



**FAKULTA
STAVEBNÍ
ČVUT V PRAZE**

**Katedra mechaniky
15. září 2025**

Vyrovnávací kurz ze stavební mechaniky

**Přednášející - Eva Novotná – teoretická část
Jitka Němečková – řešené příklady**

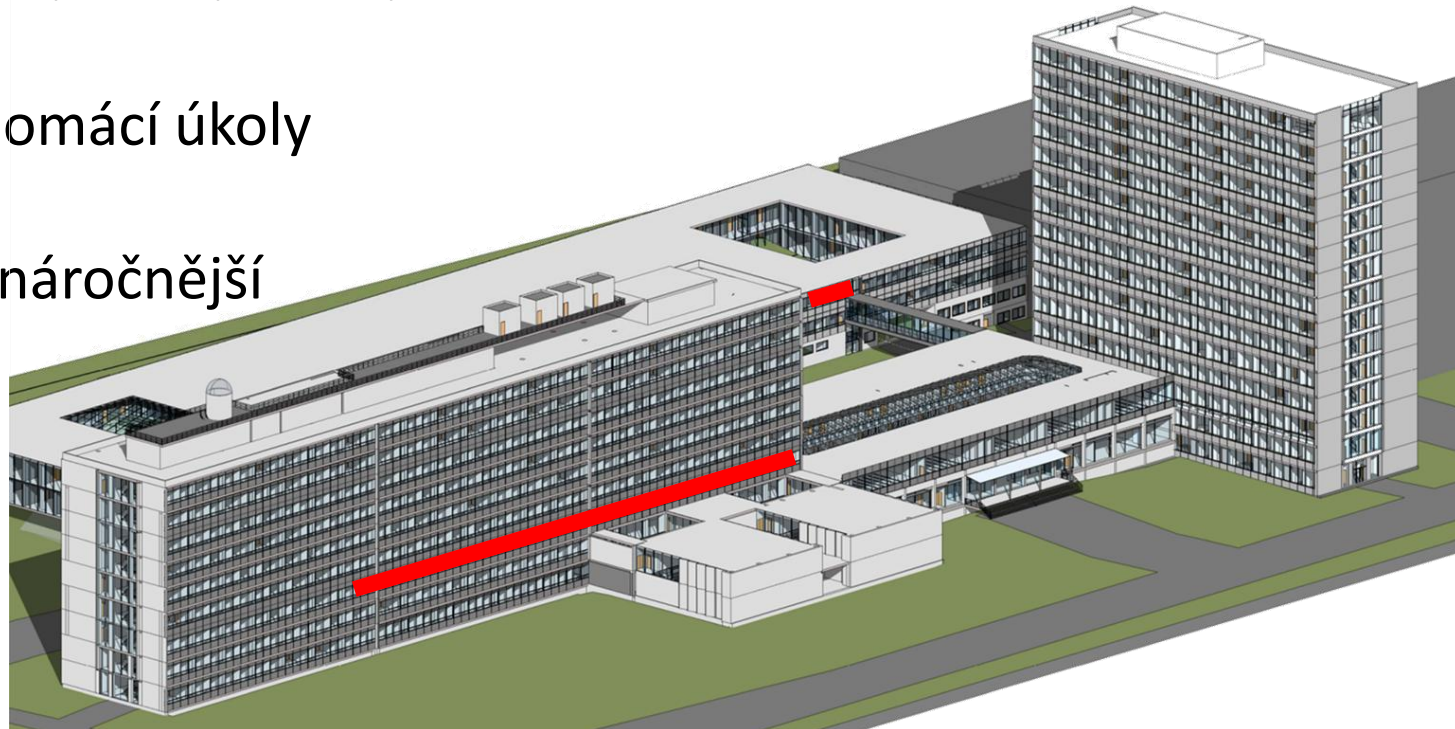
Program kurzu

- Úvod a představení katedry
- Volitelné předměty – repetitorium
- Základní předpoklady pro studium mechaniky
 - Tvorba statických schémat a vysvětlení základních pojmů
 - Zatížení konstrukcí – základní typy a značení
 - Základní matematické operace
 - Práce s jednotkami

Katedra mechaniky – K132 – <https://mech.fsv.cvut.cz/cs/>

- Jedna z největších kateder na fakultě co do počtu zaměstnanců a největší co do objemu vědecké činnosti
- výuka základních předmětů SM, PRPE, ANKC, DYN
- důraz na práci v semestru – domácí úkoly
- předměty katedry patří mezi náročnější
- rozdělená do budov B a D

Stav 9/2025 – dále ?



Volitelné předměty

- Volitelné předměty typu „repetitorium“
- Stavební mechanika 1 – repetitorium – 132XSR1
 - Pátek 11:30-13:00, B 480 – Jitka Němečková
- Informační web: <http://mech.fsv.cvut.cz/~jiraa/repetitorium/>
 - Výuková videa
 - Sbírka příkladů – rovněž na wiki K132 – <https://mech.fsv.cvut.cz/wiki>

Co chceme abyste zvládli?

1. Vydrželi celou dnešní přednášku vzhůru
2. Naučili se základní názvosloví a často používané termíny
3. Zopakovali si jednoduchou matematiku (sin, cos tan Pythagoras)
4. Vyřešili elementární příklad i část příhradové konstrukce
5. Dozvěděli se, že se není třeba bát ani mechaniky ani lidí kteří ji učí
6. Uvědomili si, že bude potřeba přemýšlet a bude potřeba pracovat

Od návrhu ke konstrukci

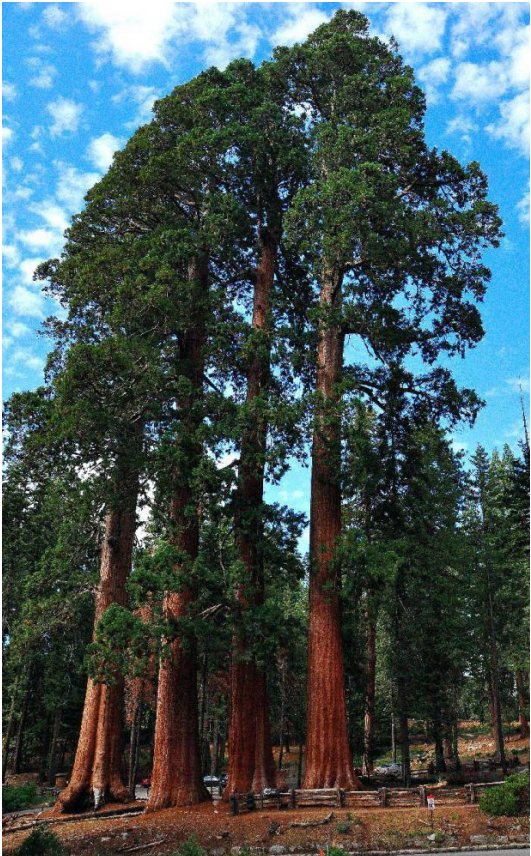
1. Návrh konstrukce
 2. Statické schéma + zatížení
 3. Výpočet vnitřních sil a deformací
 4. Dimenzování nosných prvků
 5. Stavební povolení
 6. Realizace
- } Základní předměty katedry mechaniky

O čem je mechanika? ... o rovnováze!!

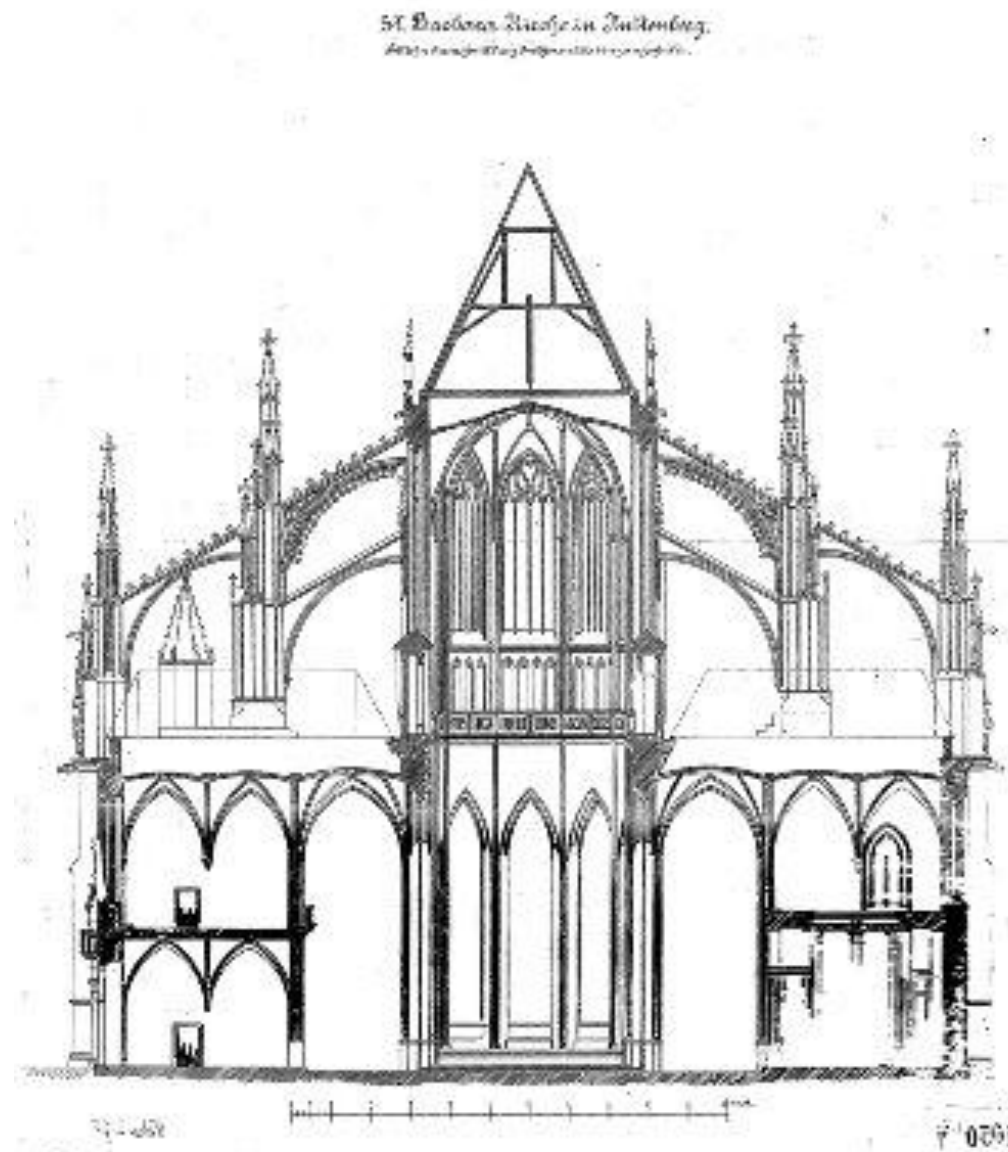


Nosná konstrukce – různé druhy a různá zatížení

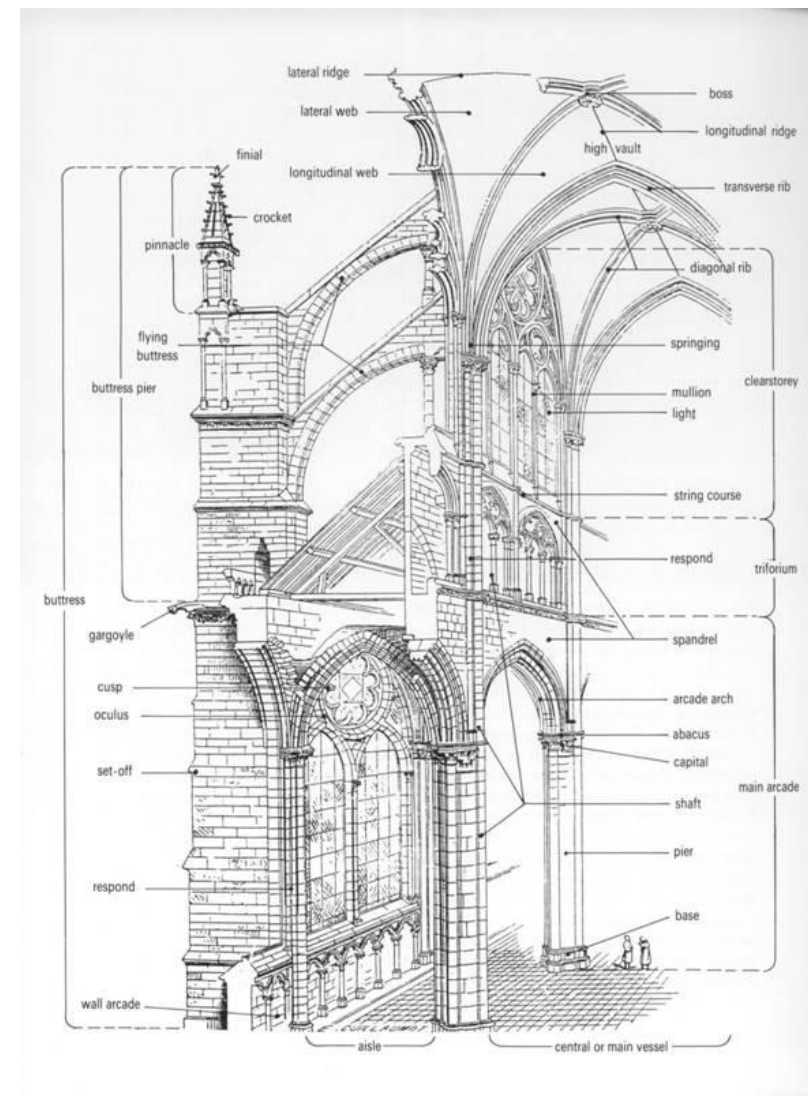
Co je nosná konstrukce? Je soubor konstrukčních prvků, které vzájemnou interakcí spolehlivě přenášejí zatížení bez nepřipustných deformací, poskytují dostatečnou tuhost stavebního díla.



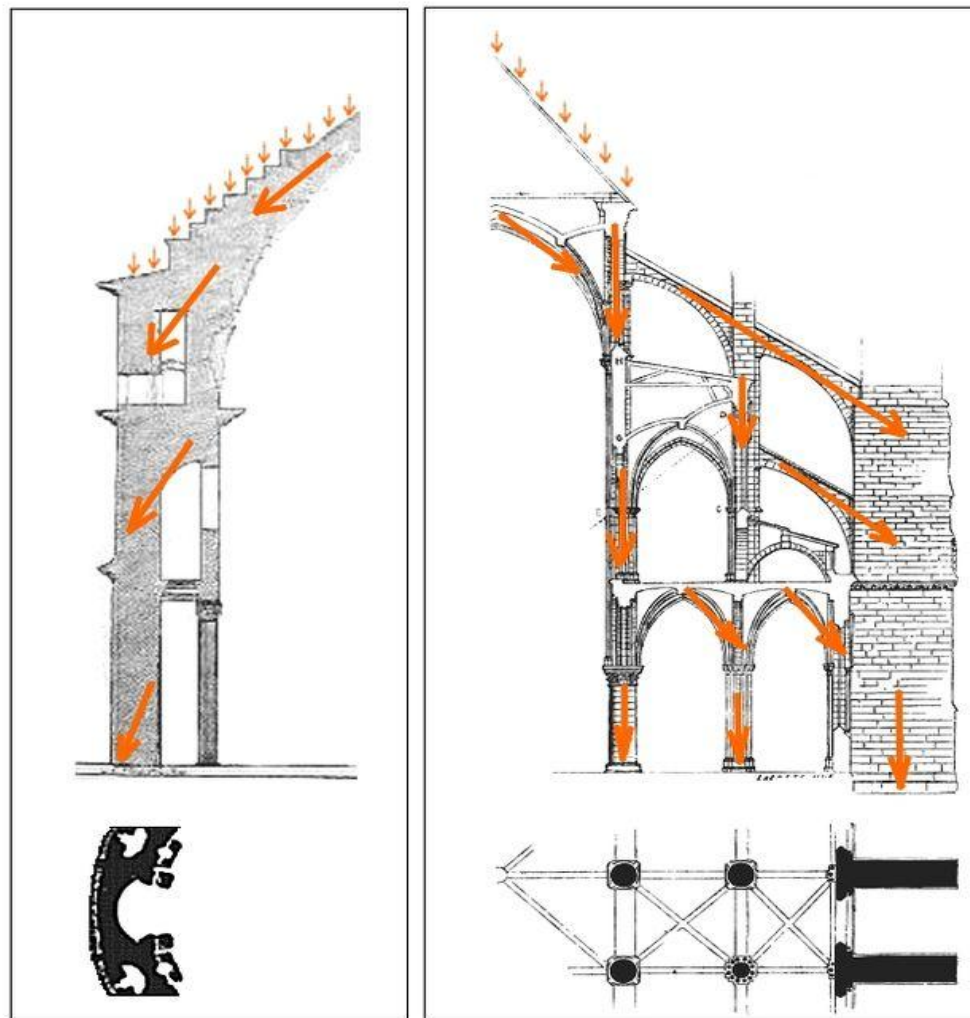
- Kutná Hora – Chrám sv. Barbory



- Praha – Katedrála sv. Víta, Václava a Vojtěcha



- Rozklad sil v románském a gotickém opěrném systému

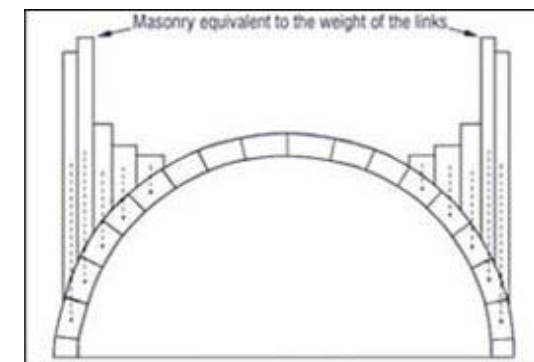
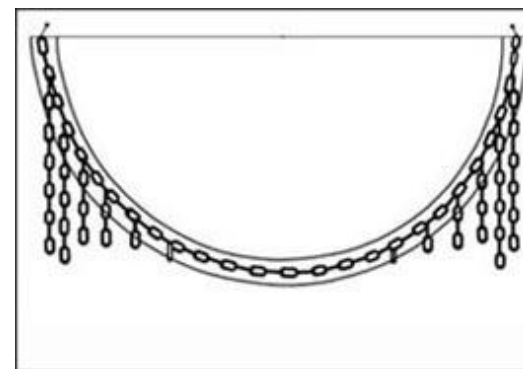
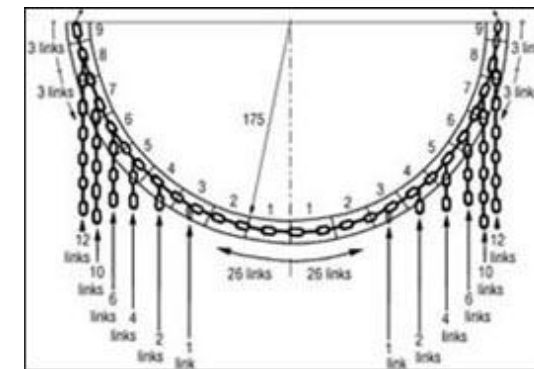
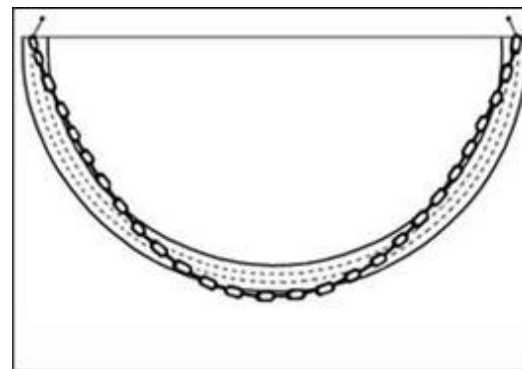


Rozklad sil- klenby

- Ideální tvar - řetězovka
v celé klenbě pouze tlak

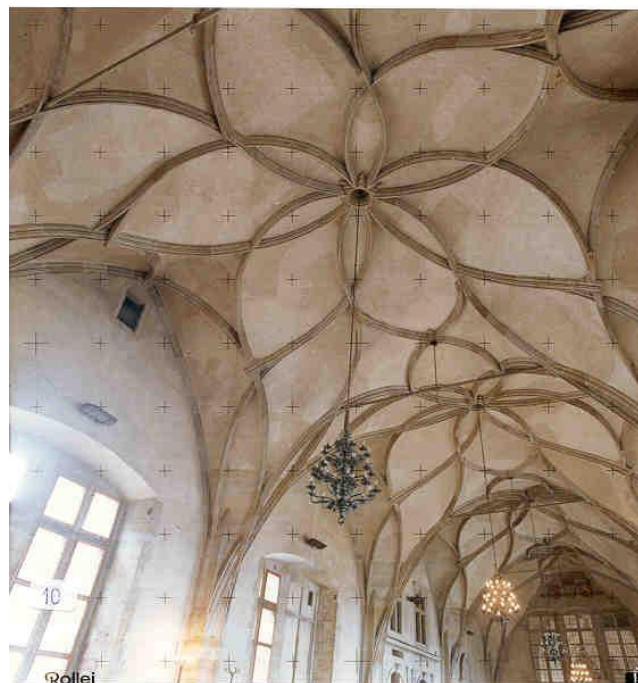
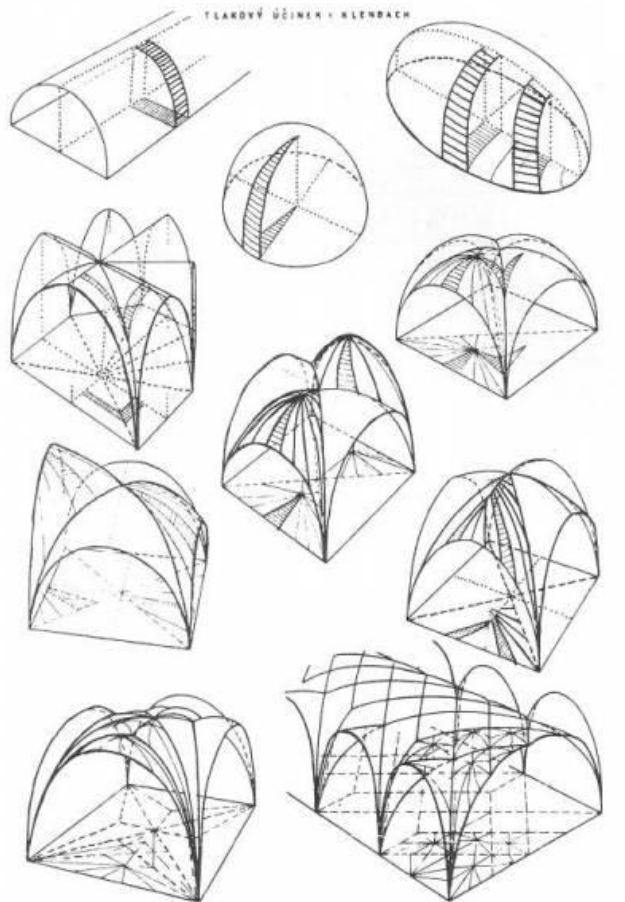


Gateway Arch – Saint Louis



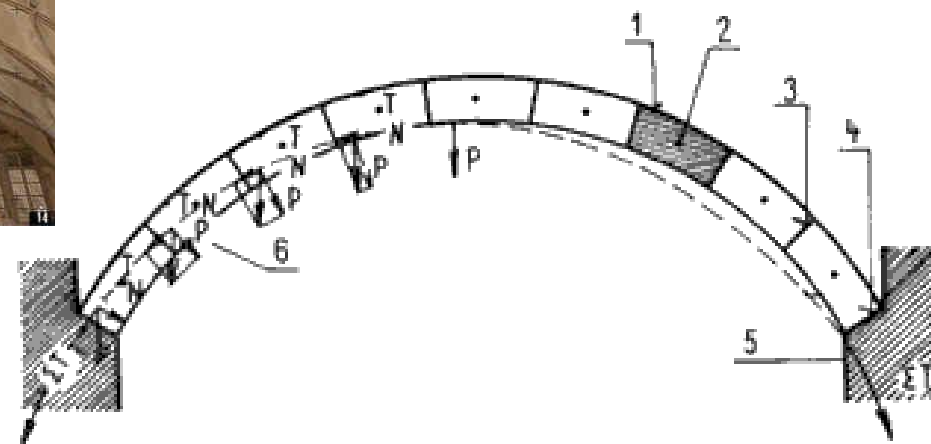
Plošší klenba nutné přitížení, aby tlaková čára zůstala v konstrukci

Rozklad sil- klenby



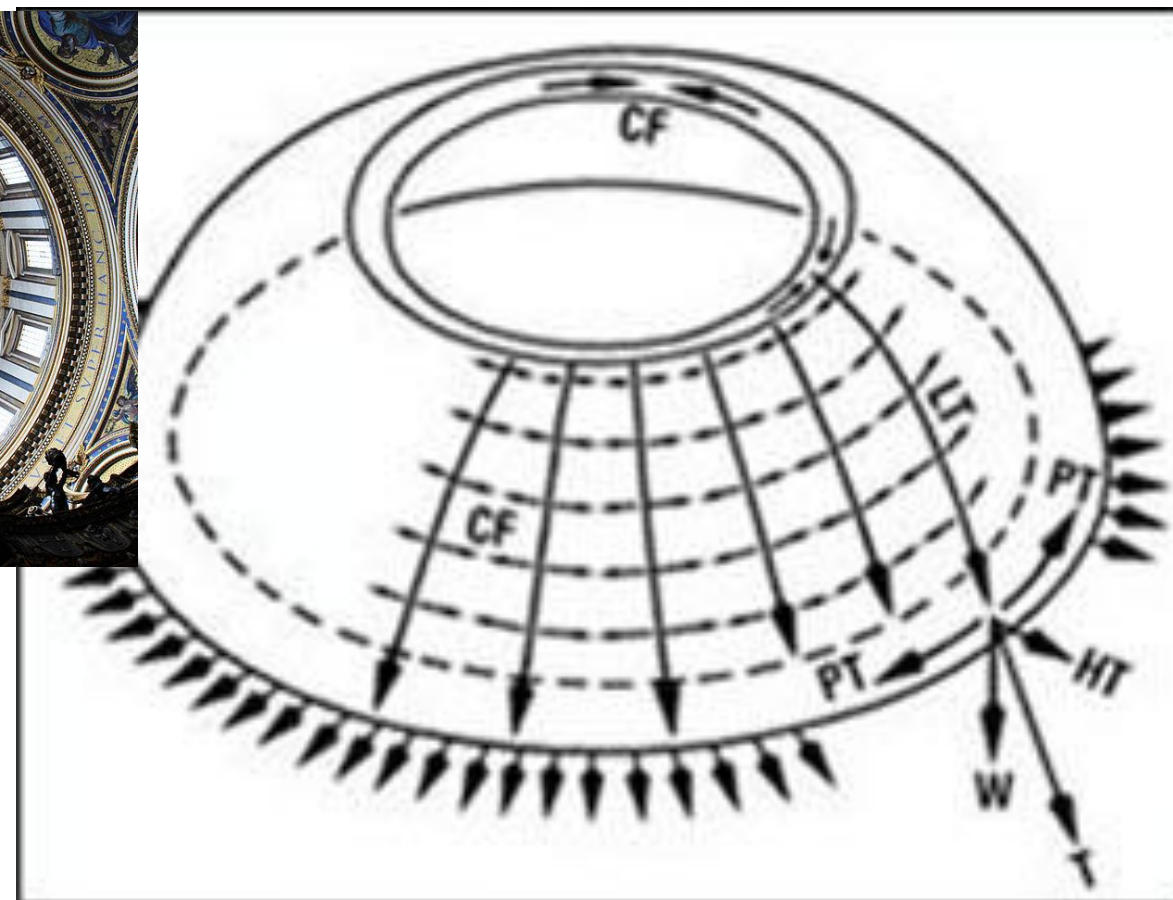
Kroužená klenba
Vladislavského
sálu Pražský hrad

Rozkládání sil v klenbě

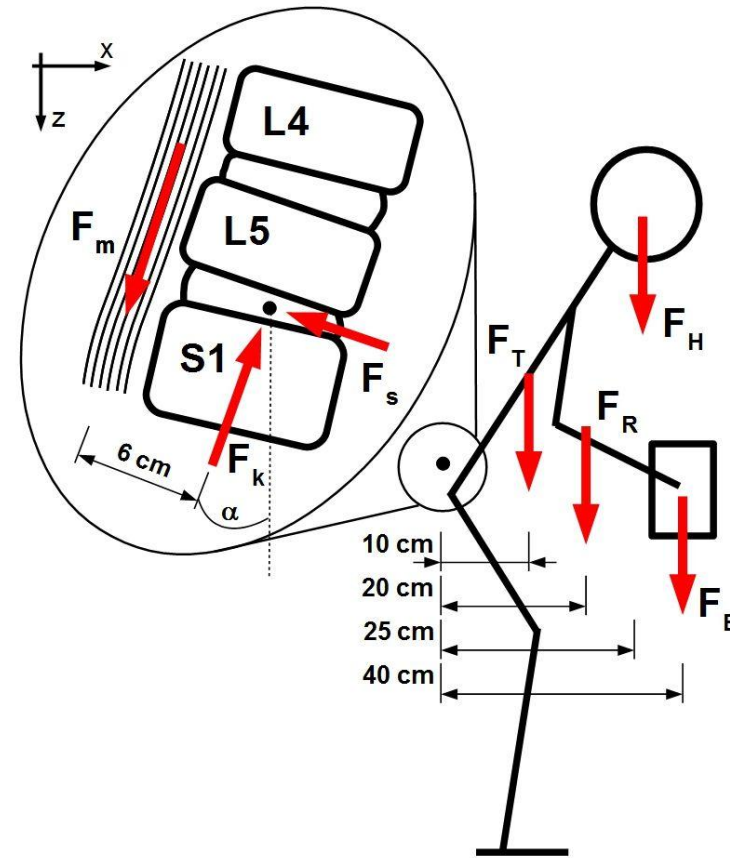
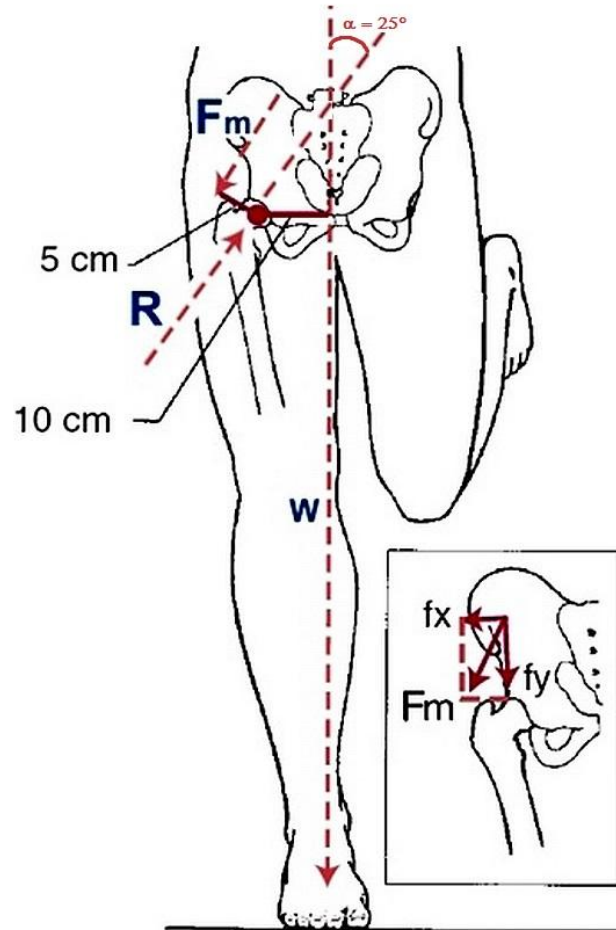


Rozklad sil - kupole

- Bazilika sv. Petra v Římě



- (Vsuvka :Biomechanika - Rozklad sil v opěrném systému lidského těla)



Základní konstrukční prvky – svislé prvky

Sloupy a pilíře



Stěny

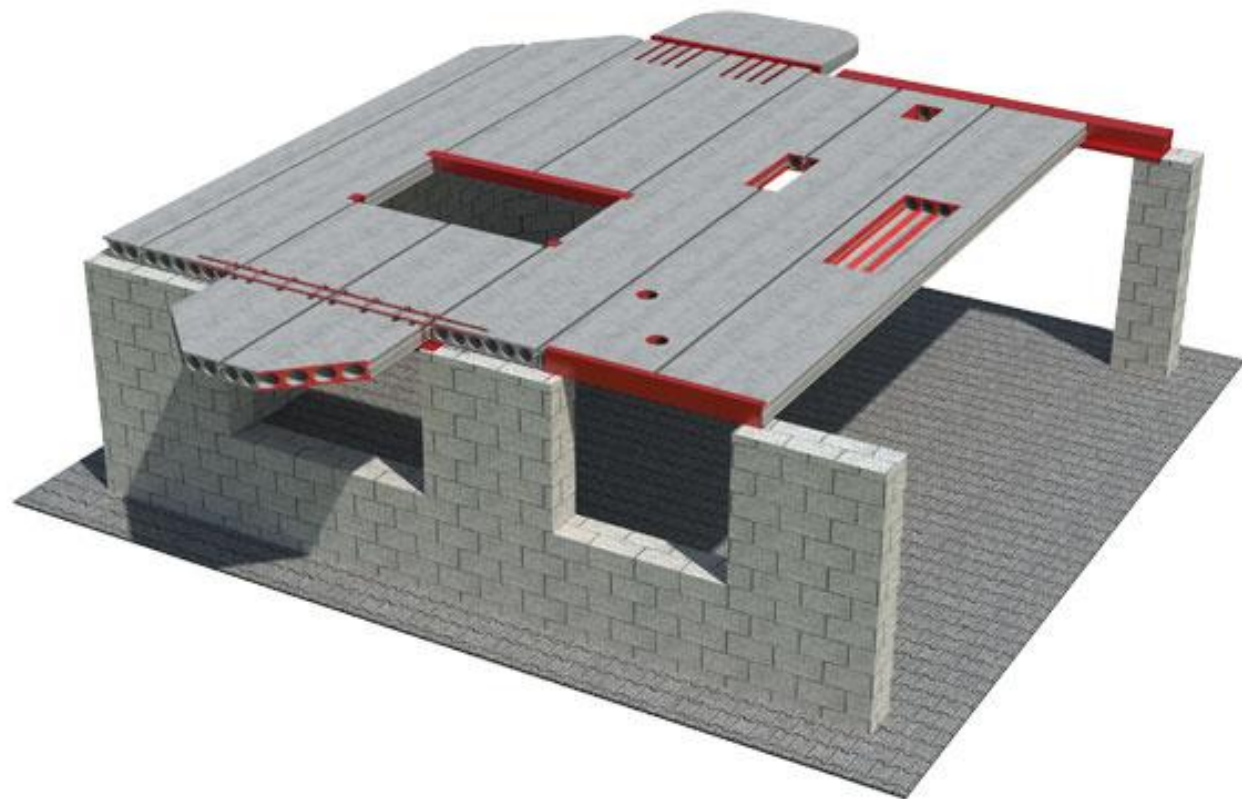


Základní konstrukční prvky – vodorovné prvky

Trámy a průvlaky



Desky



Od návrhu ke konstrukci

1. Návrh konstrukce
 2. Statické schéma + zatížení
 3. Výpočet vnitřních sil a deformací
 4. Dimenzování nosných prvků
 5. Stavební povolení
 6. Realizace
- } Základní předměty katedry mechaniky

Od návrhu ke konstrukci

1. Návrh konstrukce
 2. Statické schéma + zatížení
 3. Výpočet vnitřních sil a deformací
 4. Dimenzování nosných prvků
 5. Stavební povolení
 6. Realizace
- } Základní předměty katedry mechaniky

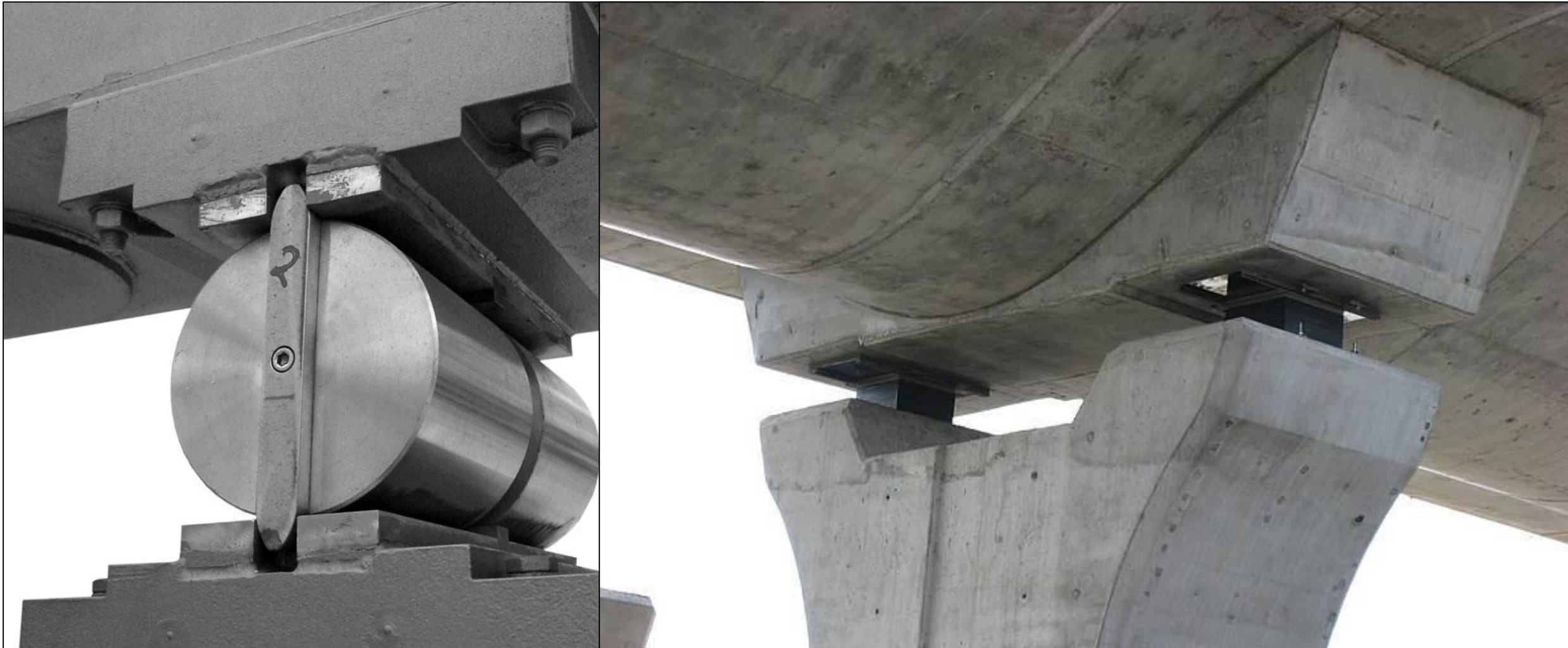
Statické schéma – co to je, kde se vezme a k čemu je dobré?

