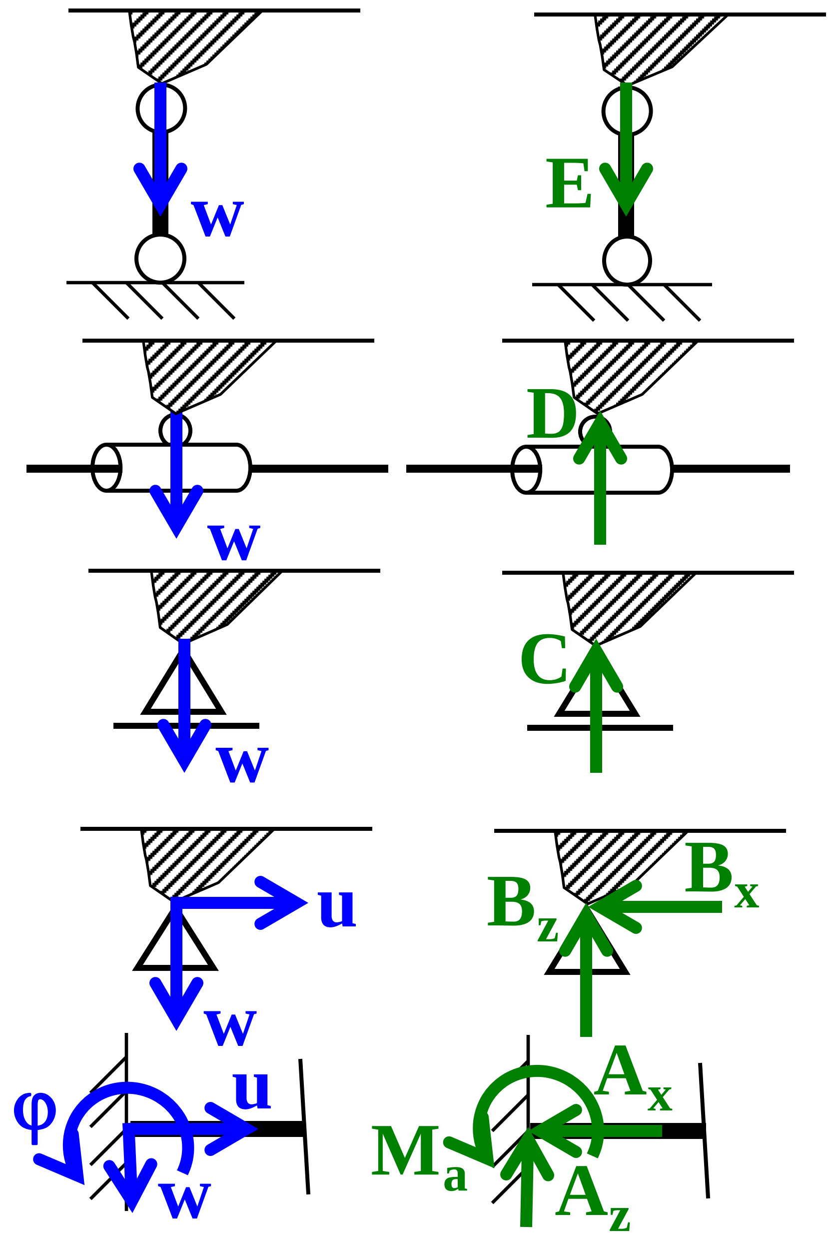




Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

Nezávislé složky reakcí ve vnějších vazbách v rovině:

- **kyvný prut (vedení po kružnici)**
  1 nezávislá složka reakce,
- **vedení po přímce**
  1 nezávislá složka reakce,
- **posuvný kloub (vedení po přímce)**
  1 nezávislá složka reakce,
- **pevný kloub**
  r' = 2 stupně volnosti,
- **vetknutí**
  r' = 3 stupně volnosti.



Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

Postup výpočtu reakcí staticky určitých nosníků v rovině:

- **Kontrola statické určitosti rovinného nosníku.**
- **Zavedení 3 (r = m) nezávislých složek reakcí.**
- **Sestavení 3 podmínek rovnováhy nosníku:**
  - **Řešení soustavy 3 rovnic pro 3 neznámé:**

    $$[D]_{(3,3)}\ \{R\}_{(3,1)} = \{F\}_{(3,1)}$$

    - **2 silové podmínky rovnováhy a 1 momentová,**
    - **1 silová podmínka rovnováhy a 2 momentové,**
    - **3 momentové podmínky rovnováhy.**
  - **Postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou.**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

Výjimkový případ podepření rovinného nosníku:

- U zdánlivě staticky určitých ($s_n = 0$) nebo staticky neurčitých ($s_n > 0$) nosníků jsou nevhodně uspořádané vazby.
- Toto nevhodné uspořádání vazeb umožňuje:
  - volné přemístění (přemístění konečné velikosti) nosníku nebo
  - infinitezimální přemístění (nekonečně malé přemístění) nosníku.
- Výjimkový případ podepření umožňující volné přemístění nosníku nebrání nosníku ve volném pohybu ve směru neodebraného stupně volnosti.
- Při výjimkovém případu podepření, kdy je umožněno infinitezimální přemístění nosníku, ve vazbách vznikají teoreticky nekonečně velké reakce.

Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

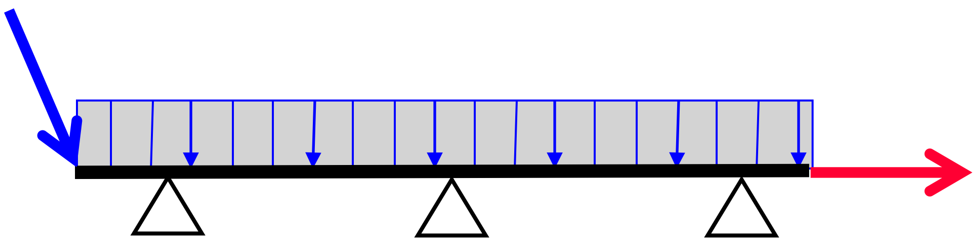
Výjimkový případ podepření rovinného nosníku:

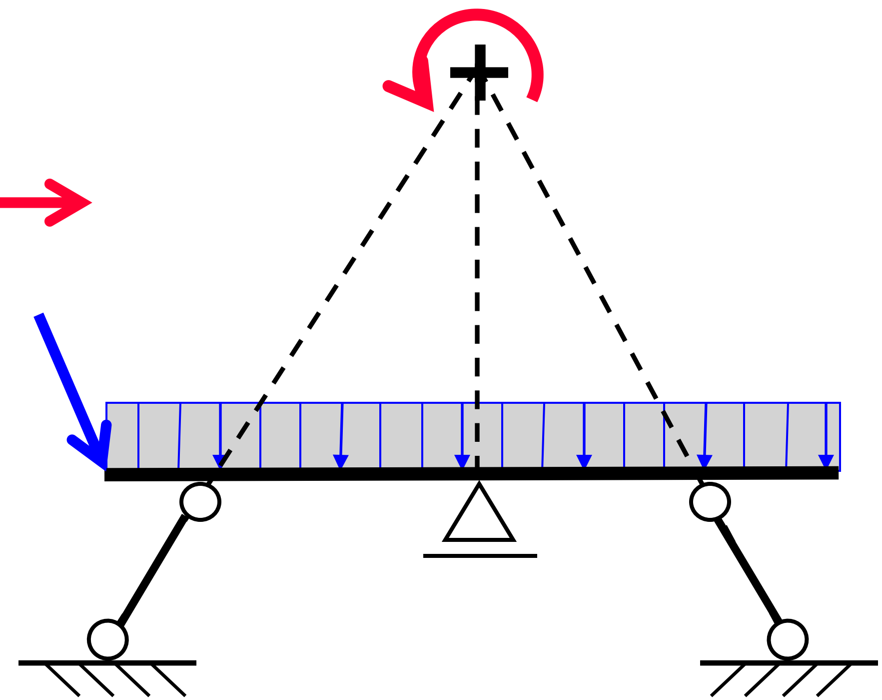
- **Výjimkový případ podepření se při výpočtu reakcí například projeví:**
  - **při řešení soustavy 3 rovnic pro 3 neznámé:**

$$[D]_{(3,3)}\ \{R\}_{(3,1)} = \{F\}_{(3,1)} \qquad \Rightarrow \quad \det[D]_{(3,3)} = 0$$

  - **při postupném řešení jedné rovnice pro jednu neznámou:**

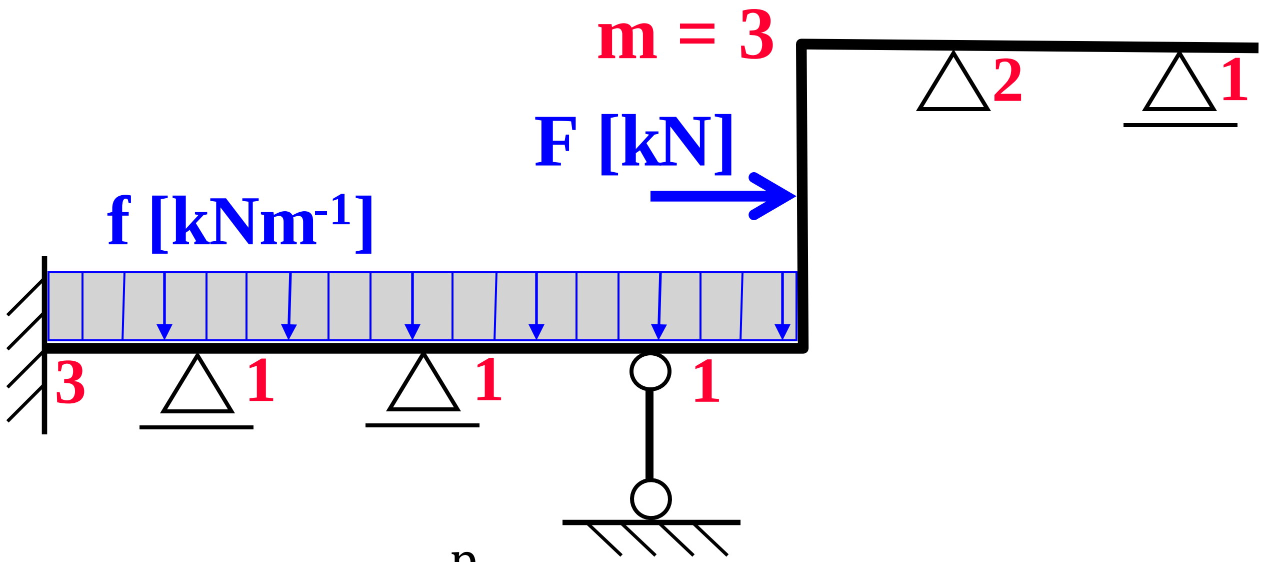
$0 = +K$ **nebo** $0 = 0$





Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

- **Posuďte statickou určitost nosníku:**



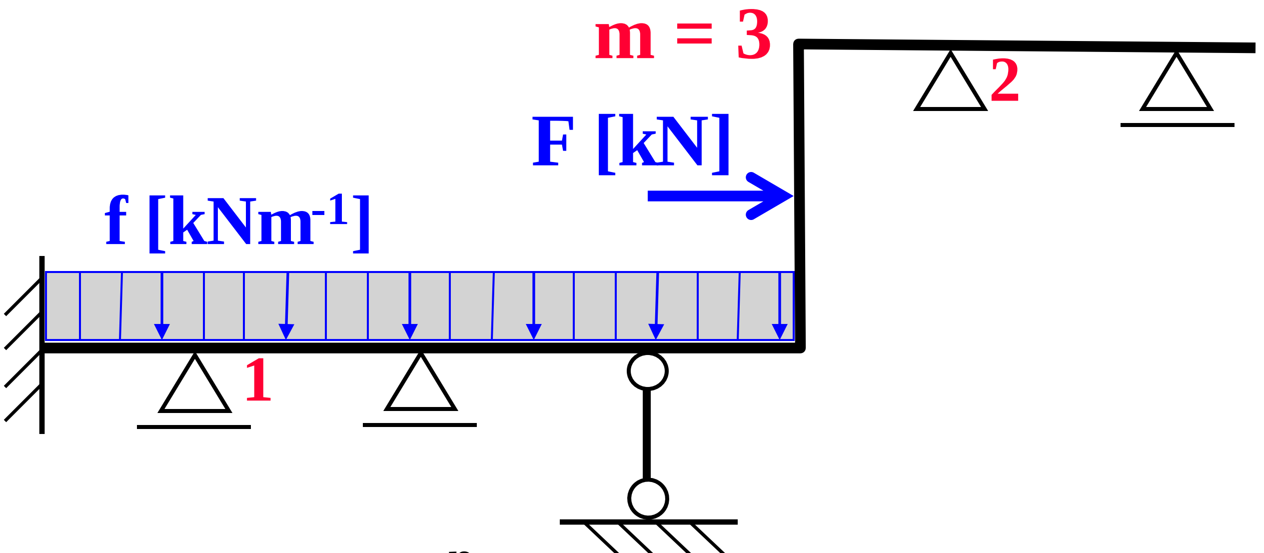
$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j{}' - m$$

$$s_n = (3 + 4 \cdot 1 + 2) - 3 = 9 - 3 = +6$$

Nosník je podepřen 6 krát staticky neurčitě.

Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

- **Odeberte vazby tak, aby nosník byl staticky určitý:**



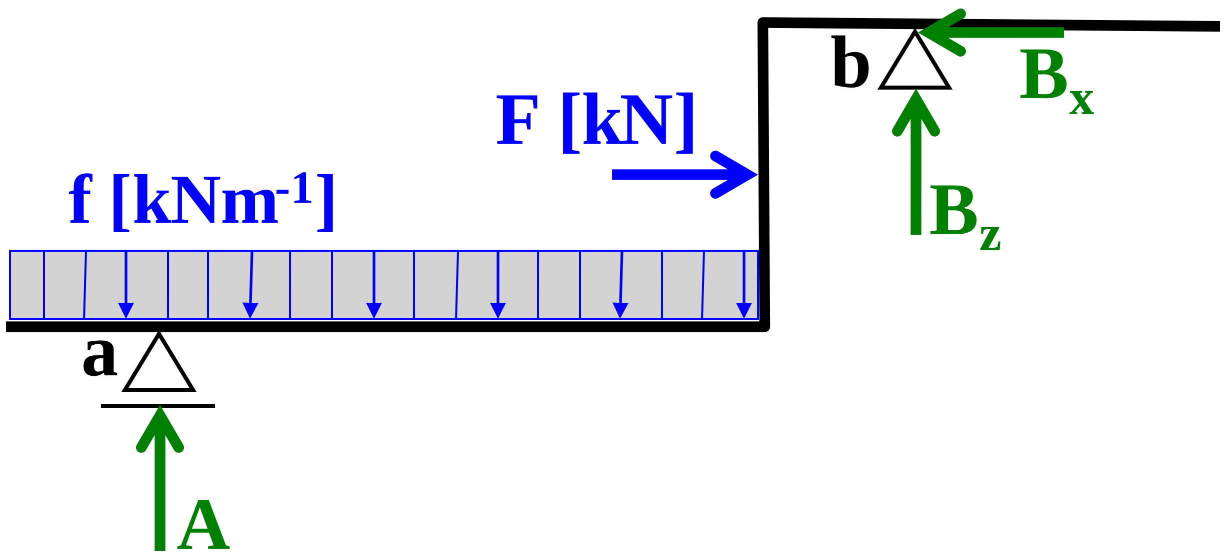
$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j' - m$$

$$s_n = (1 + 2) - 3 = 3 - 3 = 0$$

Nosník je podepřen staticky určitě.

Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

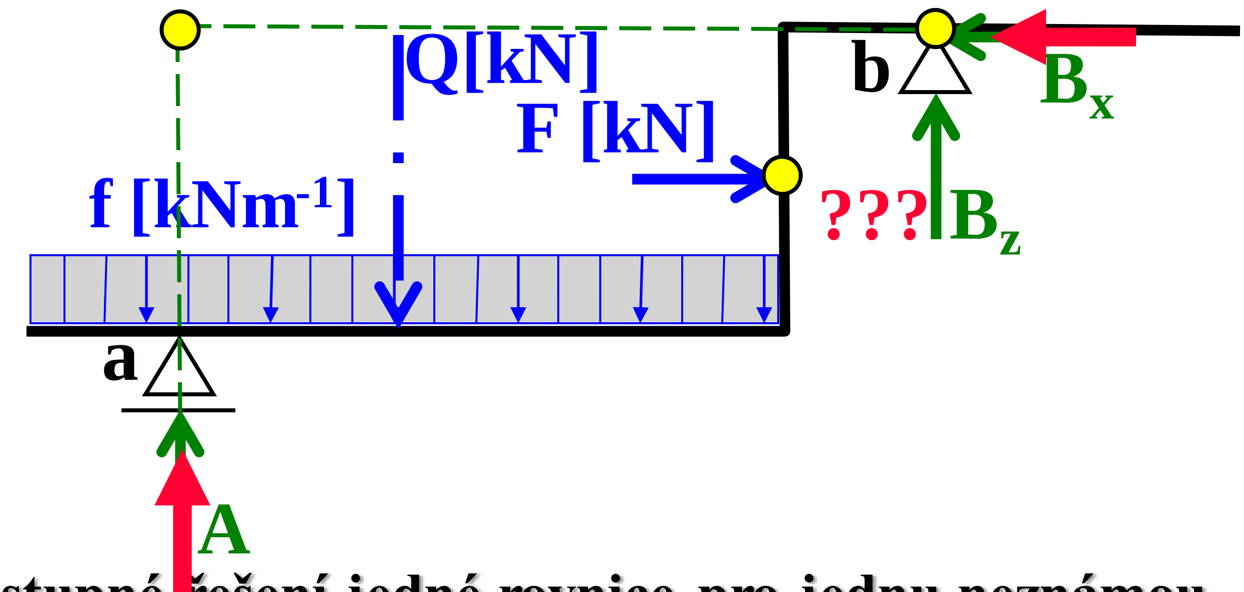
- Vysvětlete postup výpočtu reakcí:



- Zavedení 3 nezávislých složek reakcí A, B_x, B_z.
- Sestavení podmínek rovnováhy nosníku:
  - 3 rovnice pro 3 neznámé: $[D]_{(3,3)}\,\{R\}_{(3,1)} = \{F\}_{(3,1)}$
    - 2 silové podmínky rovnováhy a 1 momentová,
    - 1 silová podmínka rovnováhy a 2 momentové,
    - 3 momentové podmínky rovnováhy.

Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

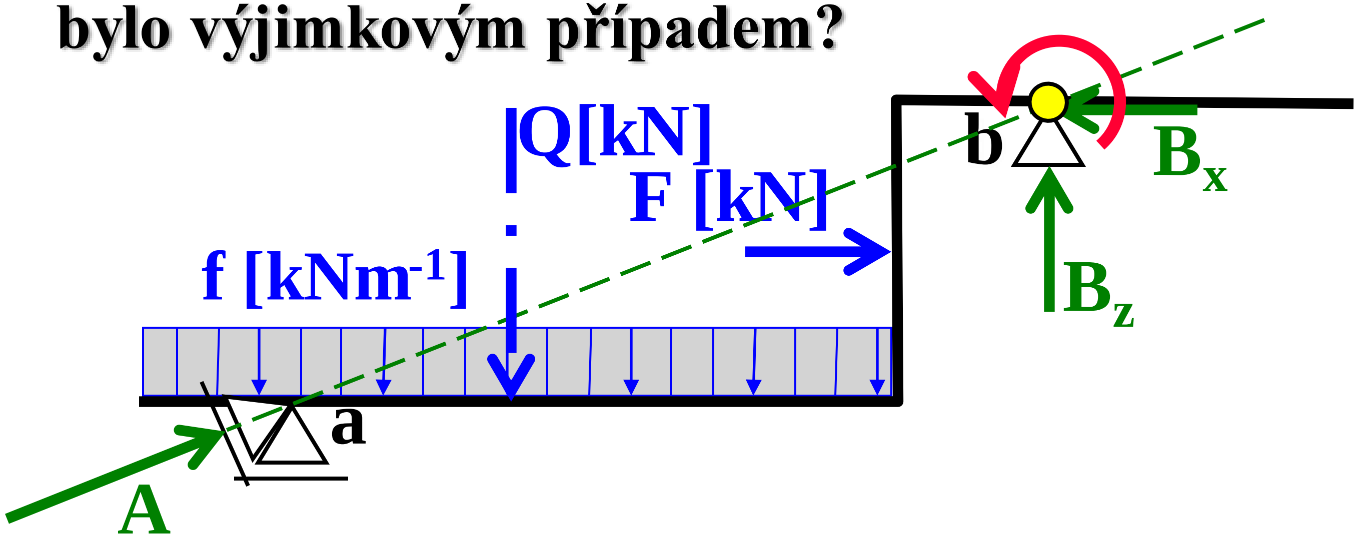
- Vysvětlete postup výpočtu reakcí:



- Postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou, např.:
  - momentová podmínka rovnováhy k bodu b → A,
  - silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → B_x,
  - silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → B_z.
  - (alternativně momentová podmínka k průsečíku paprsků sil A a B_x → B_z)
  - Kontrola výpočtu: Momentová podmínka rovnováhy např. k působišti síly F.

Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

- **Jak by musely být uspořádané vazby, aby podepření nosníku bylo výjimkovým případem?**



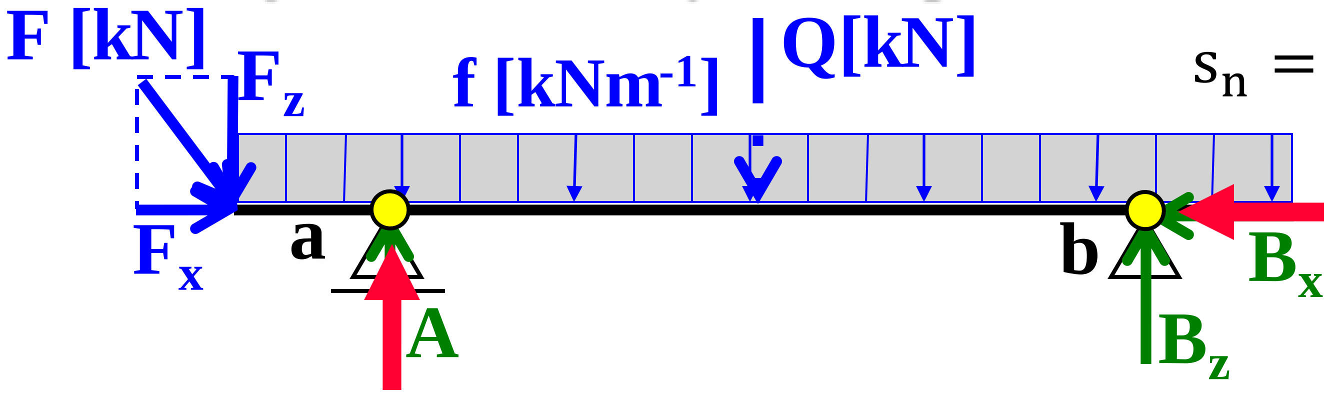
- **Momentová podmínka k bodu b:**

$$A \cdot 0 \;+ B_x \cdot 0 + B_z \cdot 0 \;= +F \cdot L_F + Q \cdot L_Q$$

$$0 \;= +K$$

Reakce staticky určitých nosníků v rovině:

- **Kvalifikovaně odhadněte, v jakém směru při daném zatížení budou jednotlivé složky reakcí působit:**



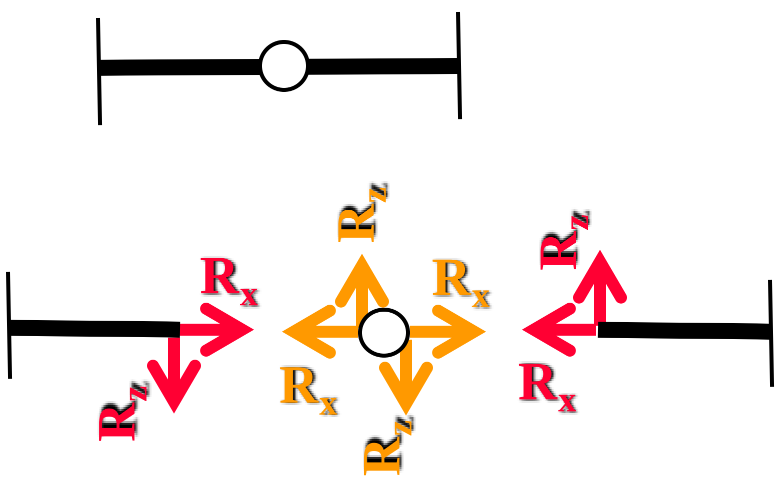
$s_n = (1 + 2) - 3 = 0$

- **Zavedení 3 nezávislých složek reakcí A, B_x, B_z.**
- **Postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou, např.:**
  - **momentová podmínka rovnováhy k bodu b → A,**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → B_x,**
  - **momentová podmínka rovnováhy k průsečíku paprsků sil A a B_x → B_z ,**
  - **Kontrola výpočtu: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru.**

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

Nezávislé složky reakcí ve vnitřních vazbách:

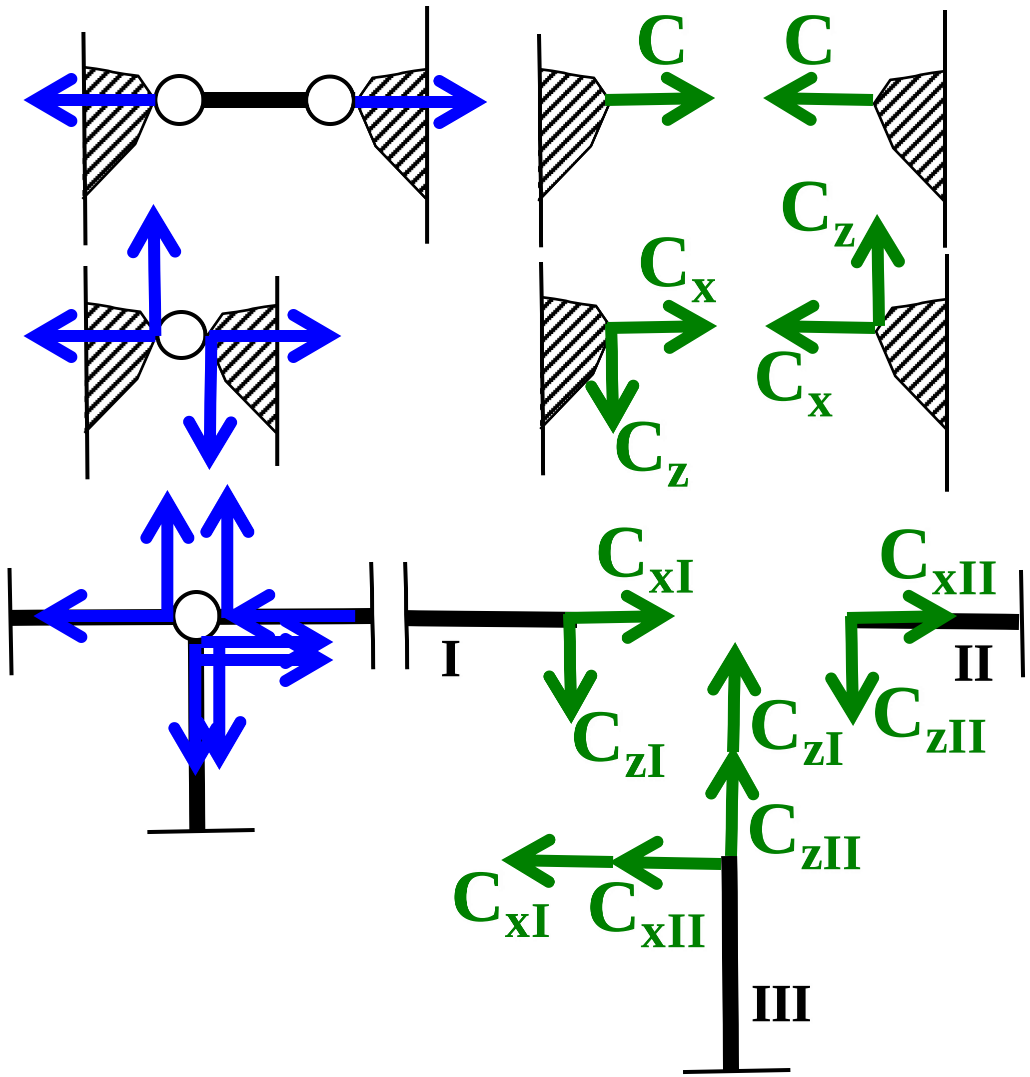
- Nezávislé složky reakcí ve vnitřních vazbách vznikají ve směru jimi odebraných stupňů volnosti.
- Počet nezávislých složek reakcí v určité vnitřní vazbě je roven počtu stupňů volnosti odebraných vazbou.
- Reakce je síla, kterou vazba působí na podpíranou konstrukci. Například pro vazbu rovinný vložený kloub platí:



Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

Nezávislé složky reakcí ve vnitřních vazbách v rovinných složených soustavách:

- **kyvný prut**
  1 nezávislá složka reakce,
- **vložený kloub**
  2 nezávislé složky reakce,
- **trojný kloub**
  4 nezávislé složky reakce.



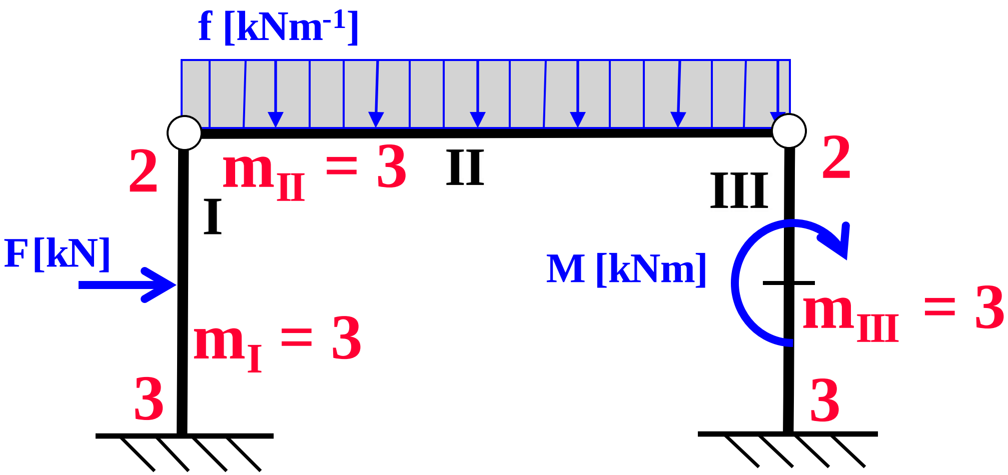
Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

Postup výpočtu reakcí staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Kontrola statické určitosti rovinné složené soustavy.**
- **Zavedení r (= m) nezávislých složek reakcí.**
- **Sestavení r (= m) podmínek rovnováhy jednotlivých částí složené soustavy nebo celé složené soustavy:**
  - **řešení soustavy r (= m) rovnic pro r (= m) neznámých:**
    $[D]_{(r,r)}\ \{R\}_{(r,1)} = \{F\}_{(r,1)}$
  - **postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou,**
  - **další postupy výpočtu reakcí (např. trojkloubový nosník s podporami v nestejné výši).**

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Posuďte statickou určitost rovinné složené soustavy:**



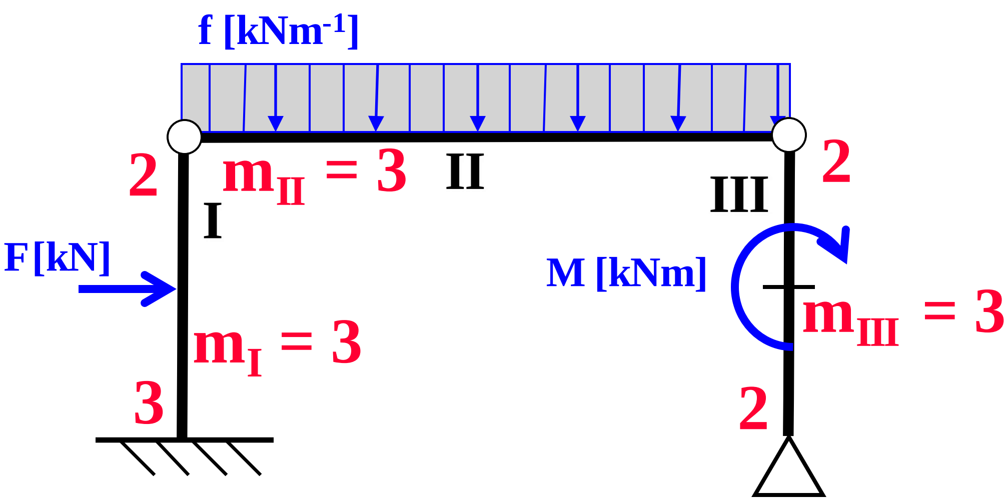
$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j{}' - \sum_{k=1}^{n} m_k$$

$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{4} (2 \cdot 2 + 2 \cdot 3) - \sum_{k=1}^{3} (3 \cdot 3) = 10 - 9 = +1$$

Složená soustava je 1 krát staticky neurčitá.

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Upravte vazby tak, aby složená soustava byla staticky určitá:**



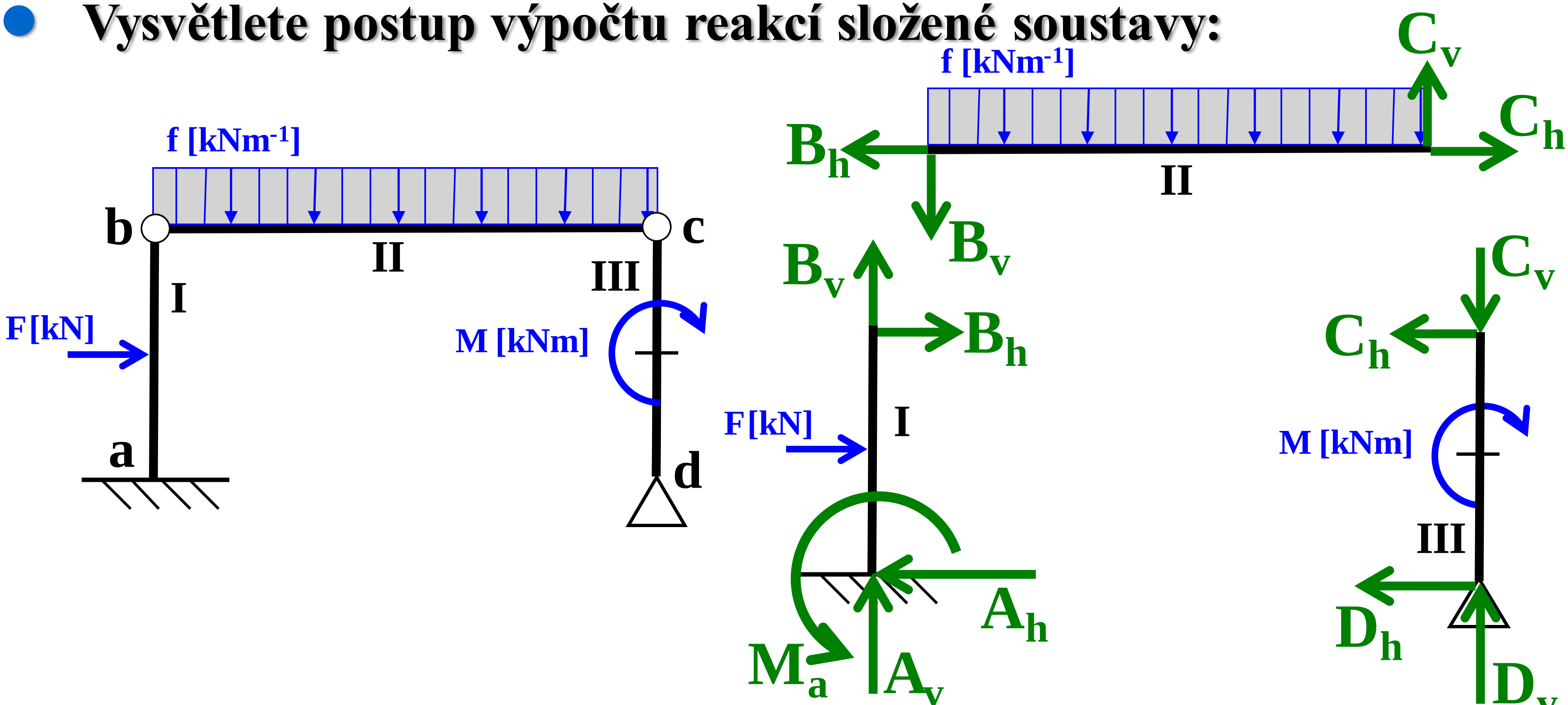
$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{p} r_j{}' - \sum_{k=1}^{n} m_k$$

$$s_n = r - m = \sum_{j=1}^{4} (3 \cdot 2 + 1 \cdot 3) - \sum_{k=1}^{3} (3 \cdot 3) = 9 - 9 = 0$$

Složená soustava je staticky určitá.

