

TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE PŘÍHRADOVÝCH KONSTRUKCÍ

NELINEÁRNÍ NÁVRH PŘÍHRADOVÝCH KONSTRUKCÍ
NA VÍCE ZATĚŽOVACÍCH STAVŮ

+

OPTIMALIZACE TVARU KONTRUKCE

soutěžní práce

autor:
Ondřej Šnajdr

odborné vedení:
Ing. Matěj Lepš Ph.D.

Praha, listopad 2005

OBSAH

ABSTRAKT	2
1. ÚVOD.....	2
1.1 NÁVRH PROFILŮ KONSTRUKCE.....	3
1.2 OPTIMALIZACE.....	3
2. ANALÝZA KONSTRUKCE	3
3. ŘEŠENÍ.....	4
4. POSUDEK	5
5. PŘÍKLADY PRO NÁVRH PROFILŮ.....	6
6. NÁVRH PROFILŮ.....	6
6.1 POSTUP $+\infty-\infty$	8
6.2 POSTUP $+\infty-1$	9
6.3 POSTUP $+1-1$	9
6.4 VYHODNOCENÍ.....	10
6.5 VYUŽITÍ NA 85%	11
7. OPTIMALIZACE.....	12
7.1 PŘÍKLAD	13
7.2 ALGORITMUS $(1+1)$ -ES	13
7.3 ALGORITMUS $(\mu+1)$ -ES	14
7.4 ALGORITMUS $(1+\mu)$ -ES	14
8. VÝSLEDKY OPTIMALIZACE	15
9. ZÁVĚR.....	16
PODĚKOVÁNÍ	16
LITERATURA	17

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá přípravou na topologickou optimalizaci příhradových konstrukcí v plné její šíři. Nejprve je potřebné zvládnout několik kroků. Prvním z nich je vytvoření algoritmu pro výpočet a bezpečný návrh příhradové konstrukce. Výpočet vychází z deformační varianty metody konečných prvků. Použité pruty jsou uvažovány jako kloubově připojené. Na spočtené osově síly jsou poté navrženy ocelové profily IPE s předpokladem pozdějšího rozšíření i na jiné profily případně materiály. U tlačených prutů je uvažováno se vzpěrem podle norem pro ocelové konstrukce. K optimálnímu návrhu se dochází iteracemi podle tří zvolených postupů. Po zvládnutí tohoto kroku lze přikročit k dalšímu, kterým je optimalizace tvaru konstrukce pomocí algoritmů vycházejících z evolučních strategií. Vyhodnocením výsledků bude možné vybrat vhodnou kombinaci postupů pro vlastní topologickou optimalizaci se všemi jejími problémy, na které bude nutné zaměřit další výzkum.

1. ÚVOD

Optimalizace stavebních konstrukcí můžeme podle výsledku, kterého jimi chceme dosáhnout rozdělit podle prof. Stevena [6] na tyto druhy:

Topologická optimalizace (*topology optimization*) viz např. [3], [4] – vyhledává předem neznámý tvar a topologii konstrukce tak, aby byly optimální. Předem je známo pouze prostředí (např. umístění podpor), optimalizační kritéria a zatížení. Optimalizačních kritérií může být několik. Nejčastěji je to hmotnost konstrukce, protože hmotnost je po převedení na náklady jedno ze základních hledisek hospodárnosti konstrukce.

Optimalizace tvaru (*shape optimization*) – při této optimalizaci je celková topologie konstrukce známá, ale v konstrukci mohou vznikat místa s velkými napětími. Optimalizace tvaru řeší nejlepší distribuci napětí v konstrukci změnou tvaru nebo jeho parametrů.

Rozměrová optimalizace (*size optimization*) – tato optimalizace se zabývá příčnými řezy jednotlivých částí konstrukce. Pokud je známo napětí v určitém místě konstrukce, může být na toto napětí navrhnut příčný řez (ocelový profil). Dalším postupem mohou být nezatížené části konstrukce odstraňovány a tím se přechází k dalšímu typu optimalizace - **optimalizaci skladby** (*layout optimization*) viz např. [5].

Topografická optimalizace (*topography optimization*) – topografická optimalizace je zcela odlišný typ, který se zabývá speciální kategorií a to skořepinami, membránami nebo stanovými konstrukcemi.