- grafické zjednodušení konstrukce do roviny (2D) nebo prostoru 3D
- usnadňuje výpočet a práci s konstrukcí
- umožňuje grafické znázornění počítaných veličin přímo na konstrukci
- zároveň statické schéma zásadně ovlivňuje výsledky výpočtu a tudíž i správný návrh konstrukce

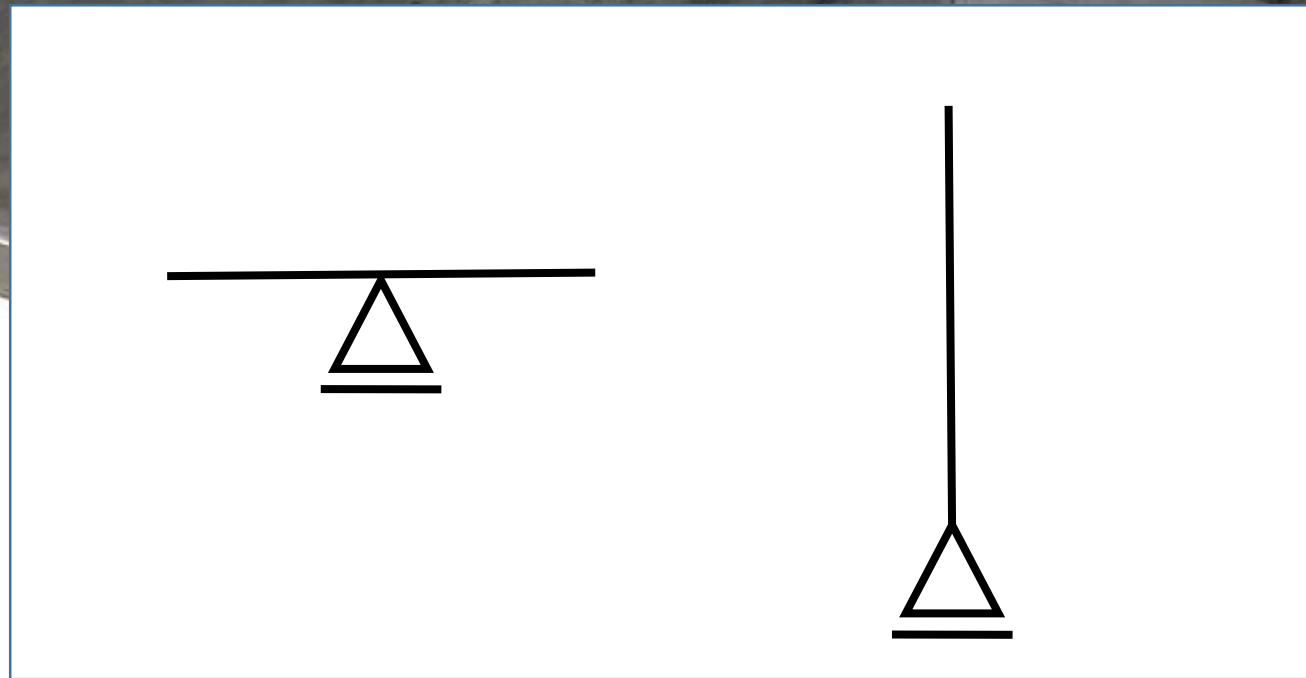
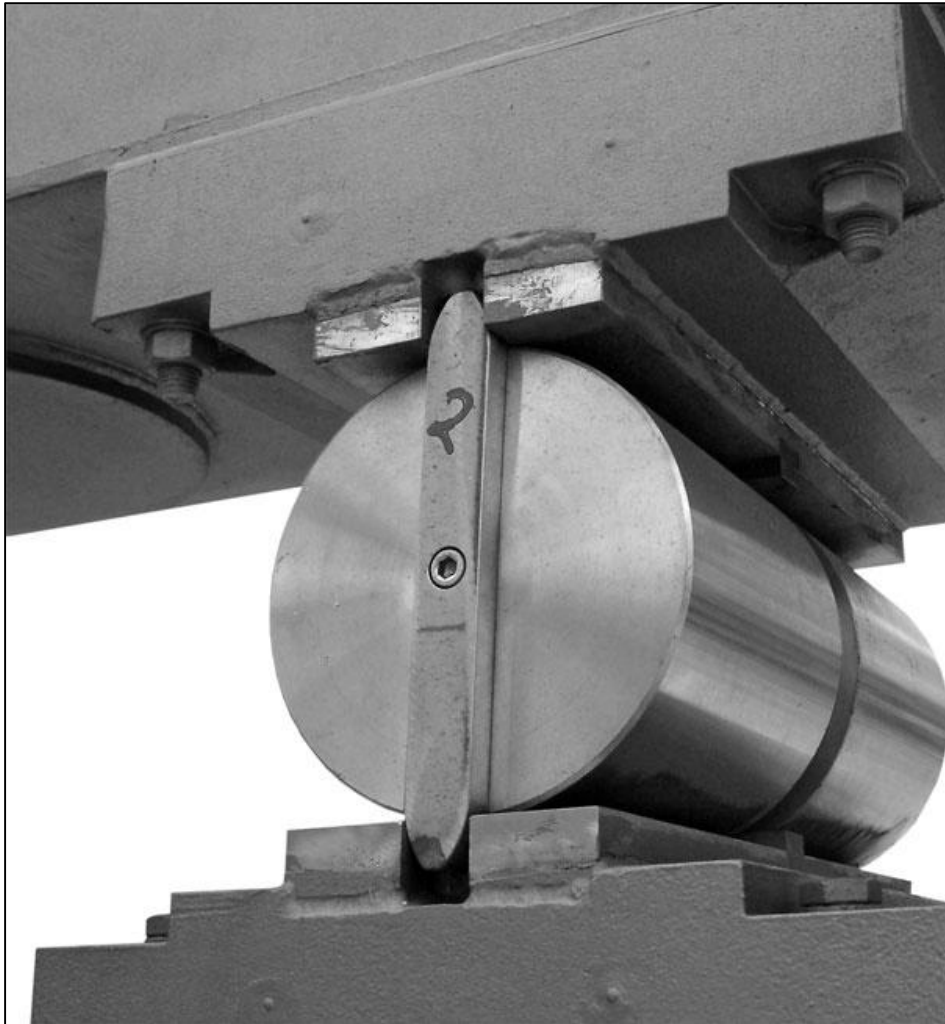
Statické schéma a jak se tvoří?



Statické schéma – základní podpory – posuvný kloub



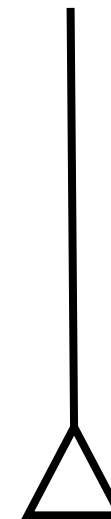
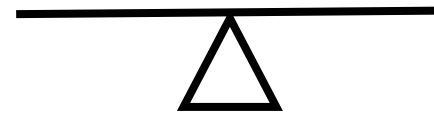
Statické schéma – základní podpory – posuvný kloub



Statické schéma – základní podpory – pevný kloub



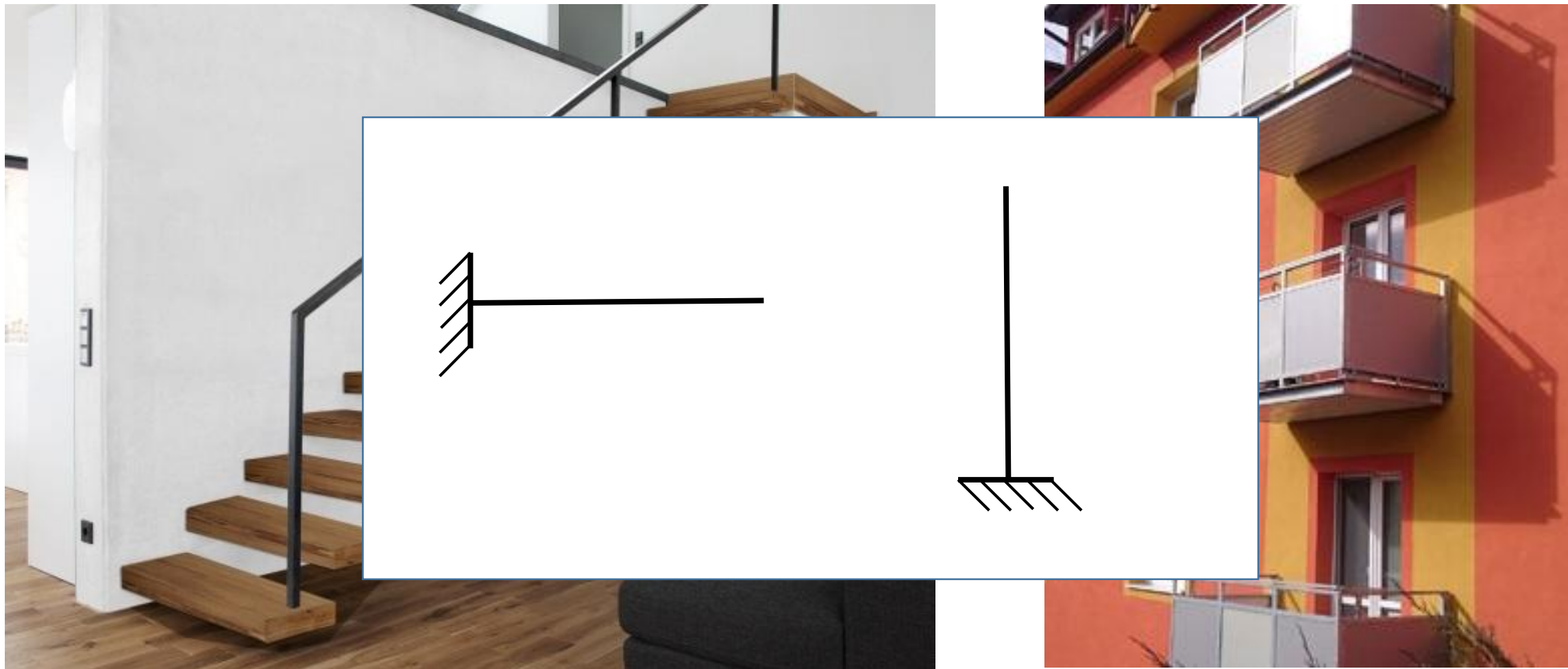
Statické schéma – základní podpory – pevný kloub



Statické schéma – základní podpory – vetknutí



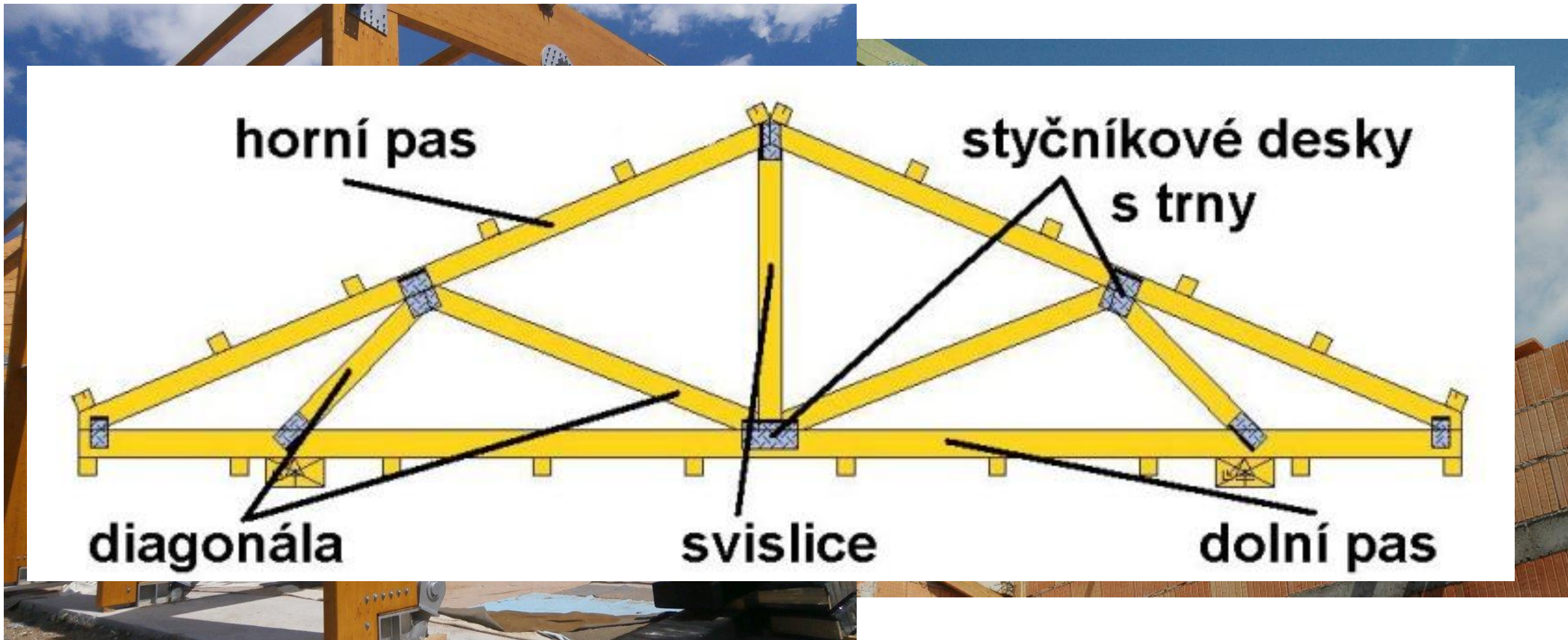
Statické schéma – základní podpory – vetknutí



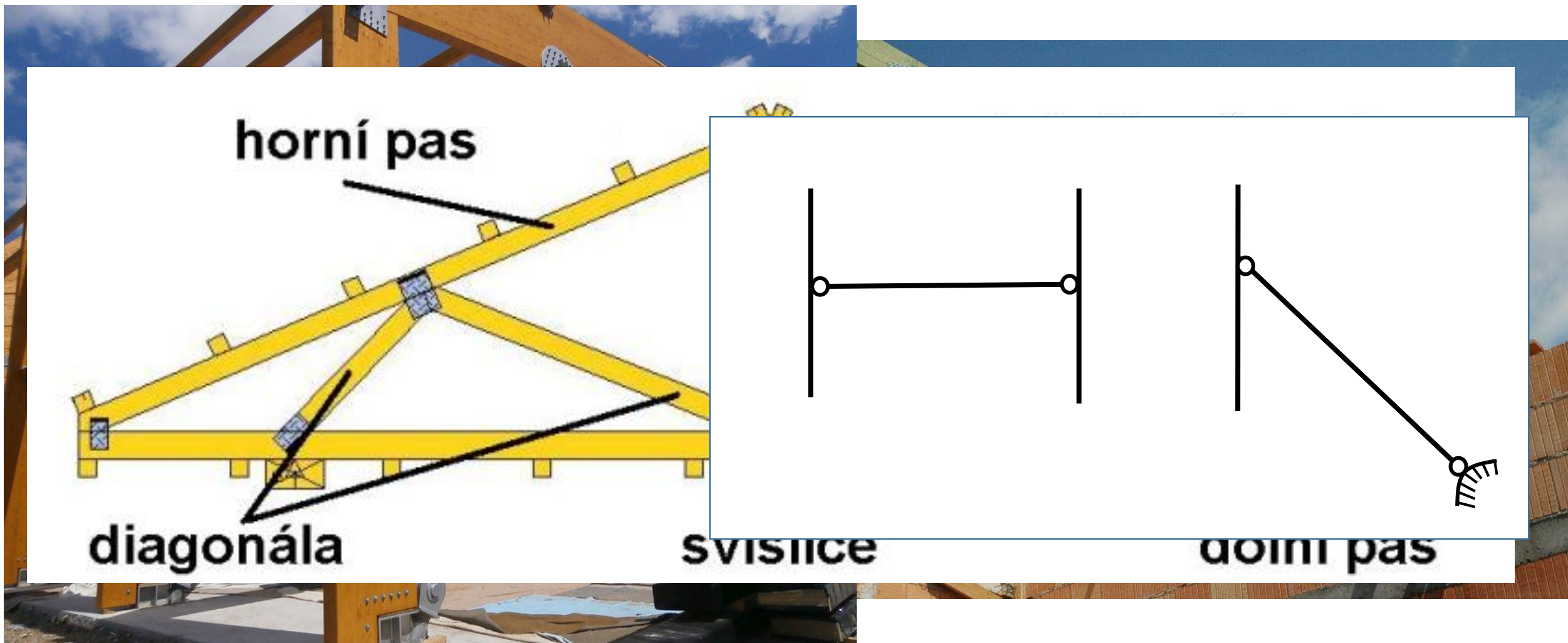
Statické schéma – základní podpory – kyvný prut = táhlo/vzpěra



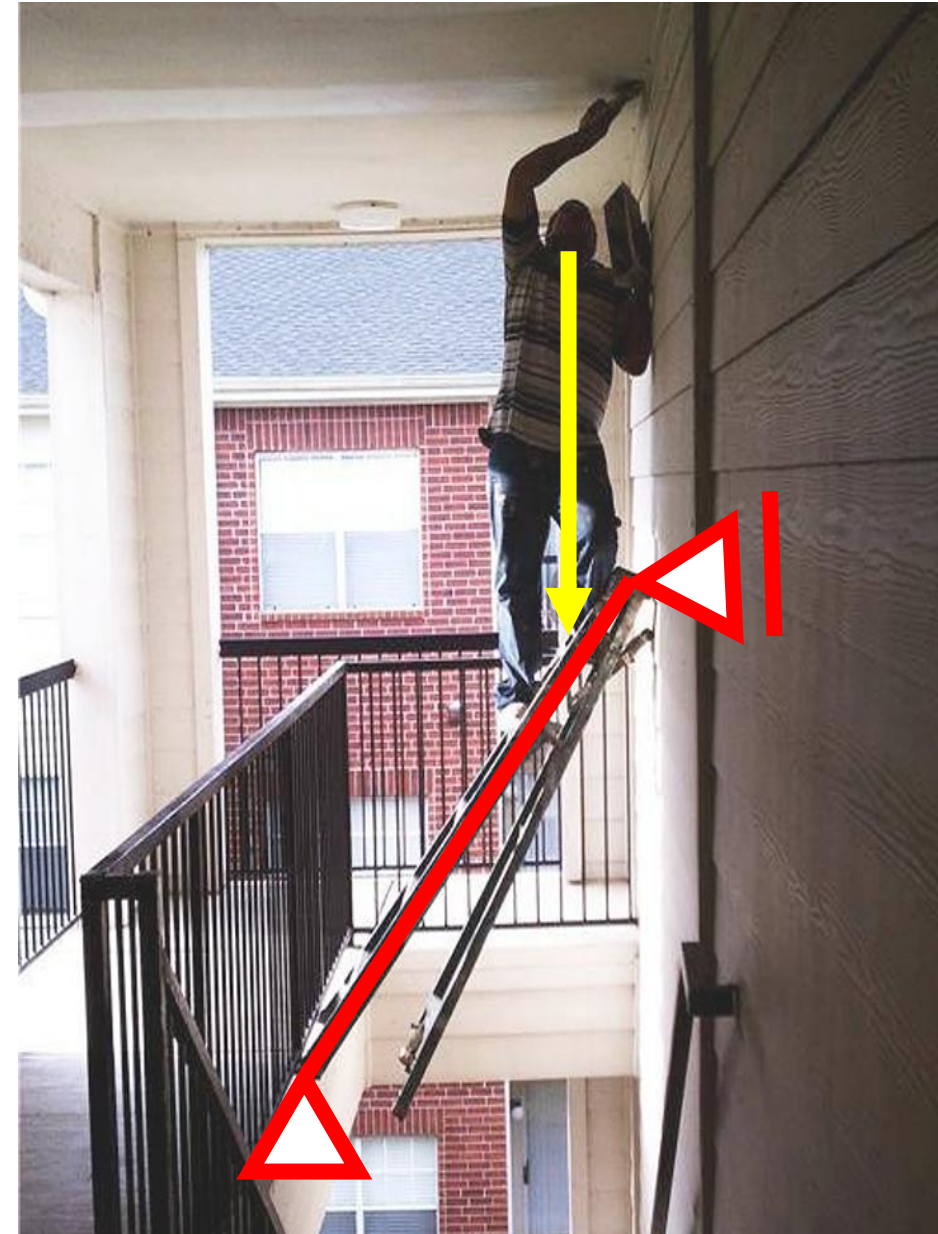
Statické schéma – základní podpory – kyvný prut = táhlo/vzpěra



Statické schéma – základní podpory – kyvný prut = táhlo/vzpěra



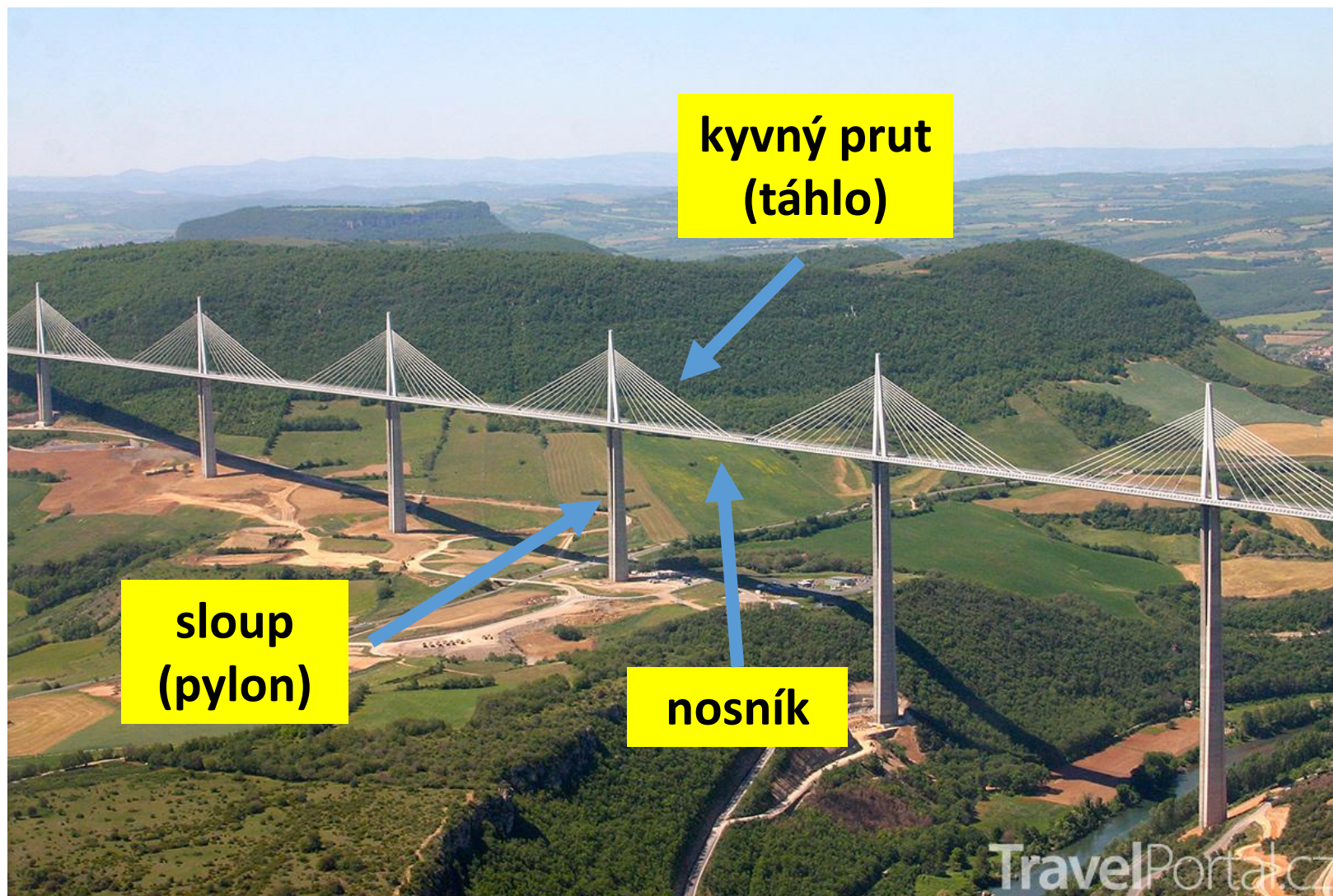
Statické schéma a jak se tvoří?