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

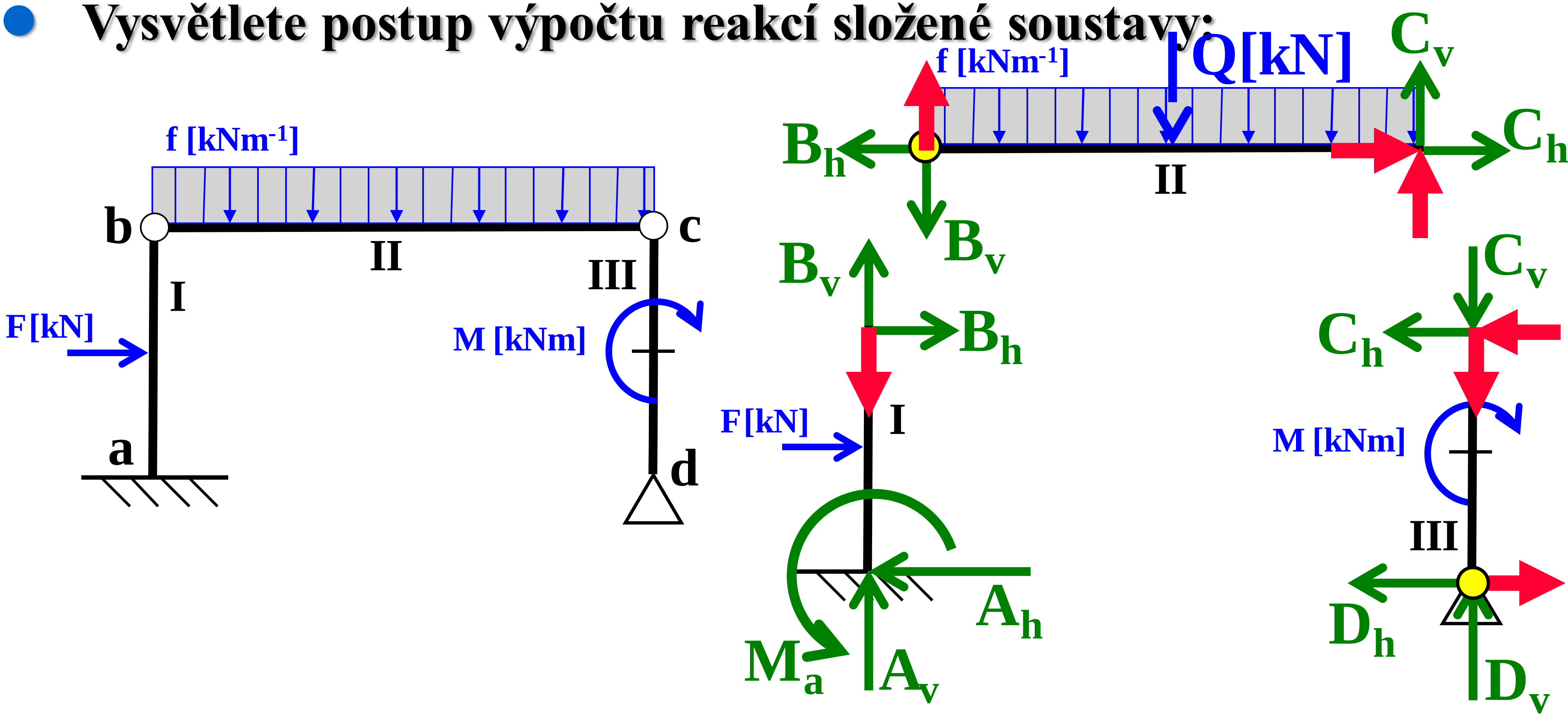
- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:**



- **Rozložení složené soustavy na jednotlivé části (na 3 nosníky).**
- **Zavedení 9 nezávislých složek reakcí (A_v, A_h, M_a, B_v, B_h, C_v, C_h, D_v, D_h).**
- **Sestavení podmínek rovnováhy složené soustavy:**
  - **9 rovnice pro 9 neznámých:** $[D]_{(9,9)}\,\{R\}_{(9,1)} = \{F\}_{(9,1)}$
    - **např. 2 silové podmínky rovnováhy a 1 momentová pro každý nosník.**

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

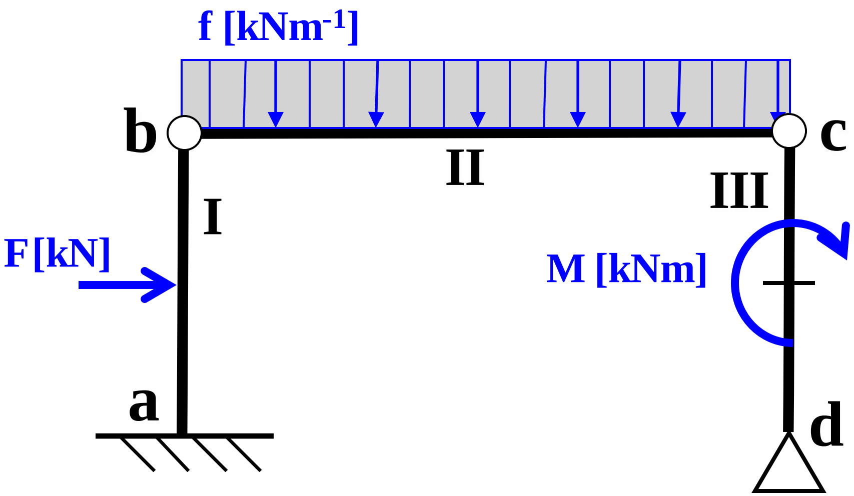
- Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:

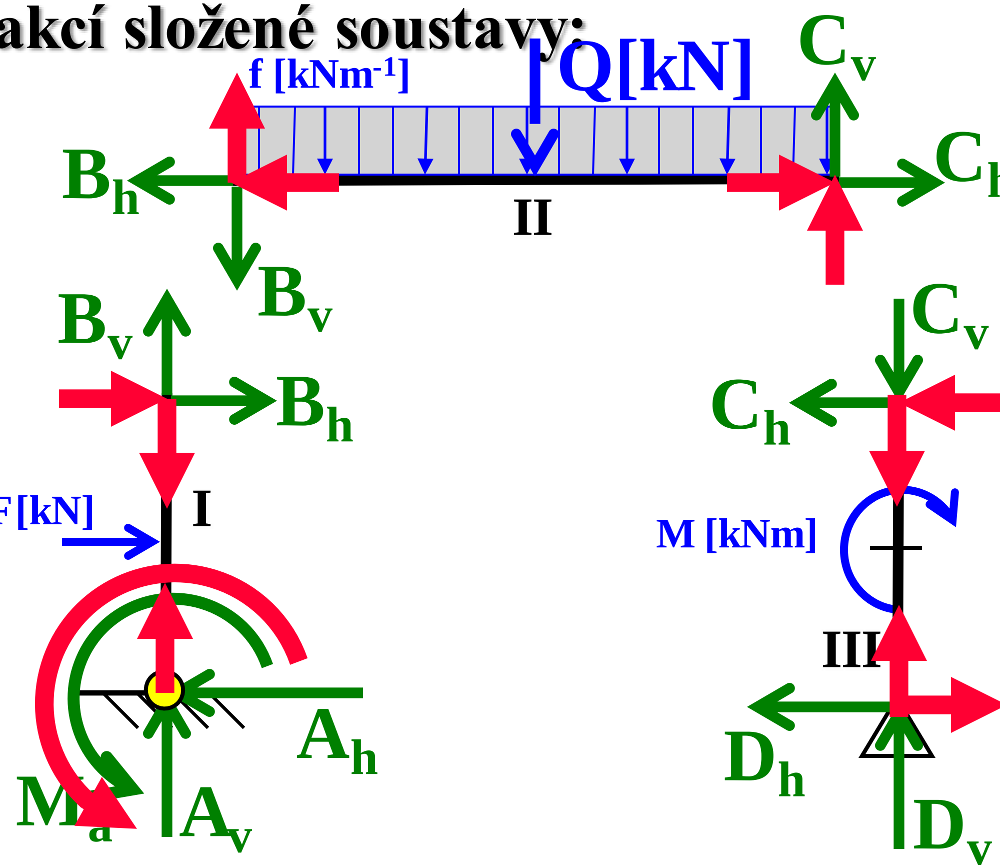


- Postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou, např.:
  - č. III: momentová podmínka rovnováhy k bodu d → C_h,
  - č. III: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → D_h,
  - č. II: momentová podmínka rovnováhy k bodu b → C_v,
  - č. II: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → B_v.

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:

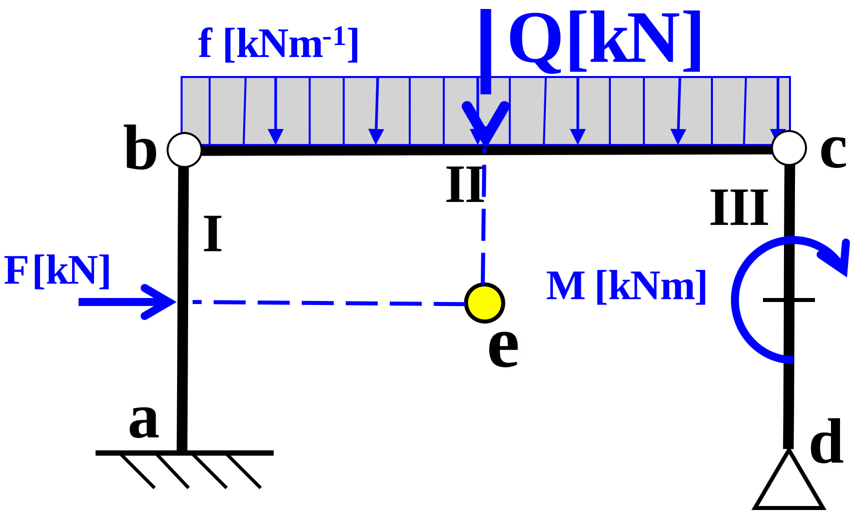


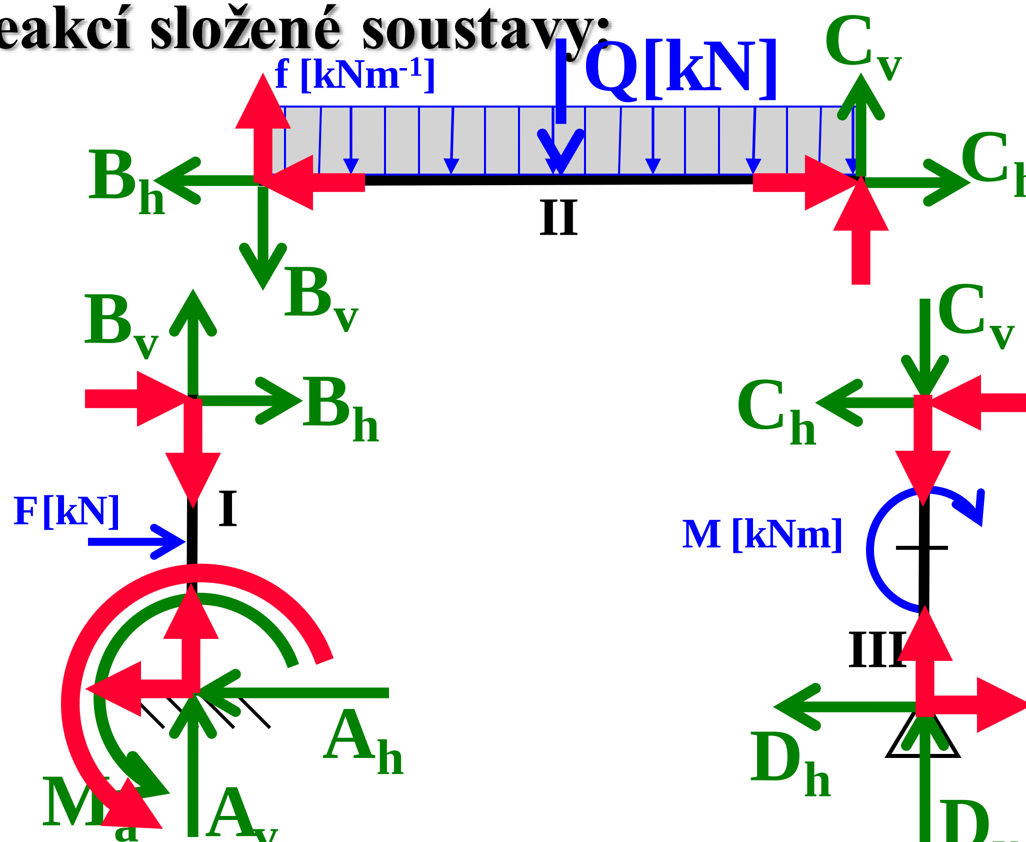


- Pokrač. - postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou, např.:
  - č. III: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → D_v ,
  - č. II: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → B_h,
  - č. I: momentová podmínka rovnováhy k bodu a → M_a,
  - č. I: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → A_v .

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:

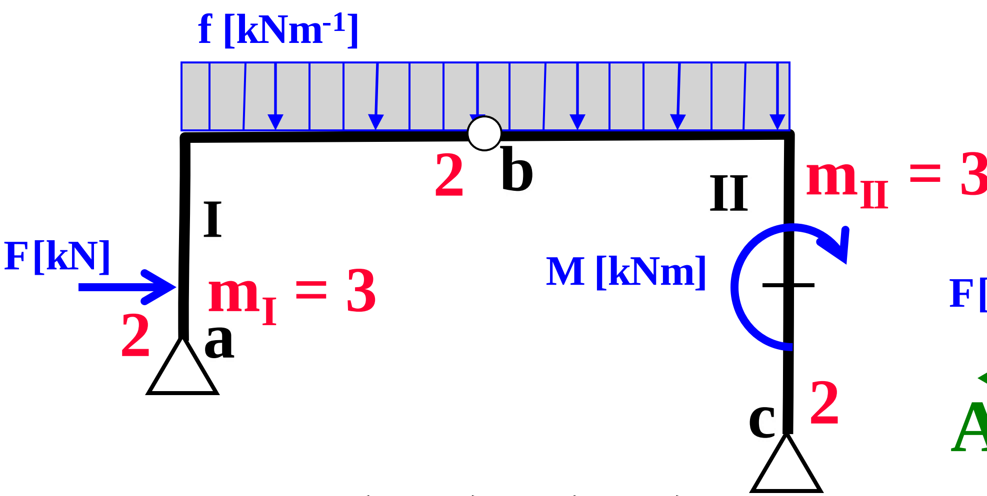


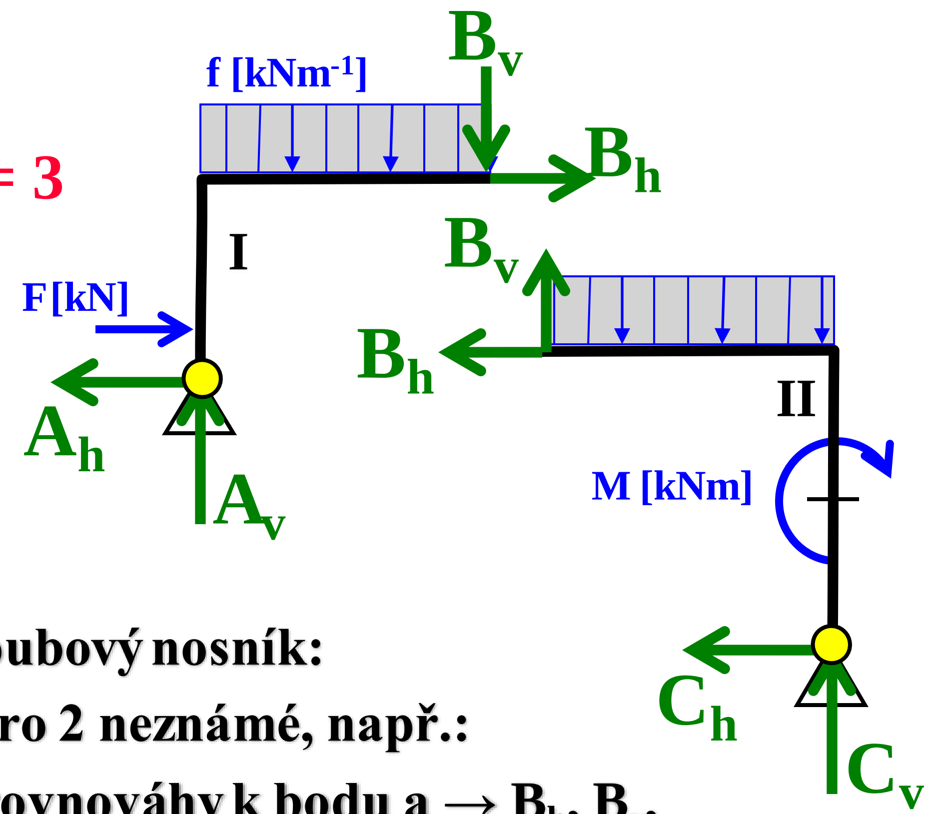


- Pokrač. - postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou, např.:
  - č. I: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → A_h.
- Kontrola výpočtu – podmínky rovnováhy pro celou složenou soustavu:
  - momentová podmínka rovnováhy např. k bodu e,
  - silová podmínka rovnováhy ve svislém směru,
  - silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru.

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:**





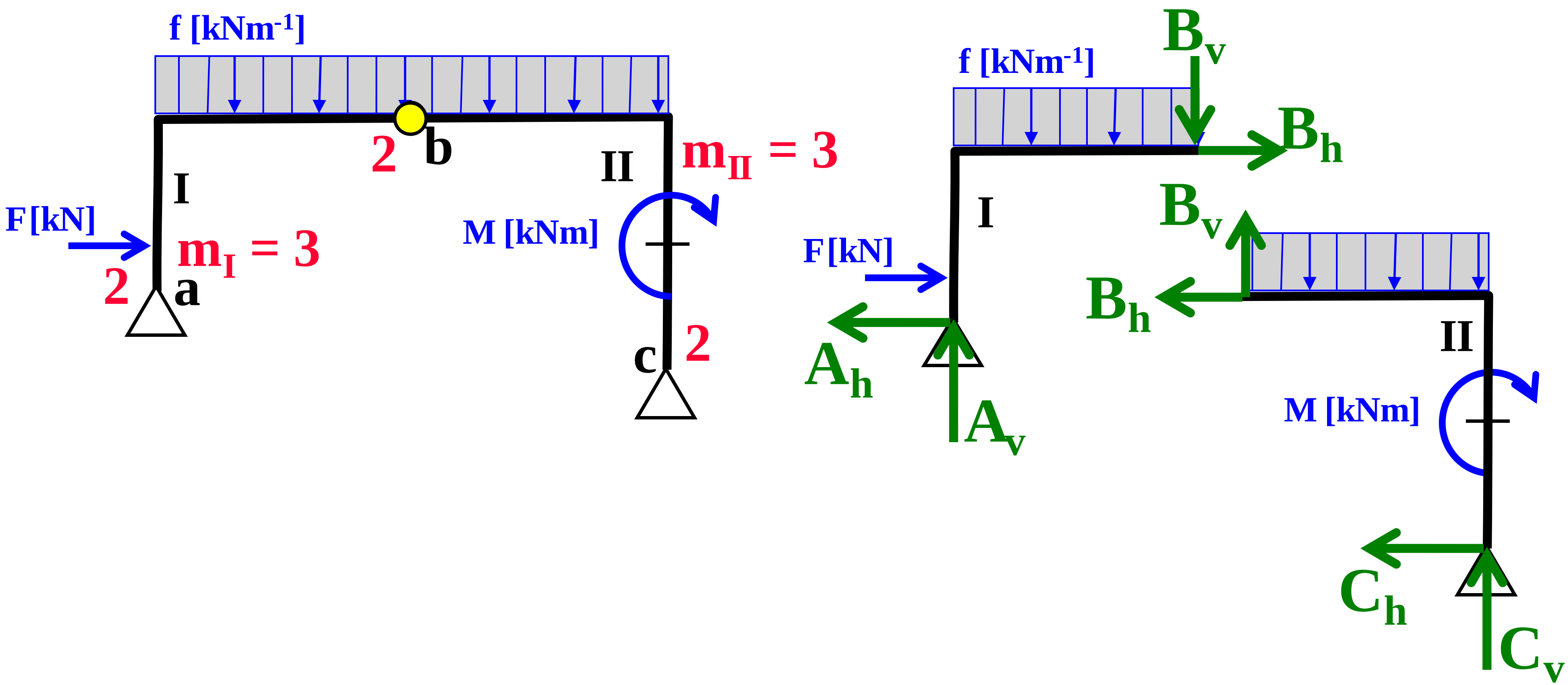
$s_n = r - m = (3 \cdot 2) - (2 \cdot 3) = 0$

Složená soustava je staticky určitá.