Jako všechno kolem nás, ani jednotlivé druhy optimalizace nelze od sebe striktně oddělit. Výzkum musí vždy v určité míře kombinovat jednotlivé druhy se zaměřením na jeden z nich. V této práci je to tedy zaměření na topologickou optimalizaci. K ní je nutné zvládnout nejprve rozměrovou optimalizaci a potom optimalizaci tvaru. V současnosti se zabýváme optimalizací tvaru.

Práci lze rozdělit na dvě části, které na sebe vzájemně navazují. První z nich je návrh příhradových konstrukcí na více zatěžovacích stavů, který se v druhé části stává hodnotícím algoritmem. Druhá část je tvarová optimalizace.

Počítačová implementace, tj. optimalizační algoritmy, všechny návrhové postupy i analýza metodou konečných prvků byly naprogramovány v systému Matlab 6.1.

1.1 NÁVRH PROFILŮ KONSTRUKCE

Část týkající se návrhu konstrukce má za cíl nalézt s využitím znalostí ze stavební mechaniky a ocelových konstrukcí nejefektivnější metodu či postup pro navrhování ocelových profilů pro danou konstrukci a pro jeden nebo více zatěžovacích stavů. Vzhledem k předpokládaným typům konstrukcí musí postup splňovat několik kritérií:

- schopnost výpočtu staticky i tvarově určitých a neurčitých konstrukcí
- zahrnout účinky vzpěru
- možnost výpočtu více zatěžovacích stavů na jedné konstrukci (pojezd silou po určitých prutech konstrukce a to při dané délce kroku)
- navrhnout bezpečně profily, které odolají všem zatěžovacím stavům
- provést návrh co nejekonomičtěji (nepředimenzovaný)
- být časově přijatelný (rychlost je nutná v návaznosti na optimalizaci tvaru konstrukce)

1.2 OPTIMALIZACE

Druhá část (topologická optimalizace) se zabývá vyhledáním nejlepšího tvaru konstrukce (v tomto případě prutové soustavy) z hlediska jejího využití. Postup by měl být tedy takový, že pro každý nový tvar budou s co nejlepším využitím navrženy profily a takto navržená konstrukce bude posouzena z hlediska celkové hmotnosti. Pomocí různých algoritmů je pak vyhledáván optimální tvar, přičemž nové tvary jsou ohodnocovány hmotností. Optimální tvar bude ten, který má při splnění všech omezujících podmínek nejmenší hmotnost.

2. ANALÝZA KONSTRUKCE

Výpočet konstrukce vychází ze základní rovnice deformační varianty MKP pro vztah mezi osovými silami f , tuhostí konstrukce K a deformacemi ve styčnicích r :

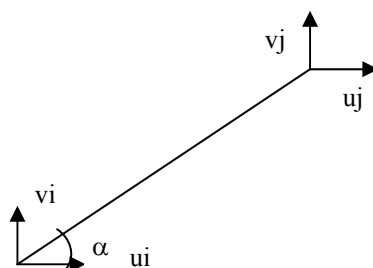
$$F = K \cdot r \quad (1)$$

Všechny pruty v konstrukci jsou uvažovány jako kloubově připojené v jednotlivých styčnicích. Tomu odpovídá použitá matice tuhosti:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ l & 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

S maticí tuhosti prutu úzce souvisí vektor deformací, jehož složky souhlasí s orientací os globálního souřadného systému :

$$r = \{ u_i, v_i, u_j, v_j \}^T \quad (3)$$



Aby bylo možné konstrukci řešit jako celek, je nutné transformovat jednotlivé matice tuhosti do jednotného globálního systému. V případě kloubově připojených prutů vypadá transformační matice pro transformace mezi lokálním a globálním souřadným systémem takto:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (4)$$

kde je úhel α měřen od vodorovné osy globálního souřadného systému (viz obrázek deformací). Tato transformační matice je následně použita v těchto vztazích:

- transformace vektorů z globálního souřadného systému (GSS) do lokálního souřadného systému (LSS):

$$f^L = T \cdot f^G \quad (5)$$

- transformace vektorů z LSS do GSS:

$$f^G = T^T \cdot f^L \quad (6)$$

- transformace matice tuhosti z GSS do LSS:

$$K^L = T \cdot K^G \cdot T^T \quad (7)$$

- transformace matice tuhosti z LSS do GSS:

$$K^G = T^T \cdot K^L \cdot T \quad (8)$$

Jednotlivé transformované matice tuhosti a vektory zatížení je nutné „sesypat“ do jedné globální matice tuhosti a jednoho vektoru zatížení přes tzv. lokalizaci, která je zajištěna zavedením tzv. kódových čísel. Stručně zapsáno:

$$K = \underset{i=1}{\overset{n}{A}} K_i \quad (9)$$

$$f = \underset{i=1}{\overset{n}{A}} f_i \quad (10)$$

3. ŘEŠENÍ

Řešení konstrukce, tj. výpočet neznámých globálních deformací, je spočteno pomocí inverzního vztahu k rovnici (1):

$$r^G = (K^G)^{-1} \cdot f^G \quad (11)$$

Globální deformace se pro jednotlivé pruty následně převedou opět přes transformační matice na lokální pomocí rovnice (5). Pak lze spočítat jednotlivé osové síly:

$$f^L = K^L \cdot r^L \quad (12)$$

4. POSUDEK

Posouzení konstrukce a návrh prutů je proveden na kombinaci tlaku a tahu. U tlačných prutů je přihlédnuto k účinku vzpěru. Vzpěrná délka je brána celou délkou bez redukce působením styčnickových plechů, případně spojením diagonál v místě jejich křížení. Zavedení do výpočtu by nebylo obtížné, ale bylo by náročné na vstupu definovat detailní řešení styčnicků, které může být obecně velmi různorodé.

Vzpěr je ve výpočtu zaváděn součinitelem χ , který je počítán podle ČSN P ENV 1993-1-1 [1] takto:

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0,5}} \quad (13)$$

Velikost součinitele je však omezena vztahem $\chi \leq 1$.

Parametr ϕ je dán rovnicí

$$\phi = 0,5(1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2), \quad (14)$$

kde součinitel imperfekce $\alpha = 0,34$ odpovídá válcovaným profilům IPE a předpokládanému vybočení kolmo k ose „z“. Pro jiné typy profilů mohou být jeho hodnoty podle tabulek také 0,21; 0,49; 0,76.

Poměrná štíhlost je podíl skutečné štíhlosti λ a srovnávací štíhlosti λ_1 :

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}, \quad (15)$$

$$\lambda_1 = 93,9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \cdot \beta_A^{0,5}, \quad (16)$$

kde $\beta_A = 1$ platí pro třídy profilů 1, 2, 3, tedy pro profily používané pro příhradové nosníky a $\beta_A = A_{\text{eff}} / A$ pro třídu 4, tj. pro tenkostěnné profily.

Konstrukce je posouzena na všechny zatěžovací stavy realizovaných pojezdem síly po konstrukci a jejím přepočítáním na styčnickové zatížení, což odpovídá např. roznosu zatížení z desky mostovky na příčníky. Není tedy započítáno lokální momentové působení (a případné klopení). Výsledná únosnost se pak vypočítá:

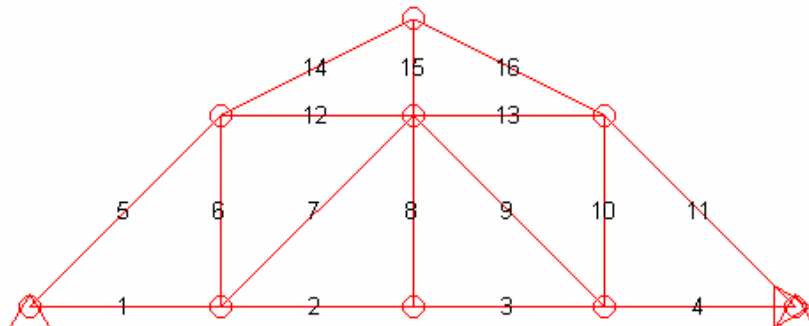
$$N_{Rd} = \frac{\chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (17)$$

kde A je plocha průřezu, f_y pevnost oceli a γ_{M1} součinitel spolehlivosti materiálu.