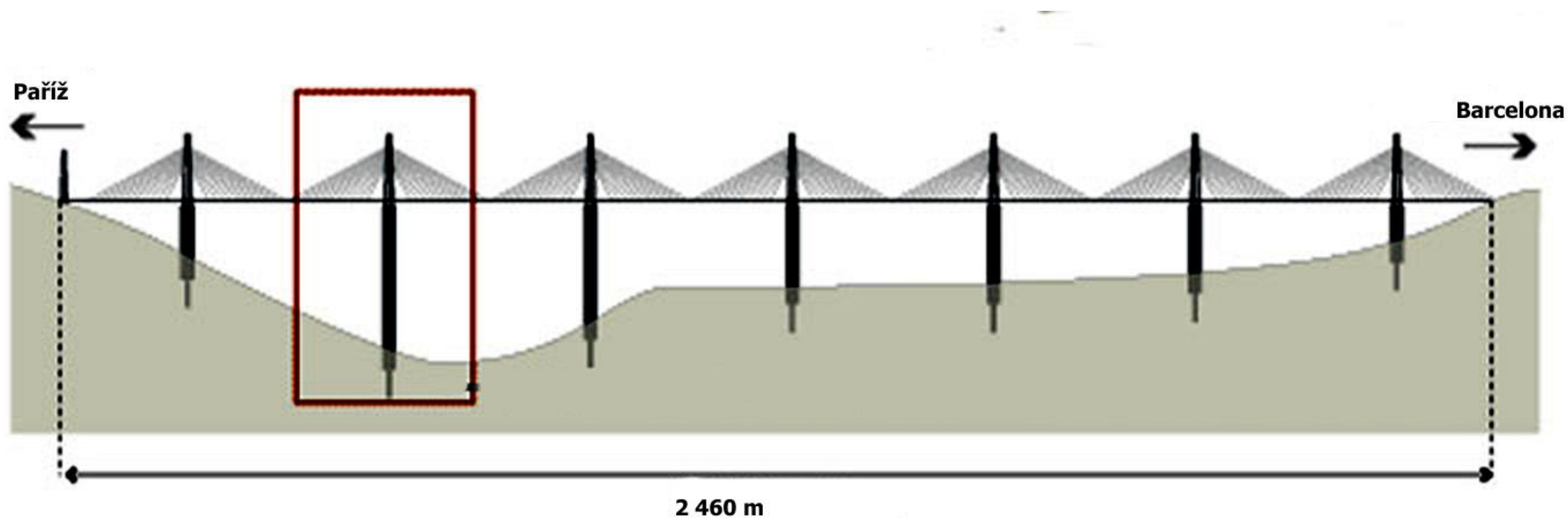
Statické schéma



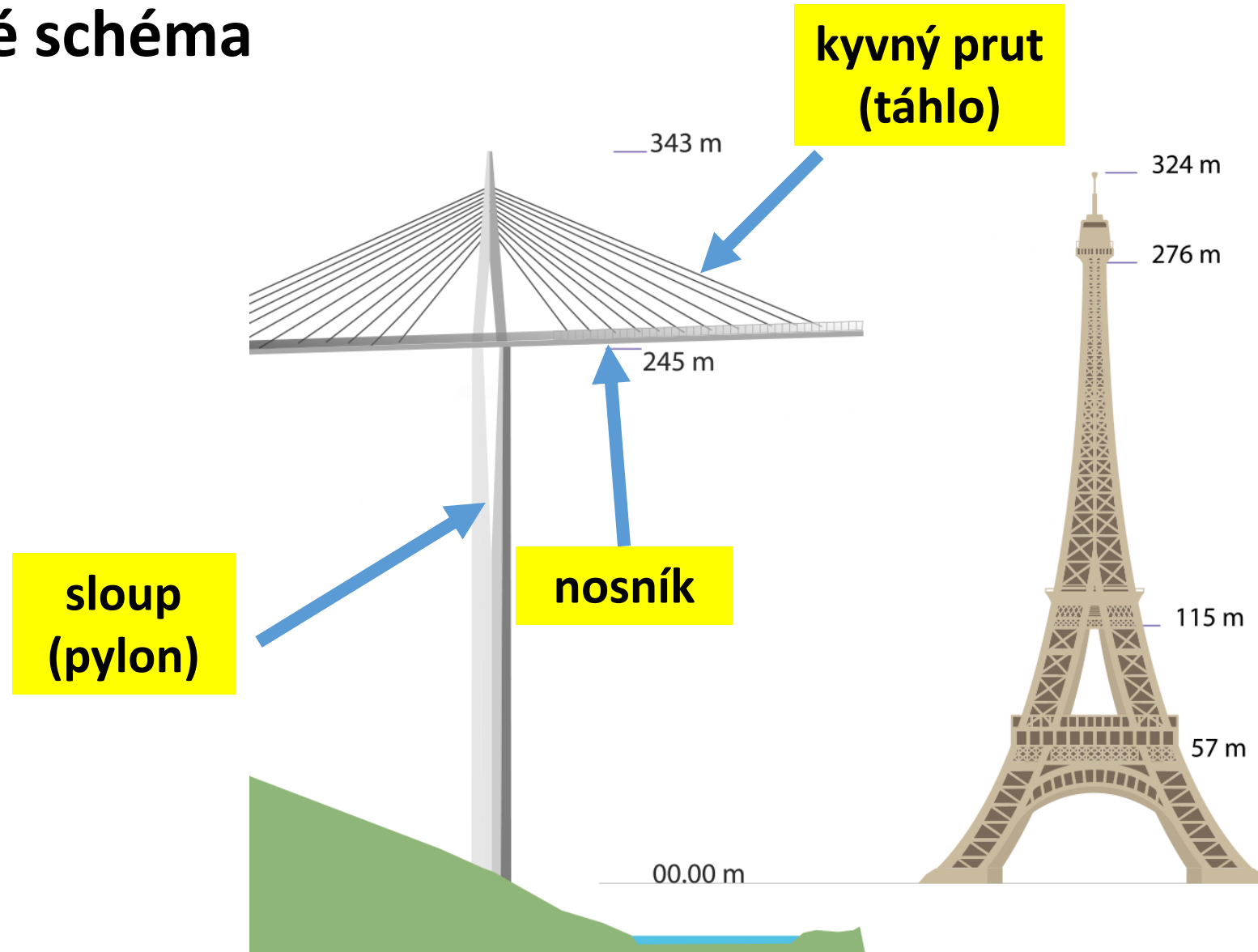
Statické schéma – z globálu k lokálu



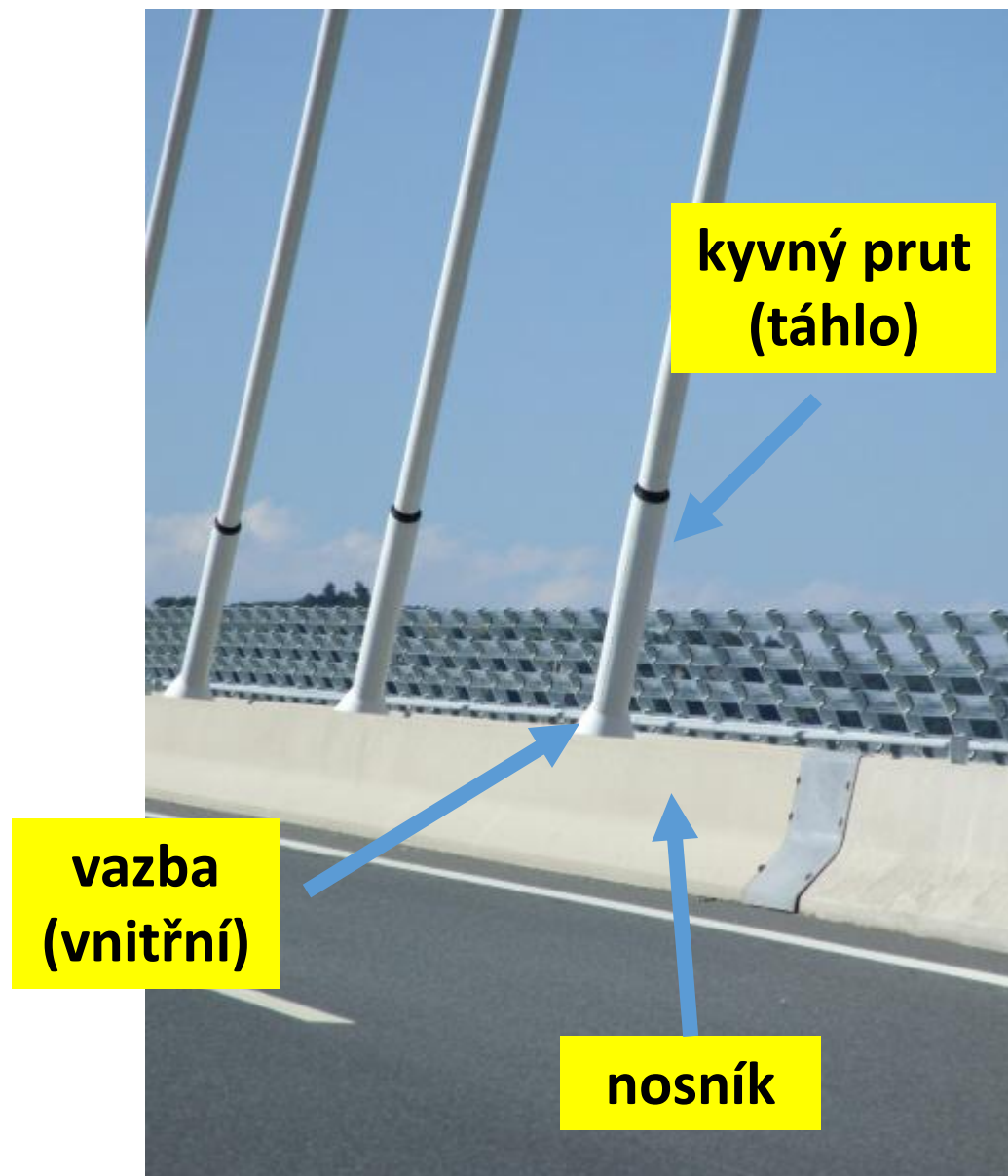
Statické schéma – z globálu k lokálu



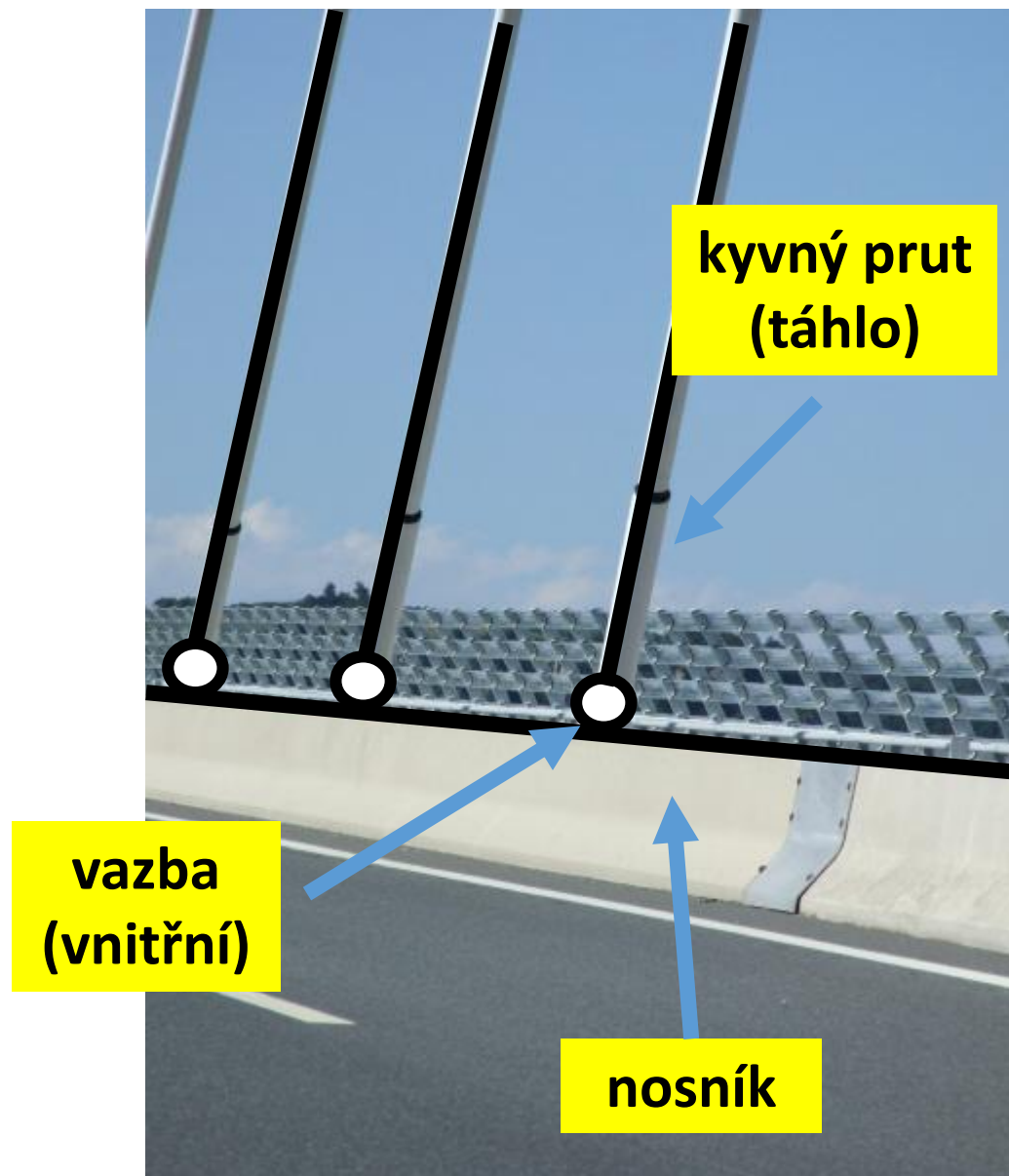
Statické schéma



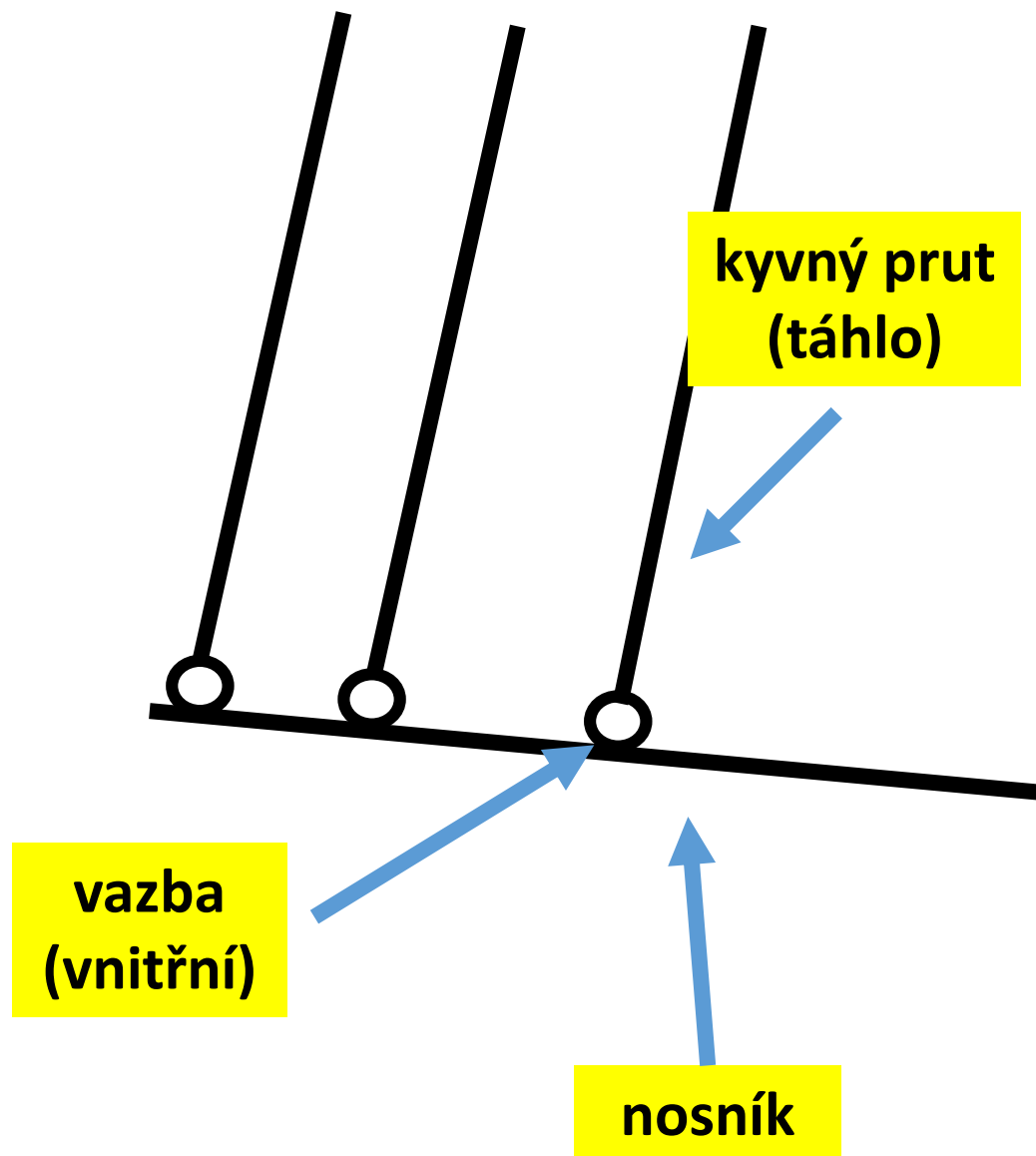
Statické schéma



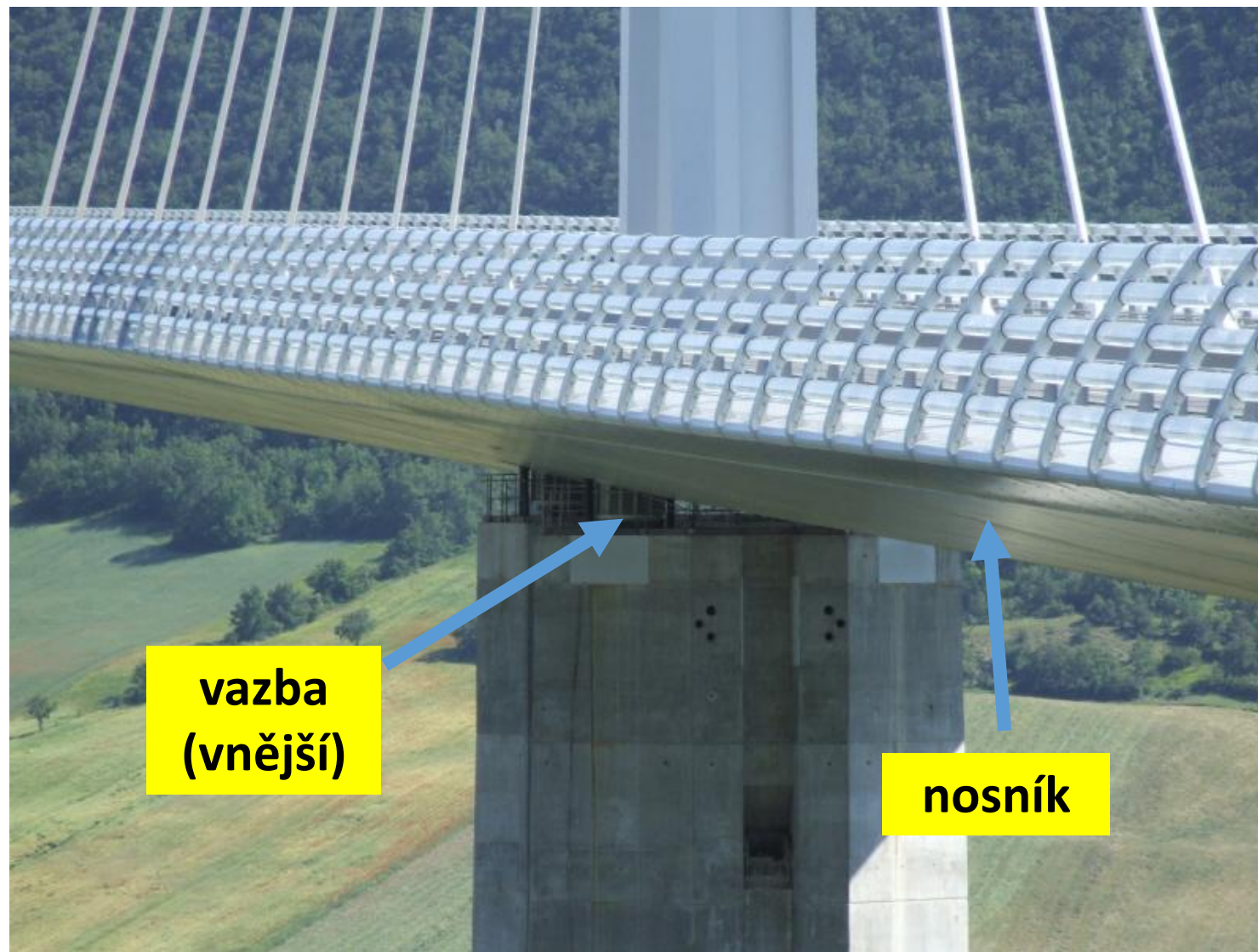
Statické schéma



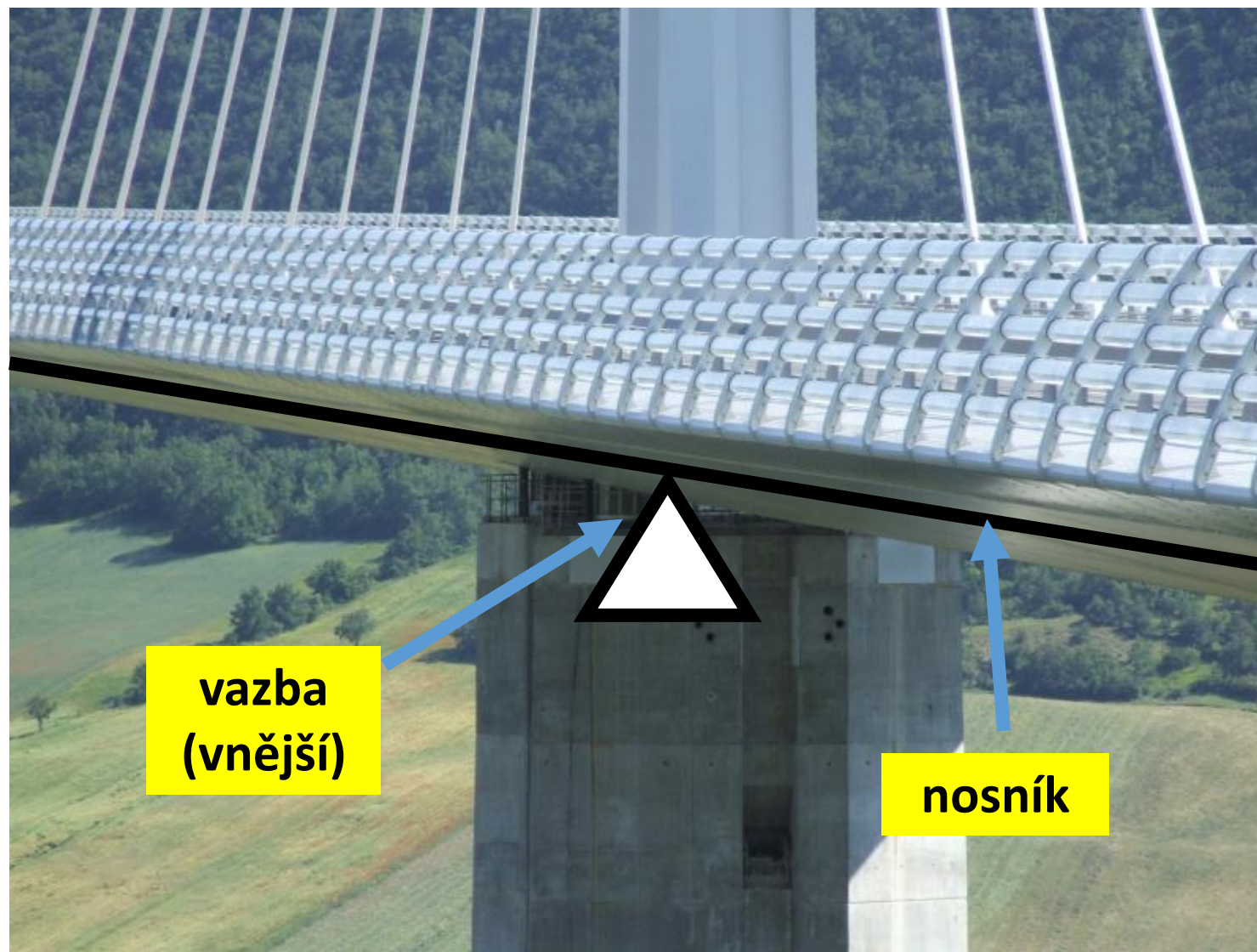
Statické schéma



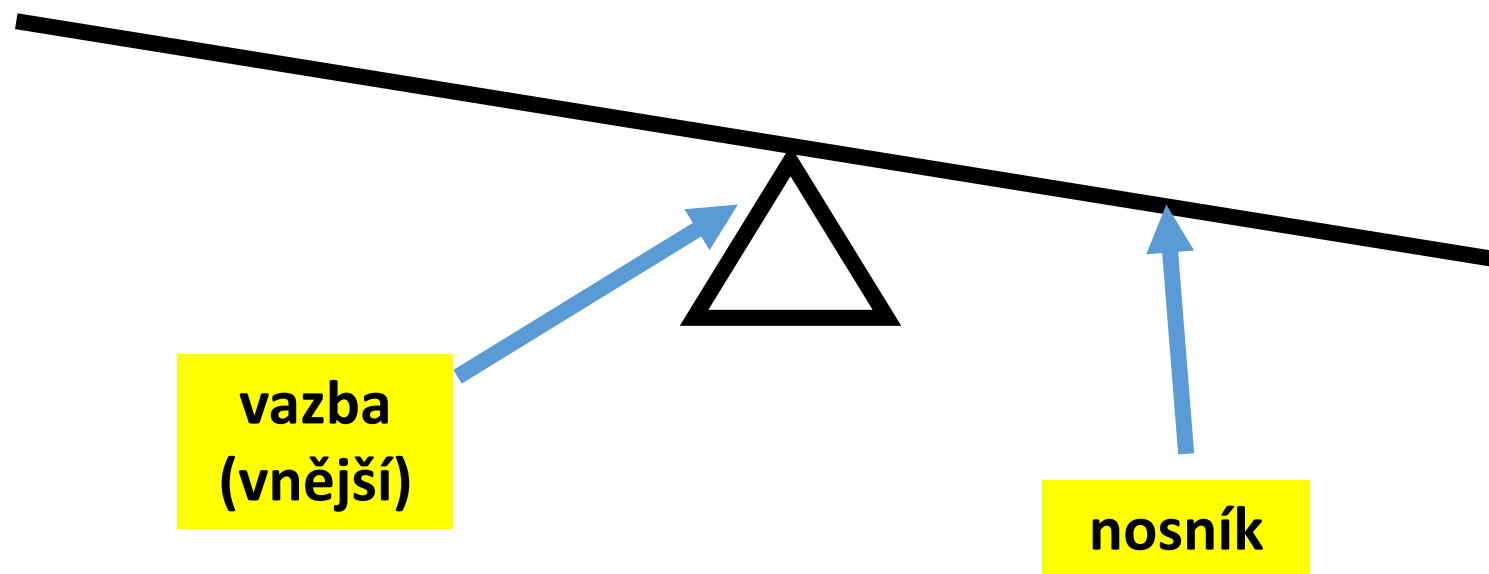
Statické schéma



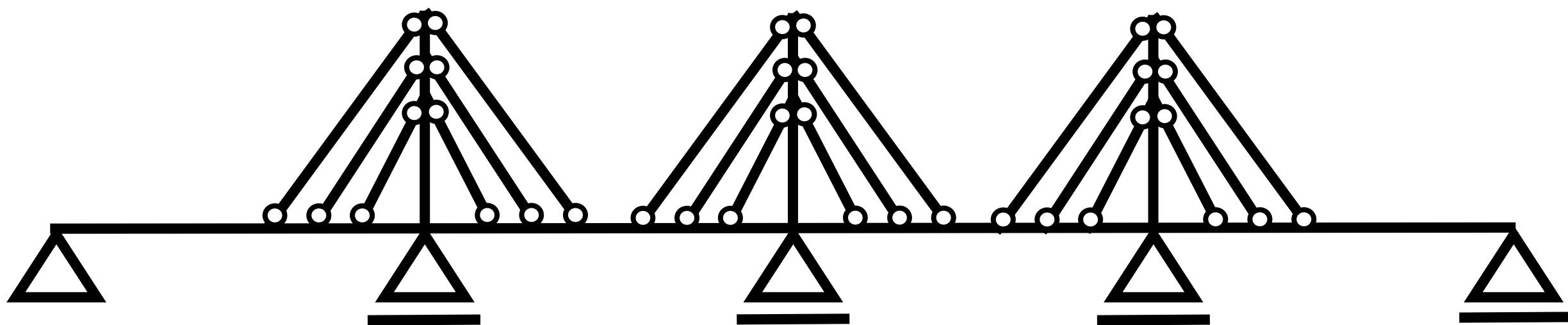
Statické schéma



Statické schéma



Statické schéma



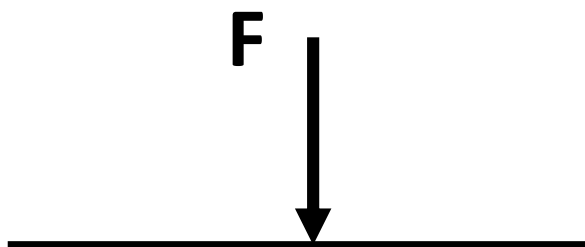
Od návrhu ke konstrukci

1. Návrh konstrukce
 2. Statické schéma + **zatížení**
 3. Výpočet vnitřních sil a deformací
 4. Dimenzování nosných prvků
 5. Stavební povolení
 6. Realizace
- } Základní předměty katedry mechaniky

Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

- Osamělá síla

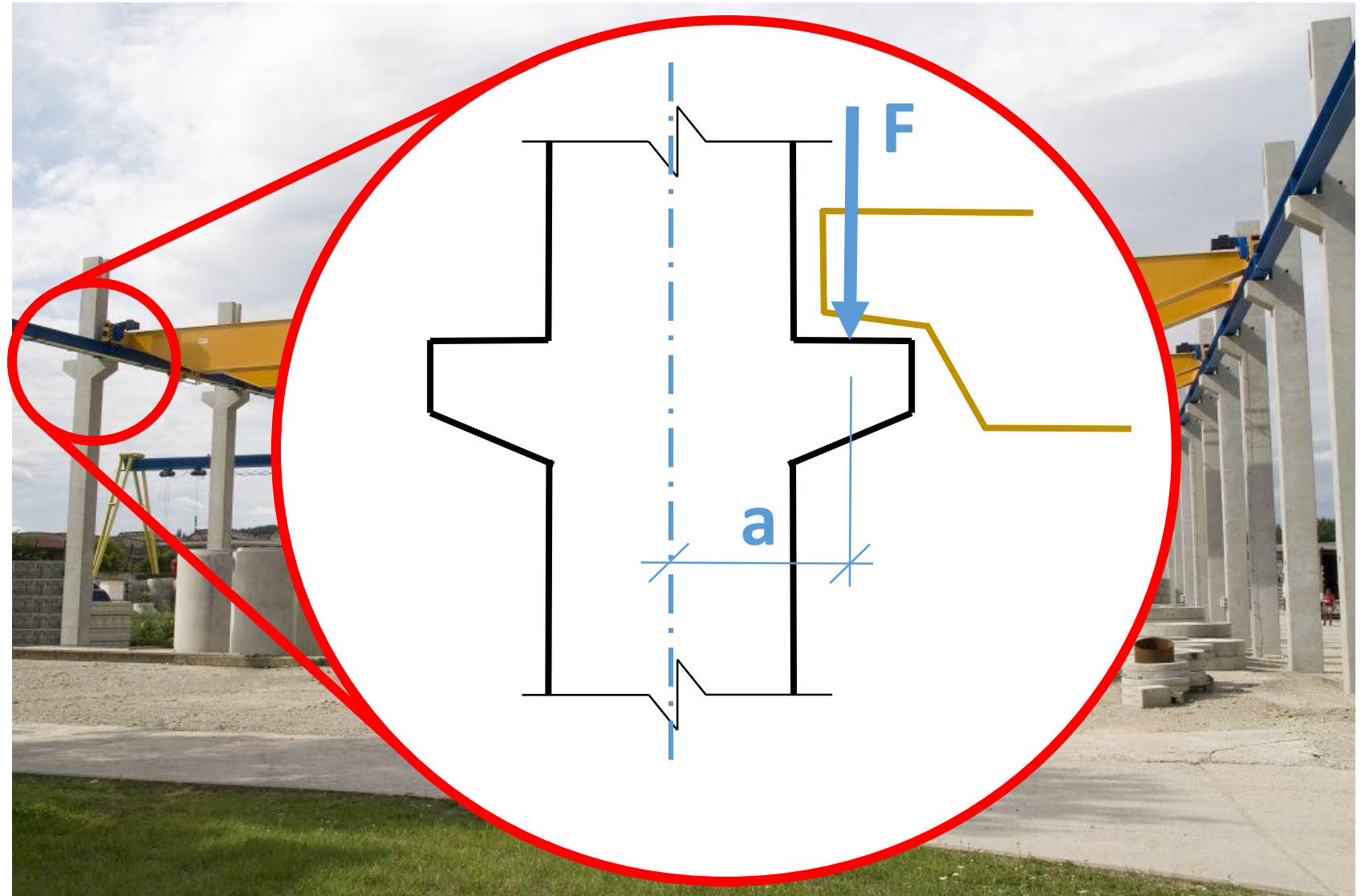
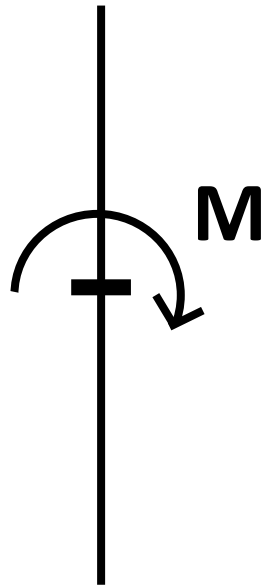
F [kN]



Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

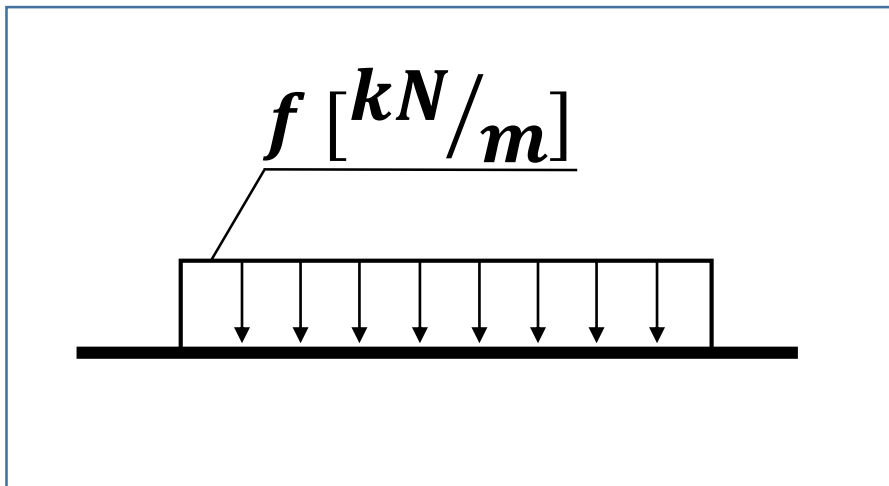
- Osamělý moment

$$M = F \cdot a \text{ [kNm]}$$



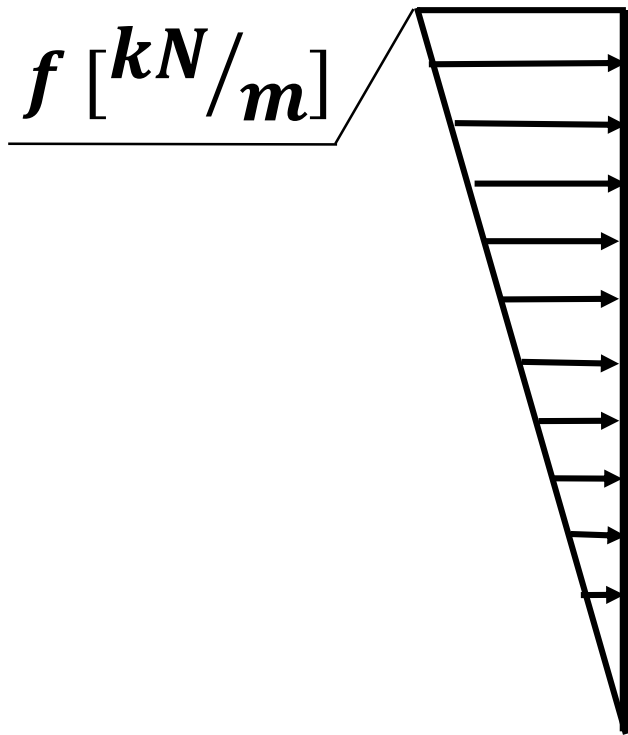
Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

- Spojité zatížení - rovnoměrné

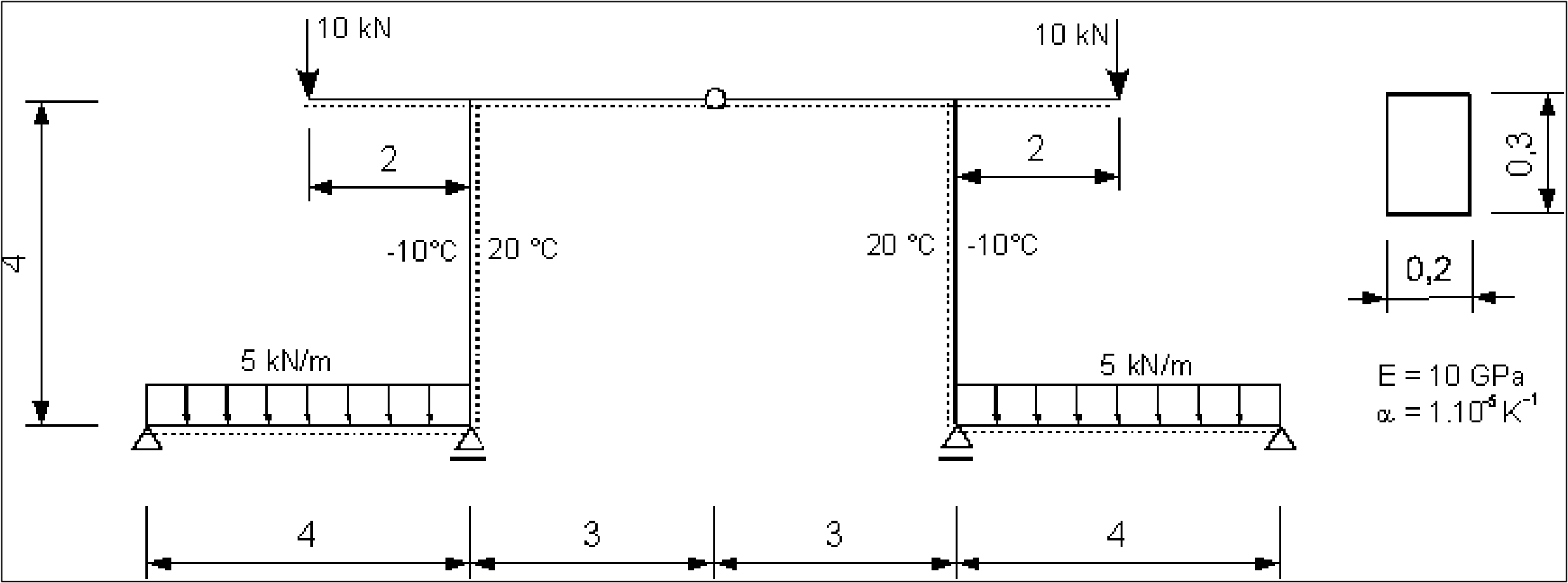


Zatížení konstrukcí – základní značky a co zatížení vyvozuje

- Spojité zatížení - nerovnoměrné



Finální statické schéma a zatížení konstrukce



Od návrhu ke konstrukci

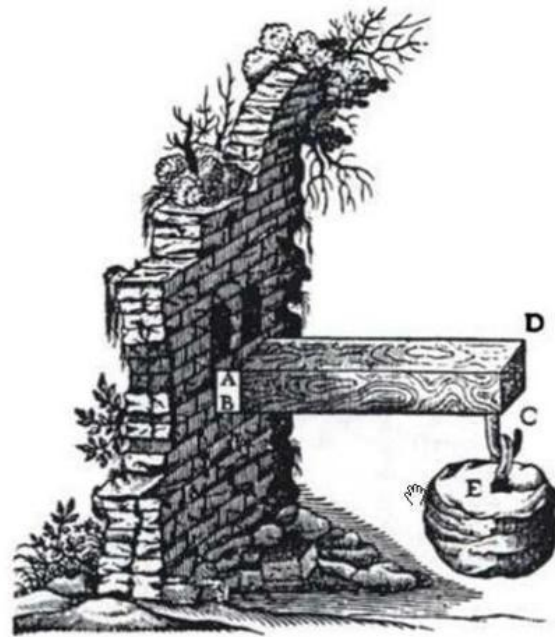
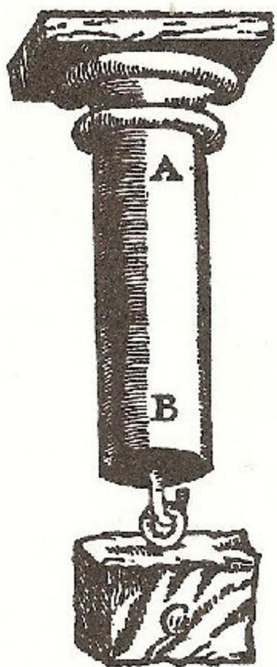
1. Návrh konstrukce
2. Statické schéma + zatížení
3. Výpočet vnitřních sil a deformací
4. Dimenzování nosných prvků
5. Stavební povolení
6. Realizace



Základní předměty katedry mechaniky

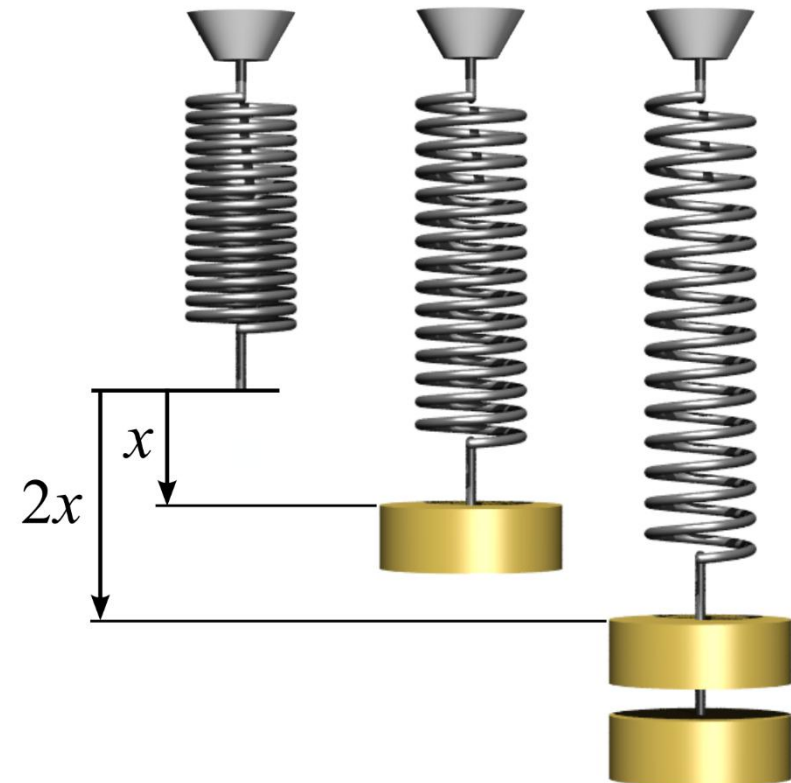
Výpočet deformací – Pružnost a Pevnost

- Galileo Galilei (1564-1642)

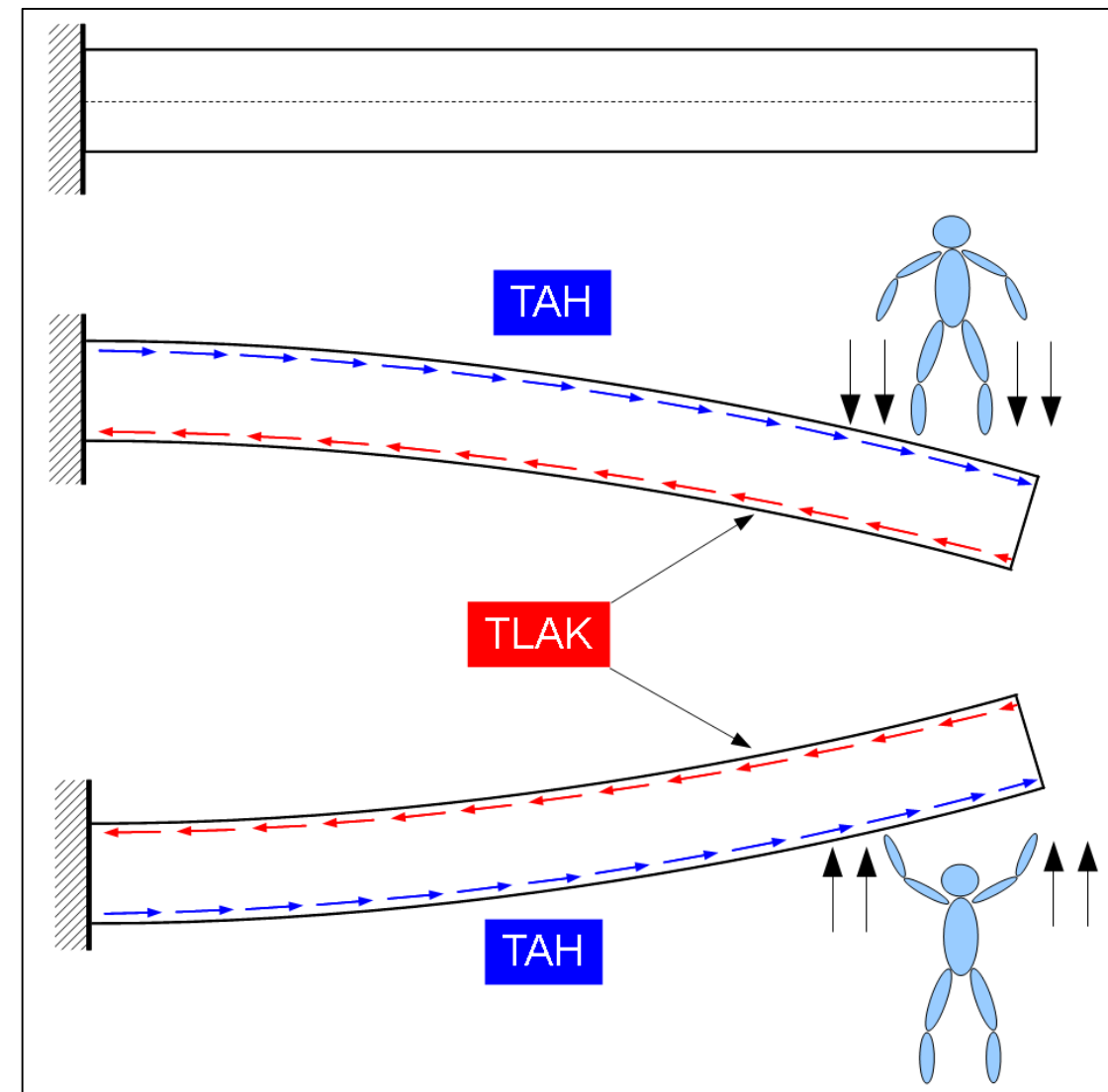
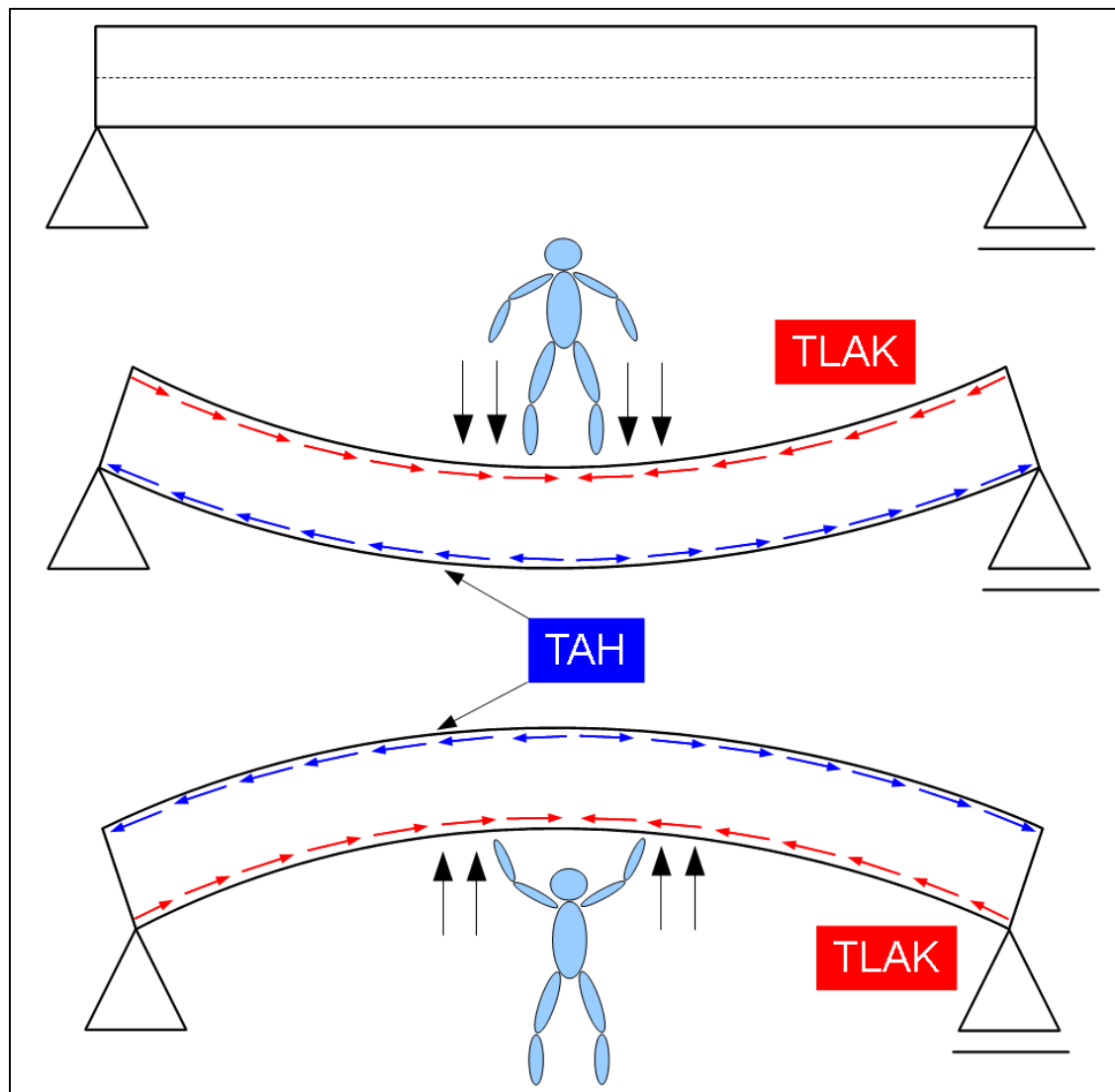


Ilustrace konzolového nosníku ukazuje Galileiho zjištění, že pevnost v tahu na nosníku roste s druhou mocninou jeho délky.