- **Postupné řešení neznámých – trojkloubový nosník:**
  - **Nutno začít soustavou 2 rovnic pro 2 neznámé, např.:**
    - **č. I: momentová podmínka rovnováhy k bodu a → B_h, B_v,**
    - **č. II: momentová podmínka rovnováhy k bodu c → B_h, B_v,**
  - **č. I: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → A_h,**
  - **č. I: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → A_v,**
  - **č. II: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → C_h,**
  - **č. II: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → C_h.**

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

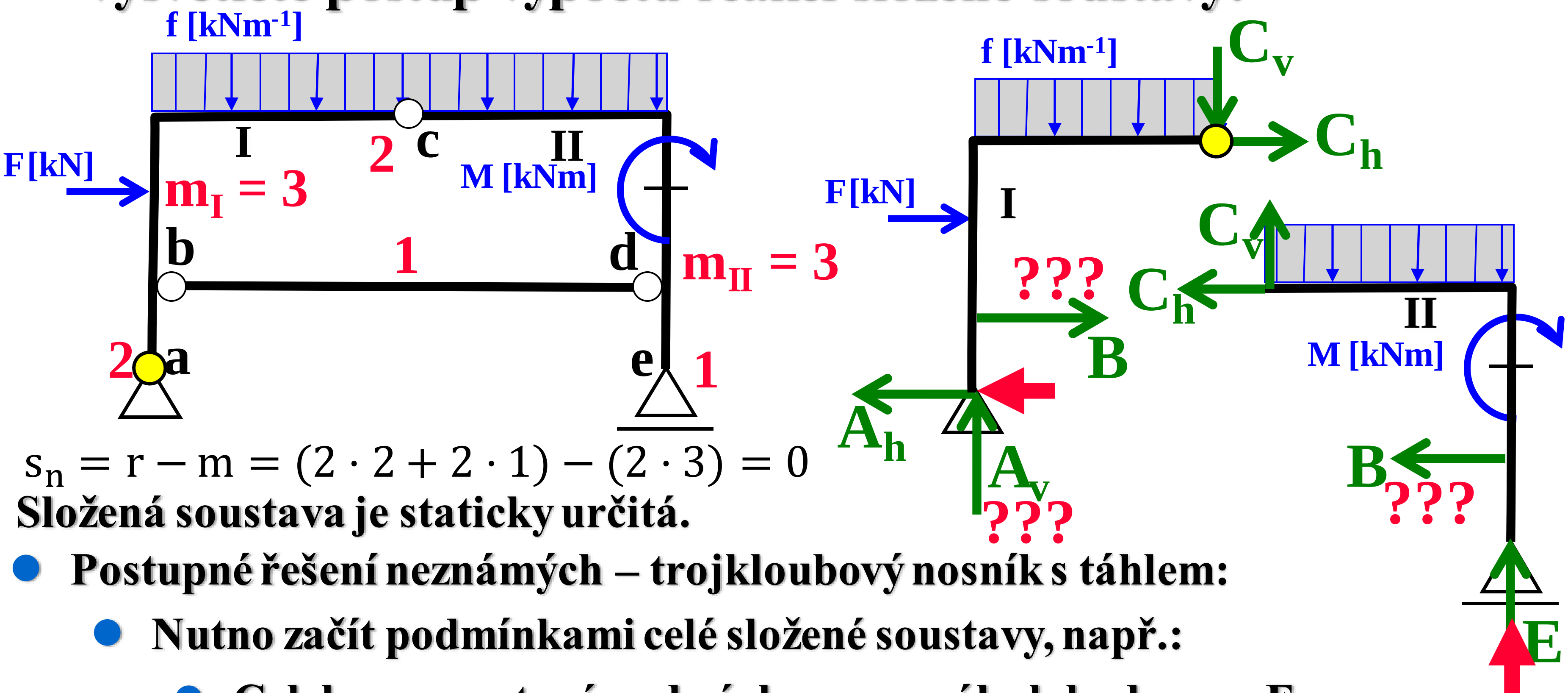
- Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:



- Kontrola výpočtu – podmínky rovnováhy pro celou složenou soustavu:
  - momentová podmínka rovnováhy např. k bodu b,
  - silová podmínka rovnováhy ve svislém směru,
  - silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru.

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:**



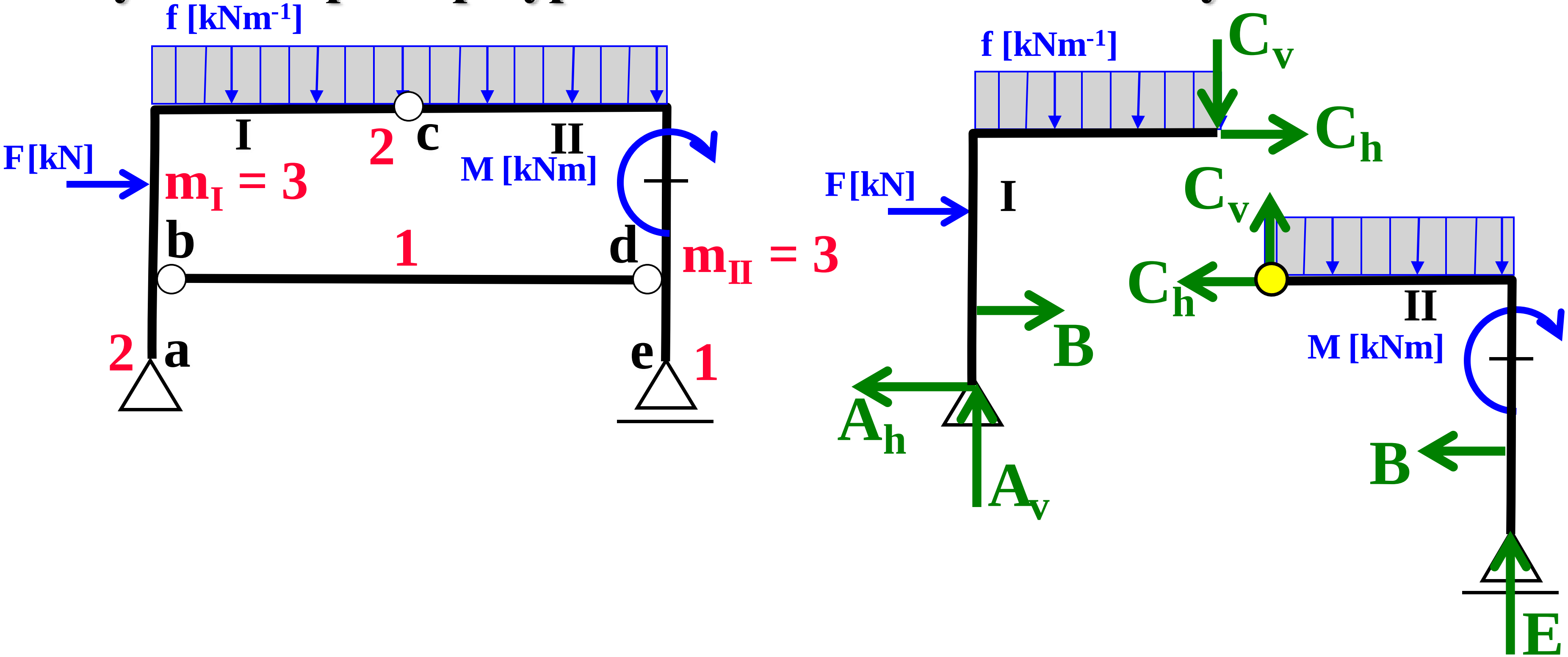
$s_n = r - m = (2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) - (2 \cdot 3) = 0$

Složená soustava je staticky určitá.

- **Postupné řešení neznámých – trojkloubový nosník s táhlem:**
  - **Nutno začít podmínkami celé složené soustavy, např.:**
    - **Celek: momentová podmínka rovnováhy k bodu a → E,**
    - **Celek: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → A_v,**
    - **Celek: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → A_h,**
  - **č. I: momentová podmínka rovnováhy k bodu c → B,**
  - **č. I: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → C_v,**
  - **č. I: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → C_h.**

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

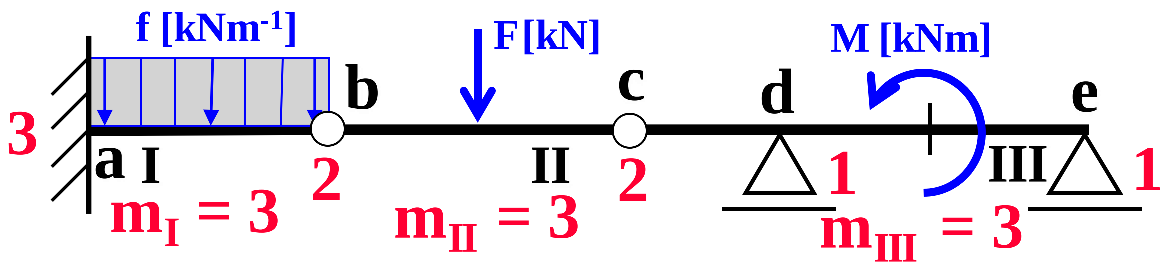
- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:**



- **Kontrola výpočtu – podmínky rovnováhy pro nosník č. II:**
  - **momentová podmínka rovnováhy např. k bodu c,**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru,**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru.**

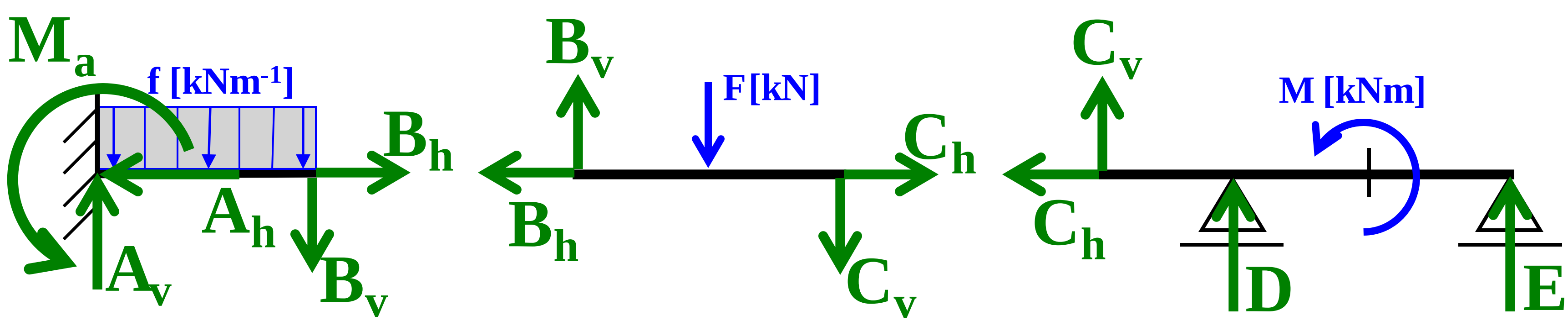
Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Gerberův nosník - vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:**



$$s_n = r - m = (3 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) - (3 \cdot 3) = 0$$

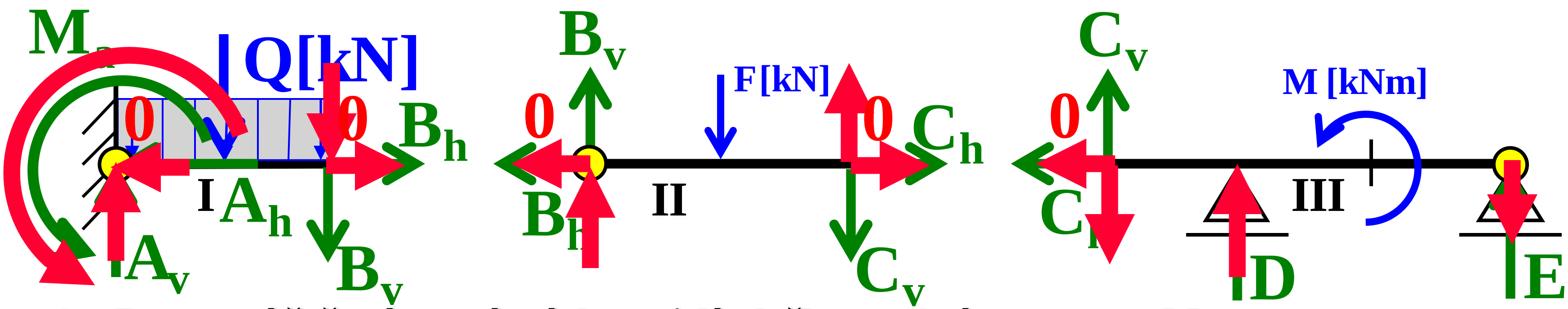
Složená soustava (Gerberův nosník) je staticky určitá.



- **Rozložení složené soustavy na jednotlivé části (na 3 nosníky).**
- **Zavedení 9 nezávislých složek reakcí (A_v, A_h, M_a, B_v, B_h, C_v, C_h, D, E).**

Reakce staticky určitých rovinných složených soustav:

- **Gerberův nosník - vysvětlete postup výpočtu reakcí složené soustavy:**



- Postupné řešení neznámých – svislé složky reakcí a moment M_a:
  - č. II: momentová podmínka rovnováhy k bodu b → C_v ,
  - č. II: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → B_v , alternativně momentová podmínka rovnováhy k bodu c.
  - č. III: momentová podmínka rovnováhy k bodu e → D ,
  - č. III: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → E , alternativně momentová podmínka rovnováhy k bodu d.
  - č. I: momentová podmínka rovnováhy k bodu a → M_a ,
  - č. I: silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → A_v ,
- Postupné řešení neznámých – vodorovné složky reakcí:
  - č. III: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → C_h ,
  - č. II: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → B_h ,
  - č. I: silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → A_h .

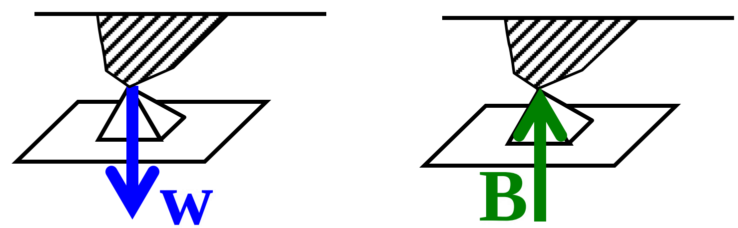
- Kontrola výpočtu: 3 podmínky rovnováhy pro celou složenou soustavu.

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

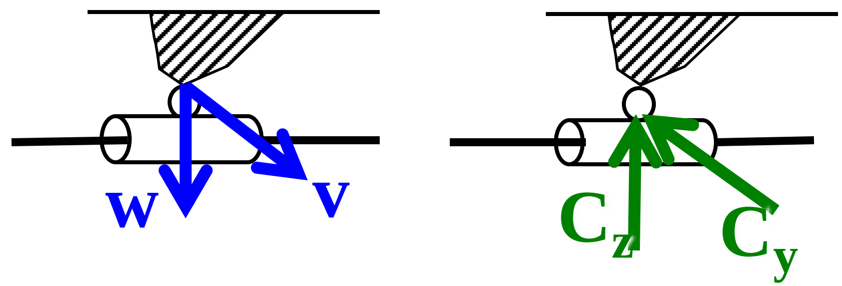
Nezávislé složky reakcí ve vnějších vazbách v prostoru:

- **kyvný prut (vedení po kulové ploše)**
  1 nezávislá složka reakce,

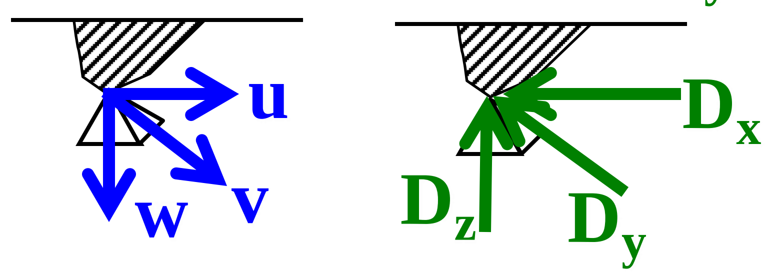
- **vedení po rovině**
  1 nezávislá složka reakce,



- **vedení po přímce**
  2 nezávislé složky reakce,



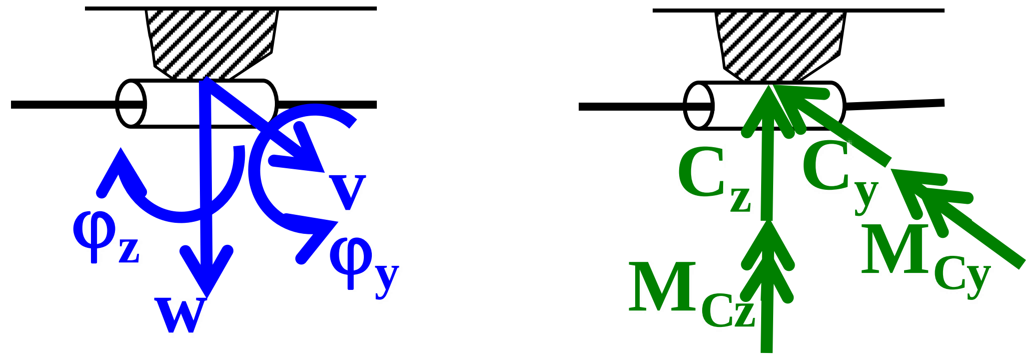
- **pevný kloub**
  3 nezávislé složky reakce,



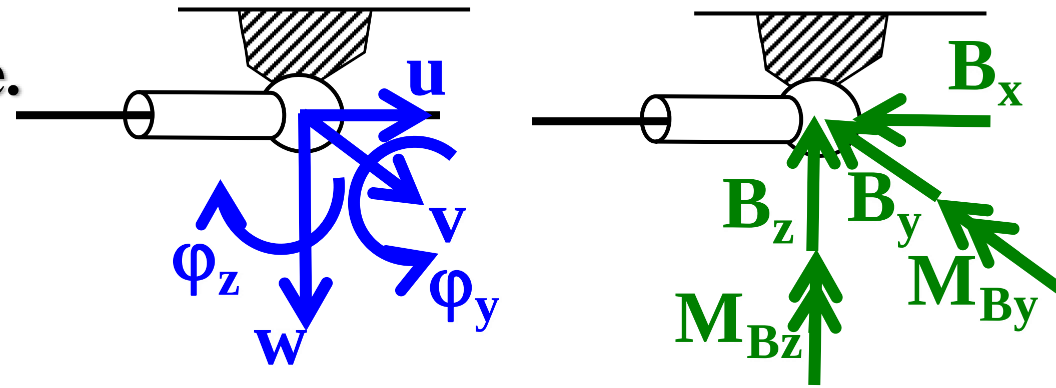
Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

Vnější vazby hmotných objektů v prostoru:

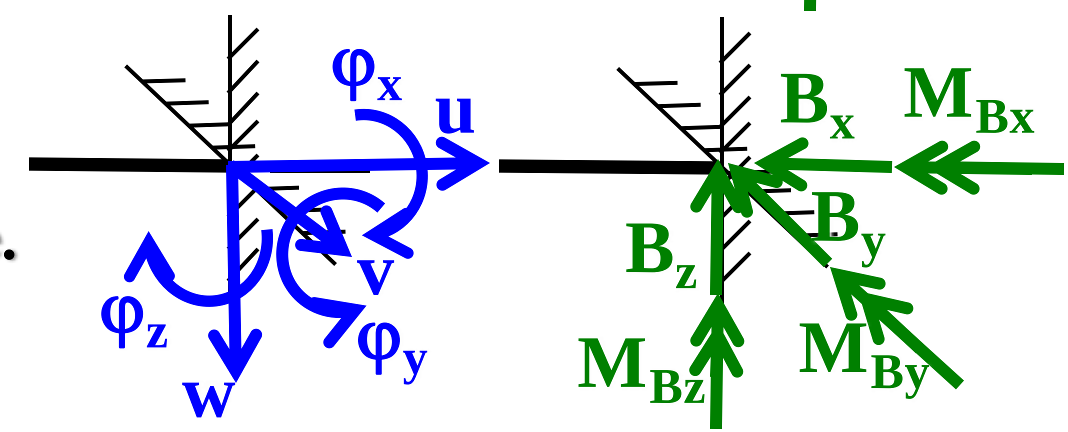
- **posuvný válcový kloub**
  4 nezávislé složky reakce.



- **neposuvný válcový kloub**
  5 nezávislých složek reakce.



- **vetknutí**
  6 nezávislých složek reakce.



Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

Postup výpočtu reakcí staticky určitých těles:

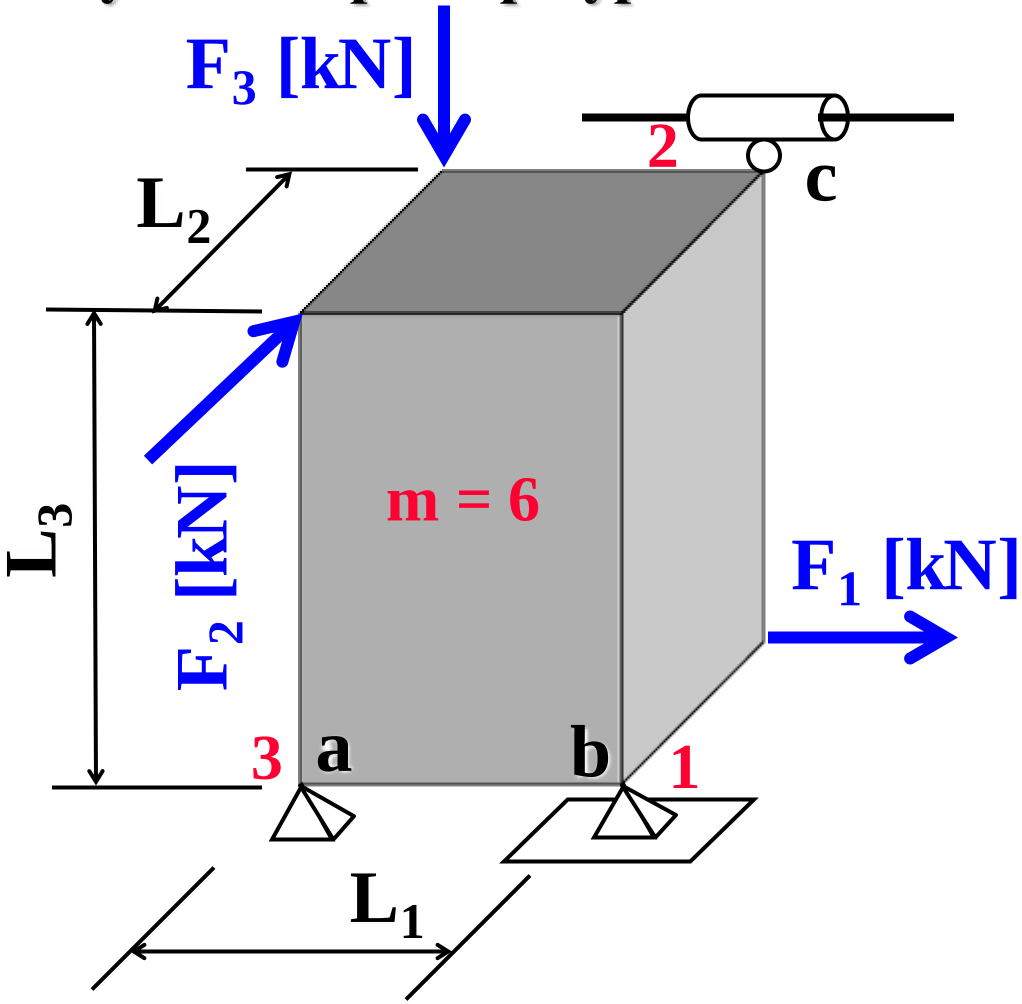
- Kontrola statické určitosti tuhého tělesa.
- Zavedení 6 (r = m) nezávislých složek reakcí.
- Sestavení 6 podmínek rovnováhy tělesa:
  - Řešení soustavy 6 rovnic pro 6 neznámých:

    $$[D]_{(6,6)}\,\{R\}_{(6,1)} = \{F\}_{(6,1)}$$

    - 3 silové podmínky rovnováhy a 3 momentové,
    - 2 silové podmínky rovnováhy a 4 momentové,
    - 1 silová podmínka rovnováhy a 5 momentových,
    - 6 momentových podmínek rovnováhy.
  - Postupné řešení jedné rovnice pro jednu neznámou.

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**

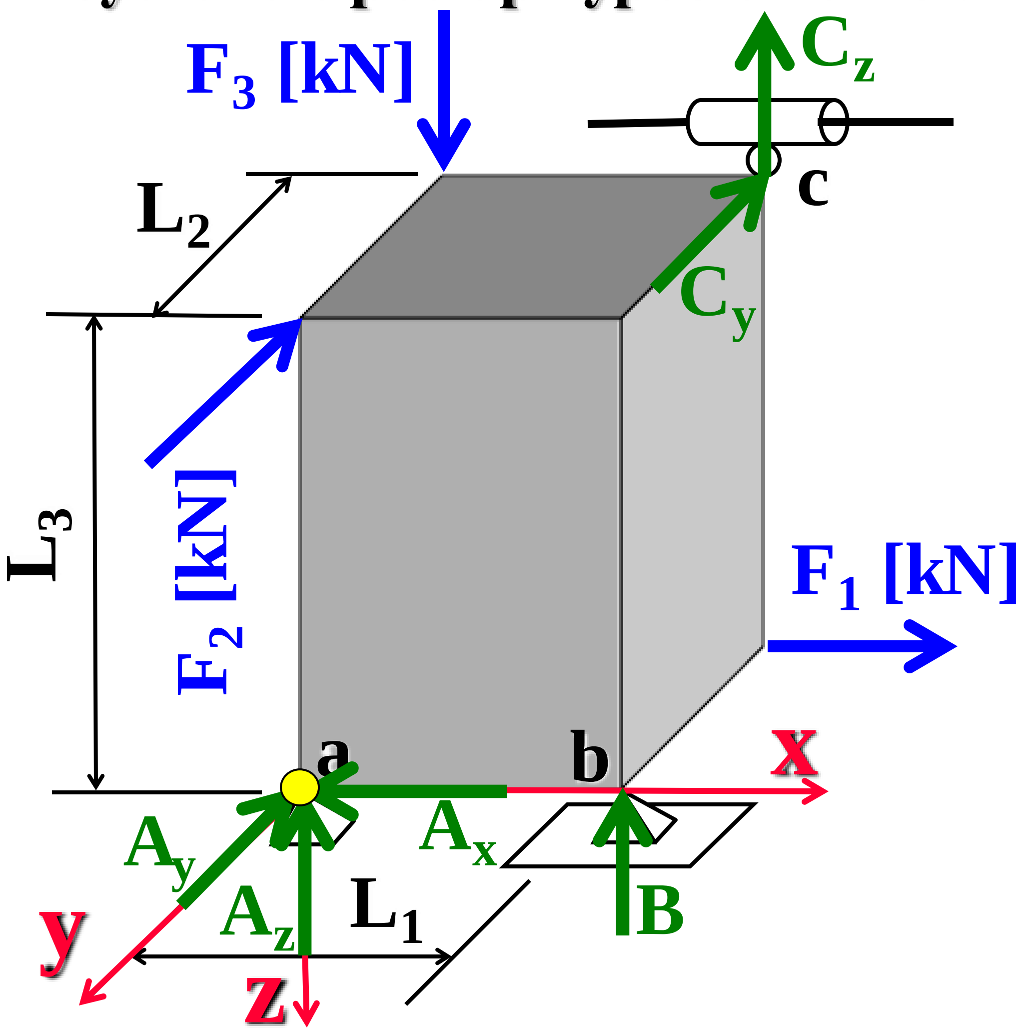


$$s_n = r - m = (3 + 2 + 1) - 6 = 0$$

Těleso je podepřeno staticky určitě.

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

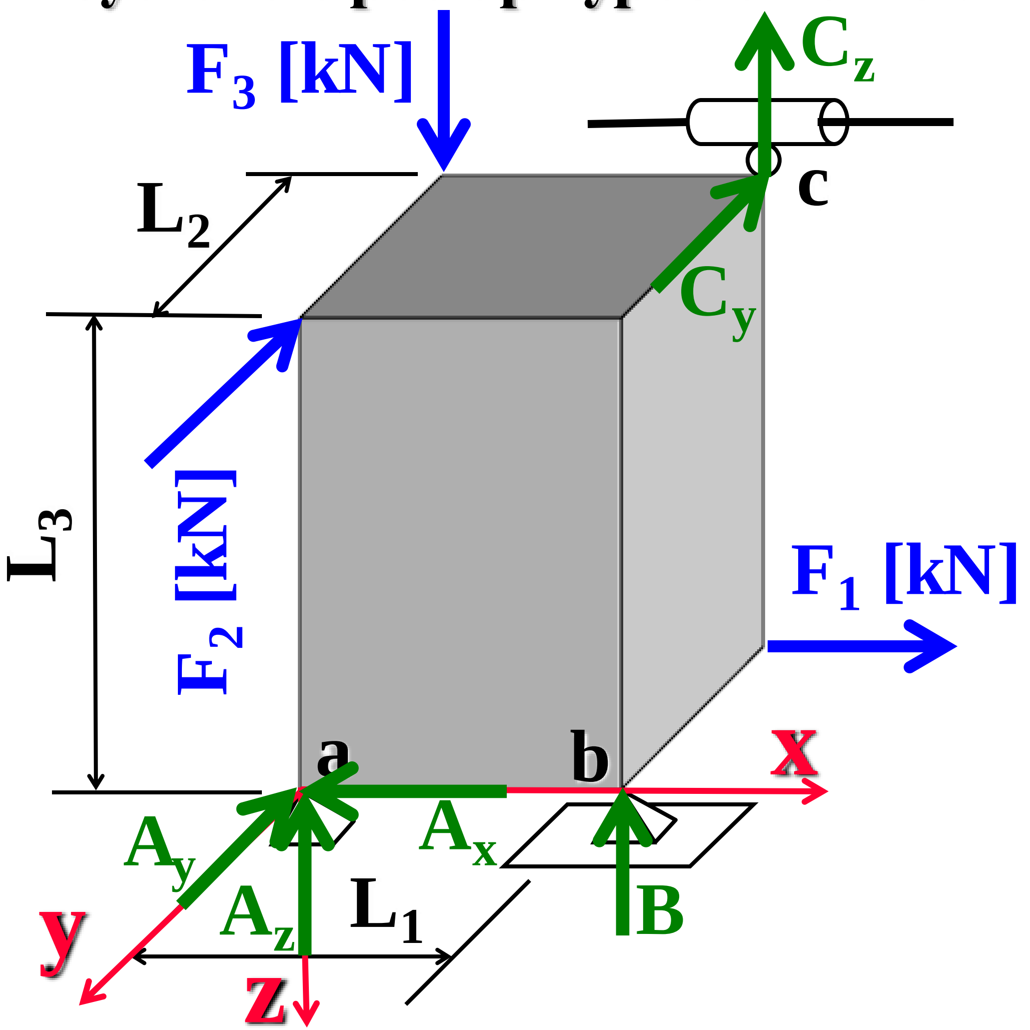
- Vysvětlete postup výpočtu reakcí:



- Zavedení souřadného systému x, y z.
- Zavedení 6 nezávislých složek reakcí A_x, A_y, A_z, B, C_y, C_z.

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

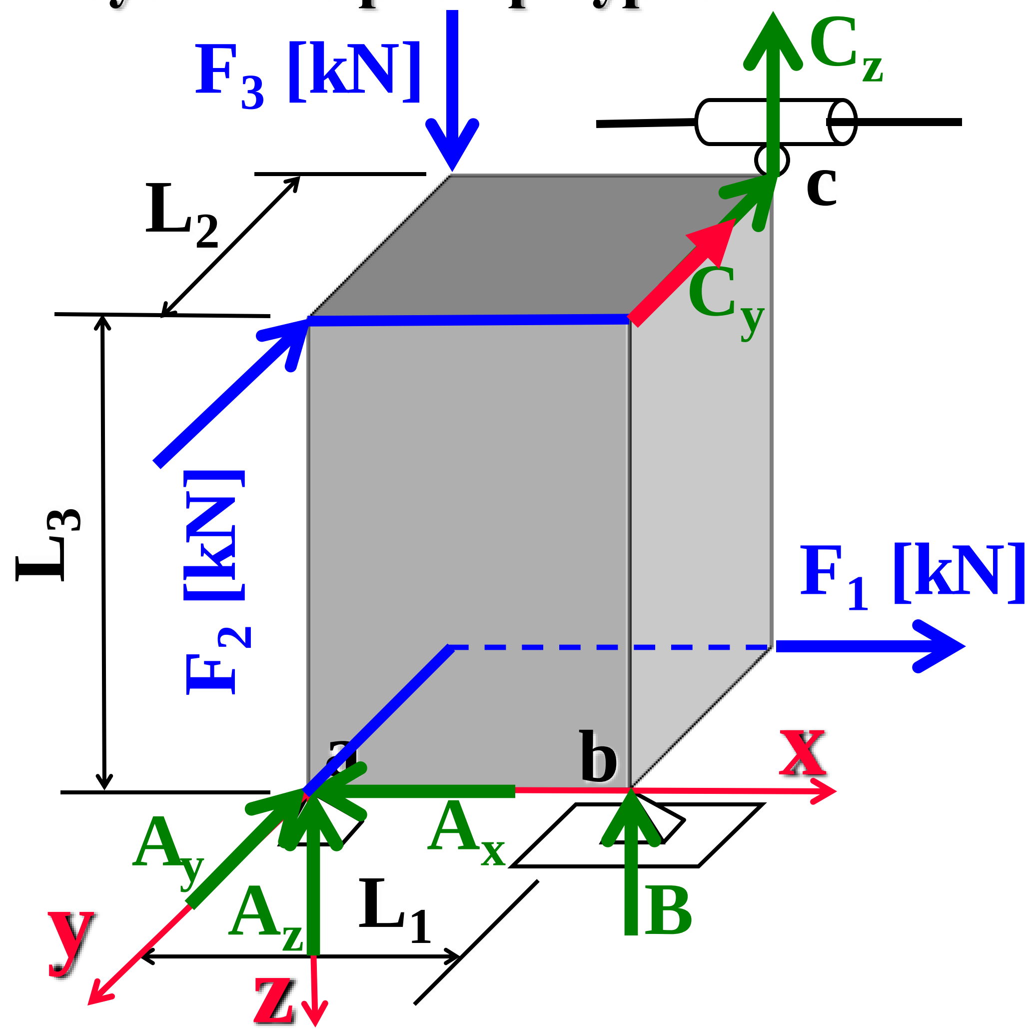
- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



- **Sestavení podmínek rovnováhy tělesa:**
- **6 rovnic pro 6 neznámých.** $[D]_{(6,6)}\,\{R\}_{(6,1)} = \{F\}_{(6,1)}$

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**

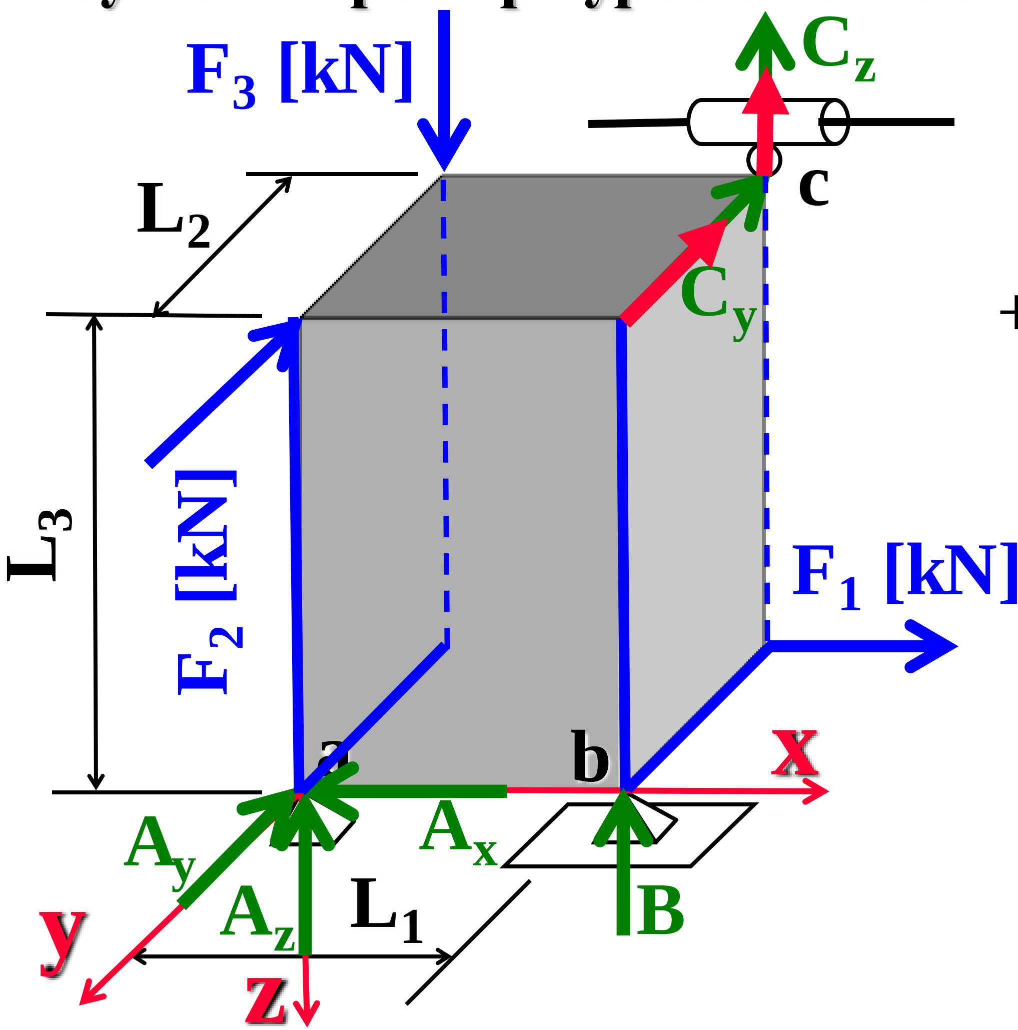


$$-C_y \cdot L_1 + F_1 \cdot L_2 = 0$$

- **Postupné řešení neznámých:**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy z → C_y.**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy x → C_z.**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