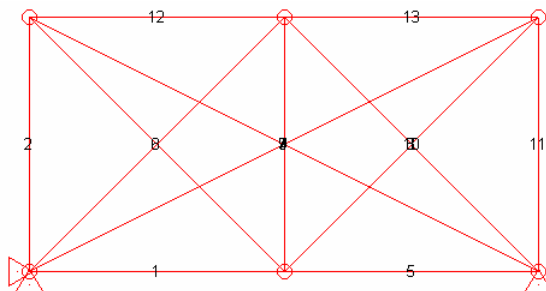
5. PŘÍKLADY PRO NÁVRH PROFILŮ

Jednotlivé návrhové postupy budou ukázány na následujících příkladech:

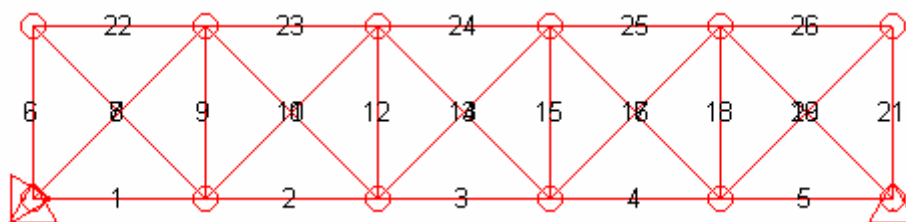
Příklad 1 – pojížděný dolní pás silou 1000 kN, vzdálenost podpor 8 m.



Příklad 2 – pojížděný horní pás silou 1000 kN, vzdálenost podpor 4 m.



Příklad 3 – pojížděný dolní pás silou 1000 kN, vzdálenost podpor 10 m.



6. NÁVRH PROFILŮ

Návrh profilů je po různých testovaných postupech prováděn po výpočtu všech zatěžovacích stavů a výběru maximálních a minimálních osových sil působících v jednotlivých prutech. Na tyto síly je pak navržen vhodný profil, a zjistí se, zda rozhodovala tlaková nebo tahová síla. Po návrhu je přepočítána tuhost konstrukce a následně působící vnitřní síly. A na tyto nové síly jsou opět navrženy profily. Iteracemi se pak dochází k nejlepšímu návrhu dosažitelnému příslušným postupem. Zvoleny byly 3 postupy ($+\infty-\infty$, $+\infty-1$ a $+1-1$), které jsou popsány dále.

První návrh průřezových profilů je uveden u jednotlivých postupů. Zde zmiňme jen fakt, že v případě staticky určitých konstrukcí jsou vnitřní síly předem dány ze silových podmínek rovnováhy a tudíž výchozí návrh profilů je důležitý pouze z hlediska zvoleného postupu. Postup $+\infty-\infty$ konverguje okamžitě, postup $+1-1$ konverguje samozřejmě déle. U staticky neurčitých

konstrukcí výchozí návrh rozhoduje o vnitřních silách, obecně je ale nelze předem odhadovat a návrh je záležitostí iterací.

V této práci pracuji pouze s válcovanými profily IPE podle tabulek vyráběných rozměrů:

IPE	A	Iz
	mm²	mm⁴
80	764	84900
100	1032	159200
120	1321	276700
140	1643	449200
160	2009	683100
180	2395	1009000
200	2848	1424000
220	3337	2049000
240	3912	2836000
270	4594	4199000
300	5381	6038000
330	6261	7881000
360	7273	10430000
400	8446	13180000
450	9882	16760000
500	11550	21420000
550	13440	26680000
600	15600	33870000

V budoucnu bude možné zavést jiné profily, případně i jiné materiály.

Pro samotný návrh profilů je možné použít několik postupů popsaných níže. Všechny tyto způsoby návrhu profilů jsou z důvodu předem daných možností výběru ukončeny oscilací, která je buď mezi dvěma nebo i více profily. Iterace jsou ukončeny, pokud se za sebou zopakují 2 stejné výsledky nebo pokud se podruhé vyskytne minimální hmotnost za posledních 10 iterací. Maximální počet iterací je 50.

Po ukončení oscilace je vyhodnocen výsledek. Víme, že minimální hmotnost, které je v průběhu iterací (respektive v okamžiku ukončení) dosaženo, není správným návrhem, protože při následném přepočítání jsou profily opět zvětšeny. Proto vezmeme v úvahu profily z „minimální hmotnosti“ a profily z návrhu předchozího a z těchto dvou vybereme profil větší. Při tomto výběru mohou nastat tyto varianty:

1. poslední a předposlední návrh jsou shodné => profil je optimální, protože nedochází ke změnám.
2. předposlední návrh je o jeden větší než poslední => profil poslední je pravděpodobně poddimenzován.
Bohužel při nepravidelné oscilaci by však mohlo dojít k tomu, že při určité kombinaci profilů, která se však mezi iteracemi nevyskytla, by i tento profil mohl být dostatečný.
3. předposlední návrh je o více než jeden větší => výběr rozhodně není správný, ale daný postup neumožňuje jiné řešení (týká se postupu $+\infty-\infty$)

Použité výchozí profily a další odlišnosti jsou popsány u jednotlivých postupů zvlášť.