- Robert Hooke (1635 – 1702)



Tah/Tlak – jednoduché konstrukce – různé zatížení



Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Síla – označení **F** – jednotka **N** – **Newton**

Jedná se o odvozenou jednotku

1 N je taková síla, která udělí volnému tělesu o hmotnosti 1 kg zrychlení 1 m za s²

Rozměr: $1\, N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

Síla určuje vzájemné působení těles nebo polí – je určena součinem hmotnosti a zrychlení

$$F = m \cdot a \Rightarrow \text{tíhová síla } G = m \cdot g$$

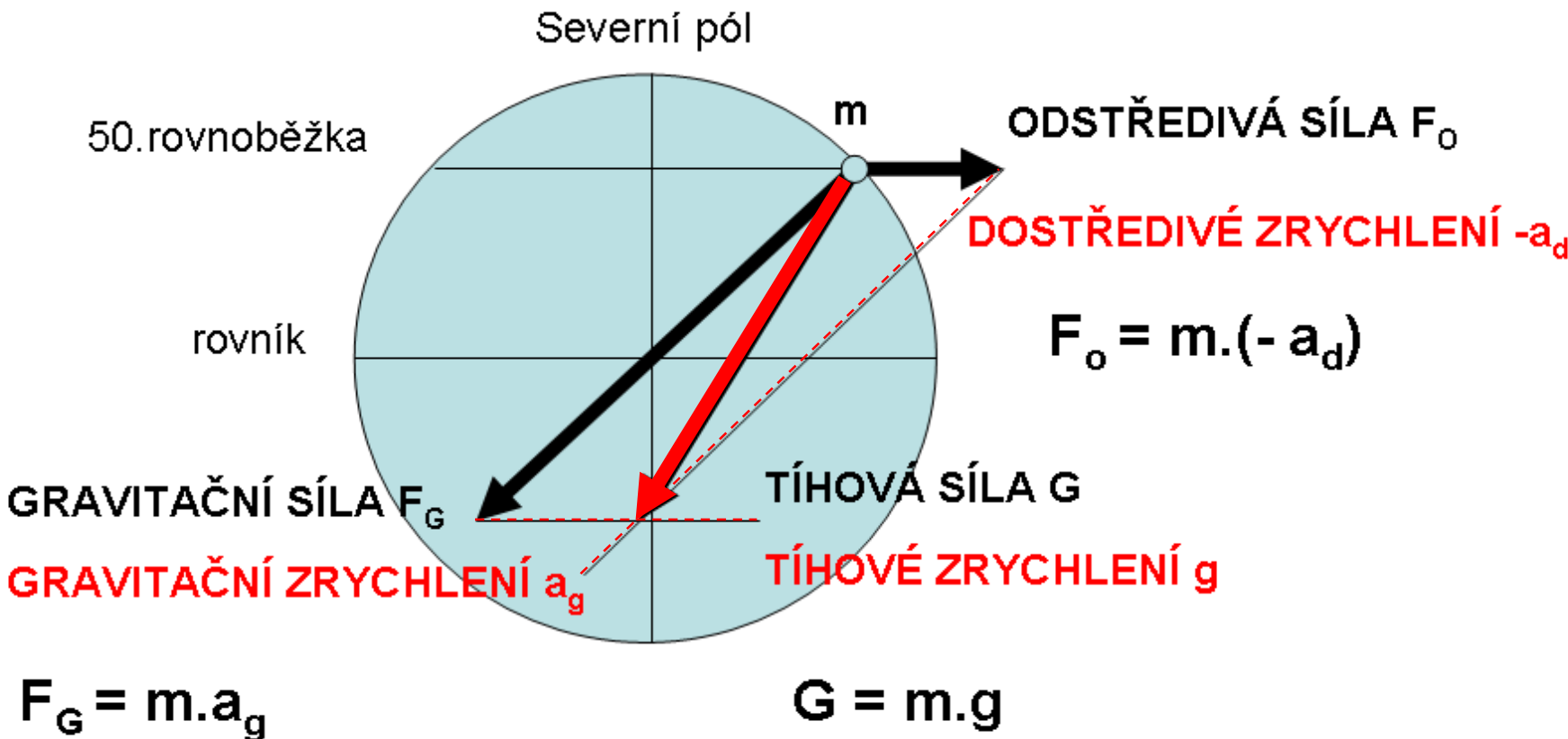
Přehled základních jednotek používaných v mechanice

g – tíhové zrychlení (gravitační konstanta) – vyjadřuje jak moc jsou tělesa tažena směrem k zemskému povrchu. Obsahuje samotné gravitační zrychlení, tak i odstředivou sílu způsobenou rotací Země.

Přehled

g – tíhová
 zemske
 způsob

Z uvede



směrem k
 ivou sílu

ca 10 N

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

g – tíhové zrychlení (gravitační konstanta) – vyjadřuje jak moc jsou tělesa tažena směrem k zemskému povrchu. Obsahuje samotné gravitační zrychlení, tak i odstředivou sílu způsobenou rotací Země.

$$\text{pro ČR je } g = 9,81 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \text{pro výpočty } g = 10 \text{ m/s}^2$$

Z uvedeného plyne, že každé těleso o hmotnosti 1 kg je přitahováno k Zemi silou cca 10 N

$$F = m \cdot g \Rightarrow [N = kg \cdot m/s^2] \Rightarrow 10 N = 1 kg \cdot 10 m/s^2$$

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Od Newtonu jsou odvozeny další jednotky:

- J – Joule – práce nebo energie (1 J je práce kterou koná síla 1 N působící po dráze 1 m ve směru pohybu)
- W – Watt – výkon (1 W je výkon, při němž se vykoná práce 1 J za 1 sekundu)
- Pa – Pascal – napětí = tlak, tah nebo smyk (1 Pa je tlak který vyvolá zatížení o hmotnosti 100 g = 1 N působící na plochu 1 metr čtvereční)

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Násobky jednotek:

1 000 000 000 N	$1 \cdot 10^9$	giga	1 GN
1 000 000 N	$1 \cdot 10^6$	mega	1 MN
1 000 N	$1 \cdot 10^3$	kilo	1 kN
1 N	$1 \cdot 10^0$		1 N
0,001 N	$1 \cdot 10^{-3}$	mili	1 mN
0,000 001 N	$1 \cdot 10^{-6}$	mikro	1 μ N
0,000 000 001 N	$1 \cdot 10^{-9}$	nano	1 nN

Přehled základních jednotek používaných v mechanice

Násobky plošných a objemových jednotek:

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \times 10^2 \text{ dm}^2 = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2 = 1 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2 = 0,000\,1 \text{ dm}^2 = 0,000\,001 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 = 1 \times 10^{-4} \text{ dm}^2 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \times 10^3 \text{ dm}^3 = 1 \times 10^6 \text{ cm}^3 = 1 \times 10^9 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 0,001 \text{ cm}^3 = 0,000\,001 \text{ dm}^3 = 0,000\,000\,001 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{-3} \text{ cm}^3 = 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3 = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^3$$

Přehled základních jednotek používaných v mechanice – PŘÍKLAD 1

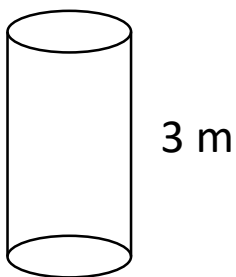
Spočítejte:

120 kg = kolik N, kolik kN a kolik μN ?

Vím, že $1 \text{ kg} = 10 \text{ N}$ $\Rightarrow F = 120 \cdot 10 \text{ N} = 1200 \text{ N}$ $\Rightarrow 1200 \text{ N} = 1,2 \text{ kN} = 1200 \cdot 10^6 \mu\text{N} = 1,2 \cdot 10^9 \mu\text{N}$

$$F = m \cdot g = 120 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 1200 \text{ N}$$

Jakou silou působí ŽB sloup o průměru 50 cm a výšce 3m?

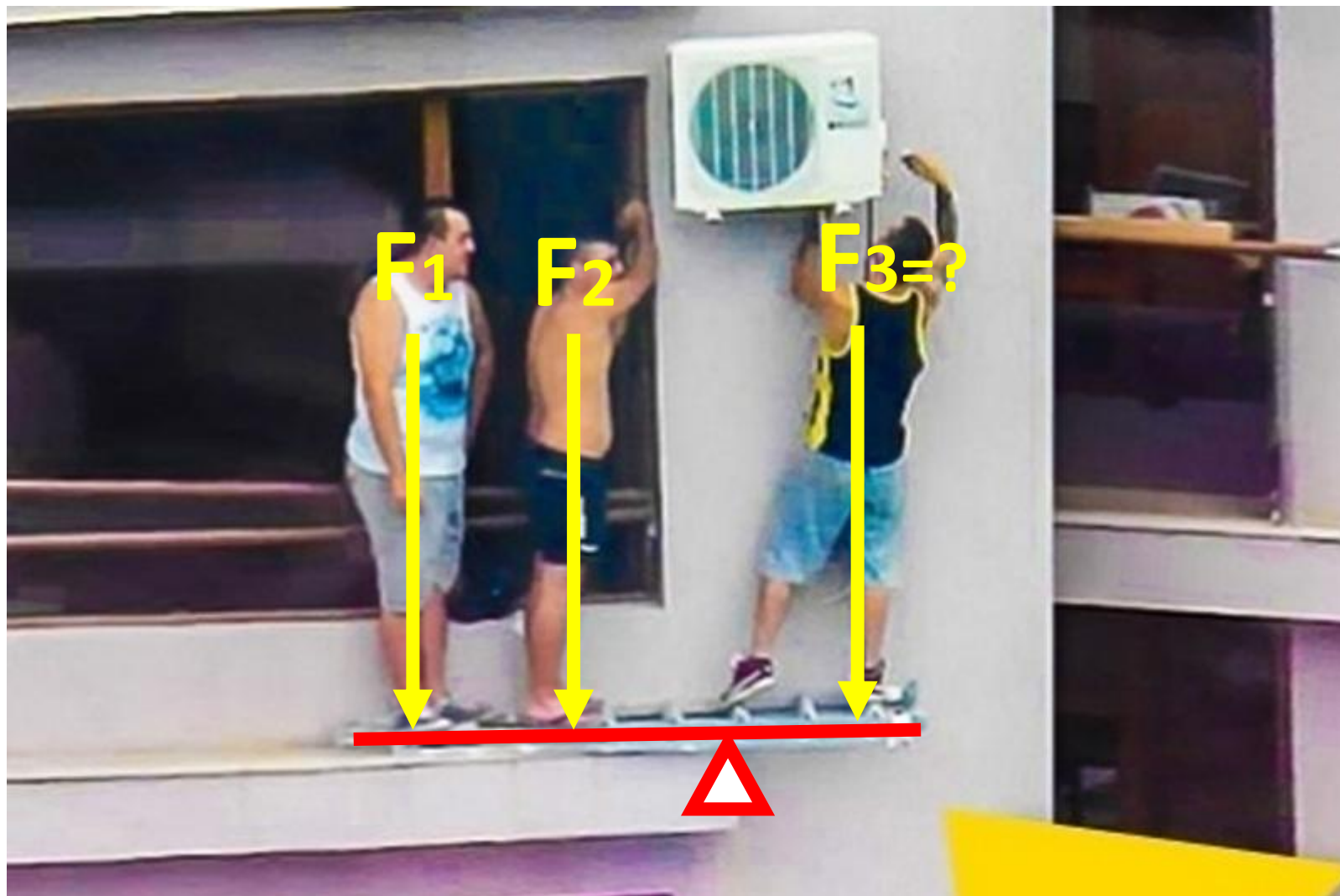


Objemová hmotnost $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$

$$V = S \cdot v = \pi \cdot r^2 \cdot v = \pi \cdot 0,25^2 \cdot 3 = 0,589 \text{ m}^3$$

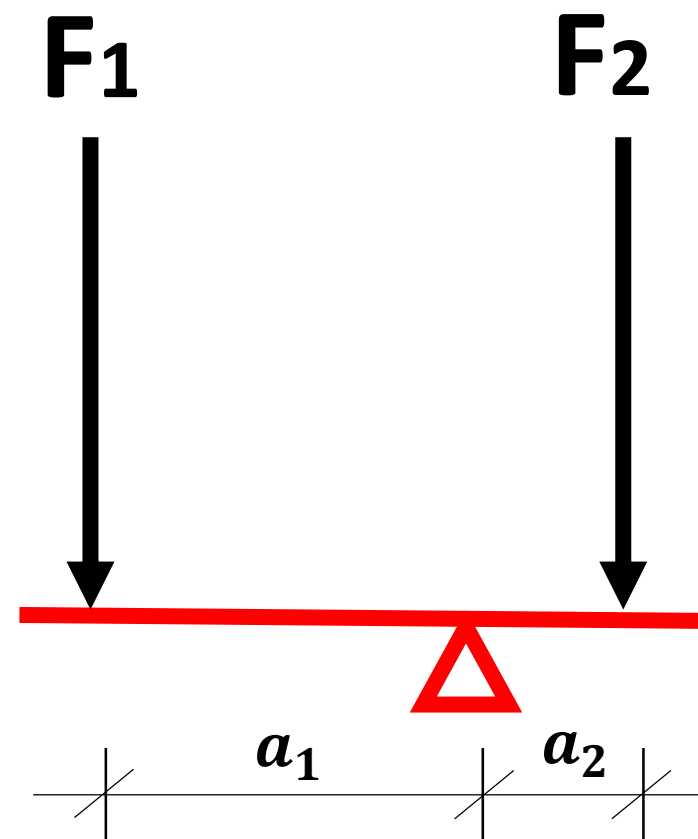
$$m = V \cdot \rho = 0,589 \cdot 2\,500 = 1\,472,5 \text{ kg} \rightarrow F = m \cdot g = 1\,472,5 \cdot 10 = 14\,725 \text{ N} = 14,725 \text{ kN}$$

Rovnováha na páce- PŘÍKLAD 2



- Opakování – Rovnováha na páce

$$F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$$



Rovnováha na páce- **PŘÍKLAD 2**

Spočítejte:

a) Kolik může vážit dělník 3?

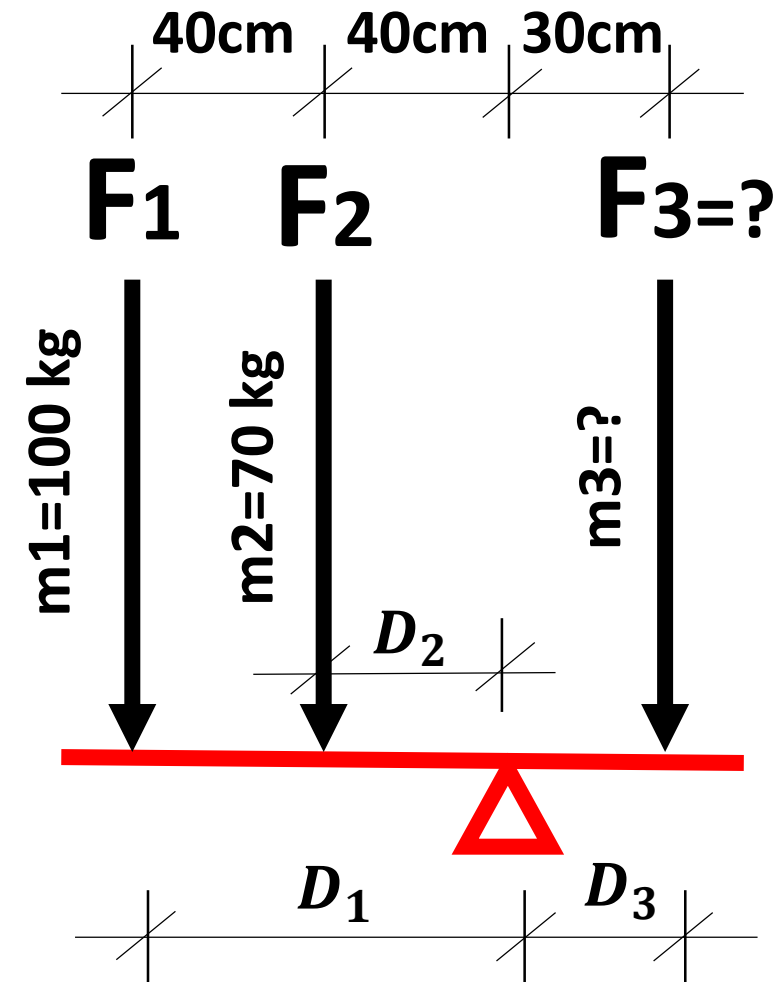
$$F_1 = m \cdot g = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ N} = 1 \text{ kN}$$

$$F_2 = m \cdot g = 70 \cdot 10 = 700 \text{ N} = 0,7 \text{ kN}$$

$$\text{a) } F_1 \cdot D_1 + F_2 \cdot D_2 = F_3 \cdot D_3 \rightarrow 1 \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,4 = F_3 \cdot 0,3$$

$$\rightarrow F_3 = \frac{1 \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,4}{0,3} = 3,60 \text{ kN}$$

$$\rightarrow m_3 = \max 360 \text{ kg}$$



Rovnováha na páce- PŘÍKLAD 2

Spočítejte:

b) Jaká by byla odpověď, pokud by dělník 1 odešel?

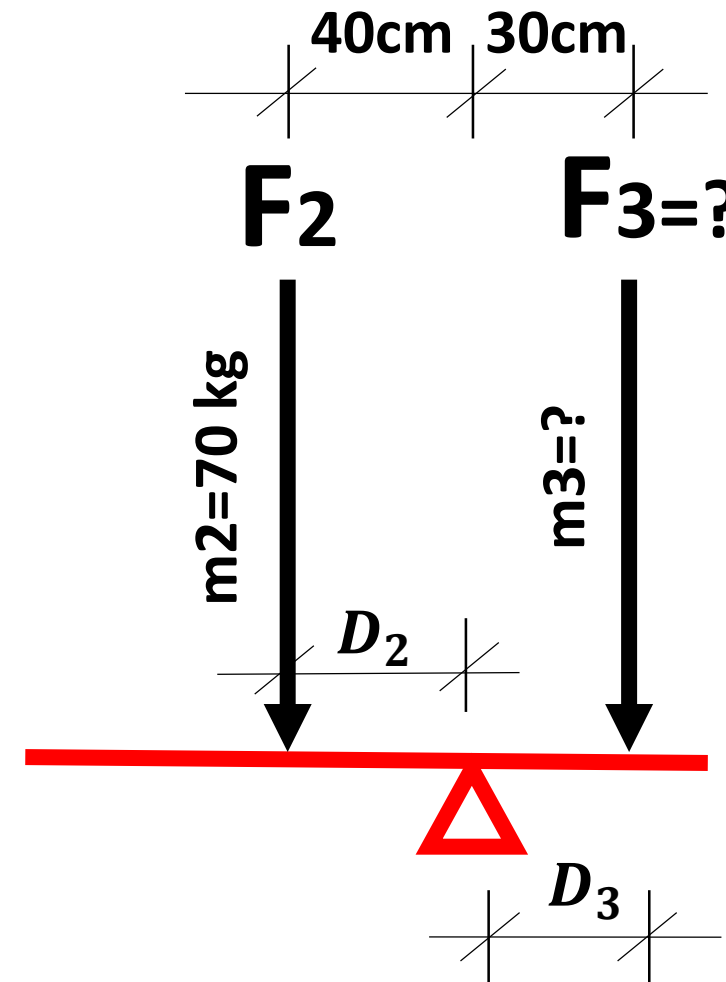
$$F_2 = m \cdot g = 70 \cdot 10 = 700 \text{ N} = 0,7 \text{ kN}$$

$$\text{b) } F_2 \cdot D_2 = F_3 \cdot D_3$$

$$\Rightarrow 0,7 \cdot 0,4 = F_3 \cdot 0,3$$

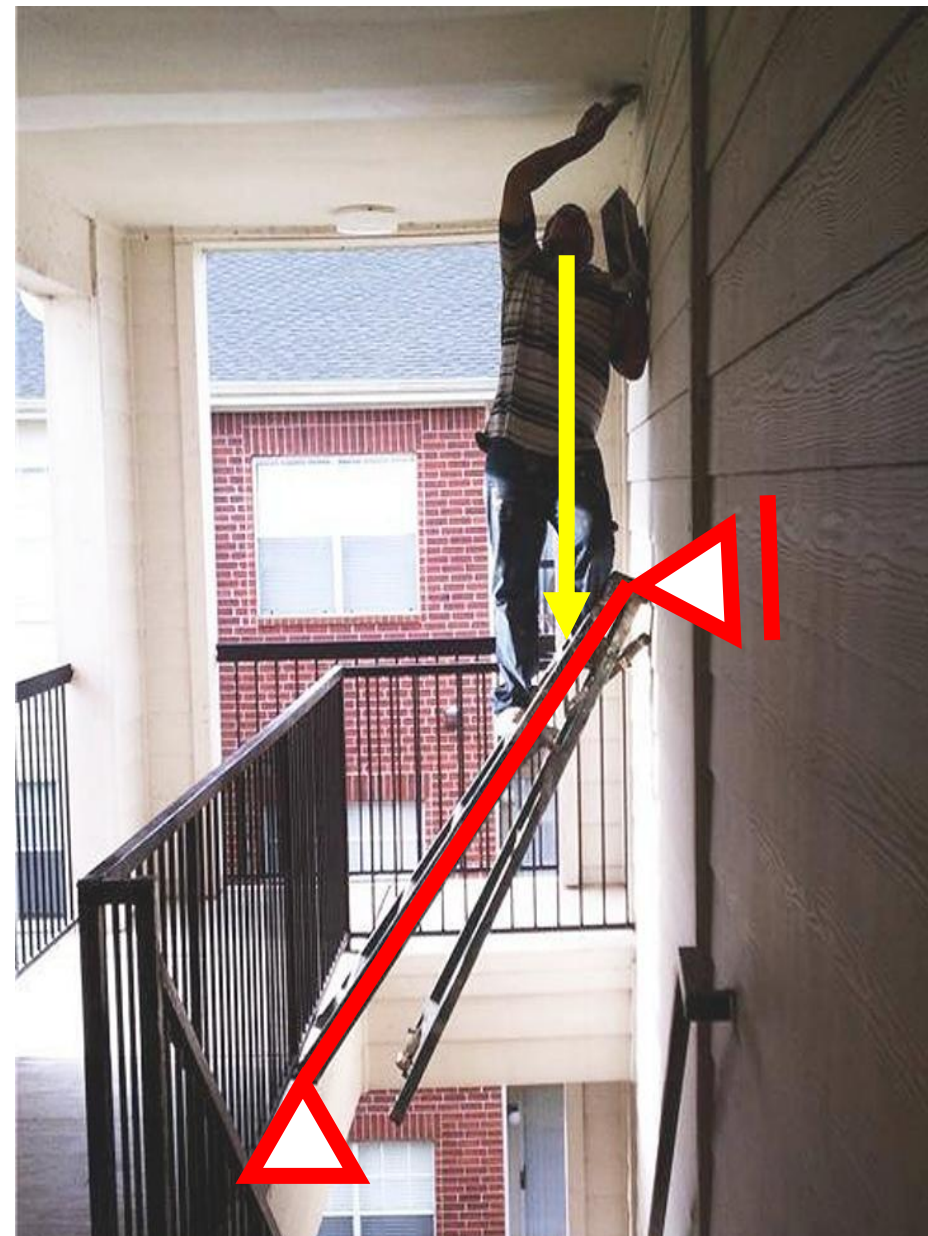
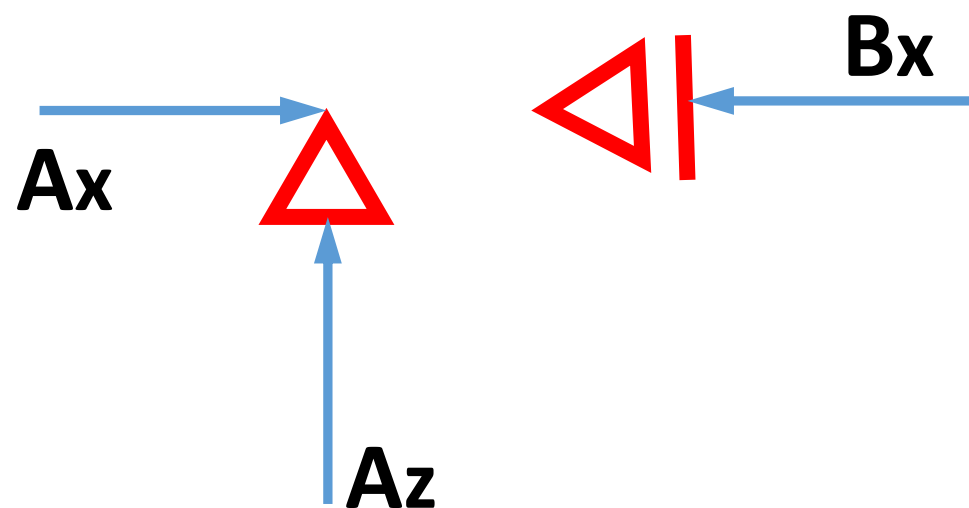
$$\Rightarrow F_3 = \frac{0,7 \cdot 0,4}{0,3} = 0,933 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow m_3 = \text{max } 93,333 \text{ kg}$$



Dvojice sil v rovnováze- PŘÍKLAD 3

Podpory a reakce:



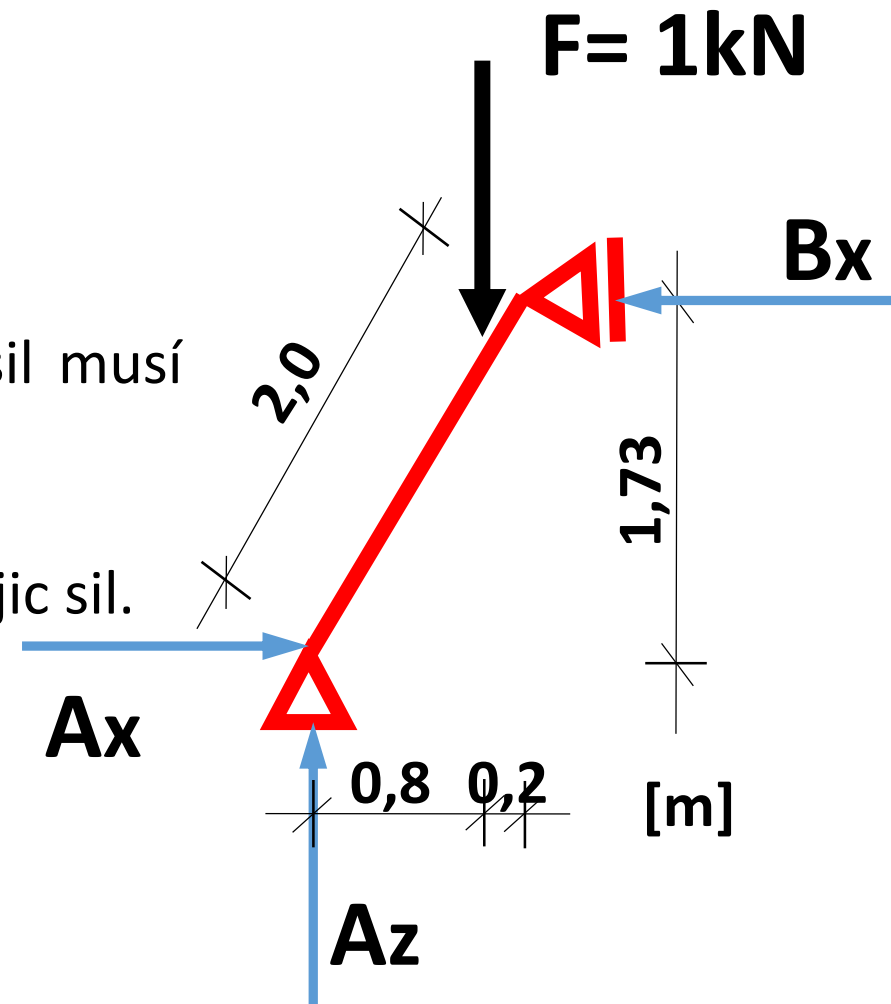
Dvojice sil v rovnováze- PŘÍKLAD 3

Spočítejte:

Jak velké budou reakce?

(pozn. Svislá a vodorovná výslednice všech sil musí být nula!)

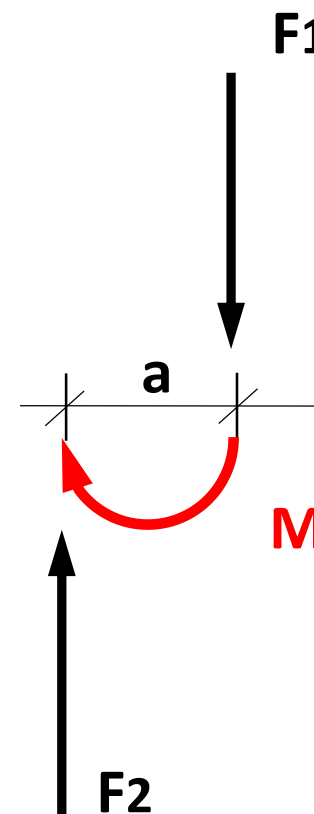
K výpočtu využijte znalosti o vlastnostech Dvojic sil.



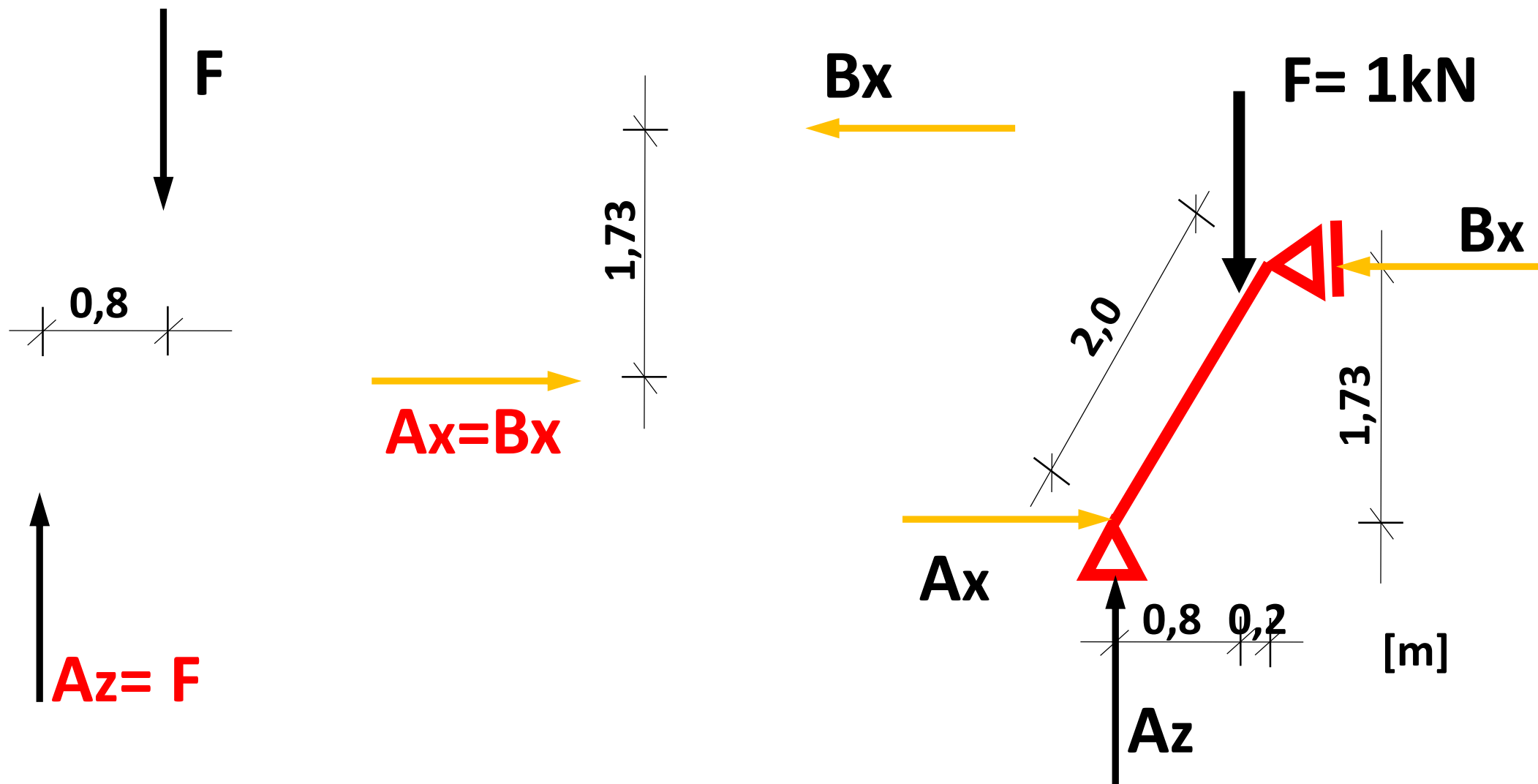
- Opakování - Dvojice sil

$$F = F_1 = F_2$$

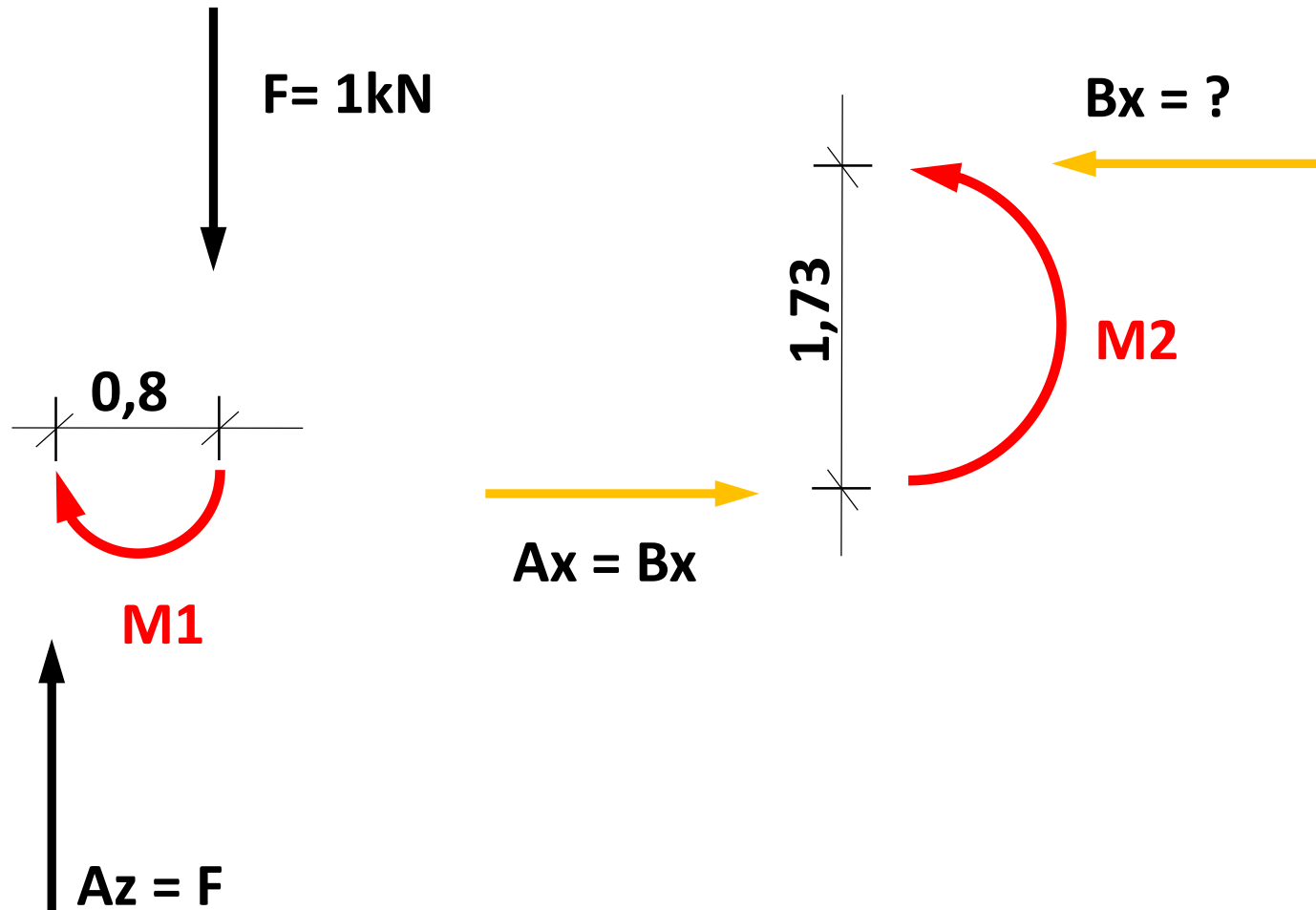
→ $M = F \cdot a$



Dvojice sil v rovnováze- PŘÍKLAD 3



Dvojice sil v rovnováze- PŘÍKLAD 3



$$M_1 = M_2$$

$$M_1 = F \cdot 0,8$$

$$M_2 = A_x \cdot 1,73$$

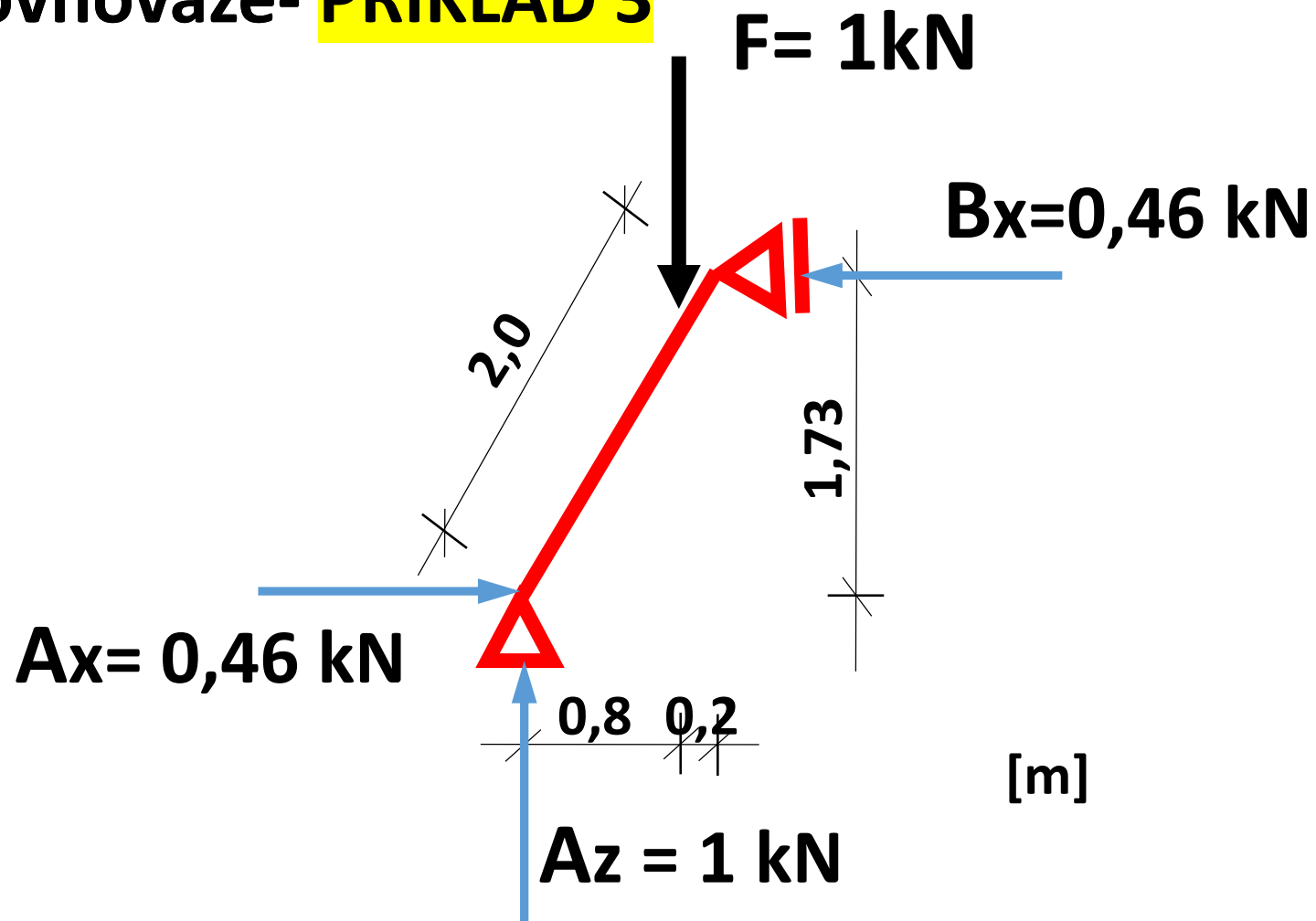
$$F \cdot 0,8 = A_x \cdot 1,73$$

$$1 \cdot 0,8 = A_x \cdot 1,73$$

$$A_x = B_x = \frac{1 \cdot 0,8}{1,73} = \underline{\underline{0,46\text{ kN}}}$$

Dvojice sil v rovnováze- **PŘÍKLAD 3**

Výsledky:



Základní operátory a matematické operace

VEKTOR x SKALÁR

Co to znamená?