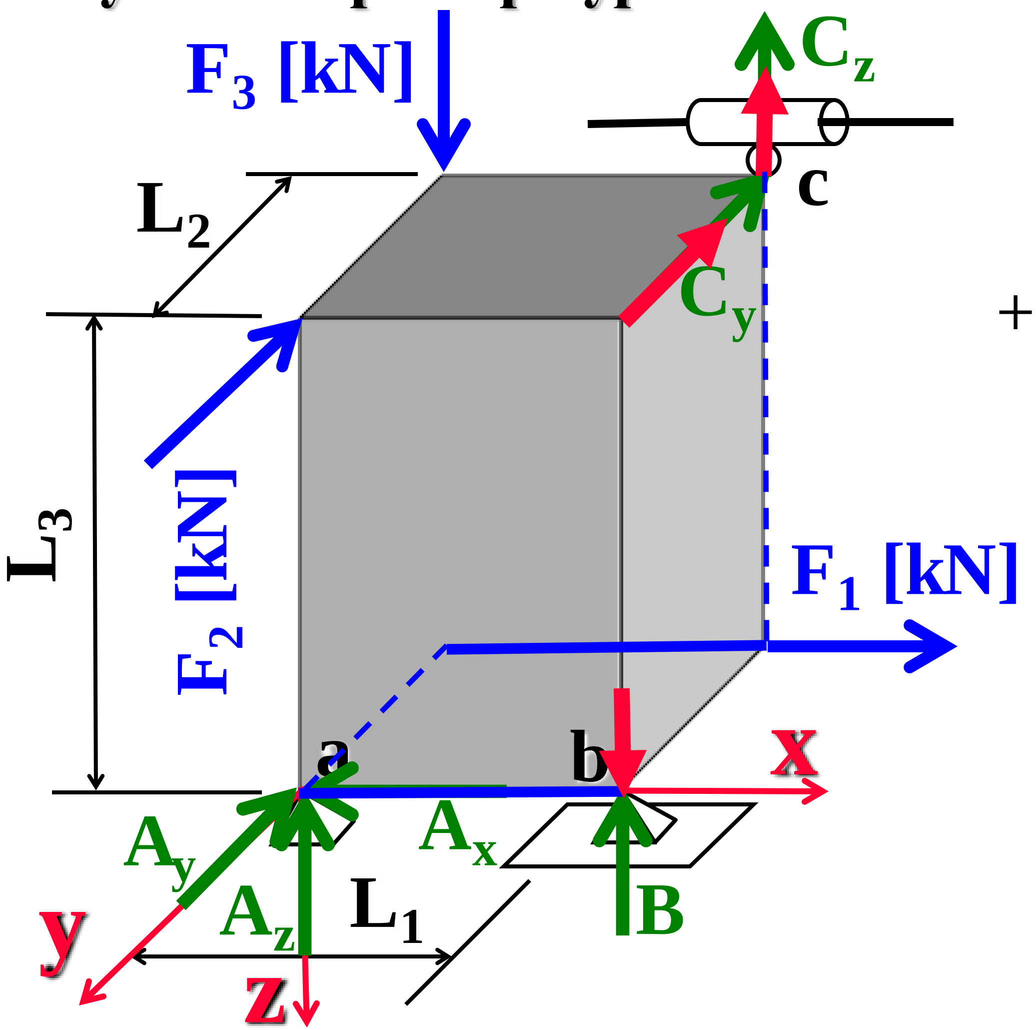
$$-C_y \cdot L_1 + F_1 \cdot L_2 = 0$$

$$+C_z \cdot L_2 - C_y \cdot L_3 - F_2 \cdot L_3 - F_3 \cdot L_2 = 0$$

- **Postupné řešení neznámých:**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy z $\rightarrow$ C_y.**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy x $\rightarrow$ C_z.**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



$$-C_y \cdot L_1 + F_1 \cdot L_2 = 0$$

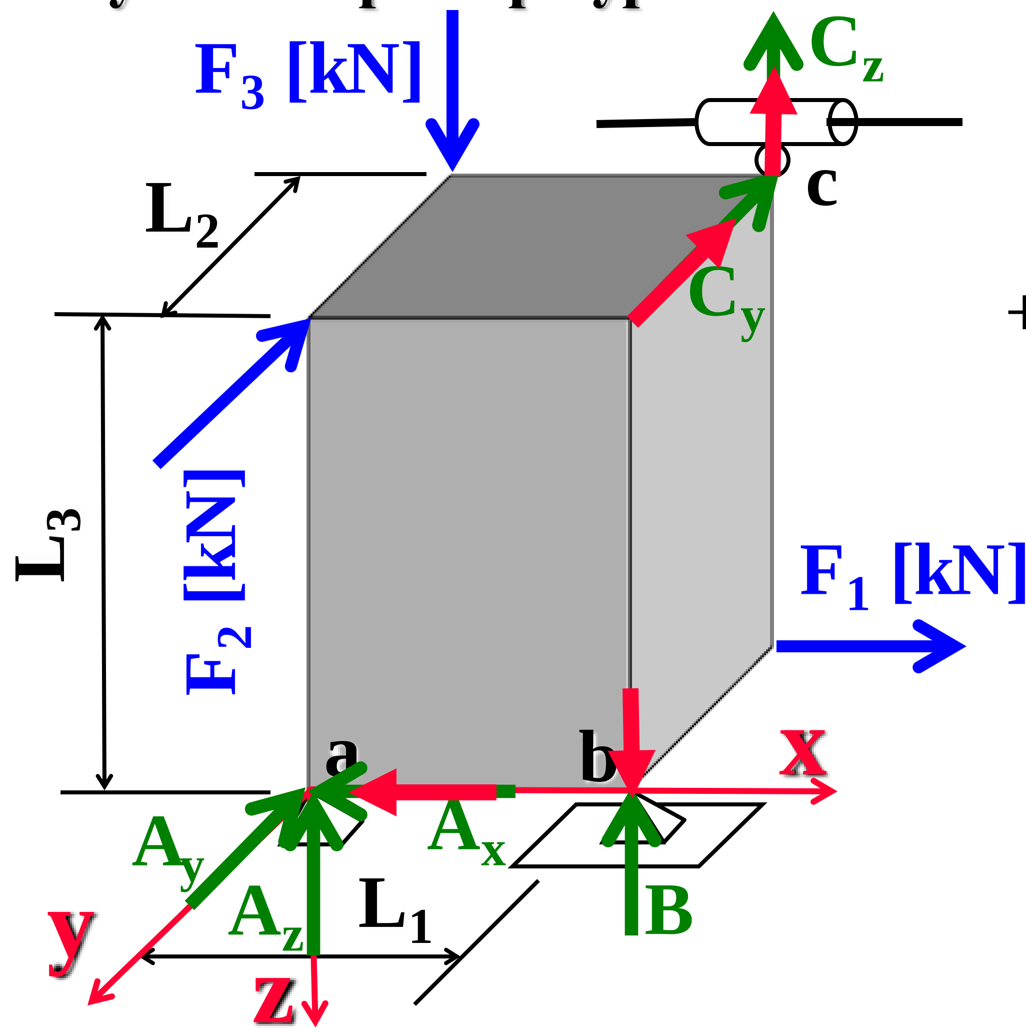
$$+C_z \cdot L_2 - C_y \cdot L_3 - F_2 \cdot L_3 - F_3 \cdot L_2 = 0$$

$$+B \cdot L_1 + C_z \cdot L_1 = 0$$

- **Postupné řešení neznámých:**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy y $\rightarrow$ B.**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy x $\rightarrow$ A_x.**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



$$-C_y \cdot L_1 + F_1 \cdot L_2 = 0$$

$$+C_z \cdot L_2 - C_y \cdot L_3 - F_2 \cdot L_3 - F_3 \cdot L_2 = 0$$

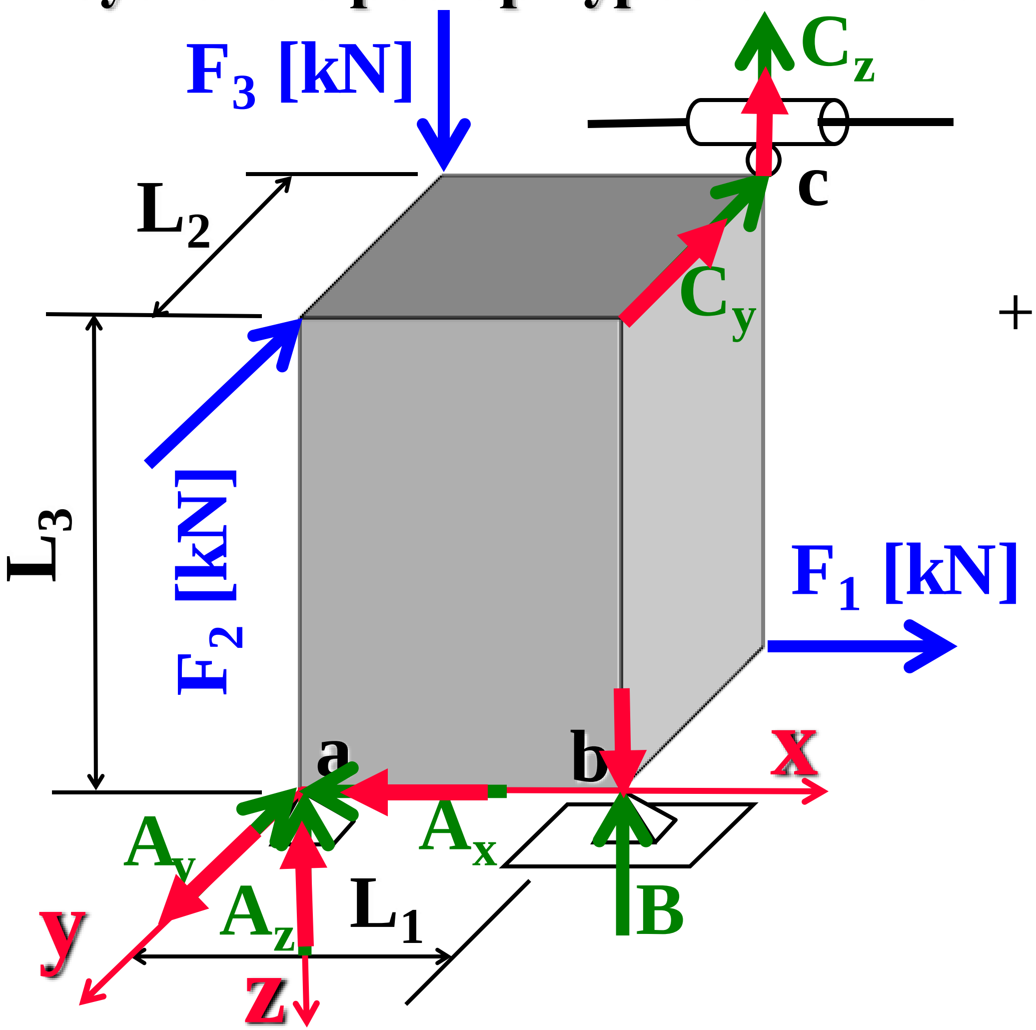
$$+B \cdot L_1 + C_z \cdot L_1 = 0$$

$$-A_x + F_1 = 0$$

- **Postupné řešení neznámých:**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy y $\rightarrow$ B.**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy x $\rightarrow$ A_x.**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



$$-C_y \cdot L_1 + F_1 \cdot L_2 = 0$$

$$+C_z \cdot L_2 - C_y \cdot L_3 - F_2 \cdot L_3 - F_3 \cdot L_2 = 0$$

$$+B \cdot L_1 + C_z \cdot L_1 = 0$$

$$-A_x + F_1 = 0$$

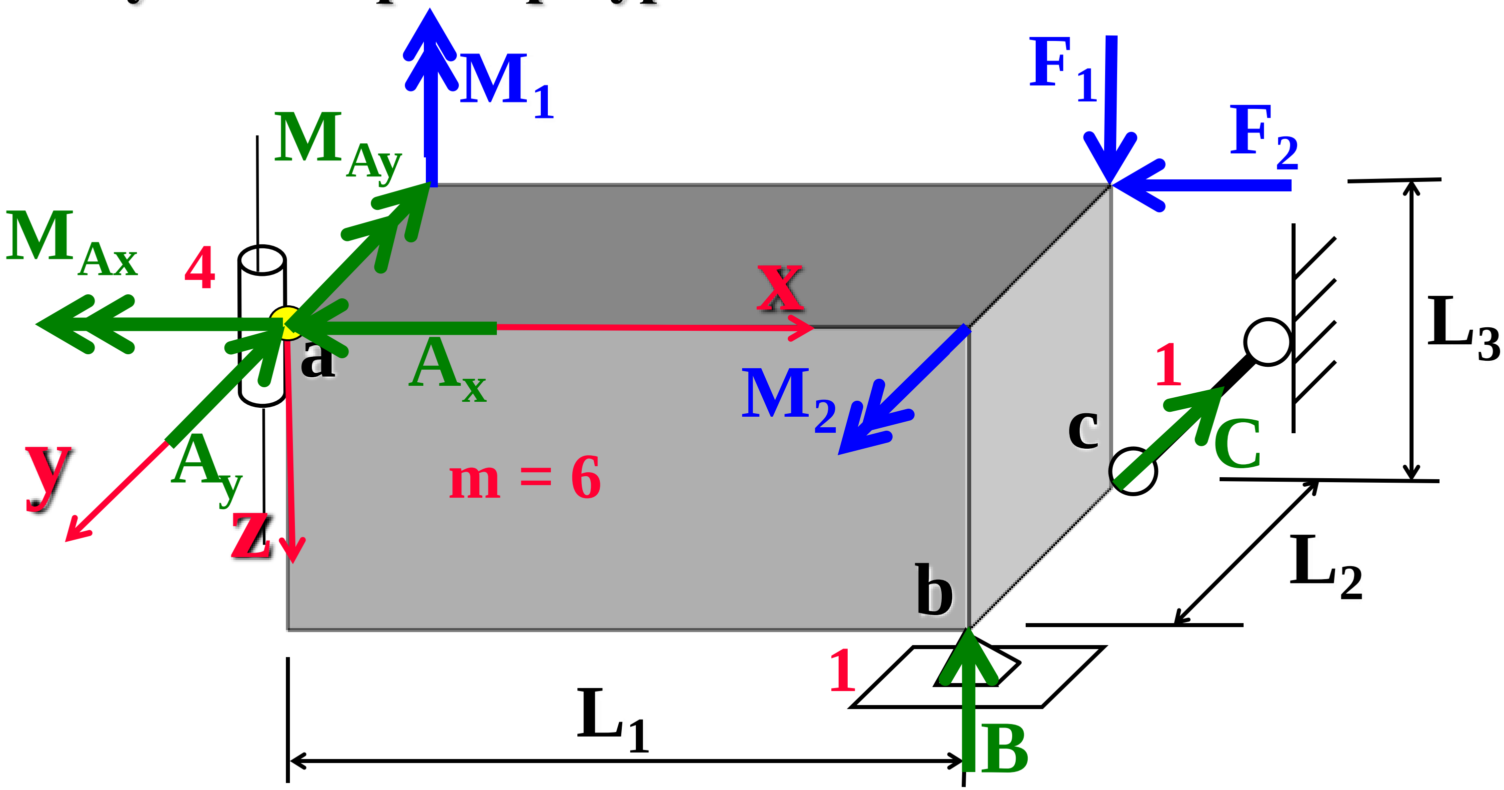
$$-A_y - C_y - F_2 = 0$$

$$-A_z - B - C_z + F_3 = 0$$

- **Postupné řešení neznámých:**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy y $\rightarrow$ A_y.**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy z $\rightarrow$ A_z.**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



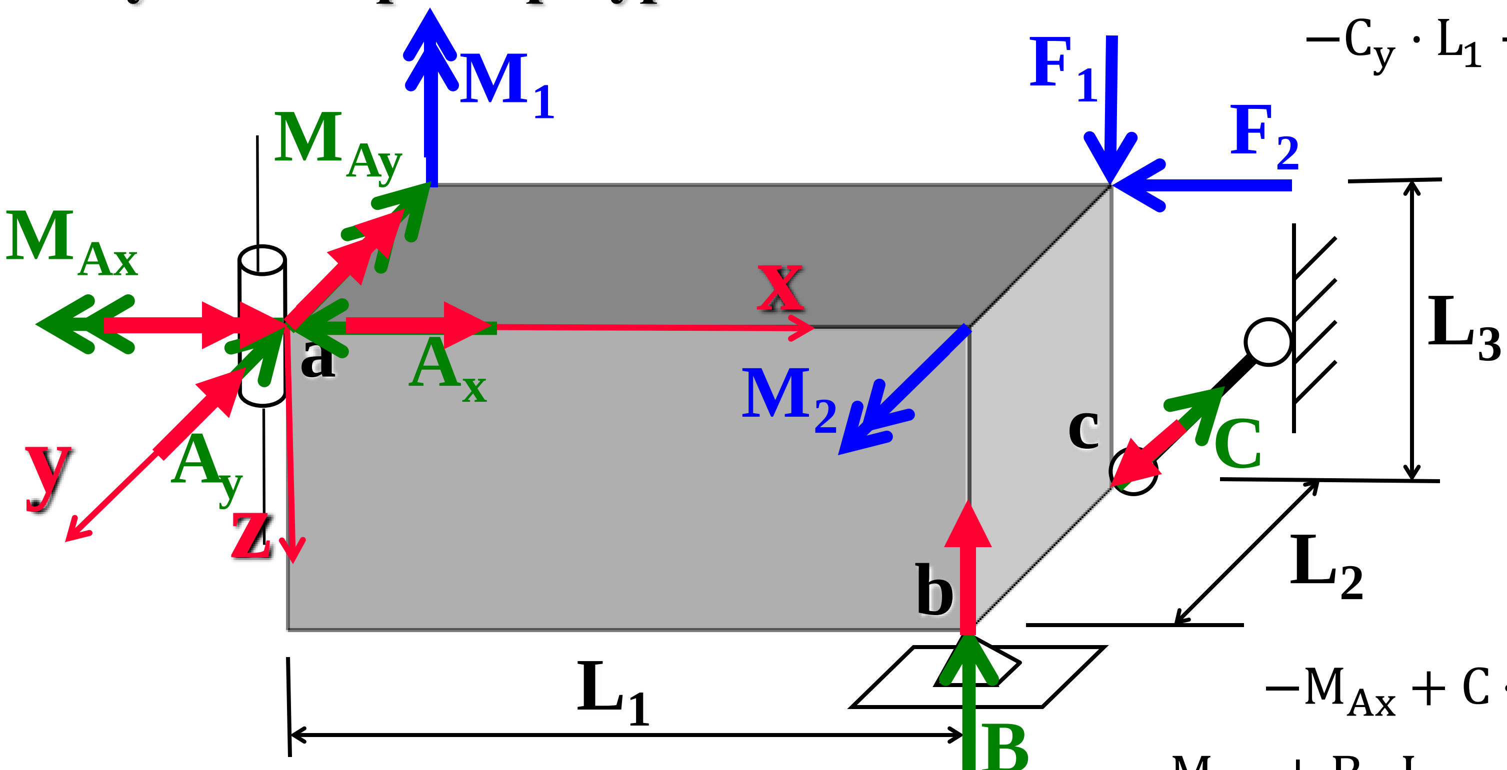
$$s_n = r - m = (4 + 2 \cdot 1) - 6 = 0$$

Těleso je podepřeno staticky určitě.