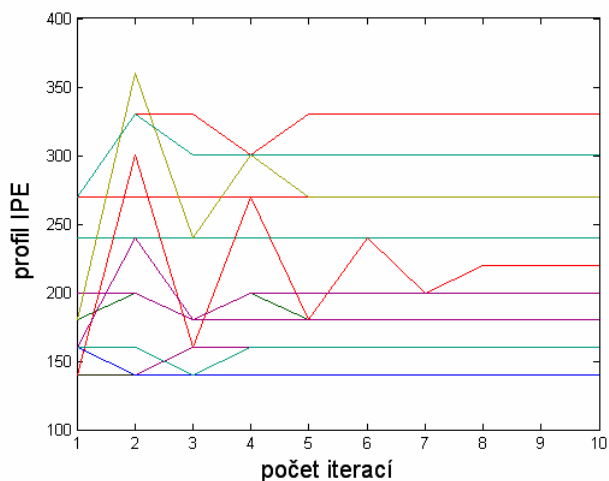
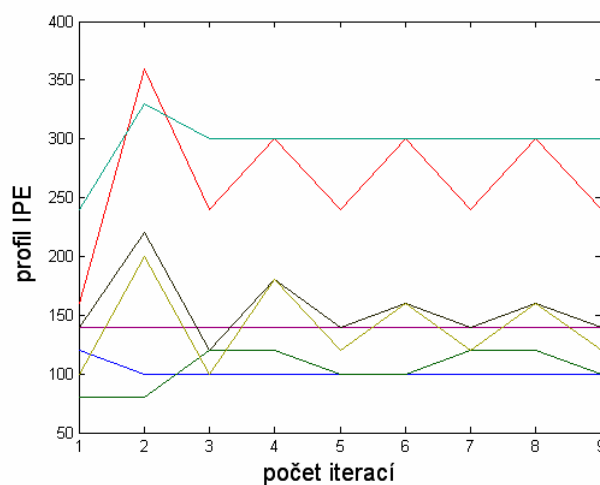
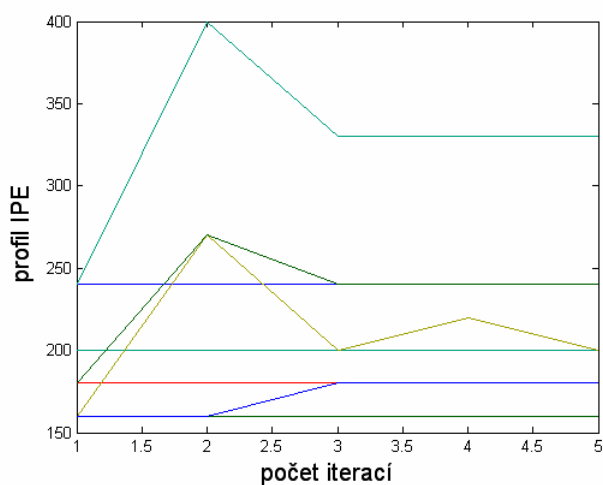
6.1 POSTUP $+\infty-\infty$

Tento postup navrhuje nejlépe vyhovující profil bez ohledu na předchozí výsledky iterací. Proto je označen jako $+\infty-\infty$, protože teoreticky se návrh může měnit skoky z jednoho okraje tabulky profilů k druhému.

Výchozí návrh, ze kterého se vychází při prvním výpočtu vnitřních sil, není pro rychlost dosažení výsledku rozhodující. Protože není jasné, které profily budou tažené a které tlačené, je součinitel vzpěru uvažován 1. Plochu profilů lze zadat mezi vstupními hodnotami a při výpočtech byla rovna IPE 80, tedy 764 mm^2 .

Postup je nejrychlejší, avšak nedochází ke zcela optimálnímu návrhu. Oscilace je u všech zkušenských příkladů mezi dvěma profily, které nemusí být v tabulce těsně vedle sebe.