VEKTOROVÁ fyzikální veličina je veličina k jejímuž určení je nutno znát:

- **číselnou hodnotu**
- měřící jednotku
- **směr působení**

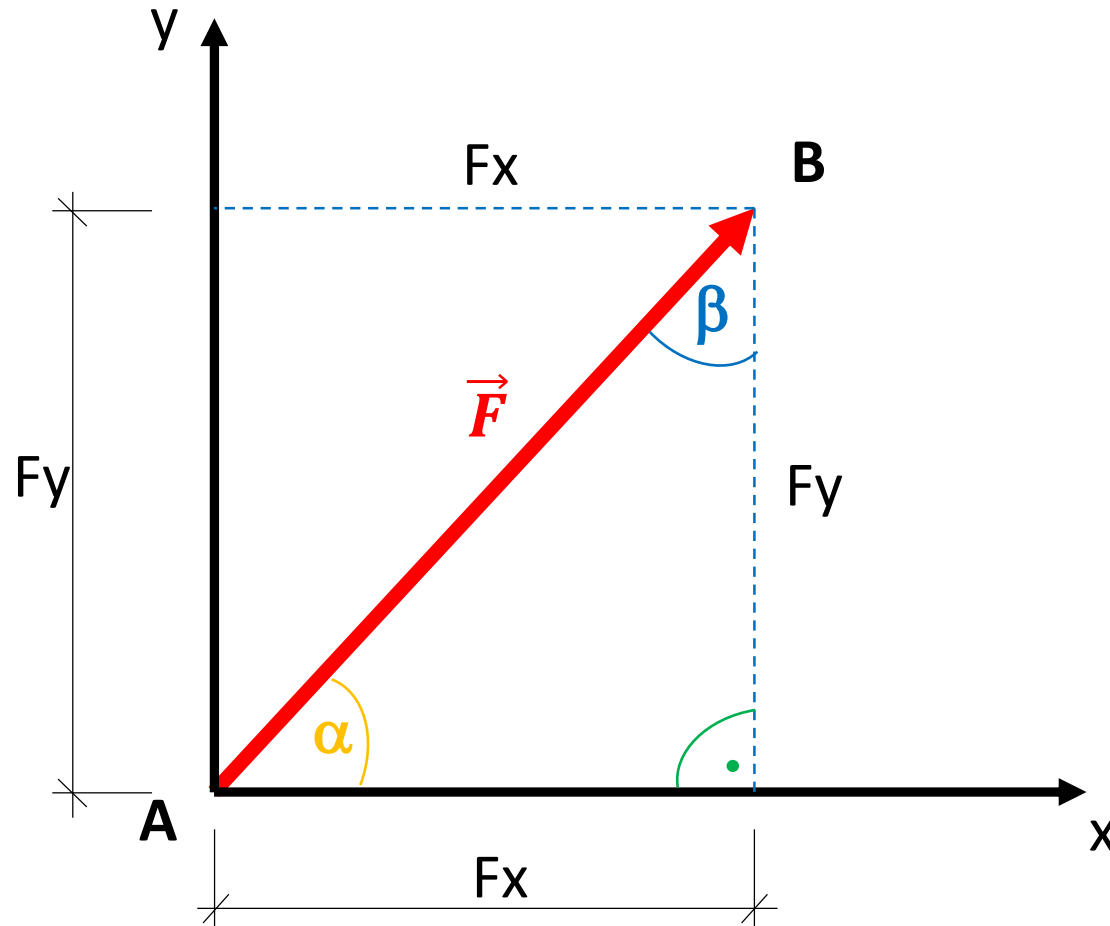
Typické vektorové fyzikální veličiny: **síla**, rychlost, zrychlení

SKALÁRNÍ fyzikální veličina = skalár je veličina k jejímuž určení je nutno znát:

- **číselnou hodnotu**
- měřící jednotku

Typické skalární fyzikální veličiny: čas, délka, hmotnost, teplota ...

Základní operátory a matematické operace



Pythagorova věta

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

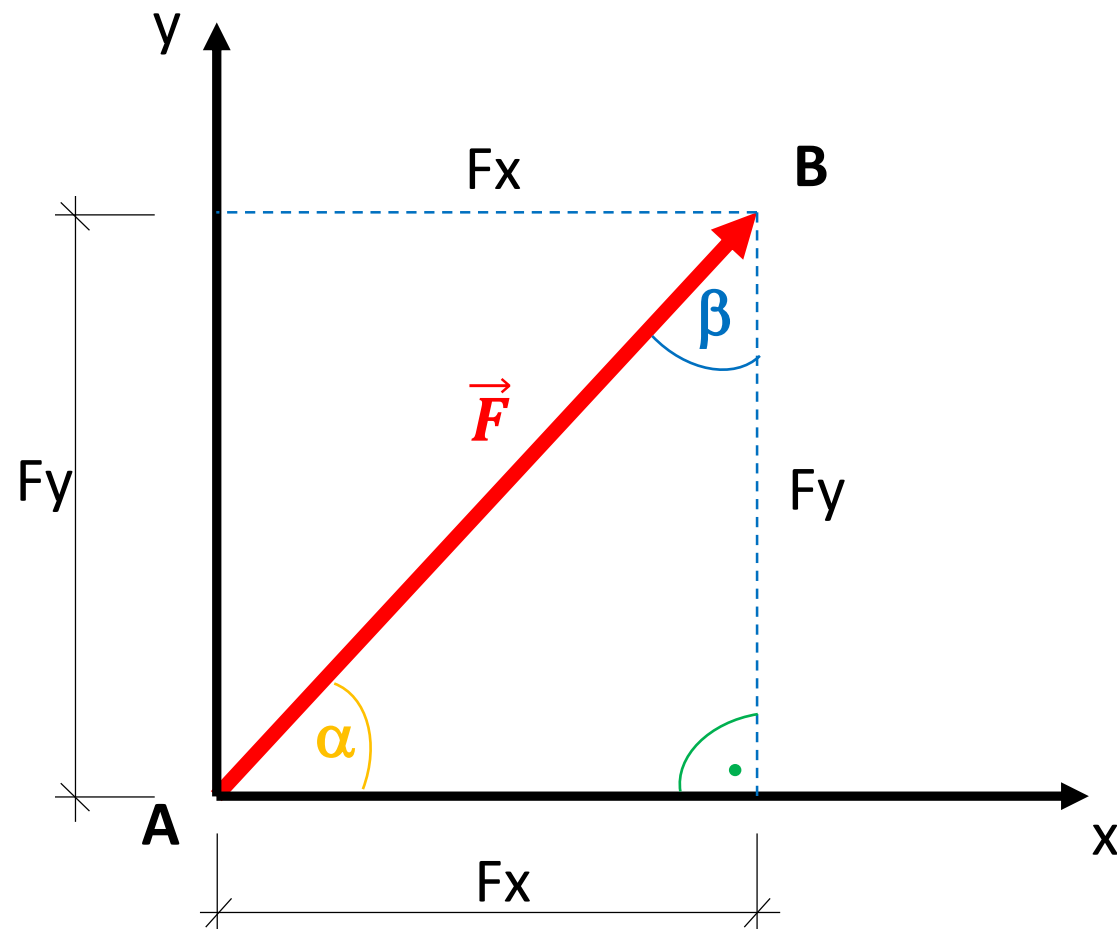


$$|\vec{F}| = \sqrt{F_y^2 + F_x^2}$$

$$F_x = \sqrt{F^2 - F_y^2}$$

$$F_y = \sqrt{F^2 - F_x^2}$$

Základní operátory a matematické operace



Goniometrické funkce

$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \sin \alpha \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_y}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \rightarrow F_x = \cos \alpha \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_x}{\cos \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{F_x}{F} \rightarrow F_x = \sin \beta \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_x}{\sin \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \cos \beta \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_y}{\cos \beta}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} \rightarrow F_x; F_y \text{ nebo } \tan \beta = \frac{F_x}{F_y}$$

NEŽ PŘEJDEME K PRAKTICKÉ ČÁSTI 😊

*Naším cílem je vyřešit **VELIKOSTI** - číselné hodnoty - **složek síly F**.
Pojďme si nejdříve ujasnit pojmy a co ve výpočtu znamenají.*

Síla = VEKTOROVÁ fyzikální veličina

Matematickým modelem síly je vektor umístěný na přímku. Lze jej zobrazit orientovanou úsečkou, jejíž délka znázorňuje velikost síly v udaném měřítku.

Co to pro nás znamená v mechanice?

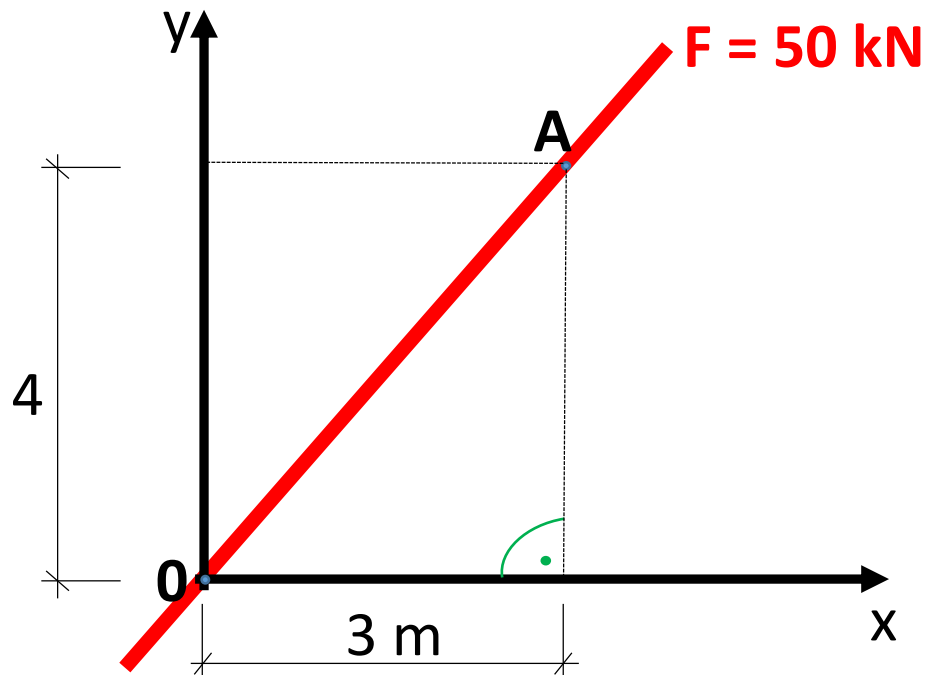
K jednoznačnému určení síly je potřeba kromě její **VELIKOSTI** stanovit též její **SMĚR** (a na něm smysl čili **ORIENTACI**) a **PŮSOBIŠTĚ**.

K určení **SMĚRU**, **ORIENTACE** a **PŮSOBIŠTĚ** zavádíme do výpočtu souřadný systém, který udává kladné či záporné znaménko složek síly.

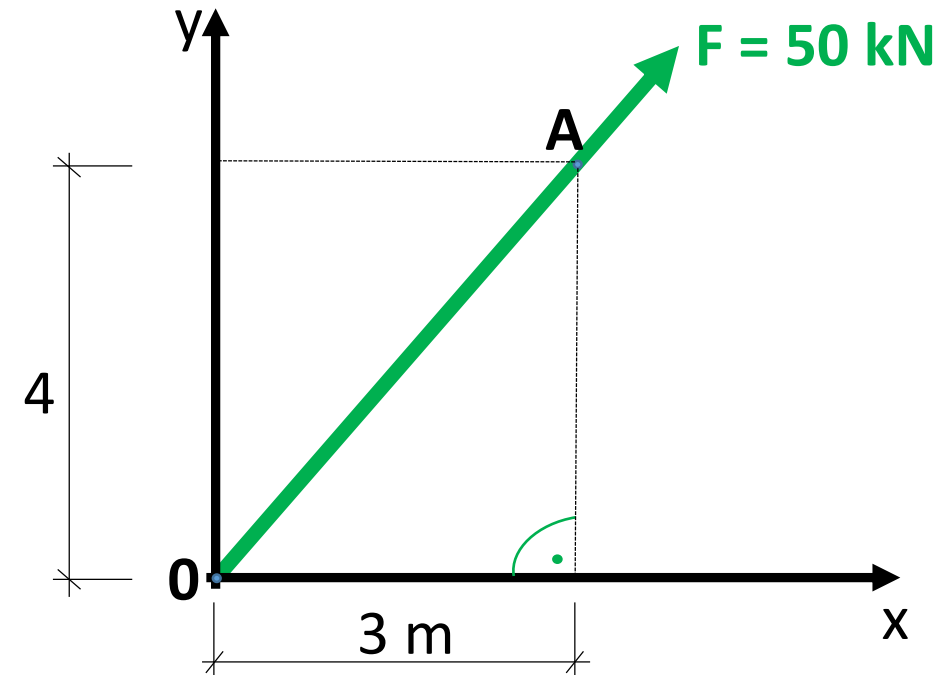
NEŽ PŘEJDEME K PRAKTICKÉ ČÁSTI😊

V zadání příkladu budeme mít stanovenou sílu $F = 50 \text{ kN}$. Síla F je určena dvěma body – tím je stanoveno **PŮSOBIŠTĚ**. Tyto body nám udávají její **SMĚR** a **ORIENTACI**.

SMĚR - paprsek síly prochází mezi body 0A.

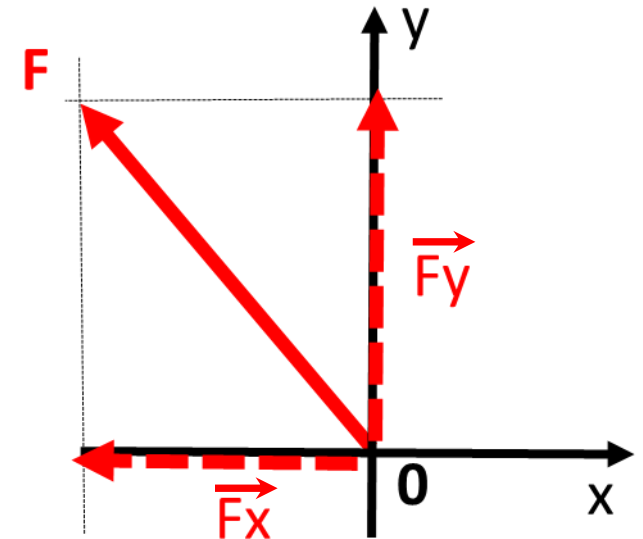
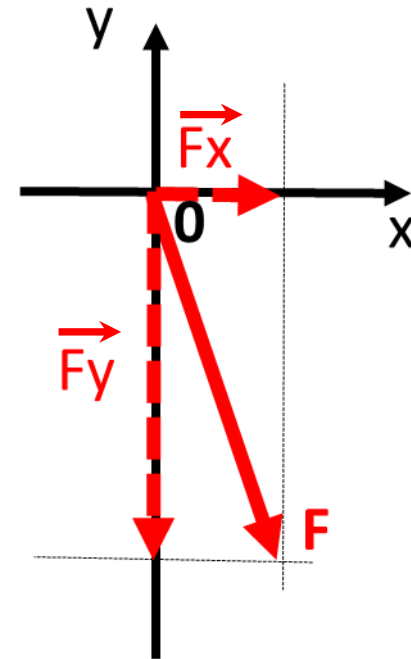
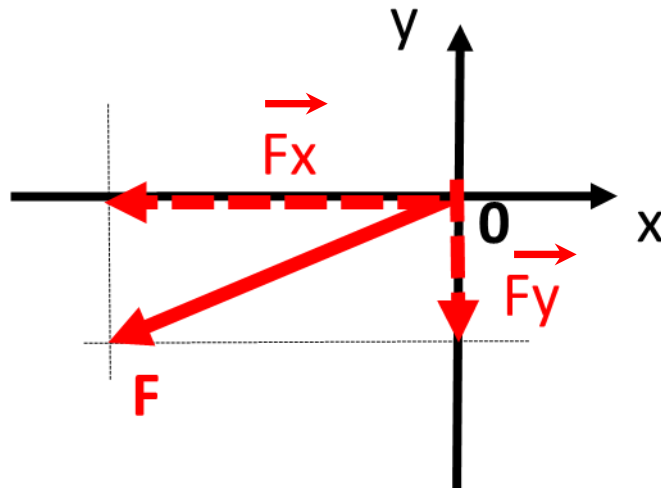
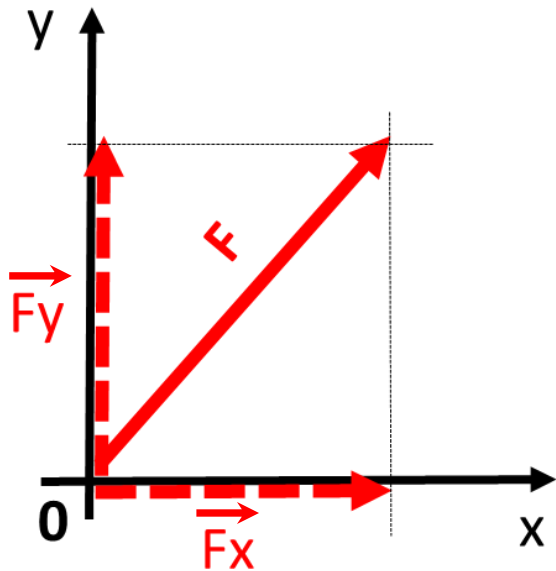


ORIENTACE - paprsek síly působí z bodu 0 do bodu A.



NEŽ PŘEJDEME K PRAKTICKÉ ČÁSTI 😊

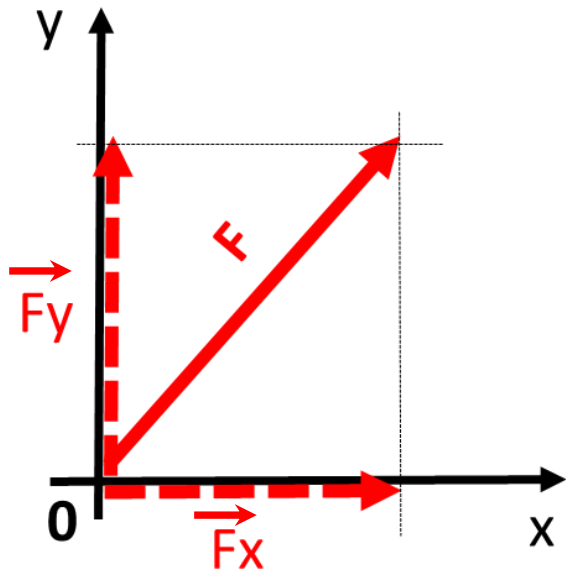
Síla F u které známe **PŮSOBIŠTĚ**, **SMĚR** a **ORIENTACI** se rozkládá do dvou složek $\vec{F}_x$ a $\vec{F}_y$ tak, aby byla síla F jejich výslednicí.



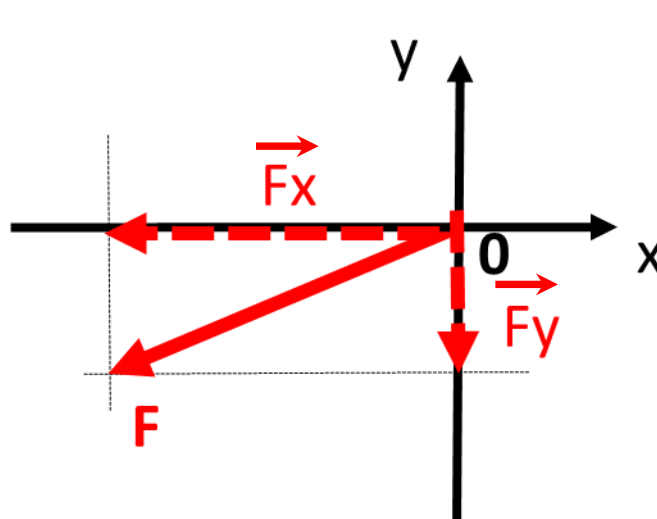
NEŽ ZAČNEME ŘEŠIT PŘÍKLADY 😊

Složky $\vec{F}_x$ a $\vec{F}_y$ jsou kladné hodnoty – **VELIKOSTI** složek síly.

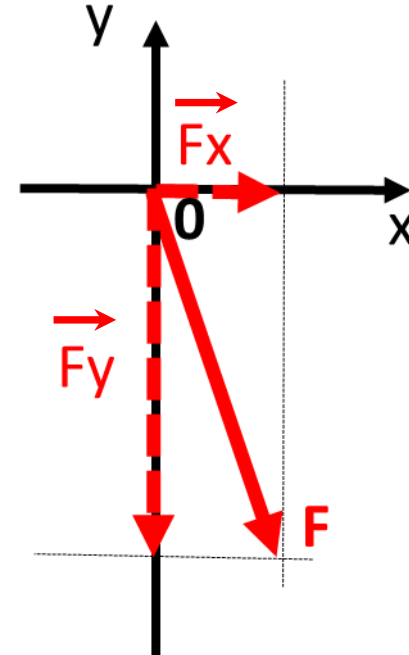
Skutečná číselná hodnota složek F_x a F_y v souřadném systému závisí na jejich **ORIENTACI** do kladné či záporné poloosy.



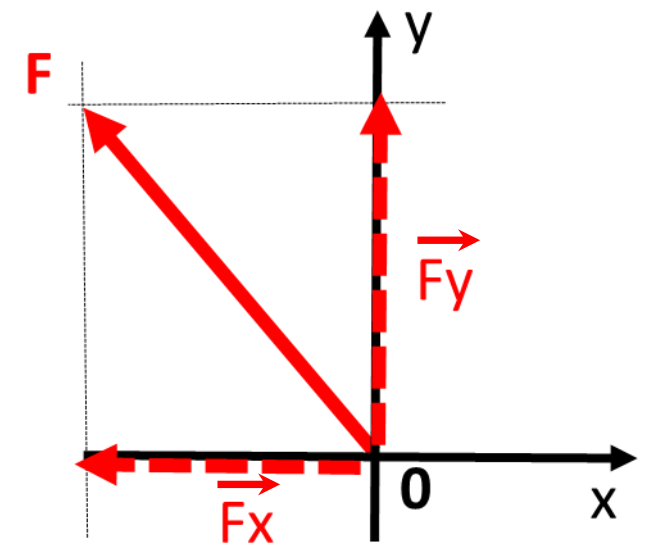
$$F_x = \vec{F}_x$$
$$F_y = \vec{F}_y$$



$$F_x = -\vec{F}_x$$
$$F_y = -\vec{F}_y$$



$$F_x = \vec{F}_x$$
$$F_y = -\vec{F}_y$$



$$F_x = -\vec{F}_x$$
$$F_y = \vec{F}_y$$

Čas na kávu

Pauza 15 minut



Odkazy:

Stránka Katedry mechaniky

<https://mech.fsv.cvut.cz/cs/>

Stránka Vyrovnávacího kurzu

(cesta mech.fsv.cvut.cz -> Studium -> Studentský koutek - > Vyrovnávací kurz ze stavební mechaniky)

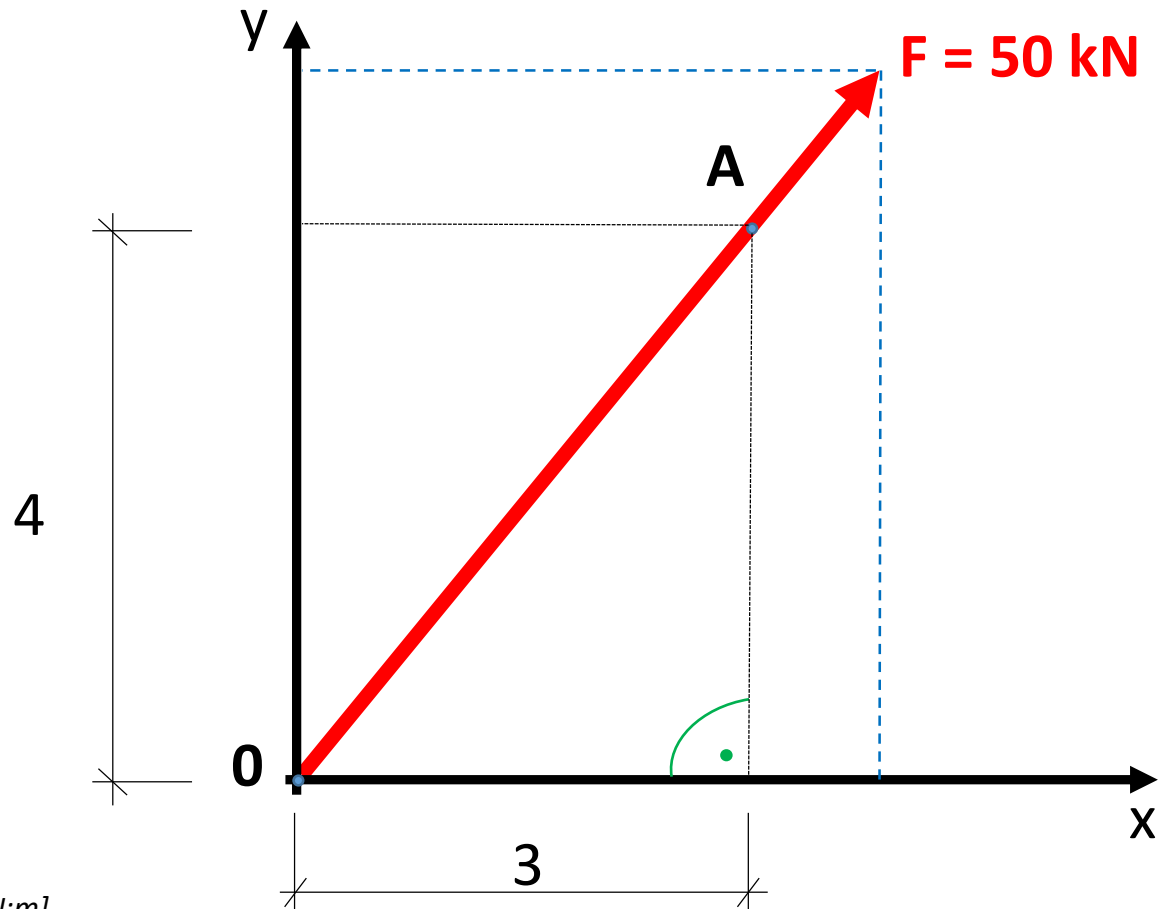
https://mech.fsv.cvut.cz/wiki/index.php/Department_of_Mechanics:_Student%27s_corner:_Vyrovn%C3%A1vac%C3%AD_kurz_ze_stavebn%C3%AD_mechaniky

Aplikace základních pojmů v řešených příkladech

- Rozklad síly
- Výslednice sil
- Příhradová konstrukce

PŘÍKLAD 1.

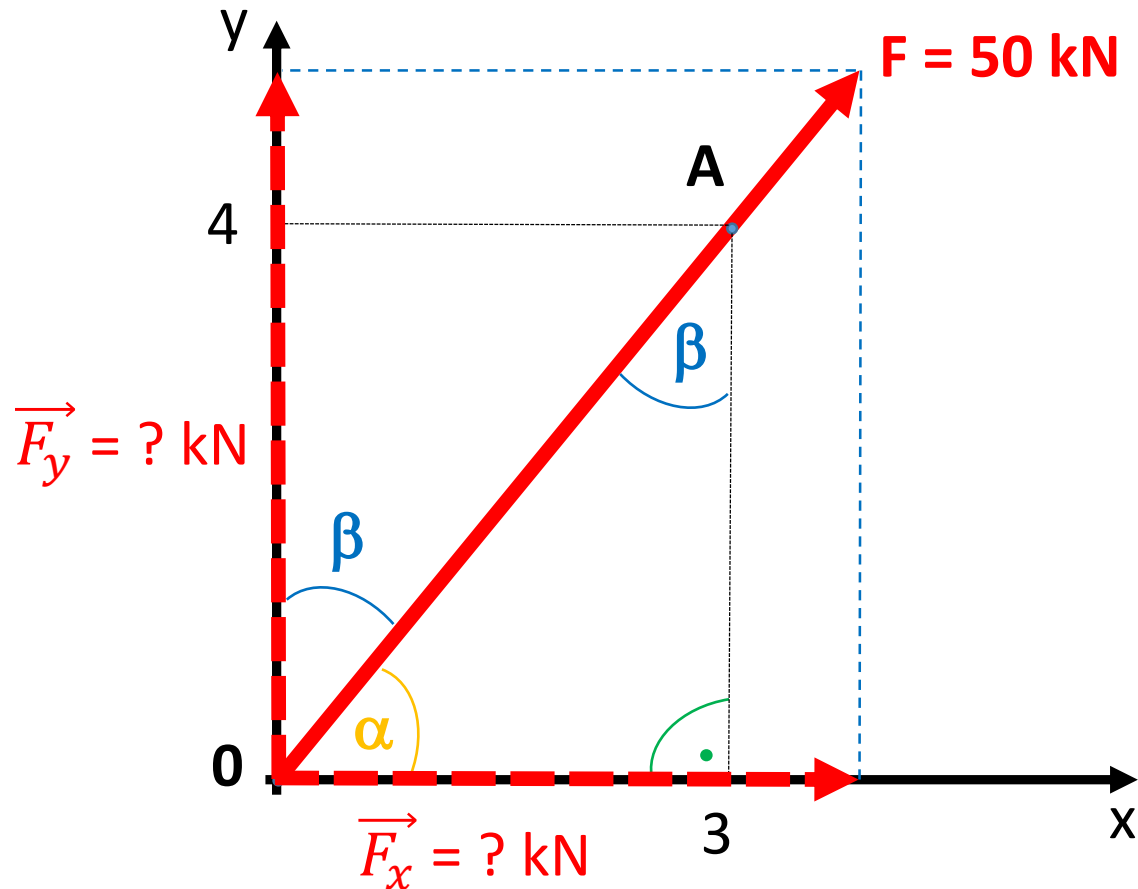
Máme sílu $F = 50 \text{ kN}$ určenou počátkem souřadného systému a bodem A [3;4].
 Určete velikost složek F_x a F_y .



Ze zadání je tedy stanovena **VELIKOST** síly F ,
 její **SMĚR**, **ORIENTACE** a **PŮSOBIŠTĚ**.

PŘÍKLAD 1.

Máme sílu $F = 50 \text{ kN}$ určenou počátkem souřadného systému a bodem A [3;4].
Určete velikost složek F_x a F_y .



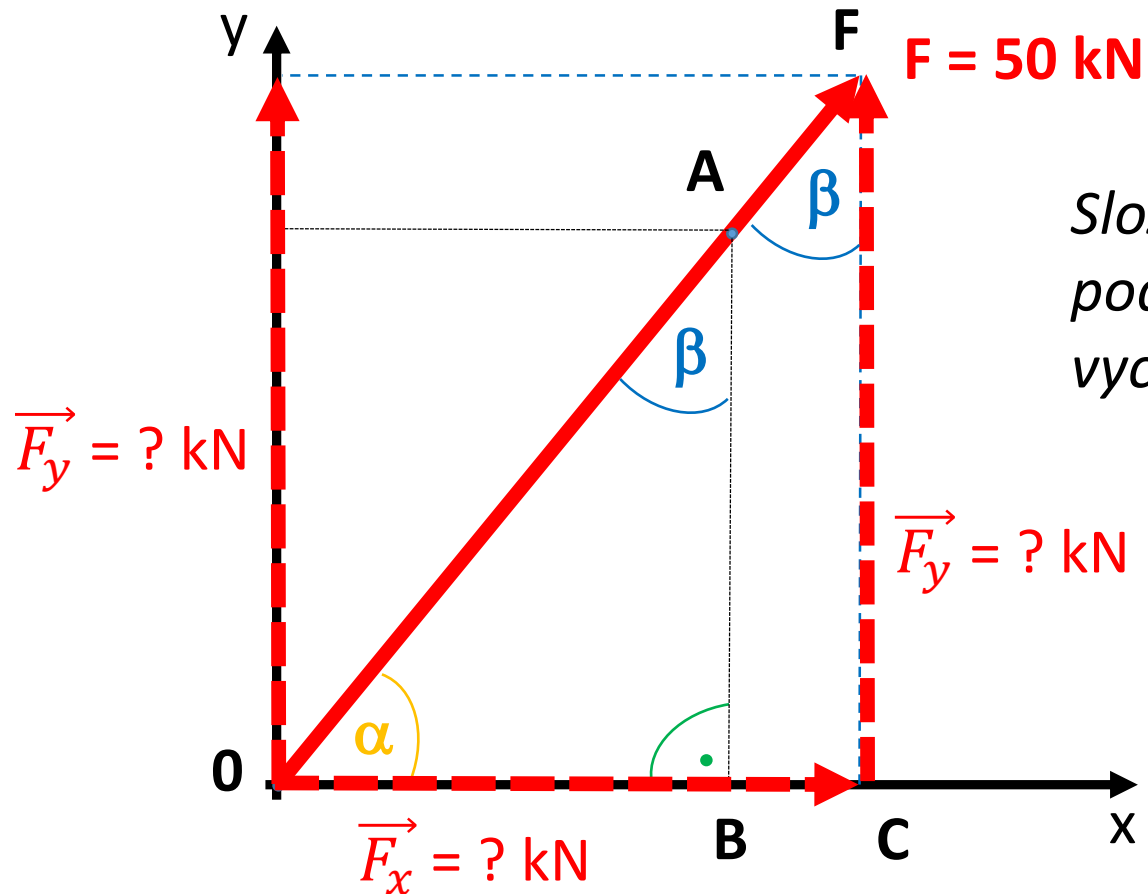
Sílu $F = 50 \text{ kN}$ rozložíme do složek F_x a F_y tak, aby síla F byla jejich výslednicí.

Intermezzo

Zápis: F_x , F_y a $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$

PŘÍKLAD 1.

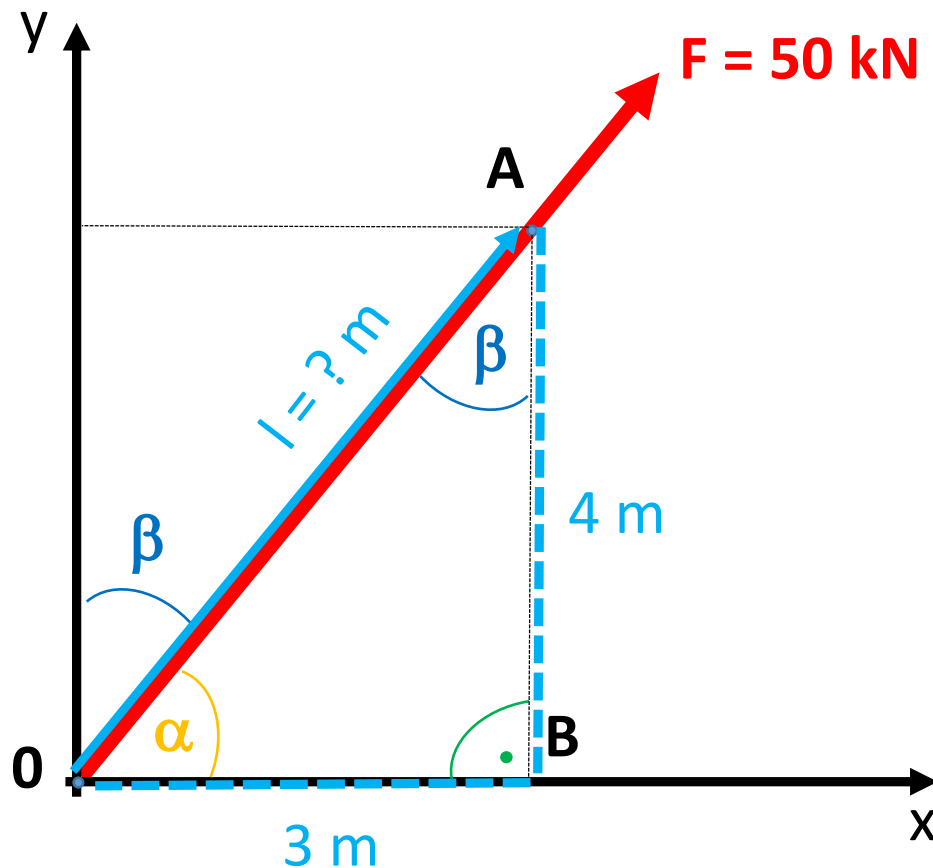
Aplikujeme podobnost trojúhelníků OBA a OCF . Pomocí goniometrické funkce vyřešíme složky F_x a F_y .



Složku F_y promítneme tak, aby byla vidět podobnost trojúhelníků OBA a OCF ze které bude vycházet výpočet složek sil F_x a F_y .

PŘÍKLAD 1.

V pravoúhlém trojúhelníku OBA vyřešíme pomocí Pythagorovy věty délku l a pomocí goniometrických funkcí velikost úhlů α a β .



$$F = 50 \text{ kN} \quad l = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Zopakovat !!