- **Zavedení souřadného systému x, y z.**
- **Zavedení 6 nezávislých složek reakcí A_x , A_y , B , C , M_{Ax} , M_{Ay} .**

Reakce staticky určitého tuhého tělesa v prostoru (v 3D):

- **Vysvětlete postup výpočtu reakcí:**



$$-C_y \cdot L_1 - F_2 \cdot L_2 - M_1 = 0$$

$$-A_x - F_2 = 0$$

$$-A_y - C = 0$$

$$-B + F_1 = 0$$

$$-M_{Ax} + C \cdot L_3 - F_1 \cdot L_2 = 0$$

$$-M_{Ay} + B \cdot L_1 - F_1 \cdot L_1 + M_2 = 0$$

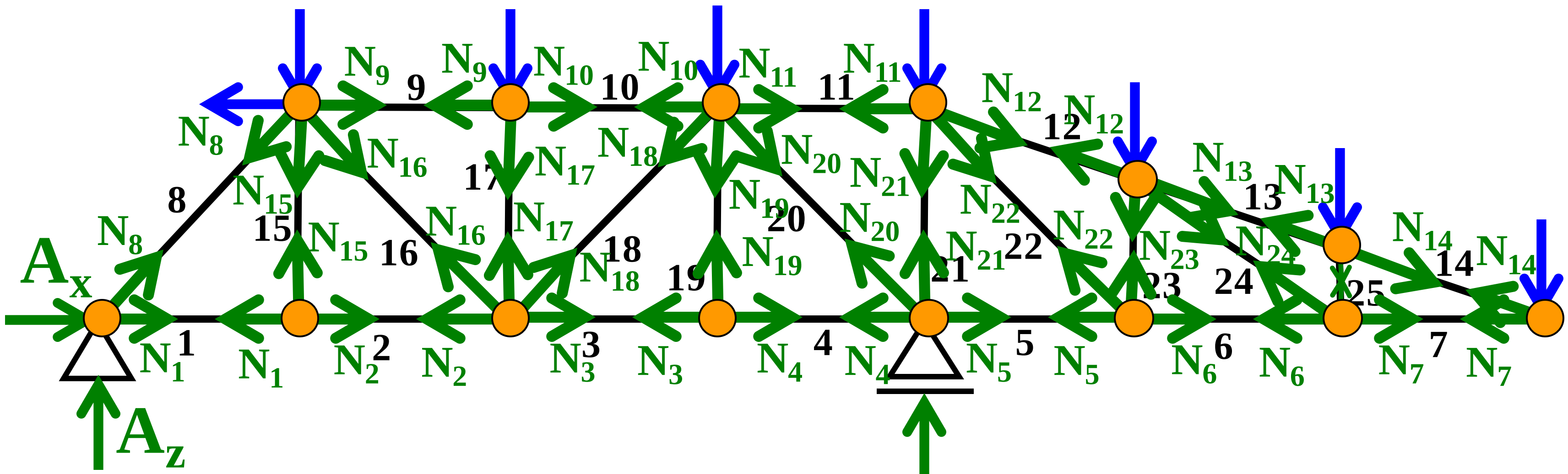
- **Postupné řešení neznámých:**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy z → C .**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy x → A_x .**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy y → A_y .**
- **Silová podmínka rovnováhy ve směru osy z → B .**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy x → M_{Ax} .**
- **Momentová podmínka rovnováhy kolem osy y → M_{Ay} .**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

- **Princip obecné styčníkové metody:**
  - **Příhradová konstrukce musí být jako celek staticky určitá ($s_n = 0$).**
  - **Příhradová konstrukce je řešena jako složená soustava sestavená z hmotných bodů.**
  - **Účinek vnějších vazeb se nahradí odpovídajícími nezávislými složkami vnějších reakcí.**
  - **Účinek vnitřních vazeb (kyvných prutů, příhradových prutů) se nahradí osovými (normálovými) silami N_i .**
  - **Uvolněním vnějších a vnitřních vazeb se příhradová soustava rozpadne na β hmotných bodů.**
  - **Podmínky rovnováhy všech styčníků (hmotných bodů) stačí k určení všech osových (normálových) sil i všech nezávislých složek vnějších reakcí.**
  - **Řeší se soustava 2 β rovnic pro 2 β neznámých.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

- **Princip obecné styčníkové metody:**



- **β = 14 hmotných bodů (styčníků).**
- **V každém styčníku musí být splněna:**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru a**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru.**
- **K dispozici je tedy 2 β = 28 podmínek rovnováhy.**
- **Celkový počet neznámých je 28:**
  - **3 nezávislé složky vnějších reakcí,**
  - **25 osových sil v prutech.**
- **Obecnou styčníkovou metodu by byla řešena soustava 28 rovnic pro 28 neznámých:**

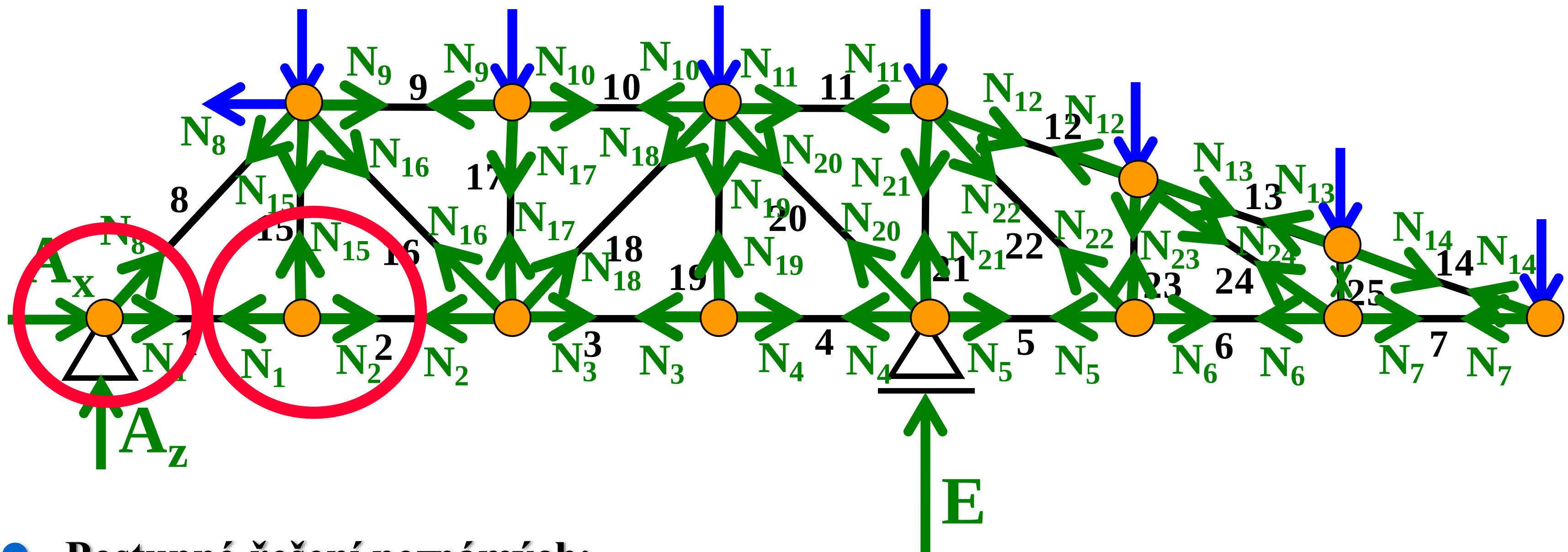
$$[D]_{(28,28)}\ \{N,R\}_{(28,1)} = \{F\}_{(28,1)}$$

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

- **Princip zjednodušené styčníkové metody:**
  - **Příhradová konstrukce musí být jako celek staticky určitá ($s_n = 0$).**
  - **Princip řešení je shodný s obecnou metodou styčných bodů.**
  - **Řešení soustavy 2 β rovnic pro 2 β neznámých se obchází postupným řešením vždy dvou rovnic pro dvě neznámé.**
  - **Dvojným bodem (styčníkem) se nazývá styčník, ve kterém vedle známých sil působí pouze dvě neznámé osové síly (případně neznámé složky reakcí).**
  - **Použití zjednodušené metody styčných bodů vyžaduje, aby v řešené příhradové soustavě byl alespoň jeden dvojný bod (styčník)**
  - **a aby po vyřešení neznámých hodnot osových sil v tomto bodě i při každém dalším kroku řešení se další dvojné body (styčníky) postupně vytvářely.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

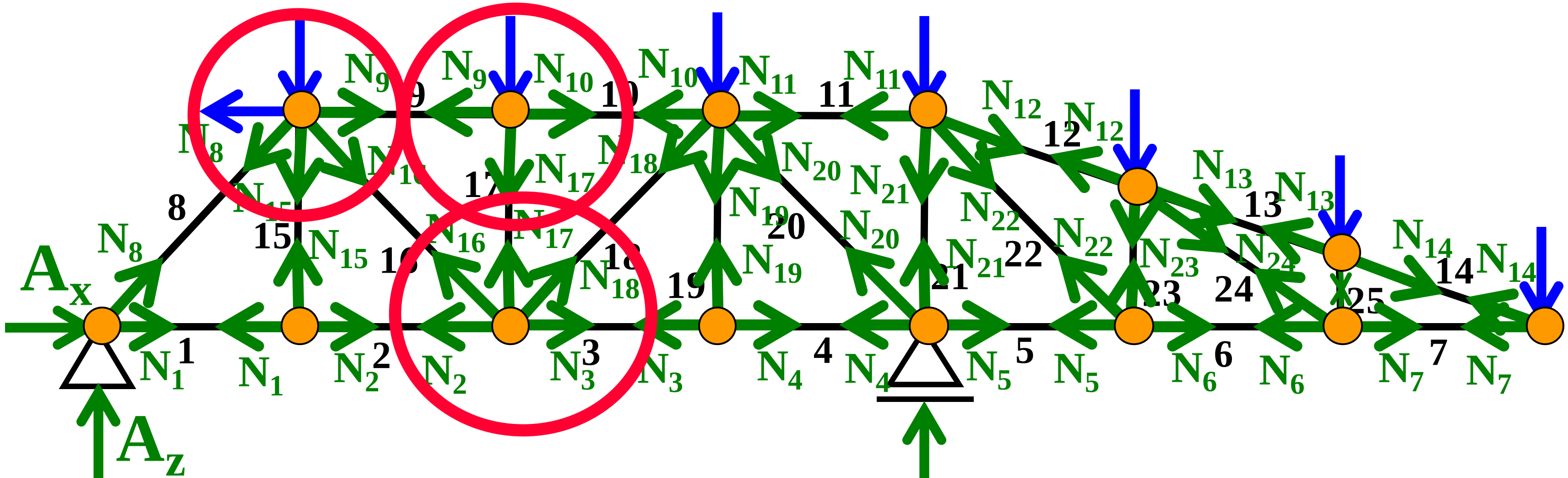
- **Princip obecné styčníkové metody:**



- **Postupné řešení neznámých:**
- **Výpočet vnějších reakcí z podmínek rovnováhy celé příhradové konstrukce:** $\rightarrow A_x , A_z , E$.
- **Dvojný styčník a:**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru** $\rightarrow N_8$,
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru** $\rightarrow N_1$.
- **Dvojný styčník b:**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru** $\rightarrow N_{15}$ **(**$N_{15} = 0$ **kN),**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru** $\rightarrow N_2$ **(**$N_2 = N_1$ **).**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

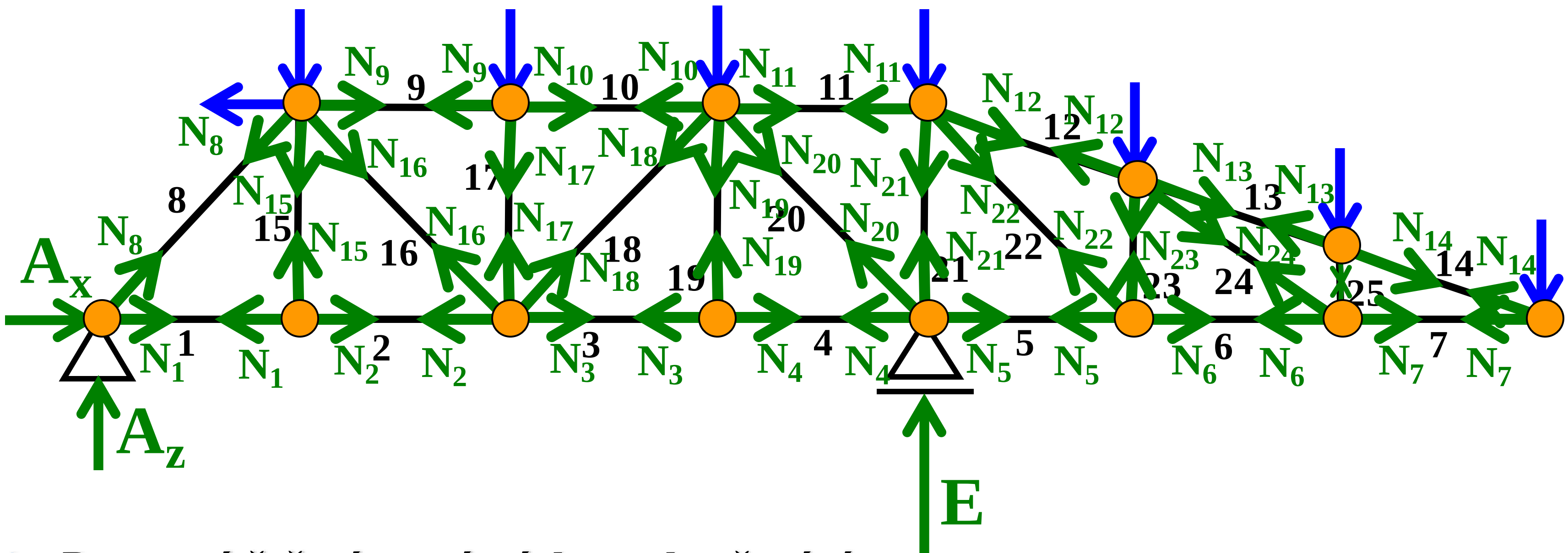
- **Princip obecné styčníkové metody:**



- **Postupné řešení neznámých - pokračování:**
- **Dvojný styčník j:**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → N_{16} ,**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → N_9 .**
- **Dvojný styčník k:**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → N_{17} (N_{17} = -F kN),**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → N_{10} ($N_{10} = N_9$).**
- **Dvojný styčník c:**
  - **silová podmínka rovnováhy ve svislém směru → N_{18} ,**
  - **silová podmínka rovnováhy ve vodorovném směru → N_3 .**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

- **Princip obecné styčníkové metody:**



- **Postupné řešení neznámých - pokračování:**
- **Postupné tvoření dvojných styčníků:**
  - **styčník d, styčník m, styčník e, styčník n, styčník f, styčník o, styčník g, styčník p.**
- **Kontrola výpočtu:**
  - **jedna nevyužitá silová podmínka rovnováhy ve styčníku p,**
  - **dvě silová podmínky rovnováhy ve styčníku h.**

  - **Nebo průsečná metoda.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

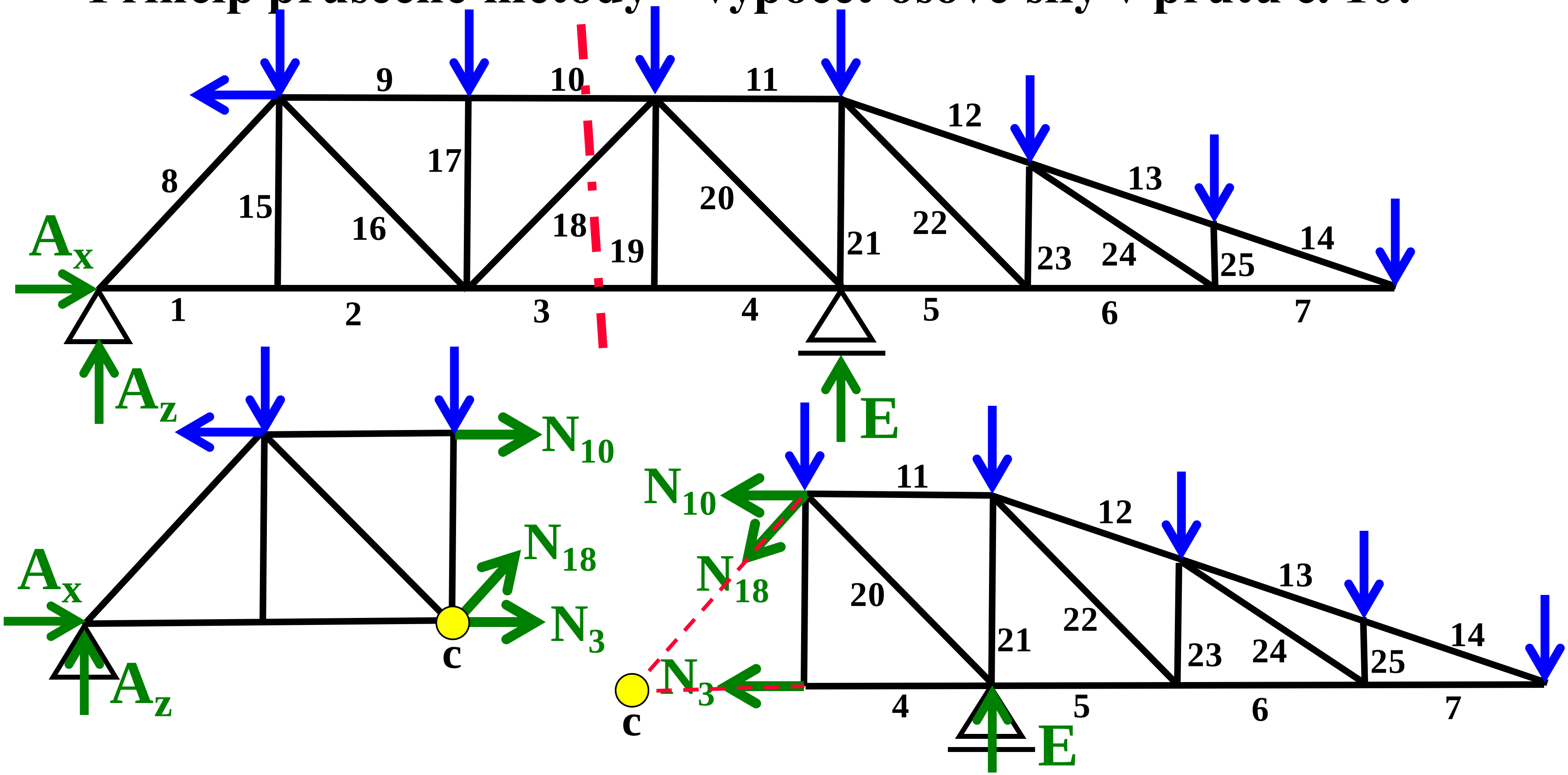
- **Princip průsečné metody:**
  - **Pro osovou sílu v řešeném příhradovém prutu se sestaví jedna rovnice, ve které vystupuje jediná neznámá – počítaná osová síla N.**
  - **Metoda vychází z principu řešení složených soustav ⇒ je-li celá složená soustava v rovnováze, je v rovnováze i každá její část.**
  - **Pro výpočet musí být u některých příhradových prutů vypočteny také vnější reakce příhradové konstrukce.**
  - **Příhradová konstrukce se rozdělí myšleným řezem vedeným tak, aby:**
    - **rozdělil příhradovou konstrukci na dvě zcela samostatné (tj. žádným prutem nespojené) části,**
    - **z přerušených n prutů s neznámými hodnotami osových sil N_i se (n-1) os přerušených prutů protínalo v jediném bodu.**
  - **Účinek přerušených prutů se nahradí osovými silami N_i o neznámých velikostech.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

- **Princip průsečné metody - pokračování:**
  - **Hledanou osovou sílu N vypočteme z momentové podmínky rovnováhy k průsečíku (n-1) (zpravidla dvou) os přerušených prutů.**
  - **V této momentové podmínce počítaná osová síla N vystupuje jako jediná neznámá a proto ji mohu z této podmínky určit.**
  - **Je-li průsečík (n-1) prutů v nekonečnu, tj. (n-1) prutů je rovnoběžných, přejde momentová podmínka v silovou (součtovou) podmínku ve směru kolmém na rovnoběžné pruty.**
  - **Použití této metody je omezené podmínkami vedení řezů.**
  - **Obvyklé použití:**
    - **kontrola výpočtu,**
    - **výpočet osových sil tak, aby se vytvořil dvojný styčník,**
    - **výpočet osových sil ve vybraných prutech, ve kterých je očekáváno, že jsou rozhodující pro návrh příhradové konstrukce.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