COS - přilehlá ku přeponě 😊

SIN - protilehlá ku přeponě 😊

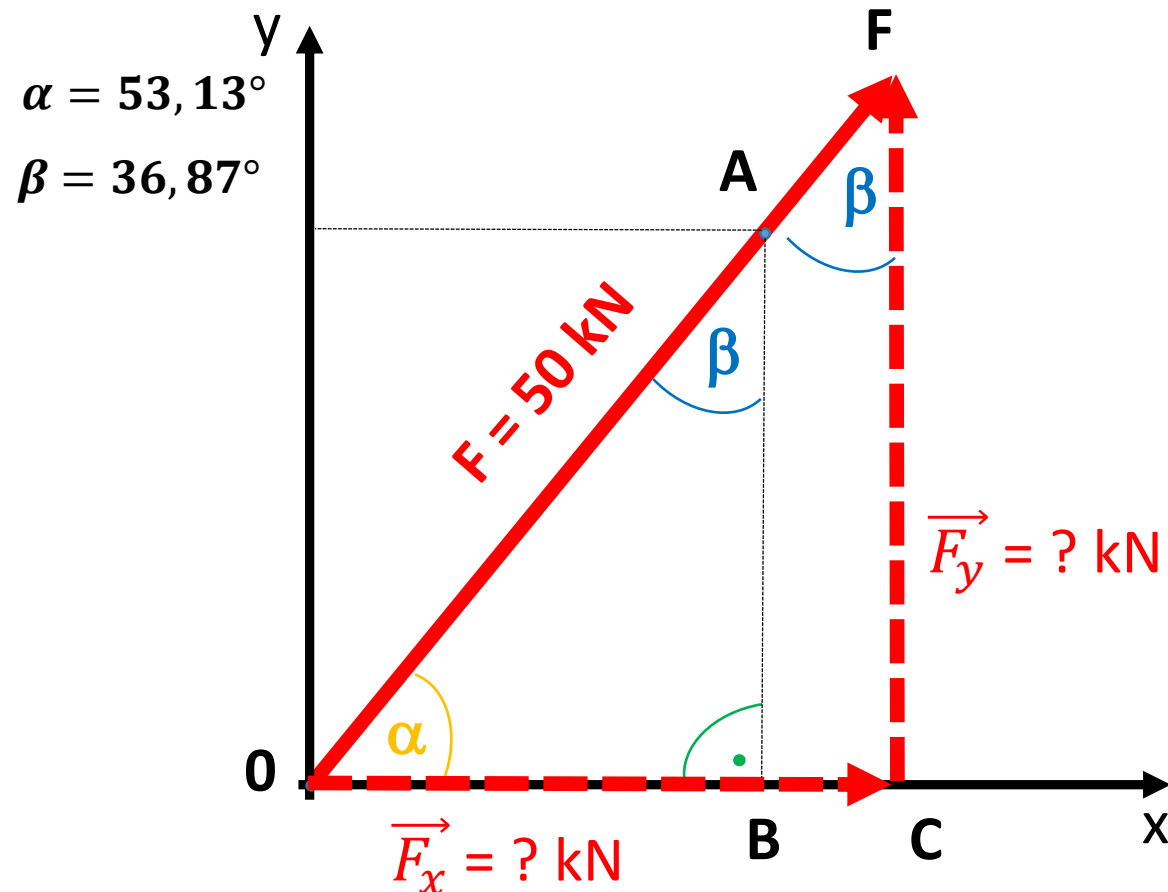
$$l = 5 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{25}} \rightarrow \alpha = 53,13^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{4}{\sqrt{25}} \rightarrow \beta = 36,87^\circ$$

PŘÍKLAD 1. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$F_x = ? \text{ kN}$ Aplikujeme podobnost trojúhelníků OBA a OCF na vyřešení velikosti složek F_x a F_y .
Známe velikost síly $F = 50 \text{ kN}$ a úhlů α a β , které síla F svírá se svými složkami F_x a F_y .



$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \rightarrow F_x = \cos \alpha \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_x}{\cos \alpha}$$

$$\cos 53,13 = \frac{F_x}{50} \rightarrow F_x = \cos 53,13 \cdot 50 \text{ kN}$$

$$F_x = 30 \text{ kN}$$

nebo

$$\sin \beta = \frac{F_x}{F} \rightarrow F_x = \sin \beta \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_x}{\sin \beta}$$

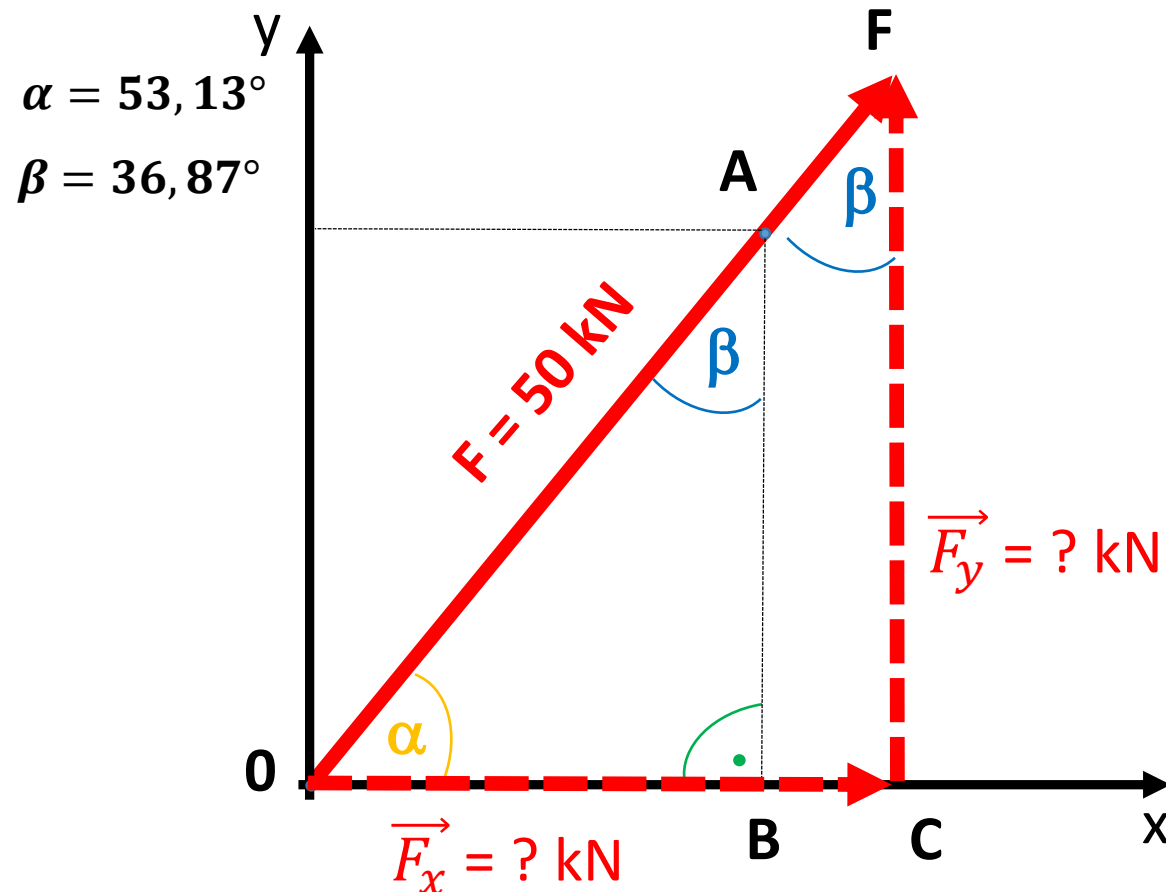
$$\sin 36,87 = \frac{F_x}{50} \rightarrow F_x = \sin 36,87 \cdot 50 \text{ kN}$$

$$F_x = 30 \text{ kN}$$

Orientace $\vec{F}_x$ je do
kladné poloosy, tedy
 F_x je kladná.

PŘÍKLAD 1. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$F_y = ? \text{ kN}$ Aplikujeme podobnost trojúhelníků OBA a OCF na vyřešení velikosti složek F_x a F_y .
Známe velikost síly $F = 50 \text{ kN}$ a úhlů α a β , které síla F svírá se svými složkami F_x a F_y .



$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \sin \alpha \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_y}{\sin \alpha}$$

$$\sin 53,13 = \frac{F_y}{50} \rightarrow F_y = \sin 53,13 \cdot 50 \text{ kN}$$

$$F_y = 40 \text{ kN}$$

nebo

$$\cos \beta = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \cos \beta \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_y}{\cos \beta}$$

$$\cos 36,87 = \frac{F_y}{50} \rightarrow F_y = \cos 36,87 \cdot 50 \text{ kN}$$

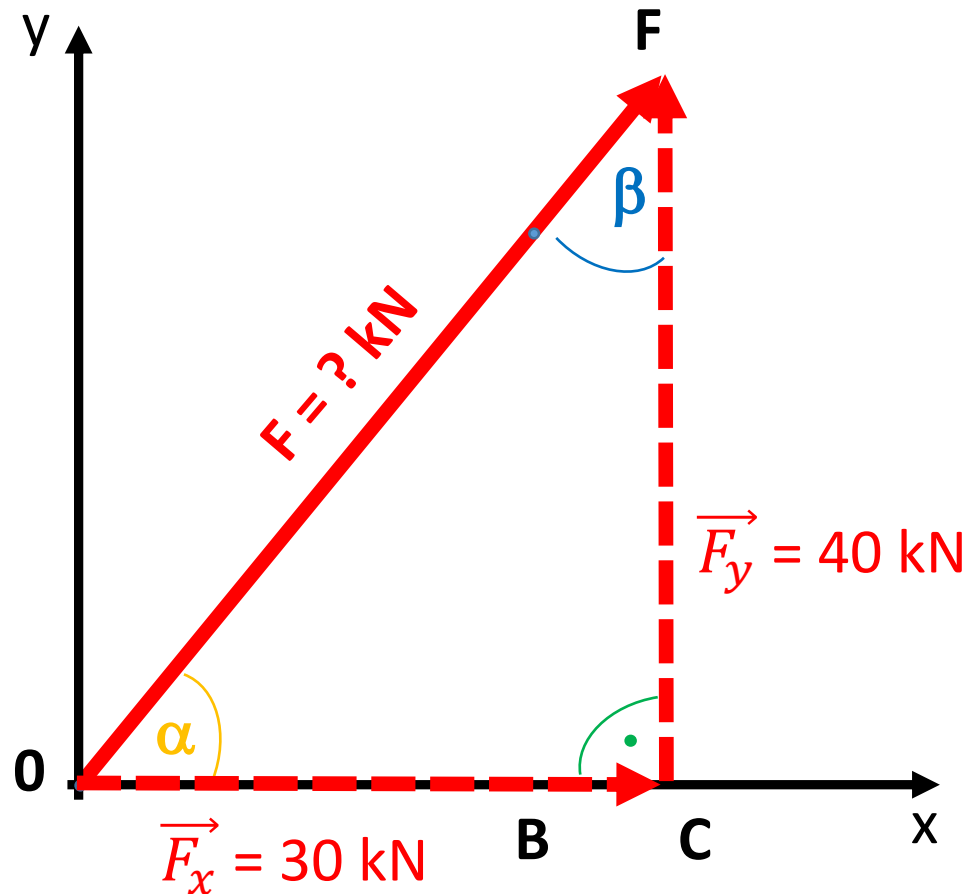
$$F_y = 40 \text{ kN}$$

Orientace $\vec{F}_y$ je do
kladné poloosy, tedy
 F_y je kladná.

PŘÍKLAD 1.

Kontrola řešeného příkladu. Aplikujeme Pythagorovu větu $F^2 = F_x^2 + F_y^2$.

Ověříme, zda odpovídá velikost síly $F = 50 \text{ kN}$.



$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

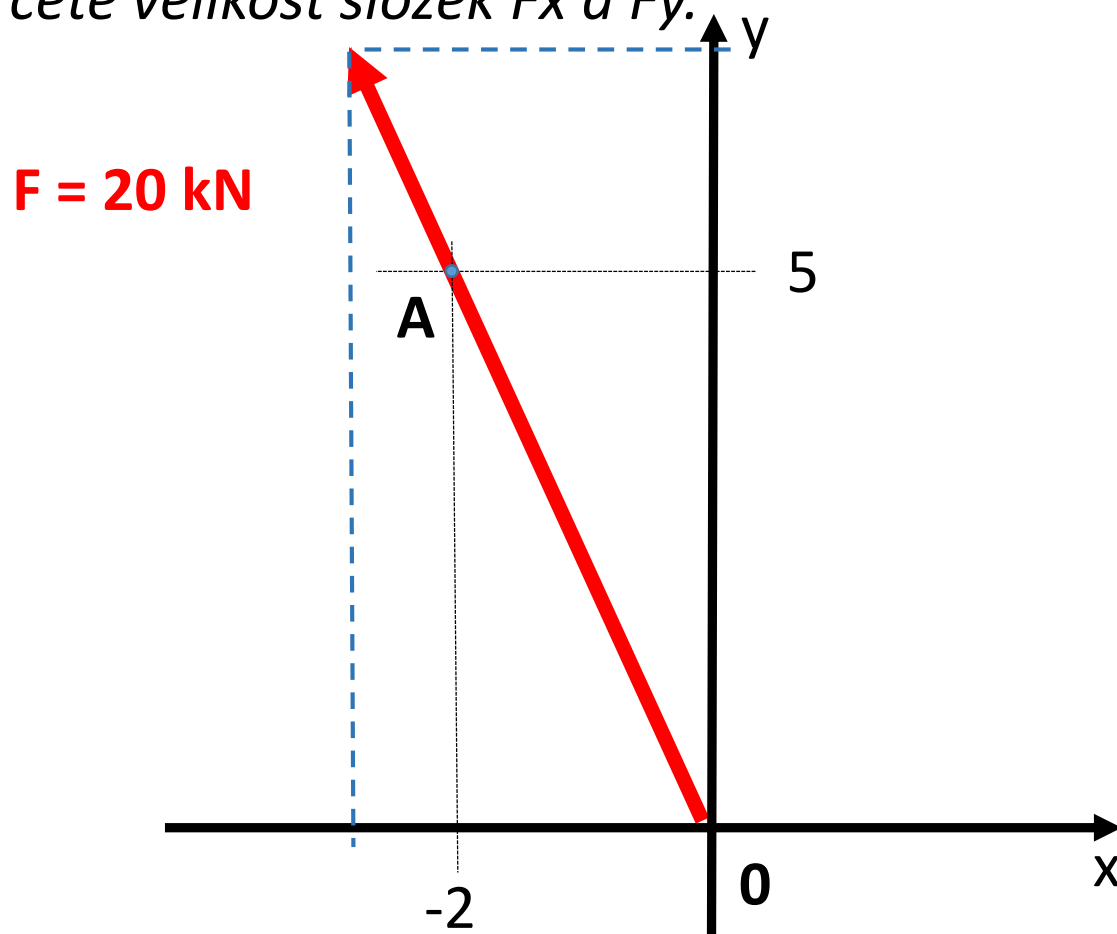
$$F_x = 30 \text{ kN}$$

$$F_y = 40 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ kN} \rightarrow \text{OK}$$

PŘÍKLAD 2.

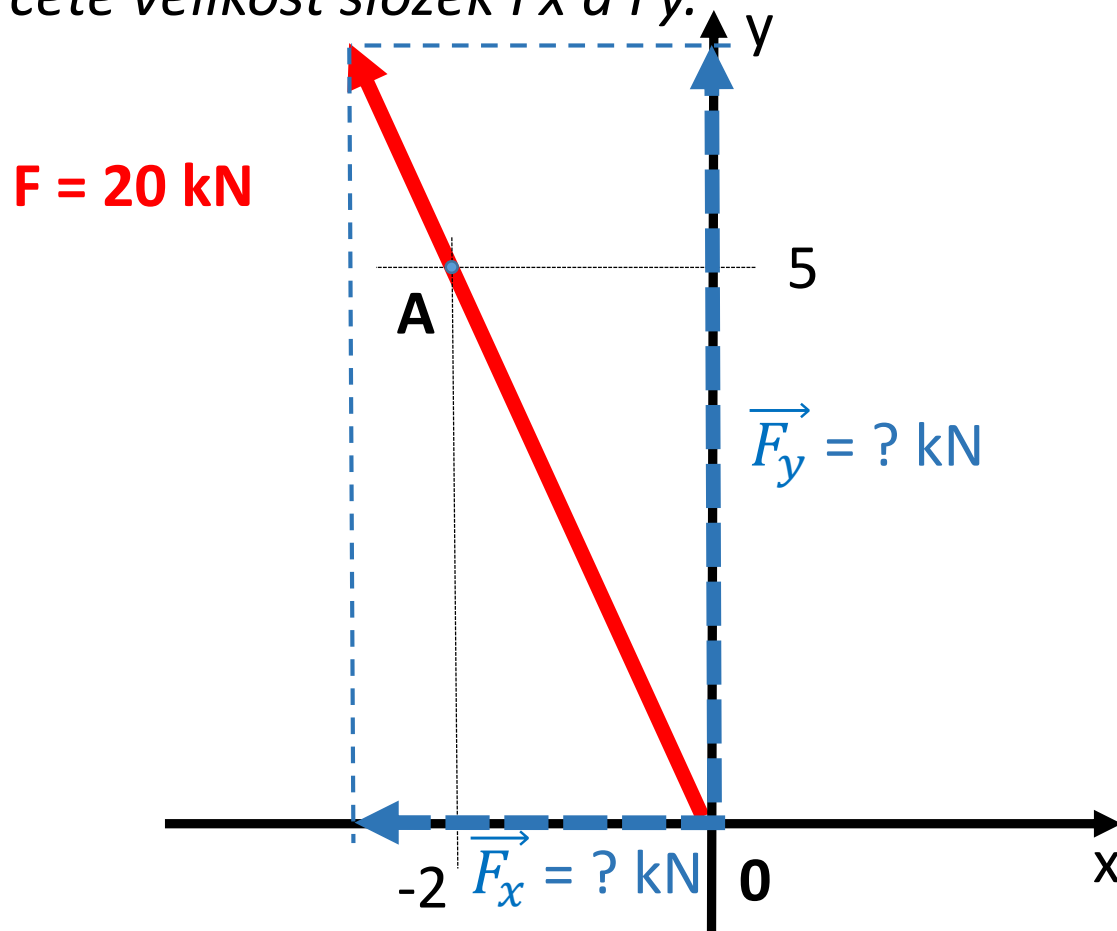
Máme sílu $F = 20 \text{ kN}$ určenou počátkem souřadného systému a bodem A $[-2;5]$.
Určete velikost složek F_x a F_y .



Ze zadání je tedy stanovena **VELIKOST** síly F ,
její **SMĚR**, **ORIENTACE** a **PŮSOBIŠTĚ**.

PŘÍKLAD 2.

Máme sílu $F = 20 \text{ kN}$ určenou počátkem souřadného systému a bodem A $[-2;5]$.
Určete velikost složek F_x a F_y .

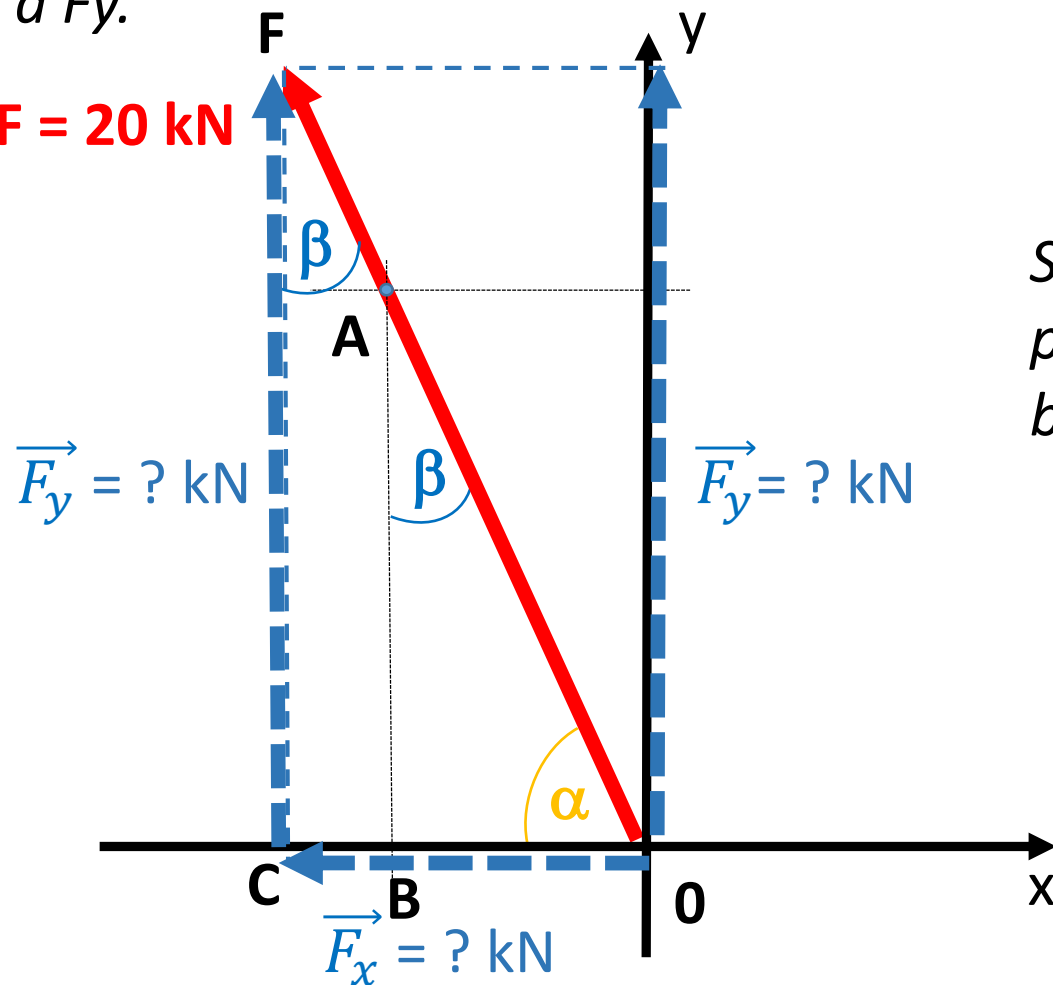


Pro řešení budeme aplikovat stejný postup jako u příkladu 1. Sílu $F = 20 \text{ kN}$ rozložíme do složek F_x a F_y .

PŘÍKLAD 2.

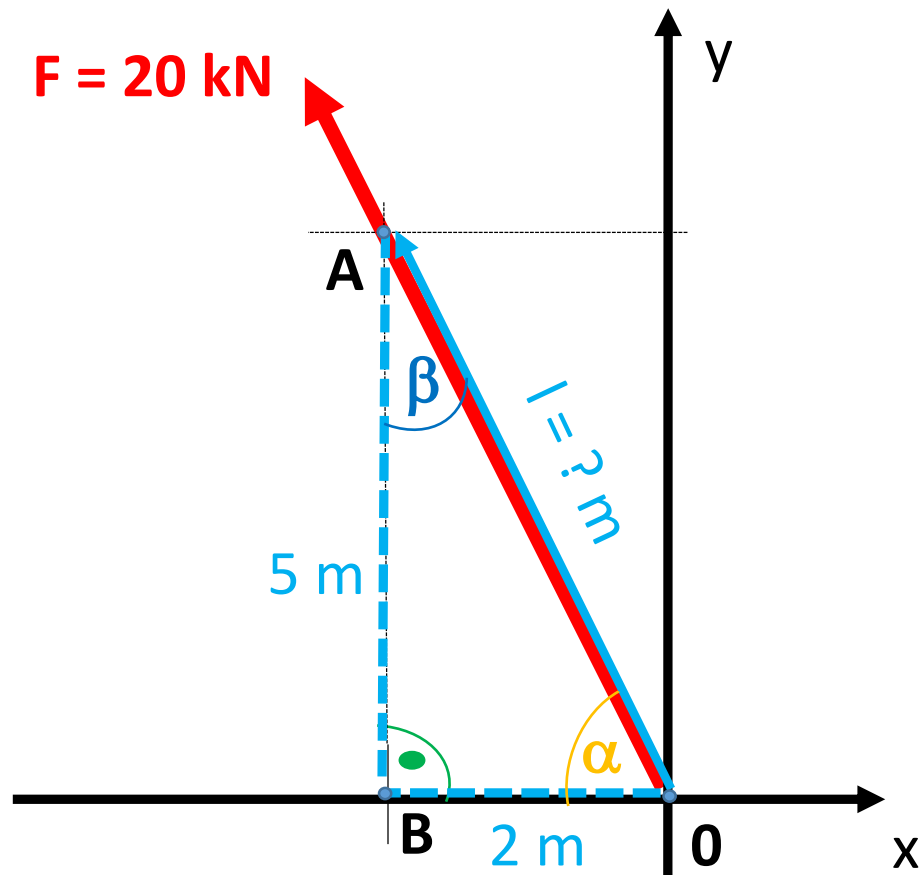
Aplikujeme podobnost trojúhelníků OBA a OCF . Pomocí goniometrické funkce vyřešíme složky F_x a F_y .

Složku F_y promítneme tak, aby byla vidět podobnost trojúhelníků OBA a OCF ze které bude vycházet výpočet složek sil F_x a F_y .



PŘÍKLAD 2.

V pravoúhlém trojúhelníku OBA vyřešíme pomocí Pythagorovy věty délku l a pomocí goniometrických funkcí velikost úhlů α a β .



$$l = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} = 5,39 \text{ m}$$

Zopakovat !!

COS - přilehlá ku přeponě ☺

SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$$l = 5,39 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{29}} \rightarrow \alpha = 68,20^\circ$$

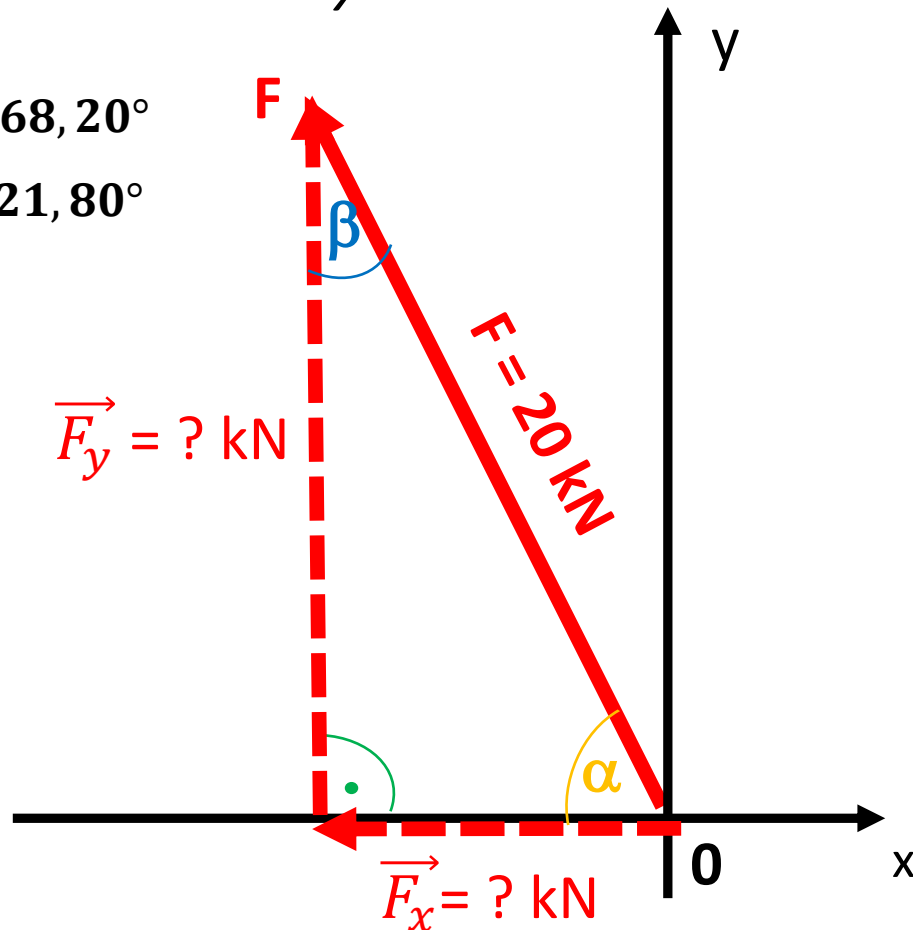
$$\cos \beta = \frac{5}{\sqrt{29}} \rightarrow \beta = 21,80^\circ$$

PŘÍKLAD 2. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$F_x = ? \text{ kN}$ Aplikujeme podobnost trojúhelníků OBA a OCF na vyřešení velikosti složek F_x a F_y .
Známe velikost síly $F = 20 \text{ kN}$ a úhlů α a β , které síla F svírá se svými složkami F_x a F_y .

$$\alpha = 68,20^\circ$$

$$\beta = 21,80^\circ$$



$$\cos \alpha = \frac{-F_x}{F} \rightarrow F_x = -\cos \alpha \cdot F \text{ nebo } F = \frac{-F_x}{\cos \alpha}$$

$$\cos 68,20 = \frac{-F_x}{20} \rightarrow F_x = -\cos 68,20 \cdot 20 \text{ kN}$$

$$F_x = -7,43 \text{ kN}$$

nebo

$$\sin \beta = \frac{-F_x}{F} \rightarrow F_x = -\sin \beta \cdot F \text{ nebo } F = \frac{-F_x}{\sin \beta}$$

$$\sin 21,80 = \frac{-F_x}{20} \rightarrow F_x = -\sin 21,80 \cdot 20 \text{ kN}$$

$$F_x = -7,43 \text{ kN}$$

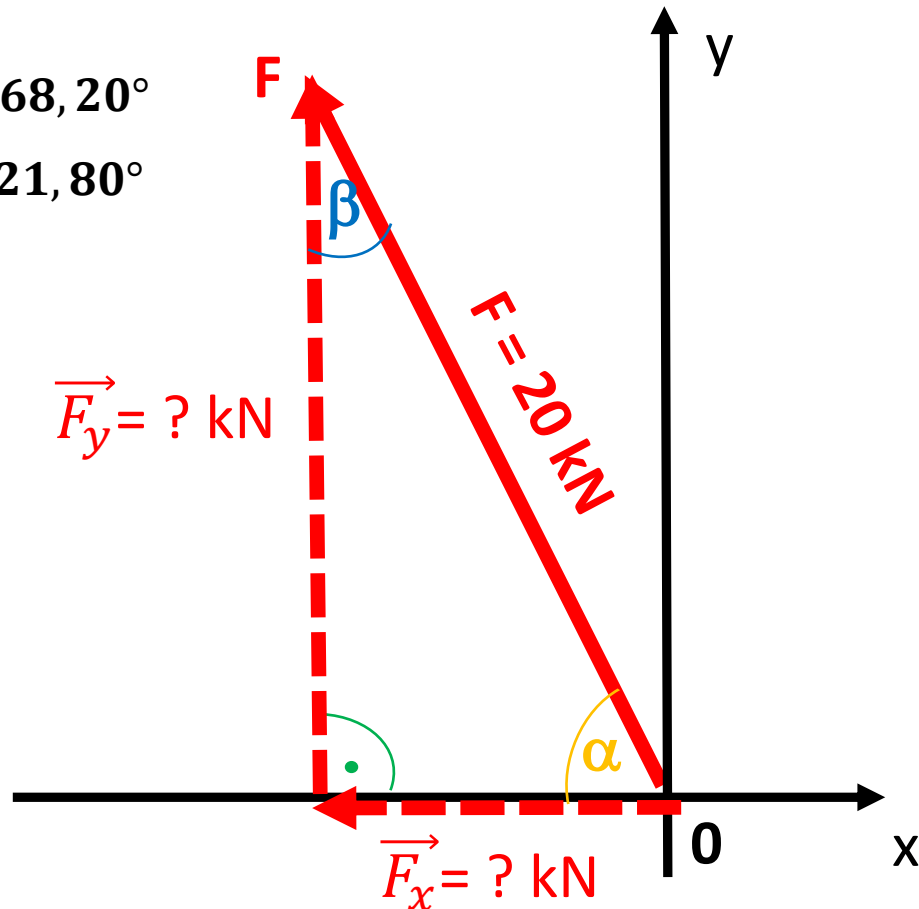
Orientace $\vec{F}_x$ je do
záporné poloosy, tedy
 F_x je záporná.

PŘÍKLAD 2. Zopakovat !! COS - přilehlá ku přeponě ☺, SIN - protilehlá ku přeponě ☺

F_y = ? kN Aplikujeme podobnost trojúhelníků OBA a OCF na vyřešení velikosti složek F_x a F_y.
Známe velikost síly F = 20 kN a úhlů α a β, které síla F svírá se svými složkami F_x a F_y.

$$\alpha = 68,20^\circ$$

$$\beta = 21,80^\circ$$



$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \sin \alpha \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_y}{\sin \alpha}$$

$$\sin 68,20 = \frac{F_y}{20} \rightarrow F_y = \sin 68,20 \cdot 20 \text{ kN}$$

$$F_y = 18,57 \text{ kN}$$

nebo

$$\cos \beta = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = \cos \beta \cdot F \text{ nebo } F = \frac{F_y}{\cos \beta}$$

$$\cos 21,80 = \frac{F_y}{20} \rightarrow F_y = \cos 21,80 \cdot 20 \text{ kN}$$

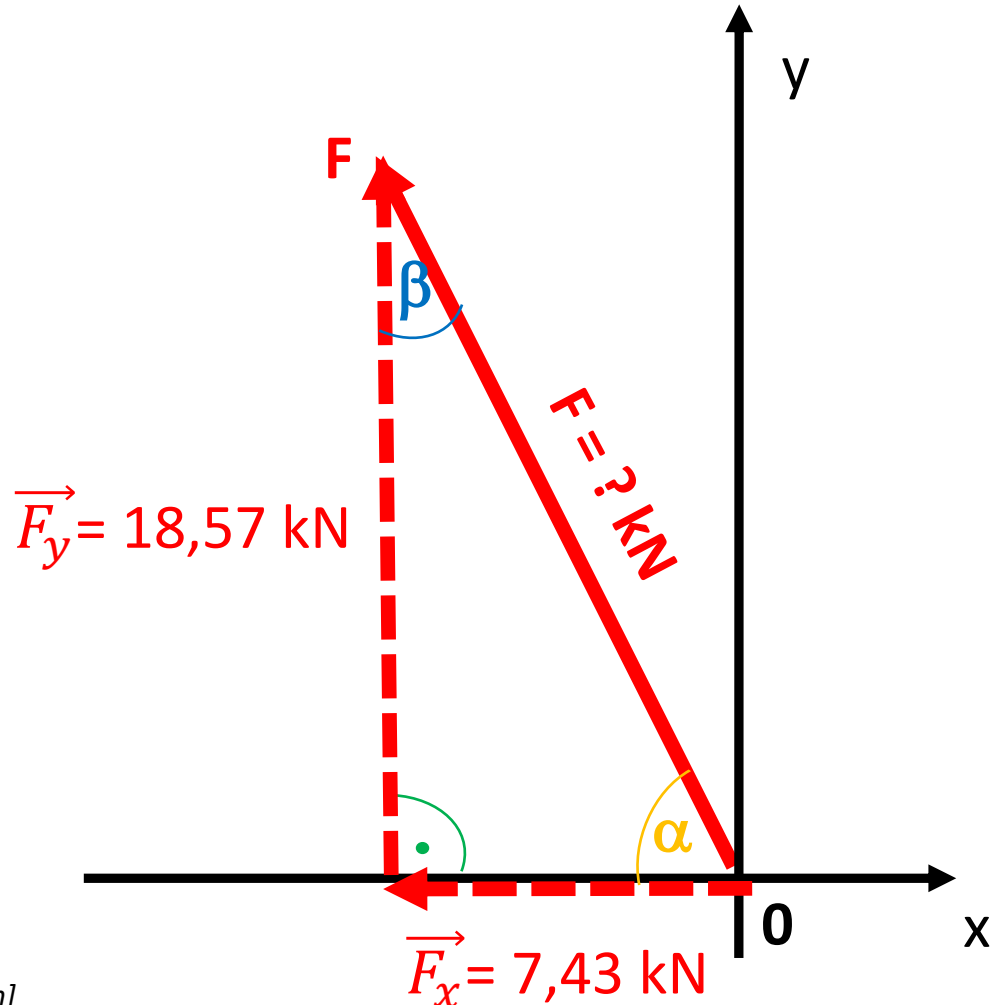
$$F_y = 18,57 \text{ kN}$$

Orientace $\vec{F}_y$ je do
kladné poloosy, tedy
F_y je kladná.

PŘÍKLAD 2.

Kontrola řešeného příkladu. Aplikujeme Pythagorovu větu $F^2 = F_x^2 + F_y^2$.

Ověříme, zda odpovídá velikost síly $F = 20 \text{ kN}$.



$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_x = -7,43 \text{ kN}$$

$$F_y = 18,57 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{(-7,43)^2 + 18,57^2} = 20 \text{ kN} \rightarrow \text{OK}$$

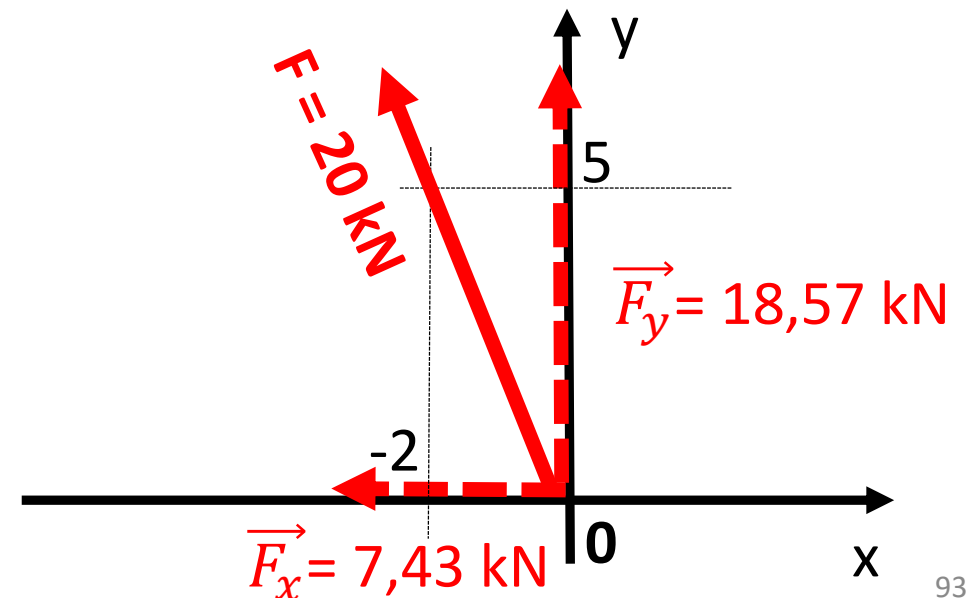
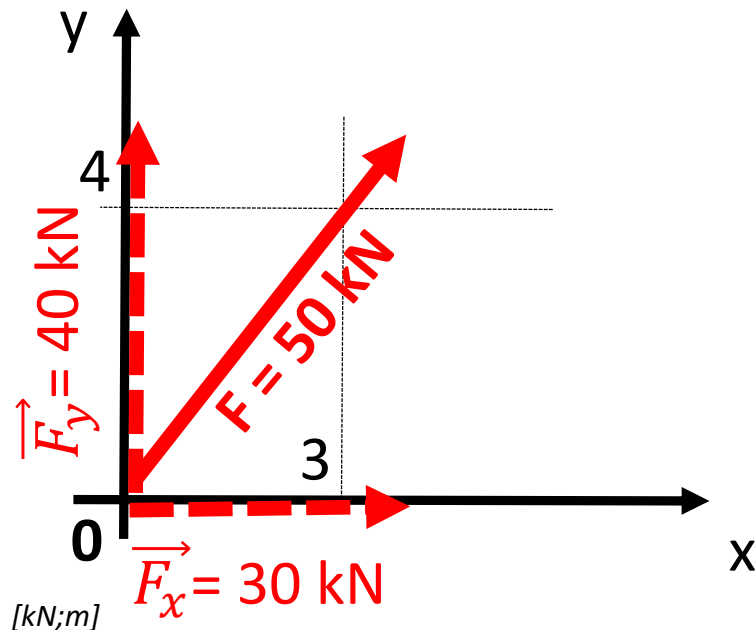
ROZVAHA – pojmy **SMĚR**, **ORIENTACE**, **VELIKOST** při sledování složky F_x

!!! U příkladů 1. a 2. je zřejmý souřadný systém x, y . Posloužil nám jako vodítko pro určení bodů, kterými síla F prochází. Při výpočtu udává kladné a záporné směry.

Připomeňme si zadání a výsledek:

Máme sílu $F = 50$ kN určenou počátkem souřadného systému a bodem $[3;4]$.

Máme sílu $F = 20$ kN určenou počátkem souřadného systému a bodem $[-2;5]$.

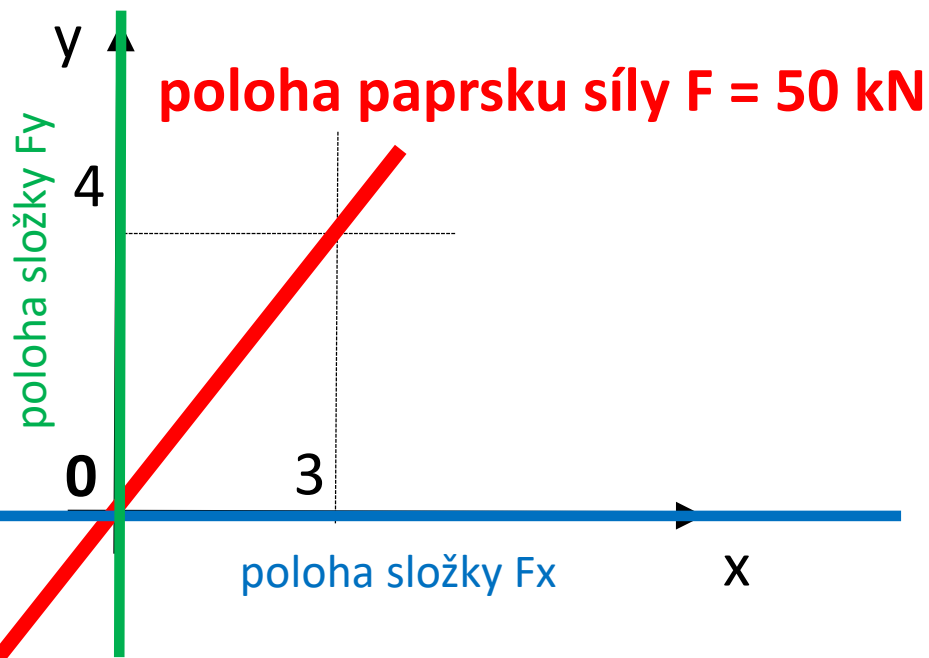


ROZVAHA – SMĚR

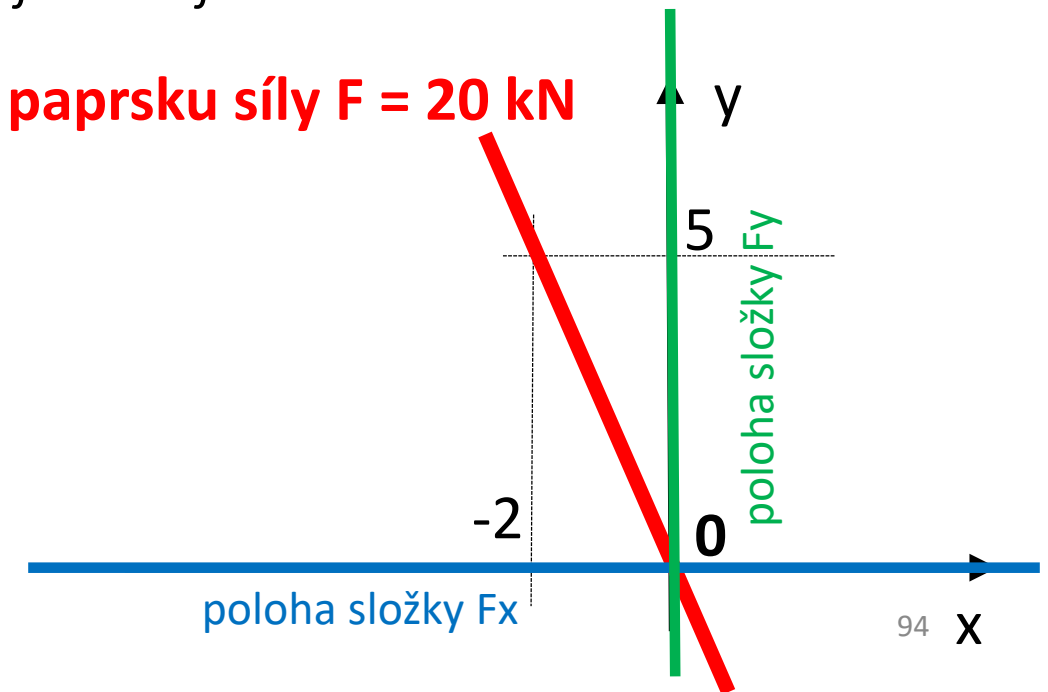
!!! Pojem **SMĚR** síly F . Pro naši potřebu nám v tuto chvíli postačí zjednodušené vysvětlení:
Směr působení síly F – poloha paprsku síly F v souřadném systému.

Paprsek síly $F = 50$ kN prochází v zadaném souřadném systému počátkem a bodem $[3;4]$.
Tím je určen jeho **směr**.

Paprsek síly $F = 20$ kN prochází v zadaném souřadném systému počátkem a bodem $[-2;5]$.
Tím je určen jeho **směr**.



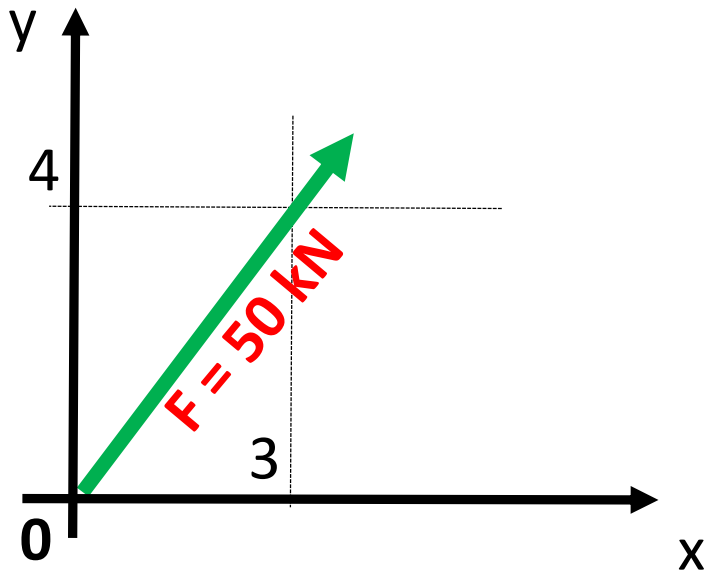
poloha paprsku síly $F = 20$ kN



ROZVAHA – ORIENTACE

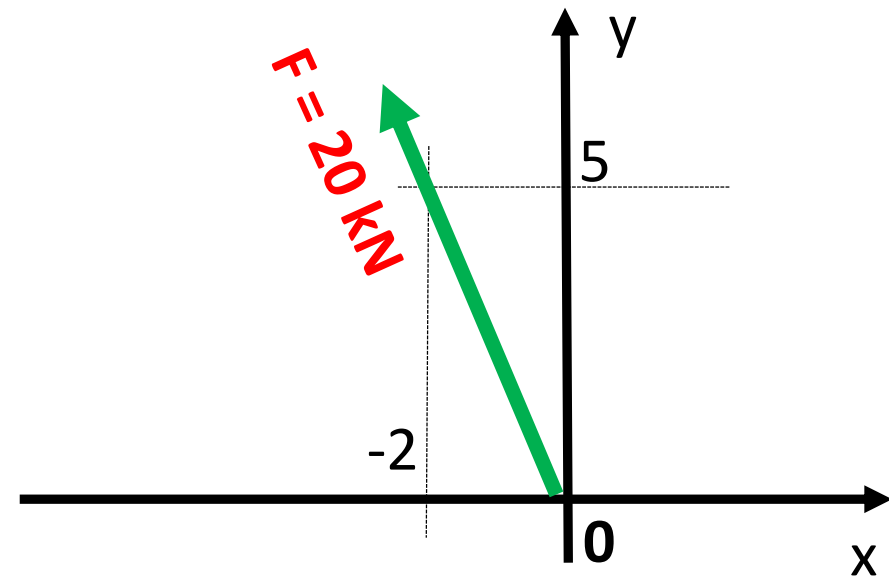
!!! Pojem **ORIENTACE** síly. Síly mají určený bod **počátku** působení – **PŮSOBIŠTĚ**.

Síla $F = 50$ kN působí v zadaném souřadném systému
z počátku **do** bodu $[3;4]$.
Tím je určena její **orientace**.



[kN;m]

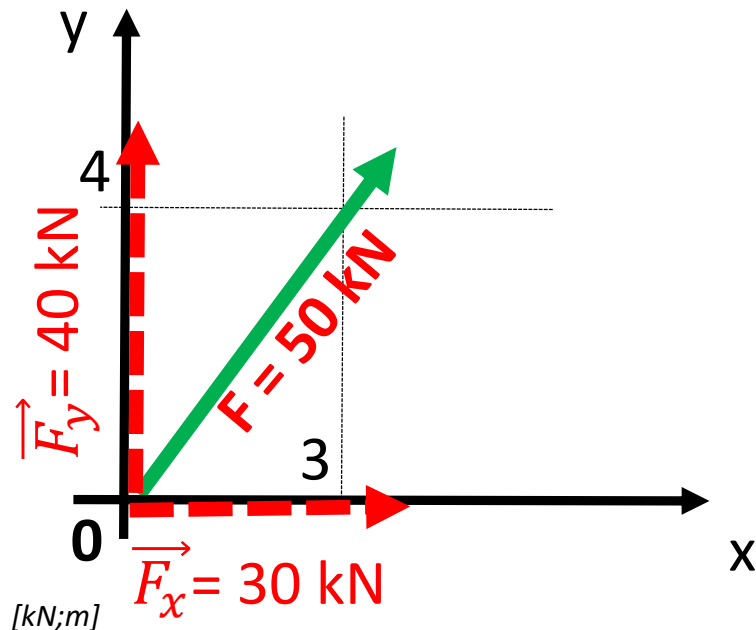
Síla $F = 20$ kN působí v zadaném souřadném systému
z počátku **do** bodu $[-2;5]$.
Tím je určena její **orientace**.



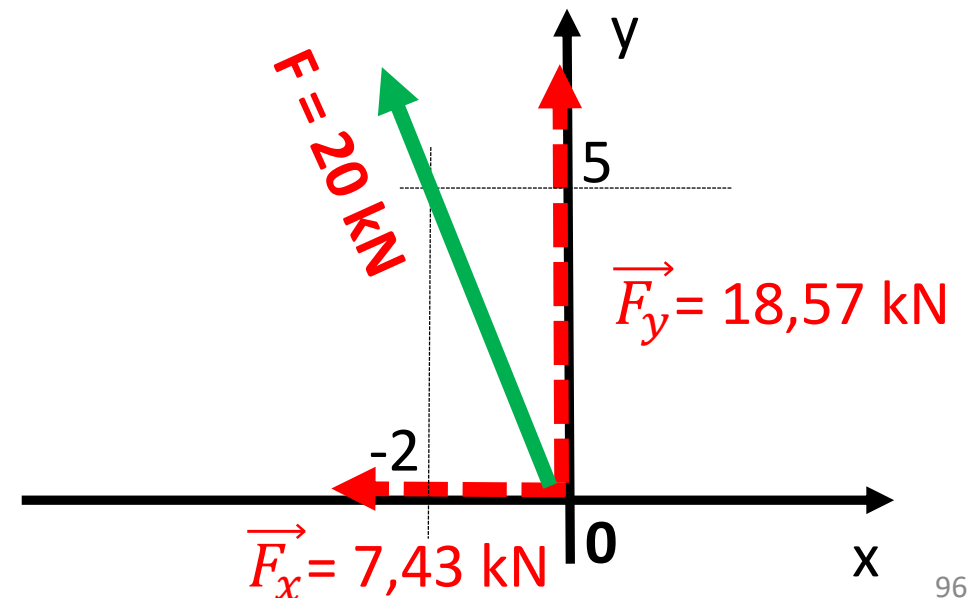
ROZVAHA – ORIENTACE: sledujme složku F_x

!!! Pojem **ORIENTACE** síly. Je-li určena **orientace** síly F , mají i složky F_x a F_y **orientaci** určenu. Orientace složek sil – určuje v souřadném systému působení do kladné či záporné poloosy.

Složka F_x působí velikostí 30 kN vodorovně zleva do prava, ve zvoleném souřadném systému **KLADNĚ**.



Složka F_x působí velikostí 7,43 kN vodorovně zprava doleva, ve zvoleném souřadném systému **ZÁPORNĚ**.



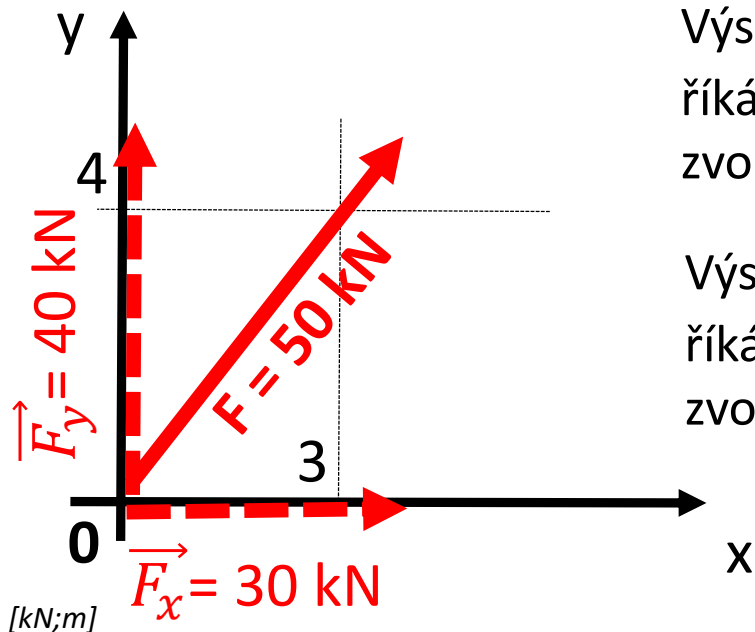
ROZVAHA – VELIKOST: sledujme složku F_x

!!! Pojem **VELIKOST** síly. **Velikost** je hodnota, kterou síla působí.
Pozor na výsledky výpočtů. Vyšla záporná hodnota u složky síly?

SLOŽKA F_x vychází výpočtem KLADNÁ : $F_x = 30 \text{ kN}$

SLOŽKA F_x JE ORIENTO VANÁ DO KLADNÉ POLOOSY

! **VELIKOST** $\vec{F}_x$ je KLADNÁ hodnota !



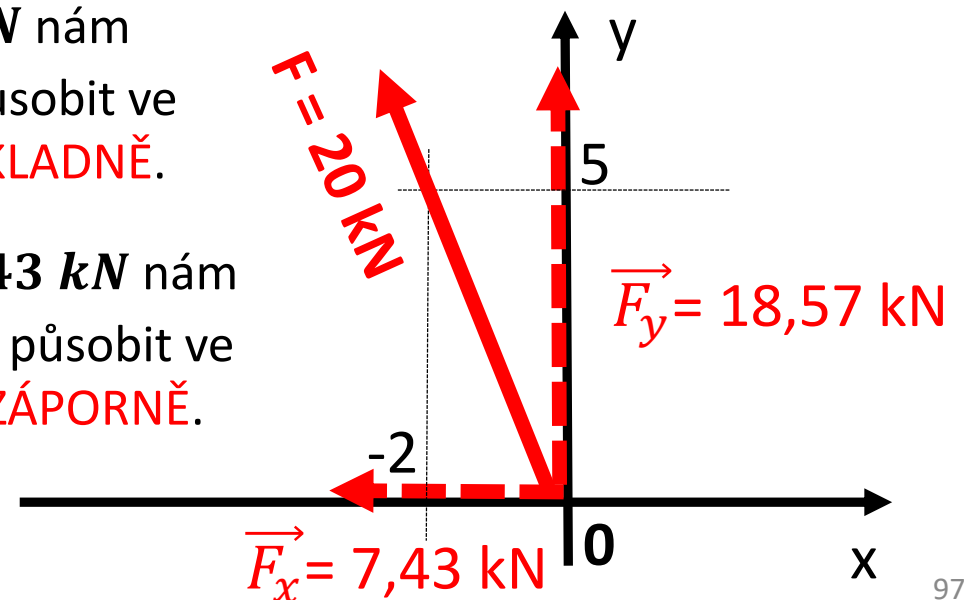
Výsledky z výpočtu: $F_x = 30 \text{ kN}$ nám
říká - velikost $\vec{F}_x = 30 \text{ kN}$ bude působit ve
zvoleném souřadném systému KLADNĚ.

Výsledky z výpočtu: $F_x = -7,43 \text{ kN}$ nám
říká - velikost $\vec{F}_x = 7,43 \text{ kN}$ bude působit ve
zvoleném souřadném systému ZÁPORNĚ.

SLOŽKA F_x vychází výpočtem ZÁPORNÁ : $F_x = -7,43 \text{ kN}$

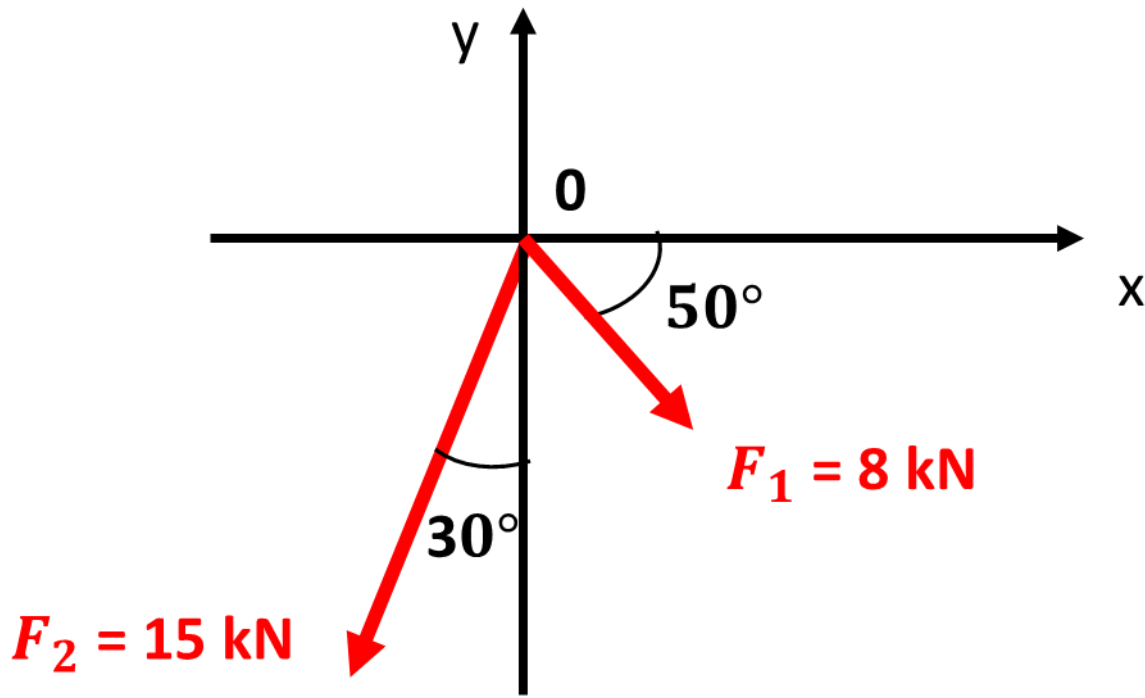
SLOŽKA F_x JE ORIENTO VANÁ DO ZÁPORNÉ POLOOSY

! **VELIKOST** $\vec{F}_x$ je KLADNÁ hodnota !



PŘÍKLAD 3.

Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku.



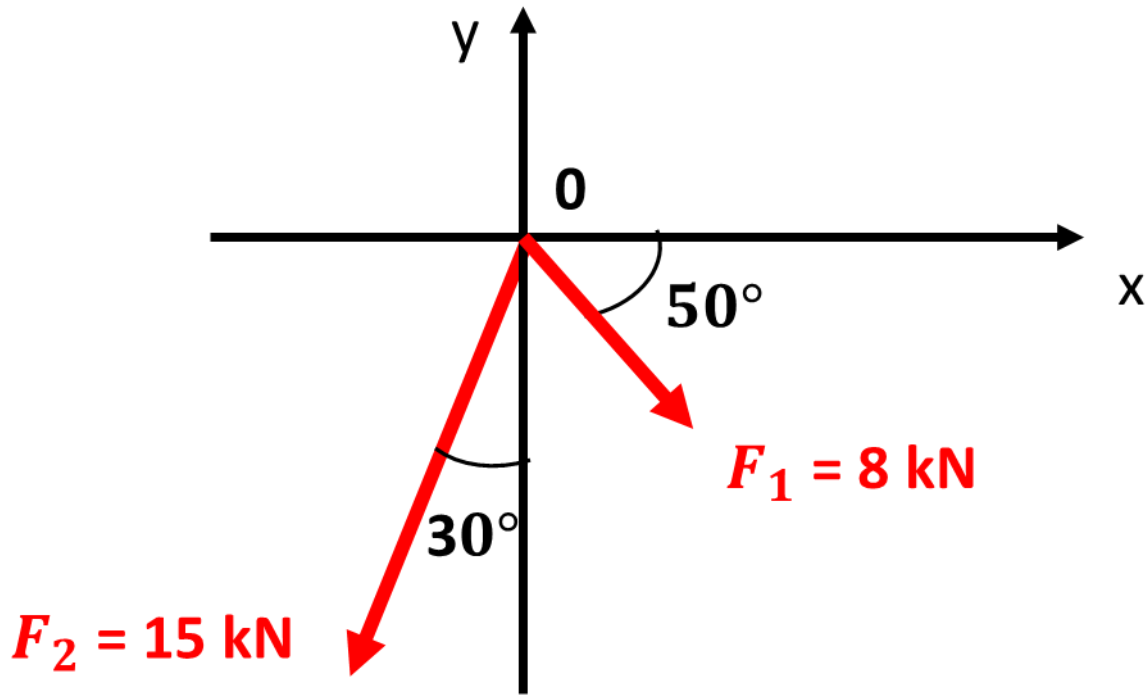
Řešení výslednice F_r je jednou ze základních úloh v mechanice.

Výslednice F_r bude mít stejný účinek jako síly F_1 a F_2 .

Síly F_1 a F_2 mají počátek ve společném působišti, tedy i výslednice F_r bude mít počátek v tomto bodě.

PŘÍKLAD 3.

Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku.

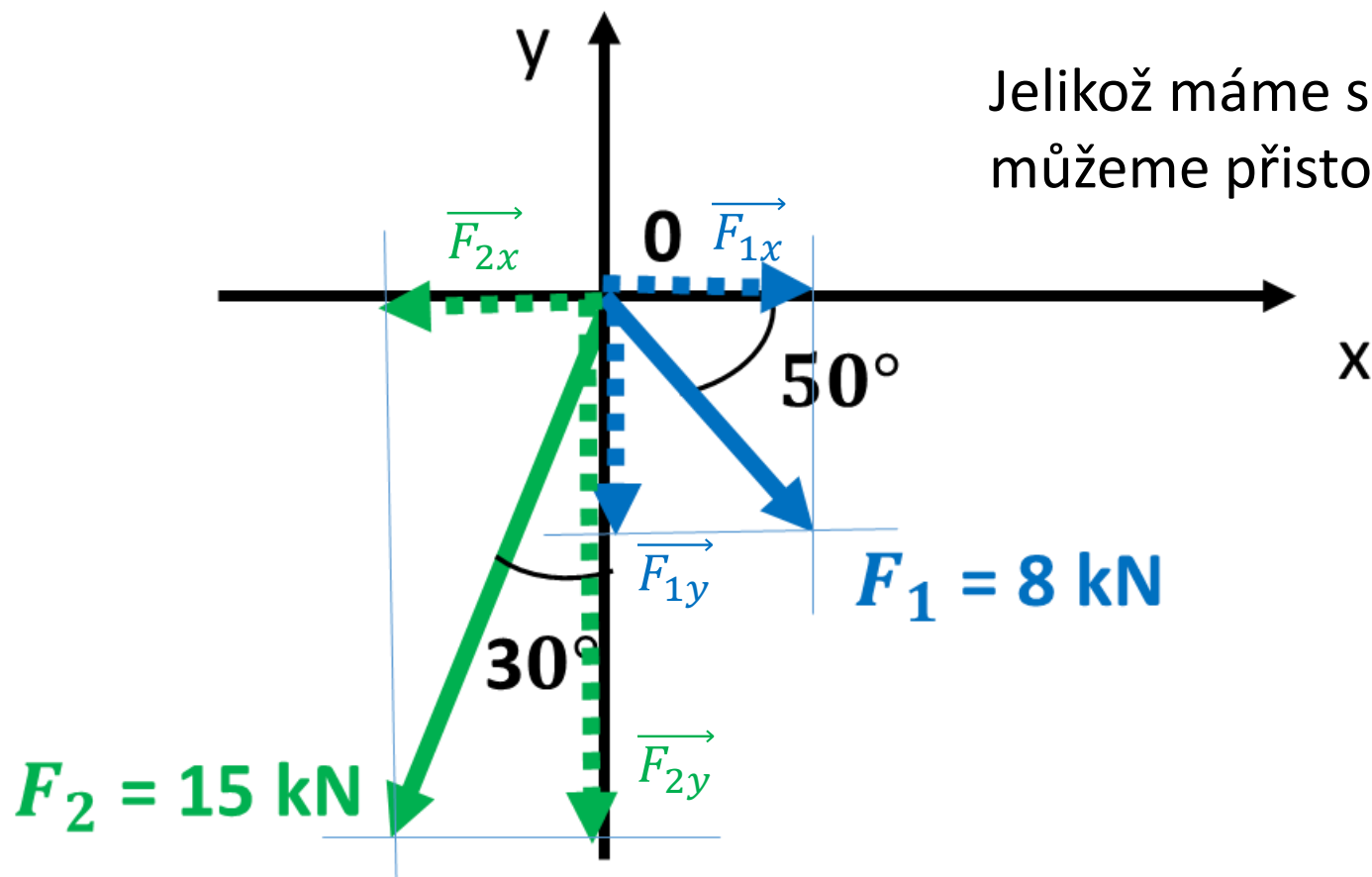


Pro výpočet výslednice F_r využijeme princip výpočtu z příkladů 1. a 2.

Budeme sledovat **ORIENTACI** složek sil F_1 a F_2 a následnou práci se znaménky při výpočtu.

PŘÍKLAD 3.

Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku.



Jelikož máme síly F_1 a F_2 zadané pomocí úhlu, můžeme přistoupit k řešení složek výslednice F_{rx} a F_{ry} .

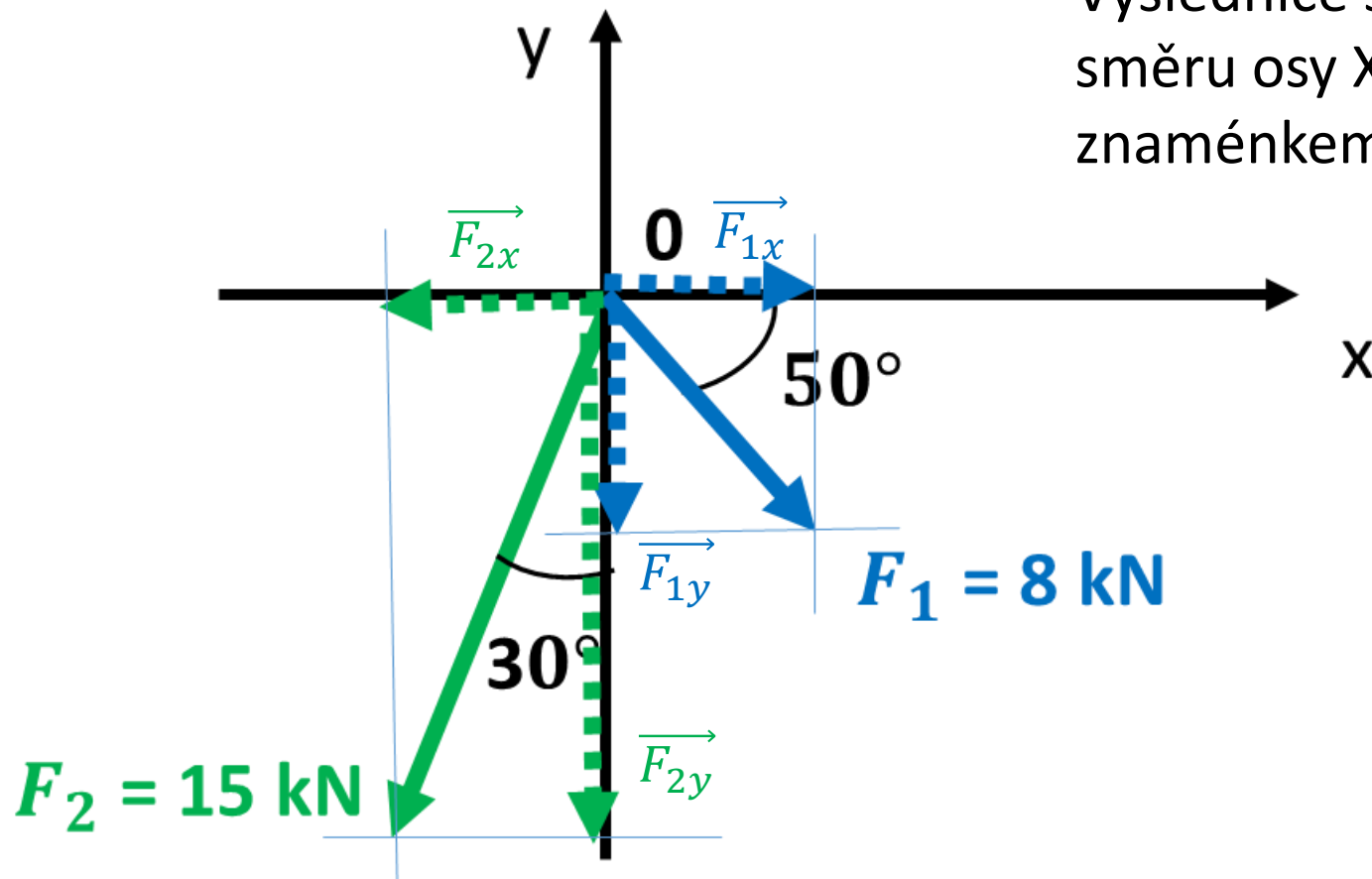
Rozložíme síly do složek:

$$\begin{aligned} F_1 : & \quad \overrightarrow{F_{1x}} \quad \overrightarrow{F_{1y}} \\ F_2 : & \quad \overrightarrow{F_{2x}} \quad \overrightarrow{F_{2y}} \end{aligned}$$

PŘÍKLAD 3.

Vyřešíme složky výslednice F_{rx} a F_{ry} .

Výslednice složky F_{rx} je součet všech složek ve směru osy X s jejich příslušnou orientací (tedy znaménkem dle souřadného systému).



$$F_{rx} = \sum \overrightarrow{F_{1x}} + \overrightarrow{F_{2x}}$$

$$F_{rx} = F_{1x} - F_{2x}$$

$$F_{rx} = \cos 50 \cdot F_1 - \sin 30 \cdot F_2$$

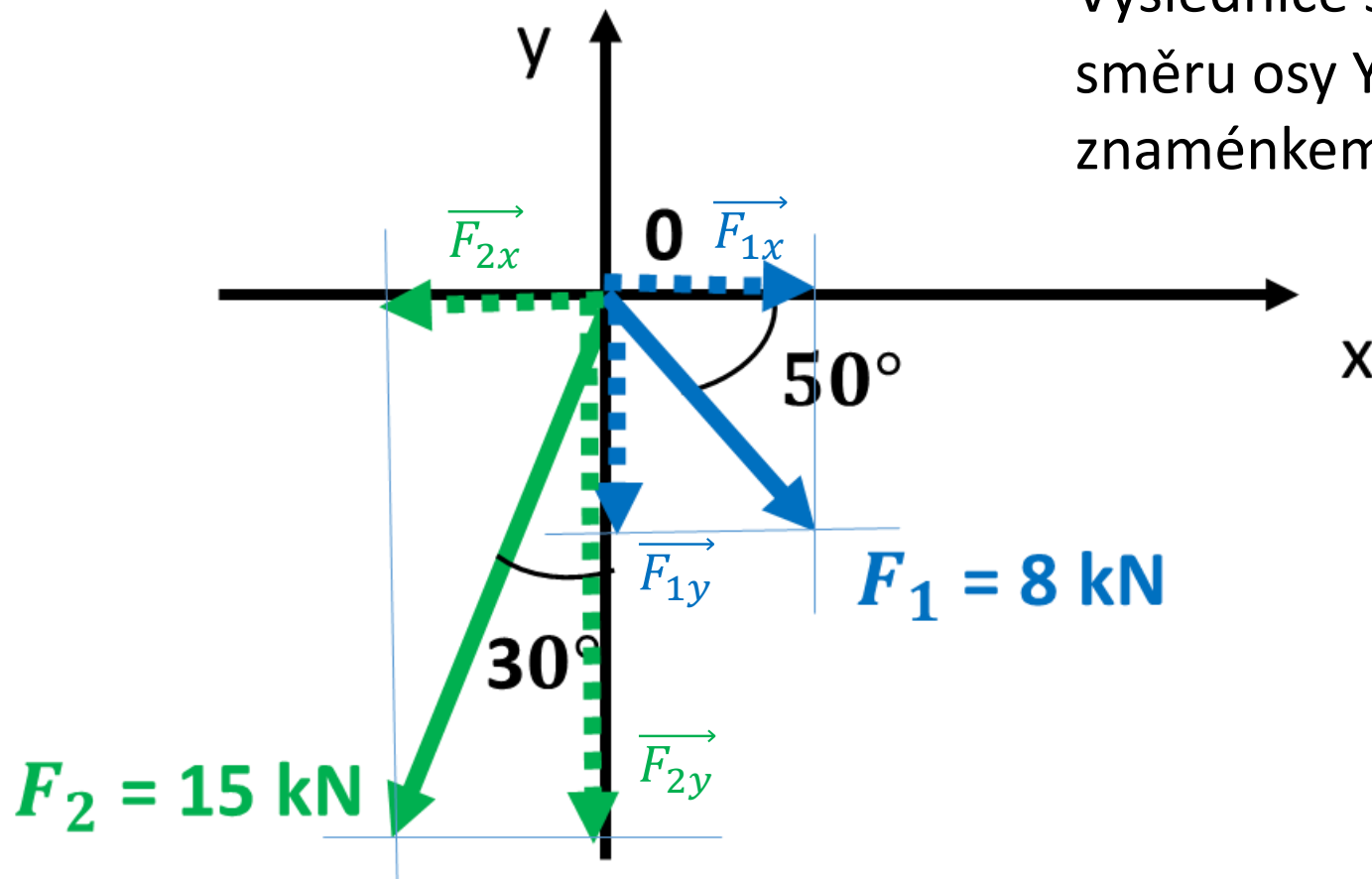
$$F_{rx} = \cos 50 \cdot 8 - \sin 30 \cdot 15 \text{ kN}$$

$$F_{rx} = -2,36 \text{ kN}$$

PŘÍKLAD 3.

Vyřešíme složky výslednice F_{rx} a F_{ry} .

Výslednice složky F_{ry} je součet všech složek ve směru osy Y s jejich příslušnou orientací (tedy znaménkem dle souřadného systému).



$$F_{ry} = \sum \overrightarrow{F_{1y}} + \overrightarrow{F_{2y}}$$

$$F_{ry} = -F_{1y} - F_{2y}$$

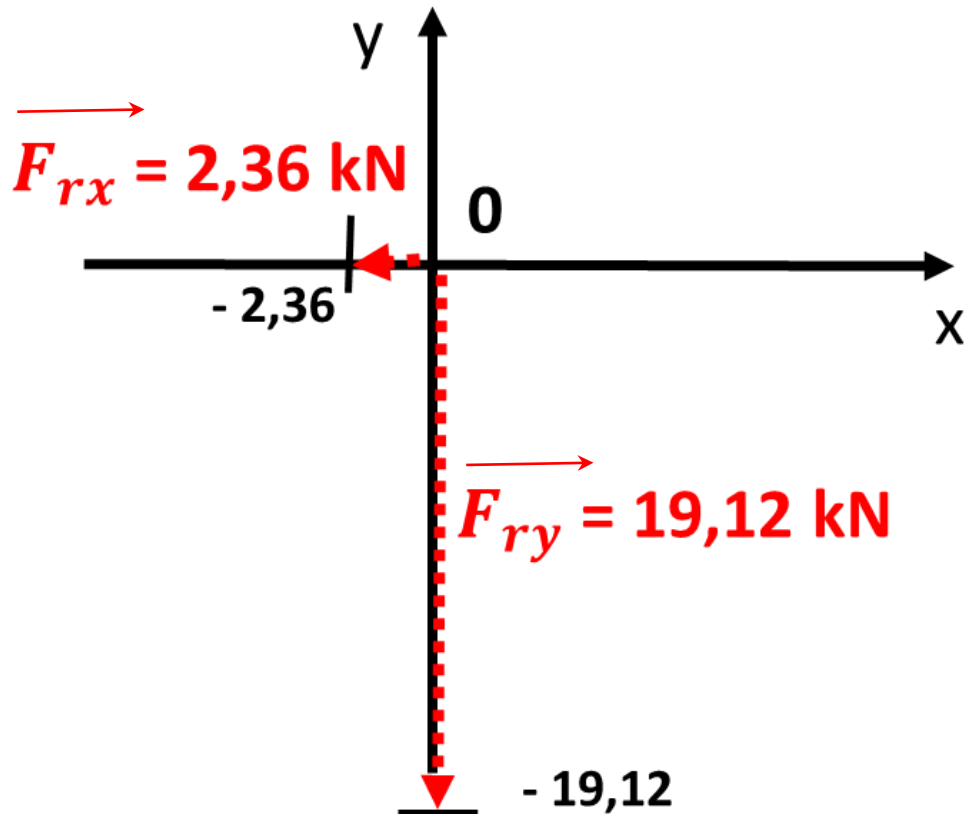
$$F_{ry} = -\sin 50 \cdot F_1 - \cos 30 \cdot F_2$$

$$F_{ry} = -\sin 50 \cdot 8 - \cos 30 \cdot 15 \text{ kN}$$

$$F_{ry} = -19,12 \text{ kN}$$

PŘÍKLAD 3.