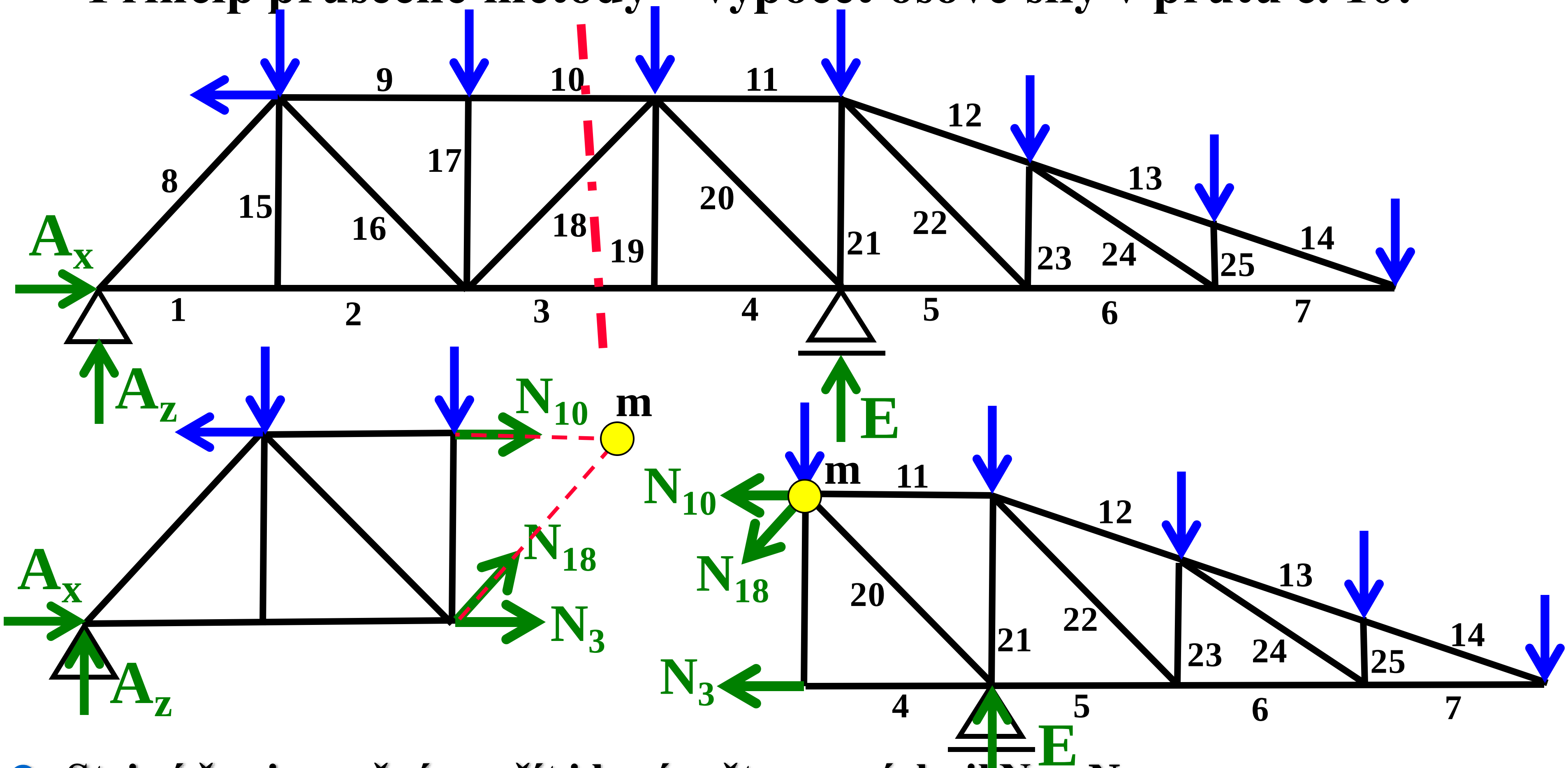
- **Princip průsečné metody – výpočet osové síly v prutu č. 10:**



- **Pro výpočet osové síly N_{10} je nutné znát vnější reakce příhradové konstrukce A_x , A_z a E.**
- **Osová síla N_{10} se určí z momentové podmínky pravé nebo levé části příhradové konstrukce k bodu c.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

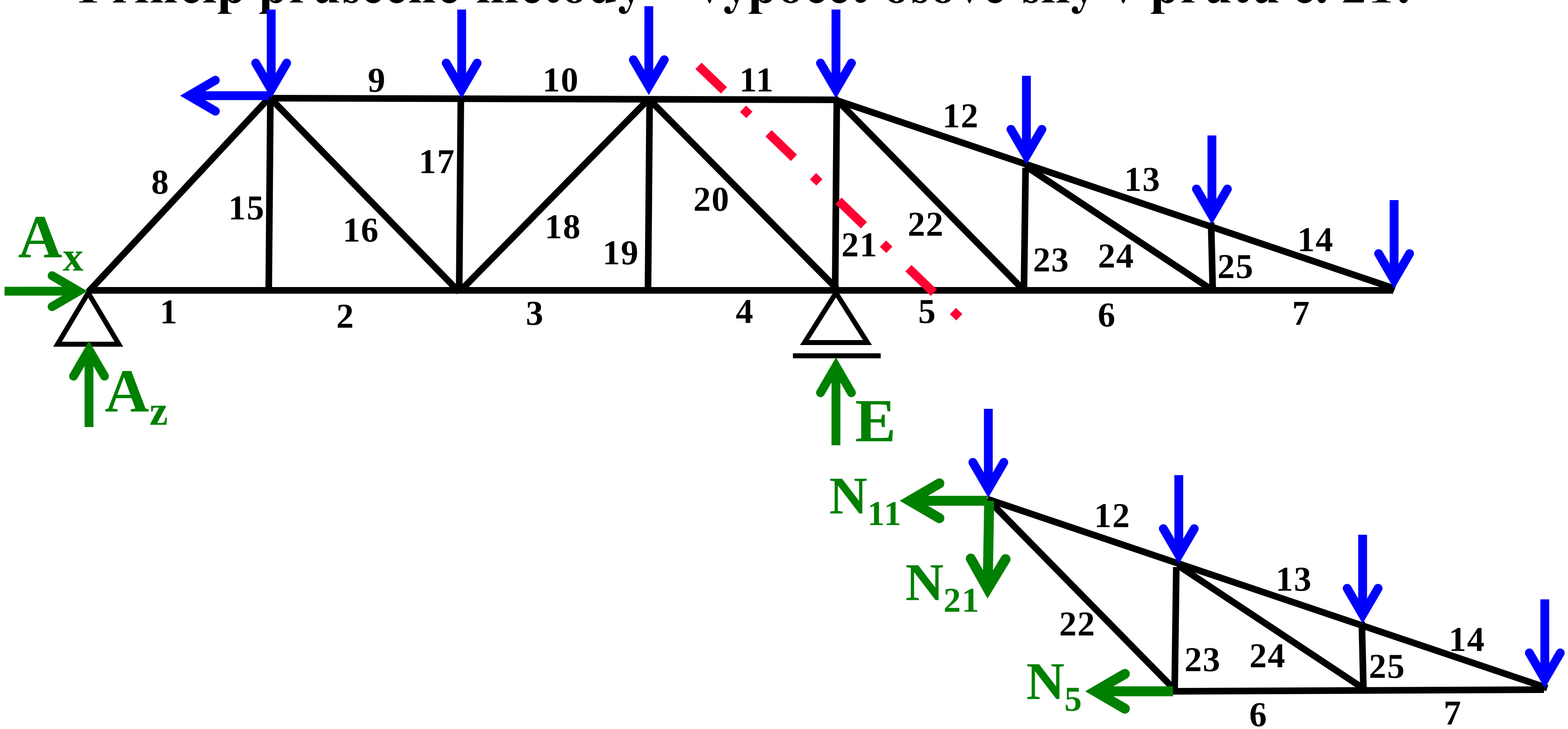
- **Princip průsečné metody – výpočet osové síly v prutu č. 10:**



- **Stejný řez je možné využít i k výpočtu osových sil N_3 a N_{18}.**
- **Osová síla N_3 se určí z momentové podmínky pravé nebo levé části příhradové konstrukce k bodu m.**
- **Osová síla N_{18} se určí ze silové podmínky pravé nebo levé části příhradové konstrukce ve svislém směru.**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

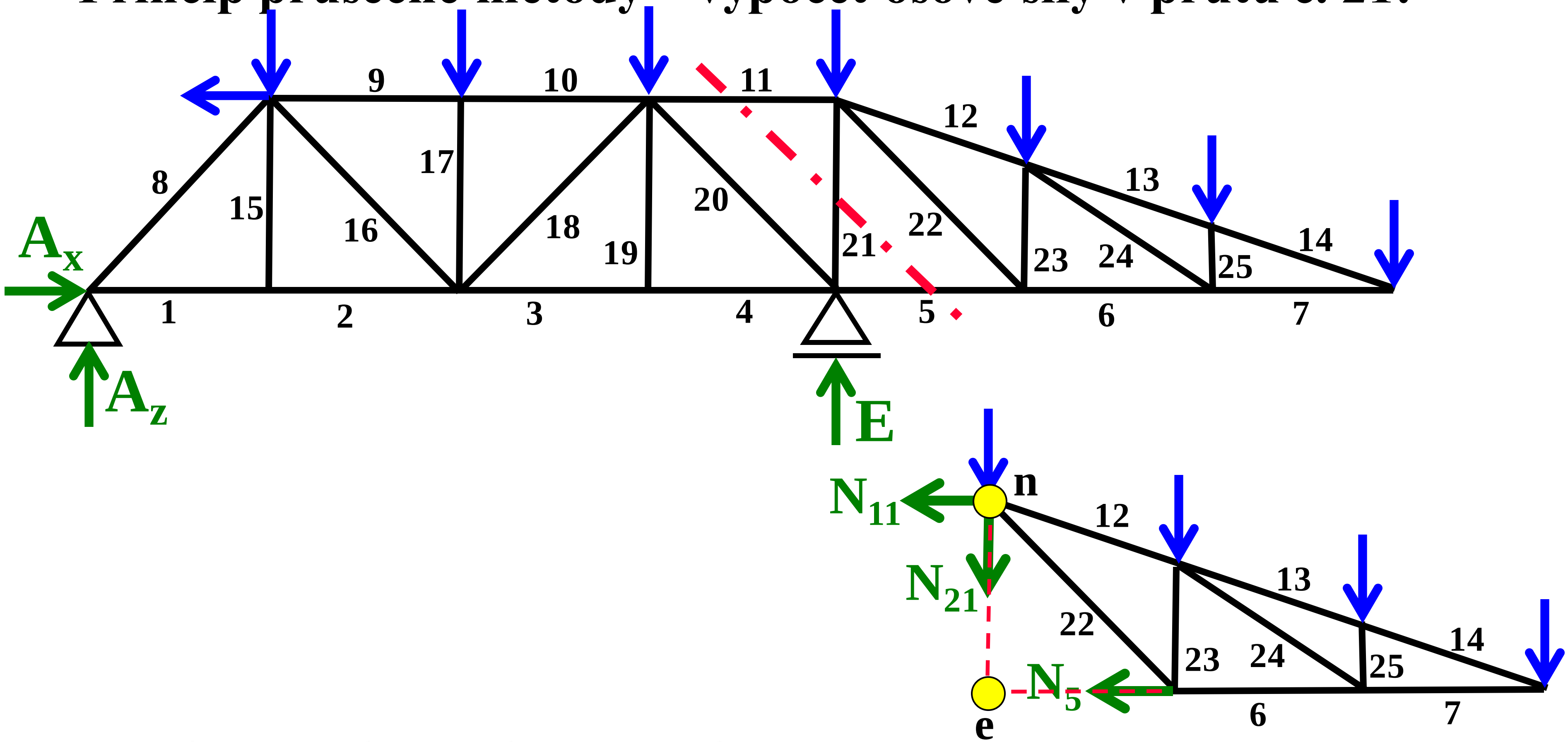
- **Princip průsečné metody – výpočet osové síly v prutu č. 21:**



- **Pro výpočet osové síly N_{21} přes pravou část příhradové konstrukce není potřebné znát vnější reakce příhradové konstrukce A_x, A_z a E.**
- **Osová síla N_{21} se určí ze silové podmínky rovnováhy ve svislém směru pravé části příhradové konstrukce.**
- **Z této podmínky rovnováhy je zřejmé, že osová síla N_{21} je tlaková (-).**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

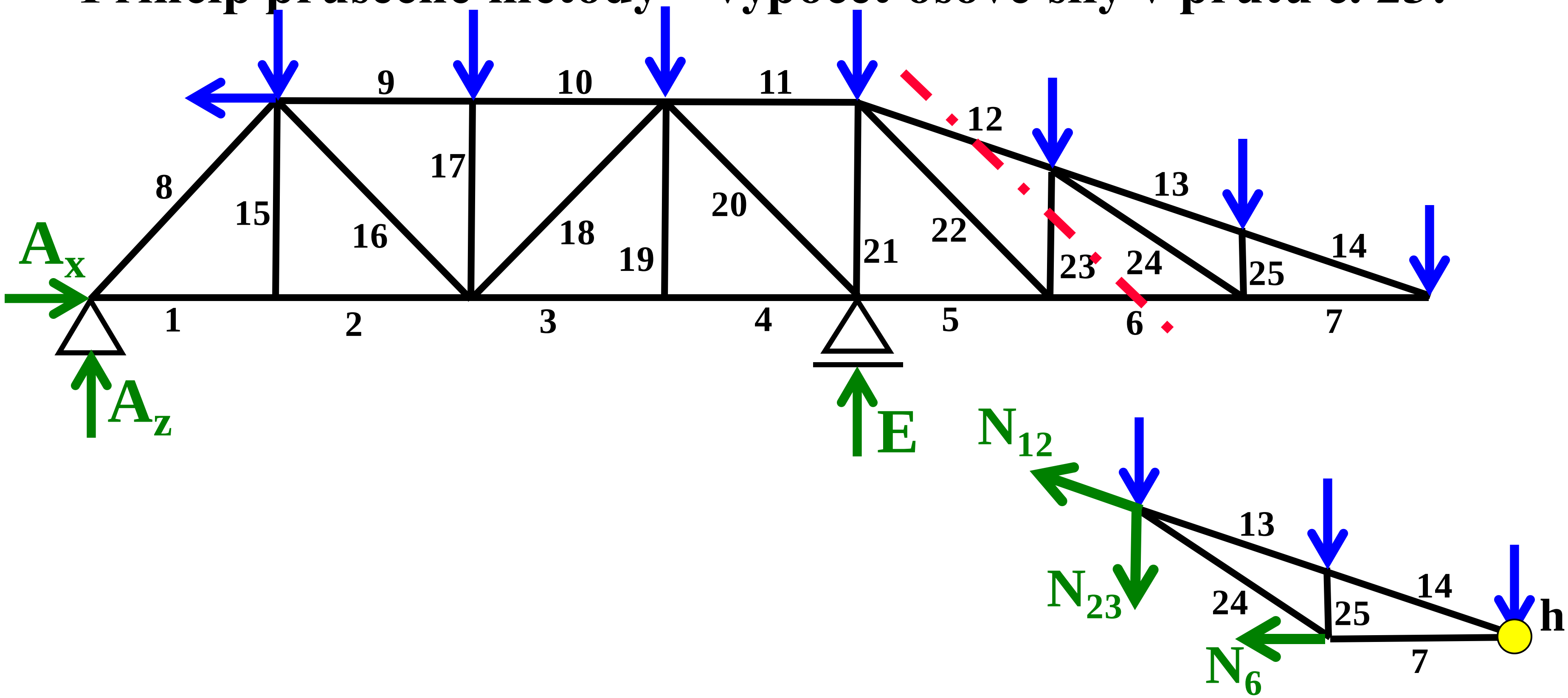
- **Princip průsečné metody – výpočet osové síly v prutu č. 21:**



- **Stejný řez je možné využít i k výpočtu osových sil N_{11} a N_5 .**
- **Osová síla N_{11} se určí z momentové podmínky pravé části příhradové konstrukce k bodu e. Z této podmínky je zřejmé, že osová síla N_{21} je tahová (+).**
- **Osová síla N_5 se určí z momentové podmínky pravé části příhradové konstrukce k bodu n. Z podmínky je zřejmé, že osová síla N_5 je tlaková (-).**

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

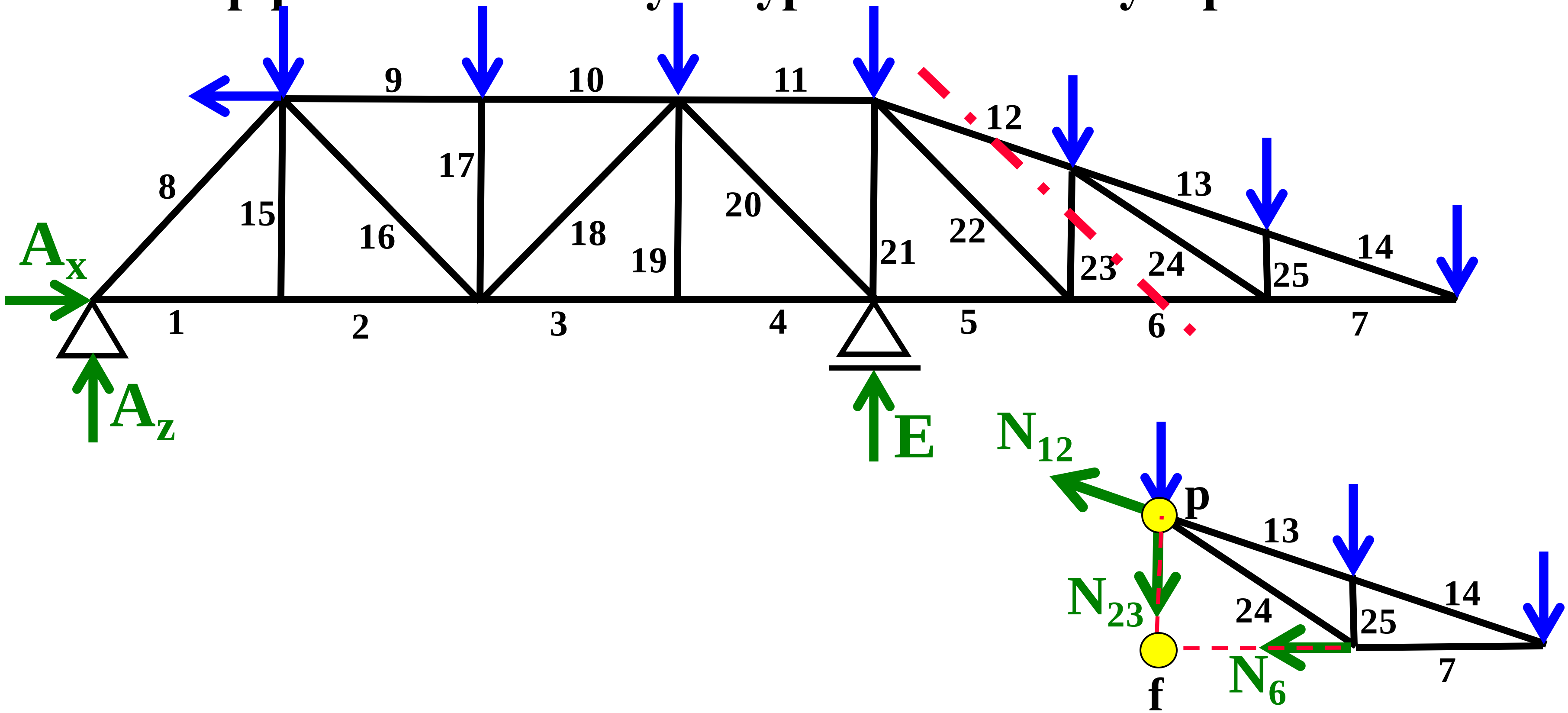
- Princip průsečné metody – výpočet osové síly v prutu č. 23:



- Pro výpočet osové síly N_{23} přes pravou část příhradové konstrukce není potřebné znát vnější reakce příhradové konstrukce A_x , A_z a E.
- Osová síla N_{23} se určí z momentové podmínky rovnováhy pravé části příhradové konstrukce k bodu h.
- Z této podmínky rovnováhy je zřejmé, že osová síla N_{23} je tlaková (-).

Osové síly v prutech rovinných příhradových konstrukcí:

- Princip průsečné metody – výpočet osové síly v prutu č. 23:



- Stejný řez je možné využít i k výpočtu osových sil N_{12} a N_6 .
- Osová síla N_{12} se určí z momentové podmínky pravé části příhradové konstrukce k bodu f. Z této podmínky je zřejmé, že osová síla N_{12} je tahová (+).
- Osová síla N_6 se určí z momentové podmínky pravé části příhradové konstrukce k bodu p. Z podmínky je zřejmé, že osová síla N_6 je tlaková (-).

Konec