Složky výslednice F_{rx} a F_{ry} vykreslíme do příslušné poloosy souřadného systému podle jejich výsledného znaménka. Vyřešíme velikost výslednice F_r pomocí Pythagorovy věty.



$$F_r^2 = F_{rx}^2 + F_{ry}^2$$

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}$$

$$F_{rx} = -2,36 \text{ kN}$$

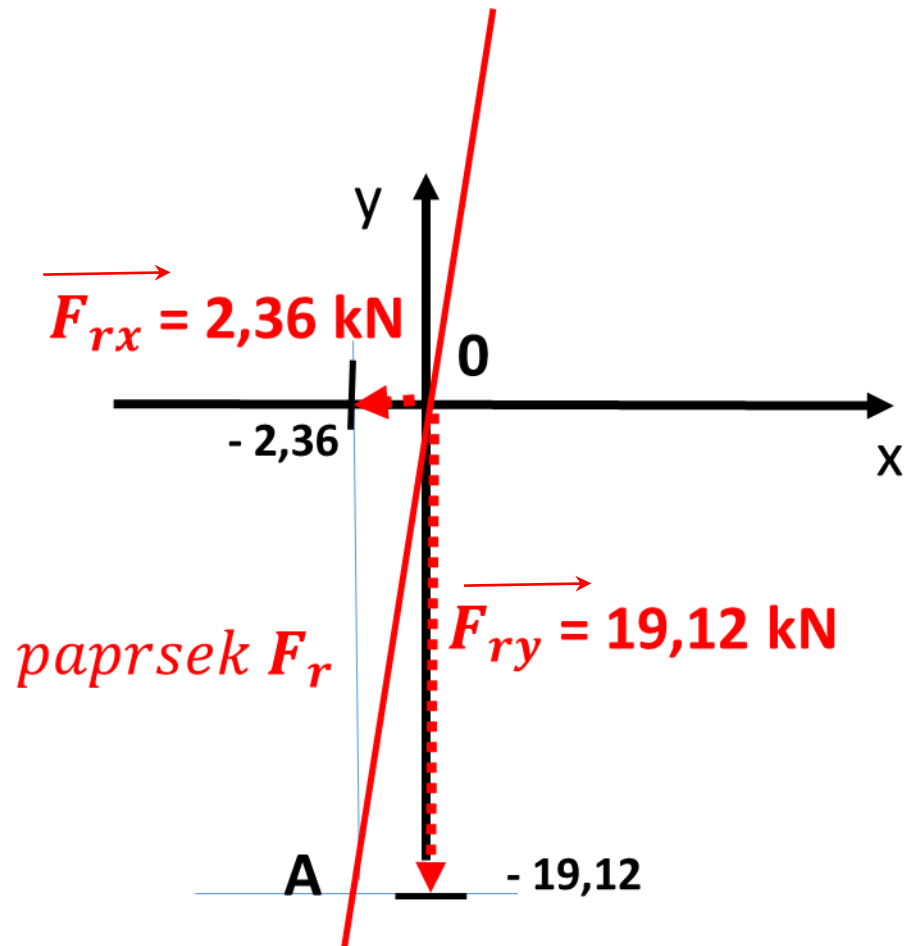
$$F_{ry} = -19,12 \text{ kN}$$

$$F_r = \sqrt{(-2,36)^2 + (-19,12)^2} \text{ kN}$$

$$F_r = 19,26 \text{ kN}$$

PŘÍKLAD 3.

Vykreslení výslednice F_r .



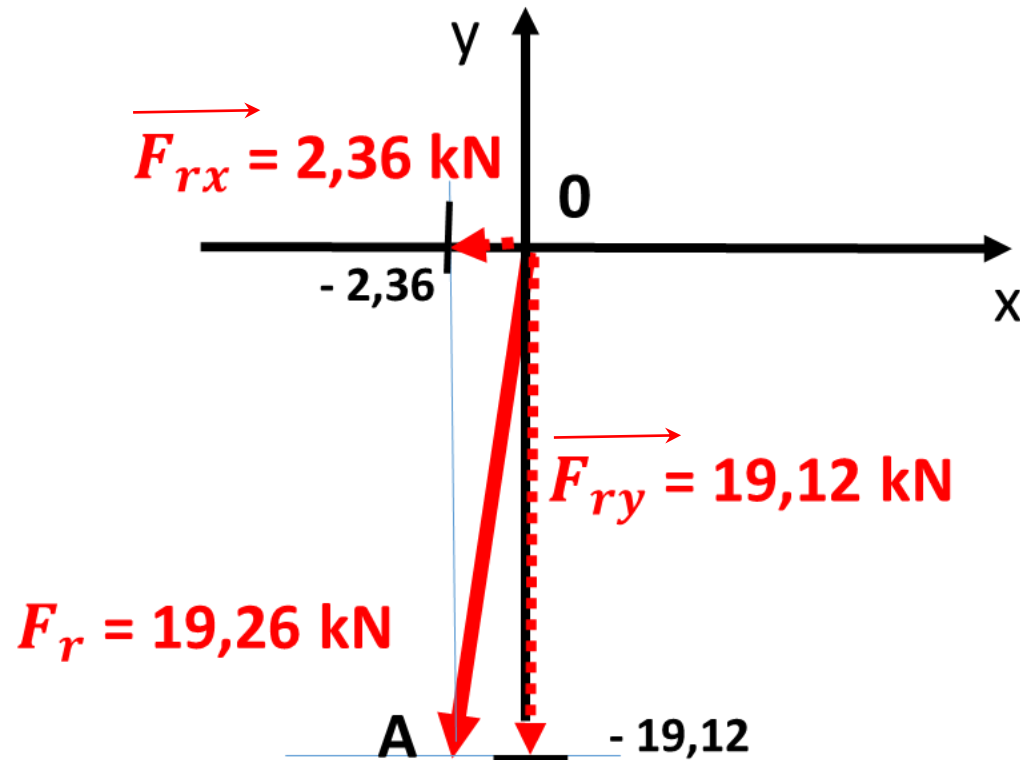
Výslednice F_r - zakresleme nejprve její paprsek

Co víme:

- **působíště** má v bodě 0
- **směr** paprsku – musí procházet body 0 a A – neboli průsečíkem složek F_{rx} a F_{ry} .

PŘÍKLAD 3.

Vykreslení výslednice F_r .



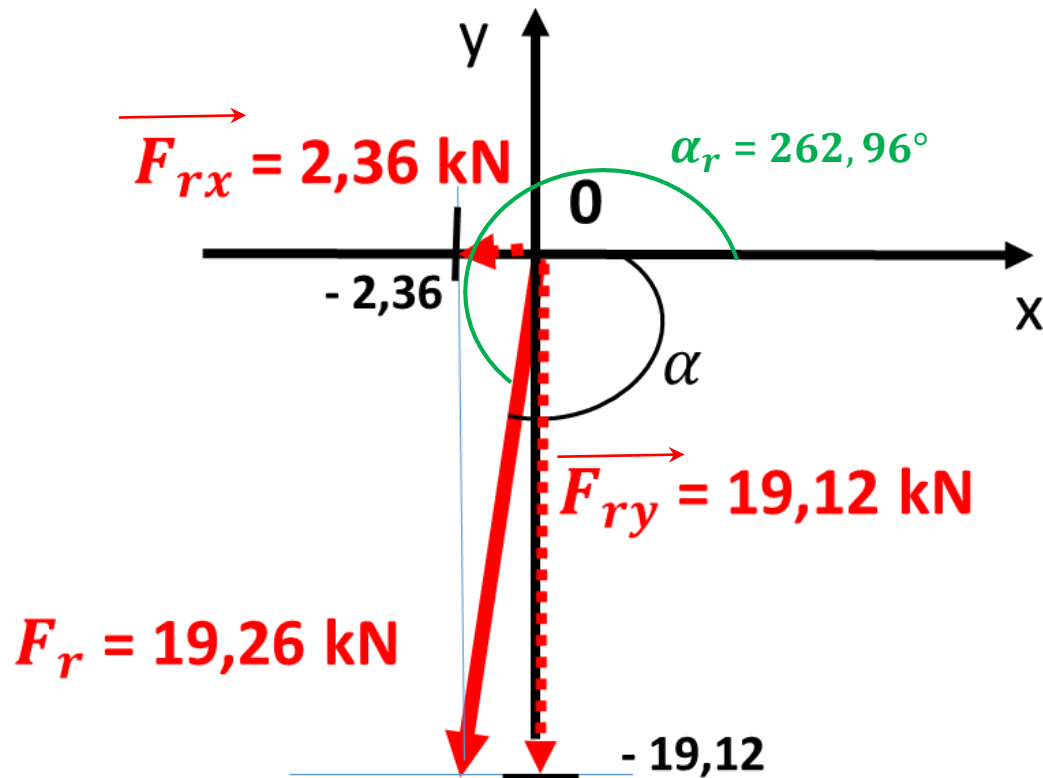
Výslednice F_r - určení **ORIENTACE**

- orientace je patrná z průsečíku A složek F_{rx} a F_{ry}

Orientaci F_r můžeme ověřit i stanovením úhlu α_r , který svírá výslednice s osou X.

PŘÍKLAD 3.

Stanovení úhlu α_r : směrový úhel, který výslednice svírá s kladnou osou x od prvního kvadrantu až k síle F_r .



Stanovení úhlu α_r

- vycházíme z goniometrické funkce
- zopakovat **COS** a **SIN** – POZOR NA TO, KTERÝ ÚHEL Z VÝPOČTU VYCHÁZÍ: správně určit ÚHEL směrový

$$\cos \alpha = \frac{F_{rx}}{F_r}$$

$$\cos \alpha = \frac{-2,36}{19,26}$$

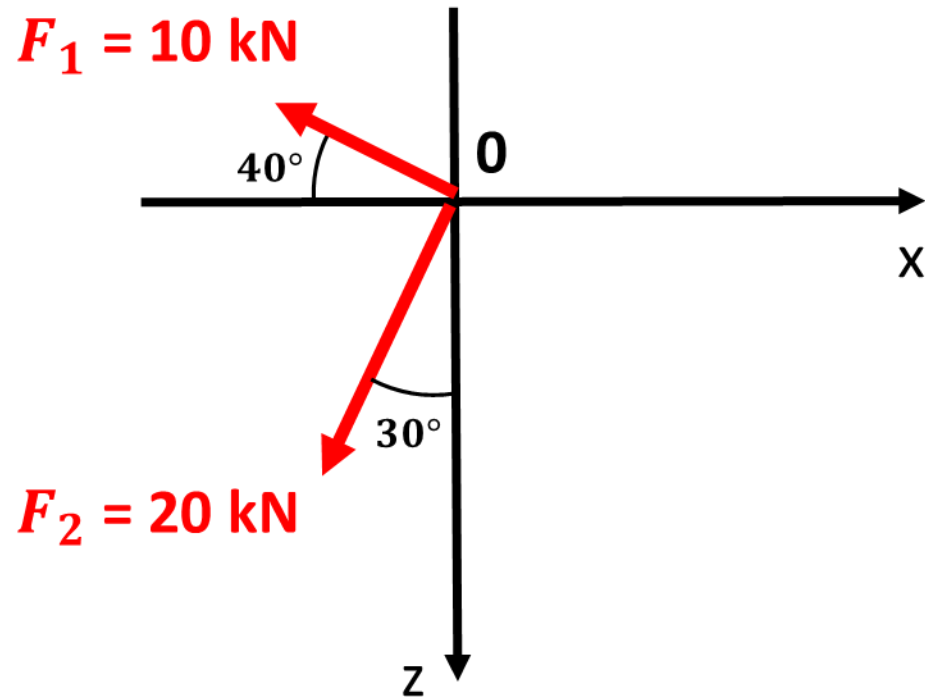
$$\alpha = 97,04^\circ$$

$$\alpha_r = 262,96^\circ$$

Výslednice F_r je orientována do kvadrantu kterému přísluší úhel α_r .

PŘÍKLAD 4.

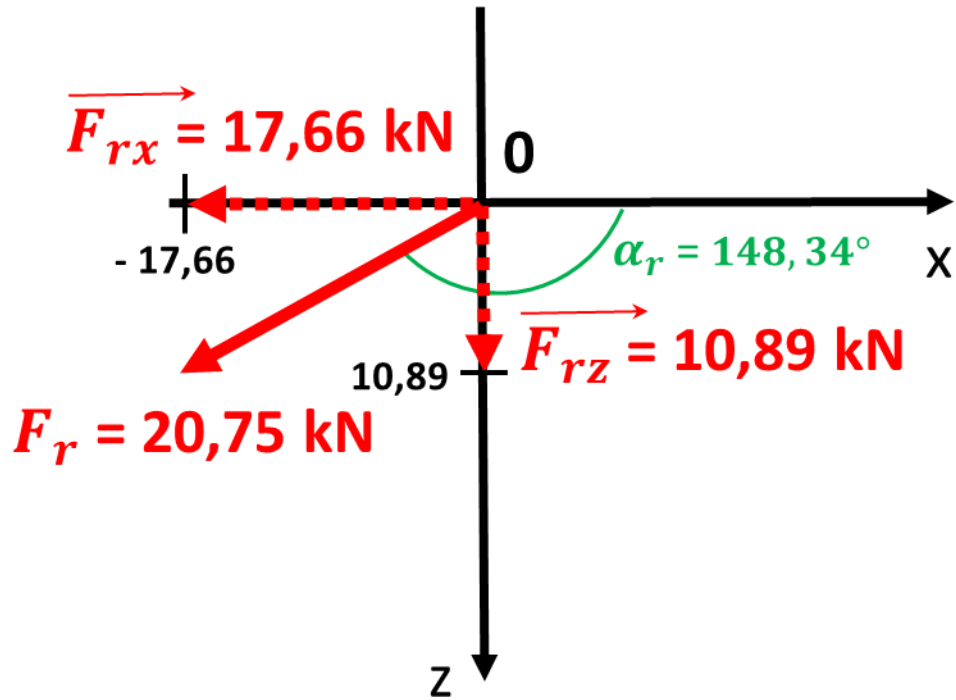
Stanovte výslednici F_r dvou sil F_1 a F_2 zadaných dle obrázku. Sledujme souřadný systém!



Počítejme společně 😊

PŘÍKLAD 4.

Řešení ☺



$$F_{rx} = -17,66 \text{ kN}$$

$$F_{rz} = 10,89 \text{ kN}$$

$$F_r = 20,75 \text{ kN}$$

$$\alpha_r = 148,34^\circ$$

APLIKACE ŘEŠENÍ NA STAVEBNÍ KONSTRUKCI - Příhradová konstrukce

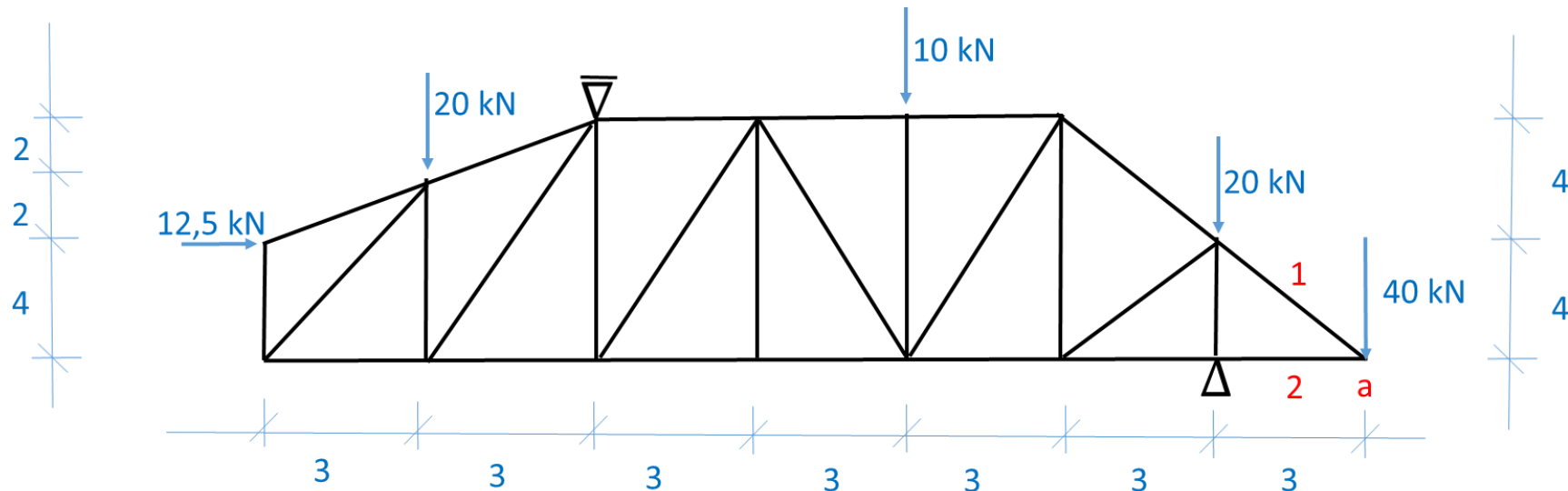
Příhradová konstrukce je **prutová soustava**, která je široce využívaným typem nosné konstrukce. Namísto masivních a těžkých stěn, desek či bloků jsou využity štíhlé a lehké podélné nosné prvky - přímé pruty, nosníky a lana. V příhradách jsou pruty navzájem pospojovány v bodech. Těmto bodům říkáme styčníky.



APLIKACE ŘEŠENÍ NA STAVEBNÍ KONSTRUKCI - Příhradová konstrukce

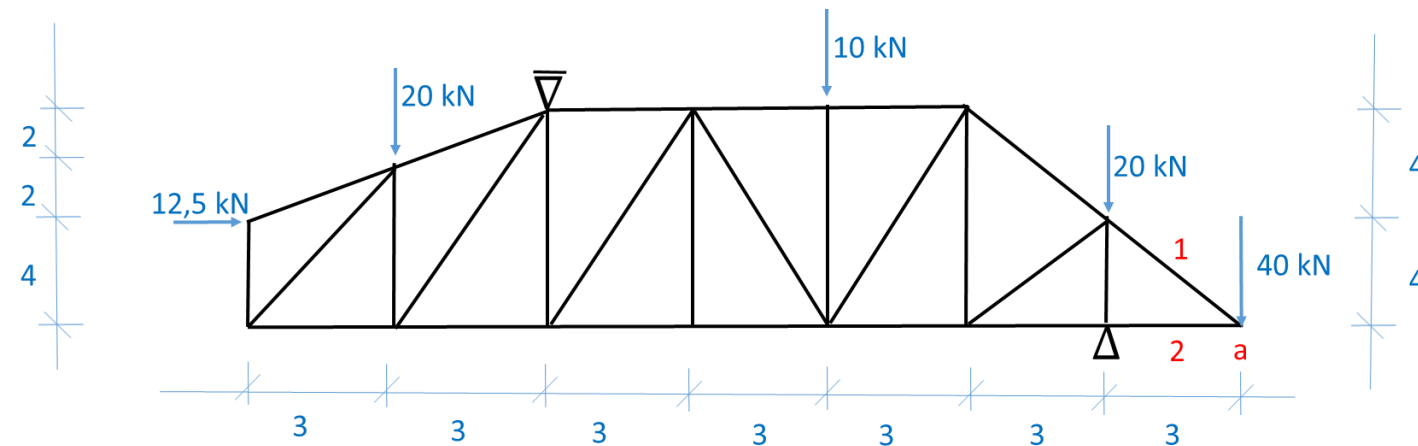
Příhradová konstrukce – základní předpoklady:

- všechny pruty leží v jedné rovině, zatížení působí ve stejné rovině
- zatížení je STYČNÍKOVÉ – pouze do kloubů
- vznikají pouze osově síly (konstantní po délce prutu) = prut je namáhán pouze **TAHEM** nebo **TLAKEM**



PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.



Co se teprve naučíte 😊
 POSTUP VÝPOČTU

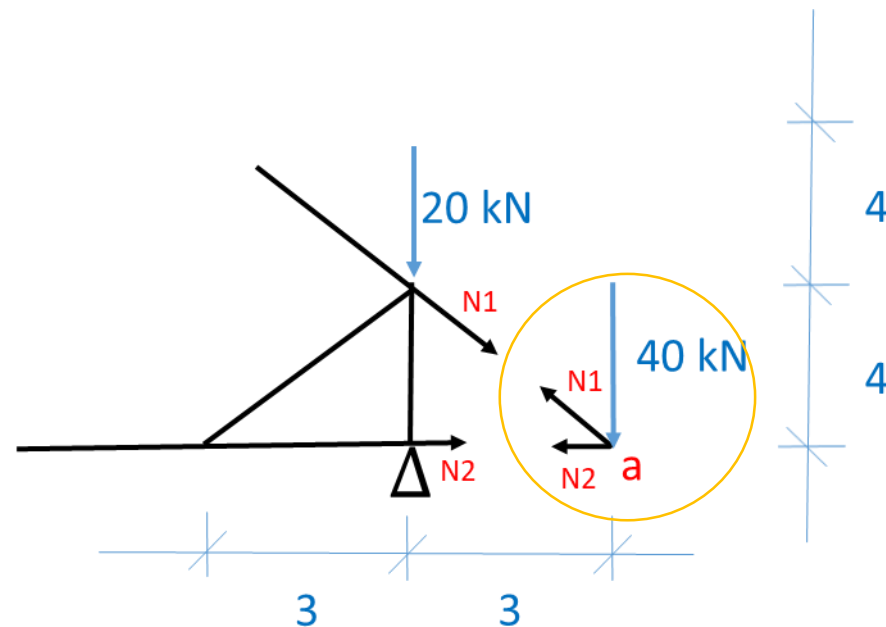
1. Je konstrukce staticky určitá?
2. Zavedení reakcí za vazby
3. Zavedení neznámých osových sil
4. Sestavení rovnic
5. Výpočet
6. Vykreslení řešení
7. Určení TAHU x TLAKU u osových prutů

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Zakreslíme styčník **a**

Zavedeme neznámé osově síly

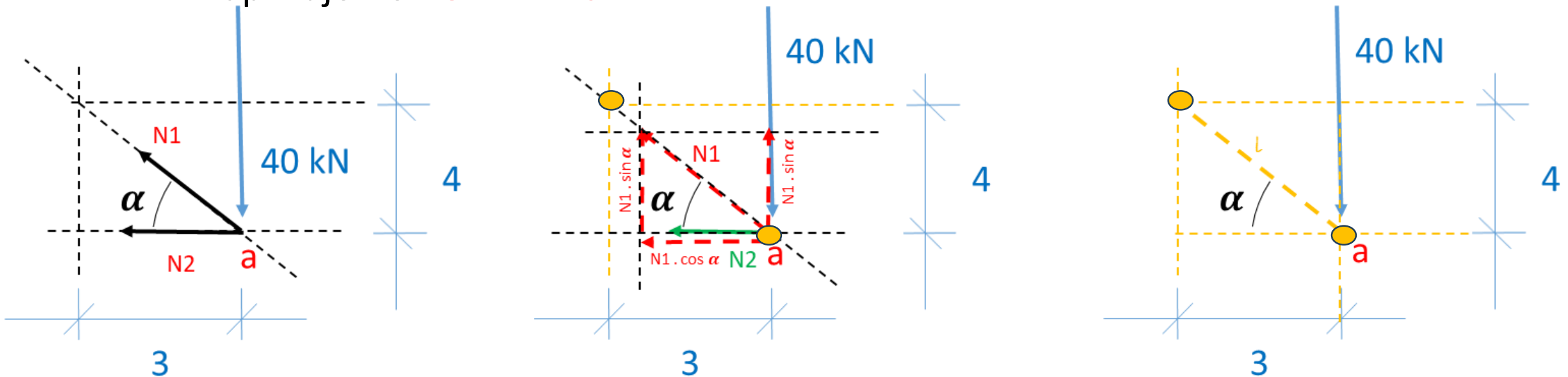


PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Určíme geometrickou závislost sil ve styčnicku **a** -
aplikujeme **ROZKLAD SIL**

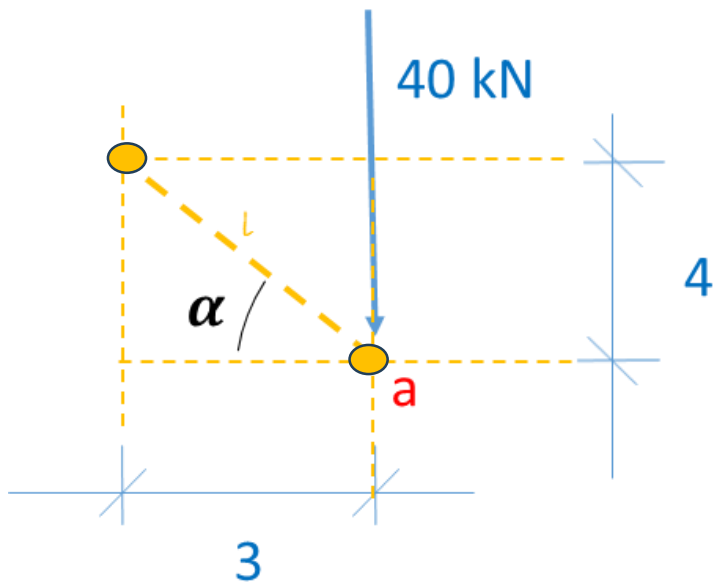
Vyřešíme úhel α



PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Vyřešíme úhel α



$$l = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Zopakovat !!

COS - přilehlá ku přeponě ☺

SIN - protilehlá ku přeponě ☺

$$l = 5 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \alpha = 53,13^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha = 53,13^\circ$$

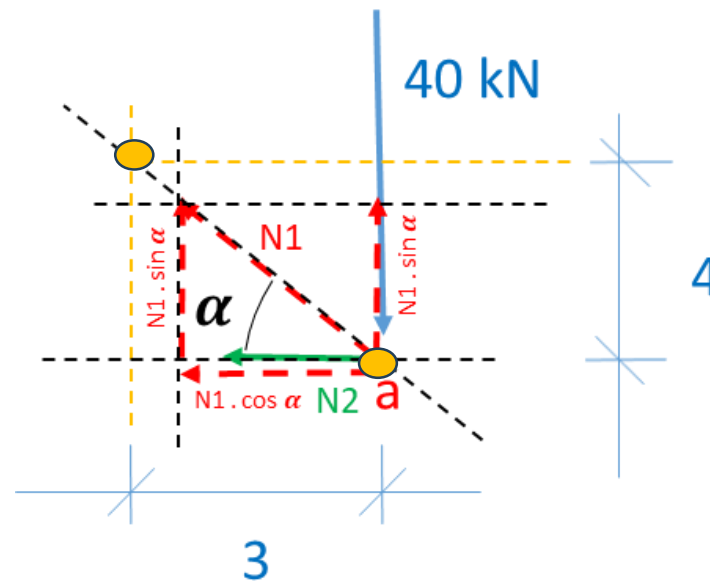
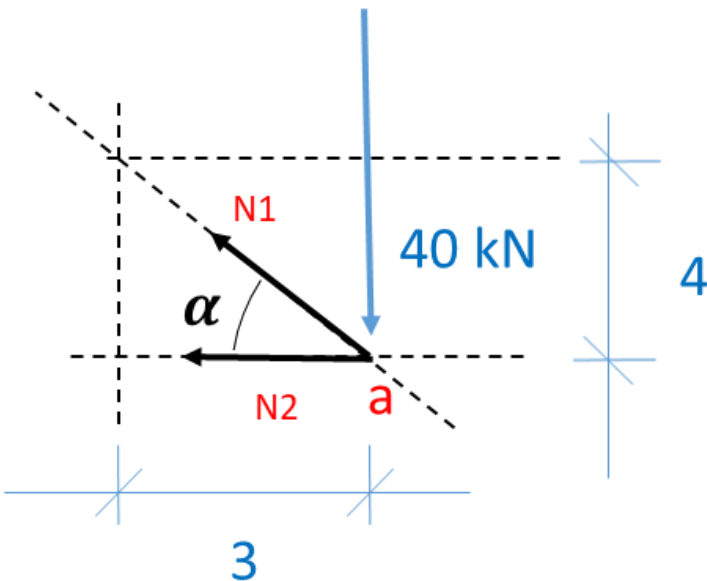
PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Sestavíme rovnice výpočtu – aplikujeme **ROZKLAD SIL**

Výpočtem určíme velikost osových sil

Rovnice rovnováhy



$$\alpha = 53,13^\circ$$

$$N1 \cdot \sin \alpha - 40 = 0$$

$$N1 = 50 \text{ kN}$$

$$N1 \cdot \cos \alpha + N2 = 0$$

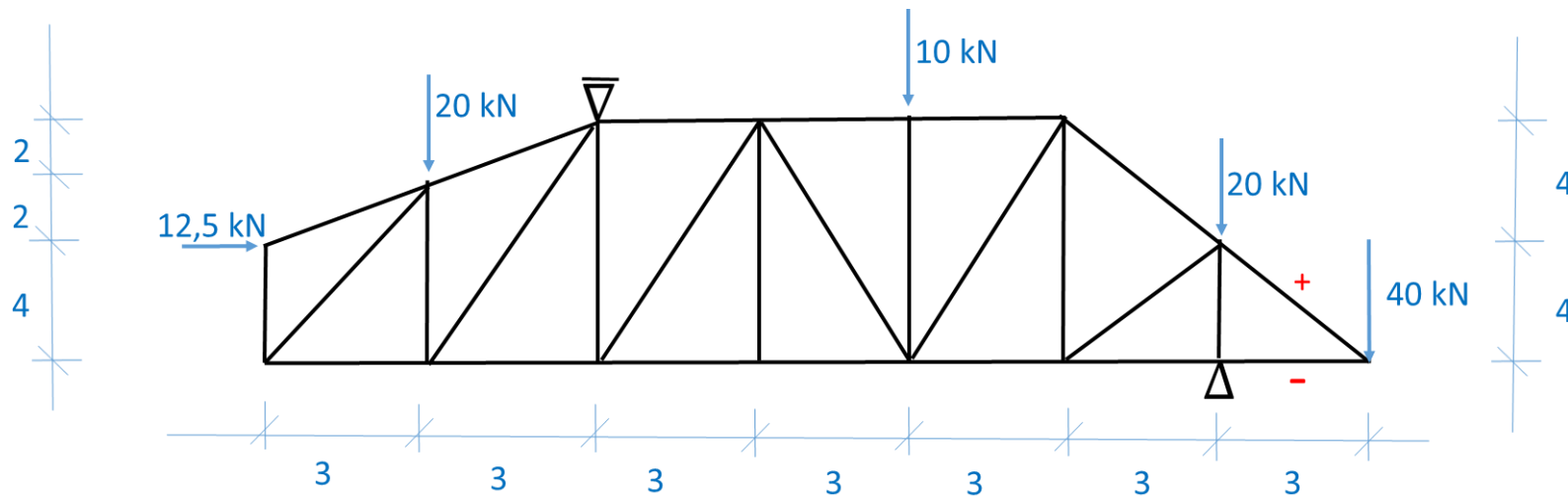
$$N2 = -30 \text{ kN}$$

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

Vykreslíme řešení

Určíme TAH x TLAK v osových prutech



N1 = 50 kN TAH

N2 = - 30 kN TLAK

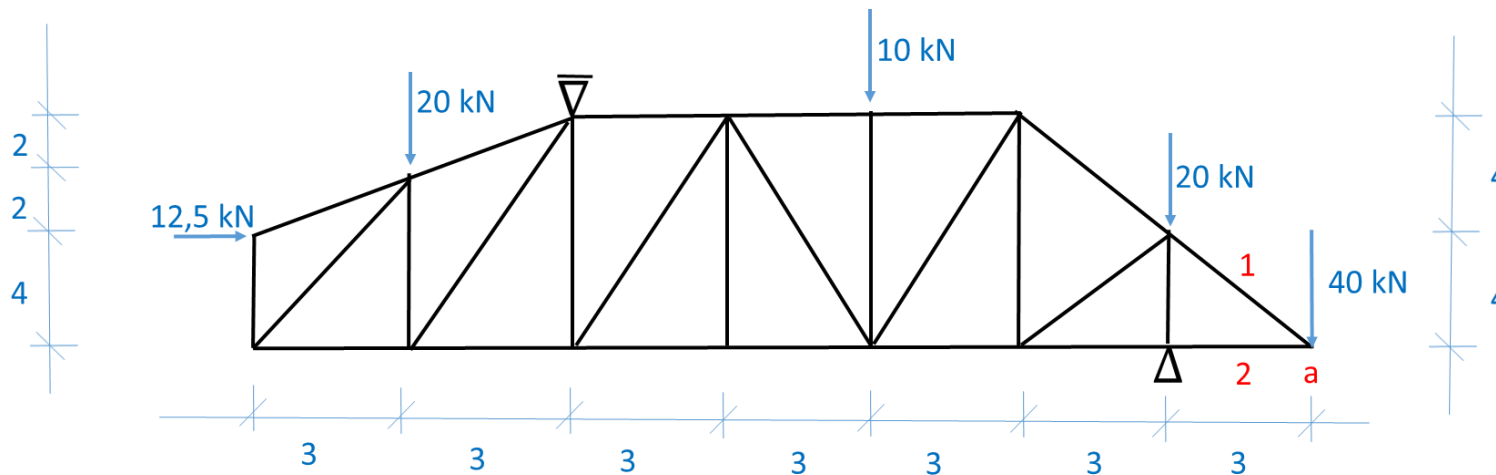
V uvedeném postupu jsme aplikovali na začátku prezentace probraný rozklad síly. Proto jsme počítali hodnotu sil v osových prutech pomocí úhlu α .

Z praktických důvodů tímto způsobem příhradové konstrukce neřešíme 😊.

PŘÍKLAD 5.

Stanovte velikost osových sil v prutech 1 a 2 na zadané příhradové konstrukci.

V příkladech řešíme příhradovou konstrukci ve zjednodušeném zápisu. Nepočítáme úhly. Rovnou zapisujeme cosiny úhlů zlomkem - přilehlá strana ku její přeponě.



Zopakovat !!
 COS - přilehlá ku přeponě ☺

$$\uparrow N1 \cdot \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} - 40 = 0$$

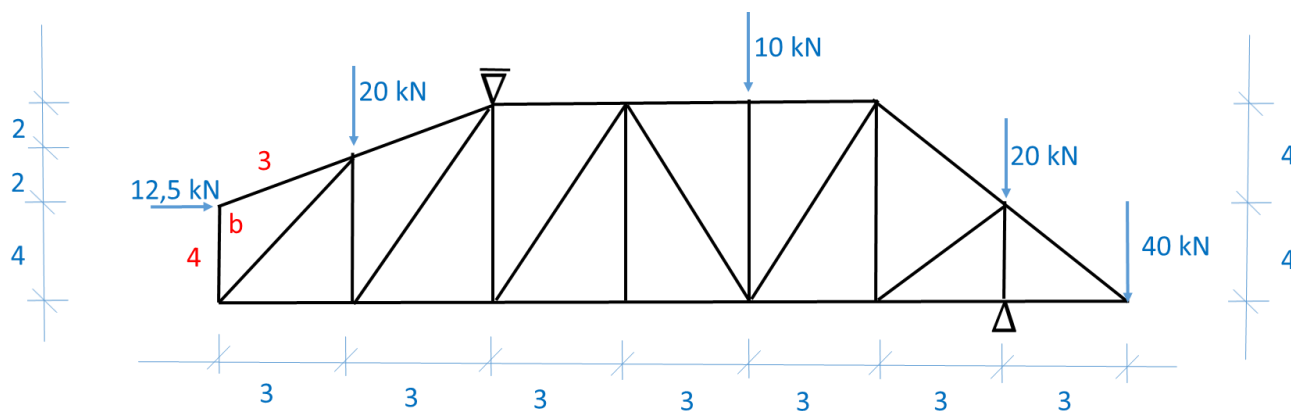
$$N1 = 50 \text{ kN}$$

$$\leftarrow N1 \cdot \frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}} + N2 = 0$$

$$N2 = -30 \text{ kN}$$

PŘÍKLAD 6.

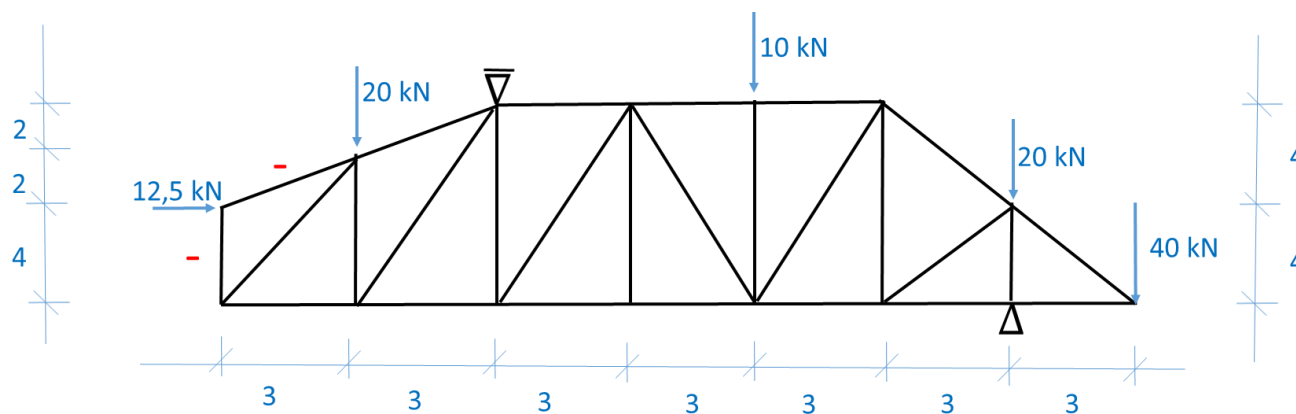
Stanovte velikost osových sil v prutech 3 a 4 na zadané příhradové konstrukci.



Počítejme společně 😊

PŘÍKLAD 6.

Řešení ☺



$$N3 = - 15,02 \text{ kN TLAK}$$

$$N4 = - 8,33 \text{ kN TLAK}$$

Co jste zvládli?

1. Vydrželi celou dnešní přednášku vzhůru
2. Naučili se základní názvosloví a často používané termíny
3. Zopakovali si jednoduchou matematiku (sin, cos tan Pythagoras)
4. Vyřešili elementární příklad i část příhradové konstrukce
5. Dozvěděli se, že se není třeba bát ani mechaniky ani lidí kteří ji učí
6. Uvědomili si, že bude potřeba přemýšlet a bude potřeba pracovat

POZVÁNKA

Repetitorium - Ing. Jitka Němečková, PhD

- Doplnující studium k předmětu SM01
- Opakování látky, která byla probrána na řádném cvičení
- Stavební mechanika 1 – REPETITORIUM – 132XSR1
 - Pátek 11:30-13:00, B 480
- V letním semestru následuje pro předmět Stavební mechanika 2 REPETITORIUM – 132XSR2



Eva Novotná – B311 eva.novotna@fsv.cvut.cz

Jitka Němečková – D2029 jitka.nemeckova@fsv.cvut.cz