Grafy k příkladům 1, 2, 3 navrhovaných postupem $+\infty-\infty$



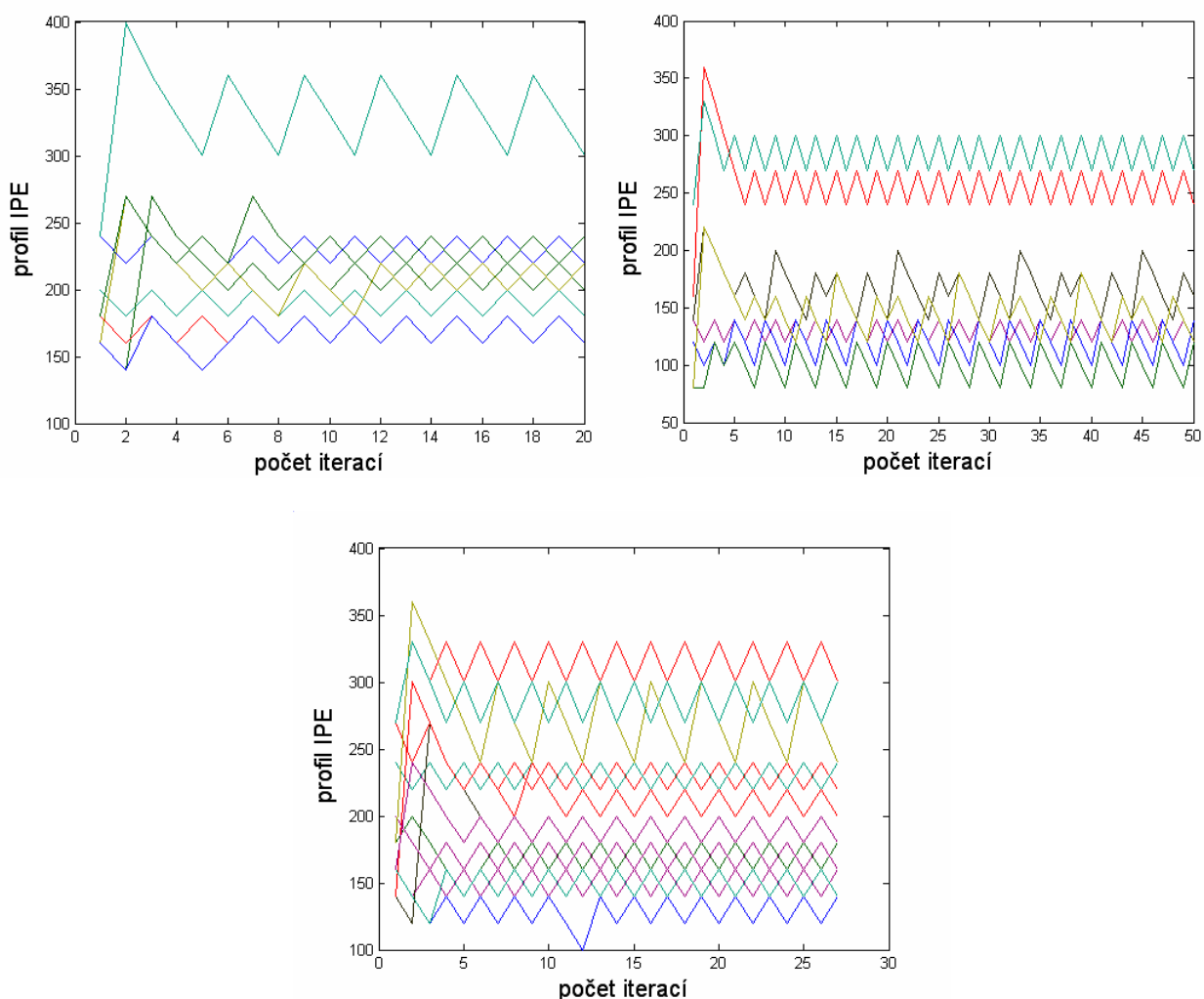
6.2 POSTUP $+\infty-1$

Druhý postup přihlíží k předchozím výsledkům. Postupuje tak, že pokud je po přepočítání tuhosti potřebný větší profil, navrhne odpovídající současnému výsledku. V případě předimenzování se sestupuje jen o jeden profil níže a k optimálnímu návrhu se tak přibližuje shora.

Výchozí návrh je stejný jako u postupu $+\infty-\infty$ a to IPE 80.

Oscilace pak probíhá lehce nepravidelně a proto, přestože by mělo jít o pravděpodobně nejrychlejší postup, je postup v počtu iterací nejdelší.

Grafy k příkladům 1, 2, 3 navrhovaných postupem $+\infty-1$



Pozn: U příkladu 2 nebyla oscilace ukončena, protože minimální hmotnost se opakuje po více než 10-ti iteracích.

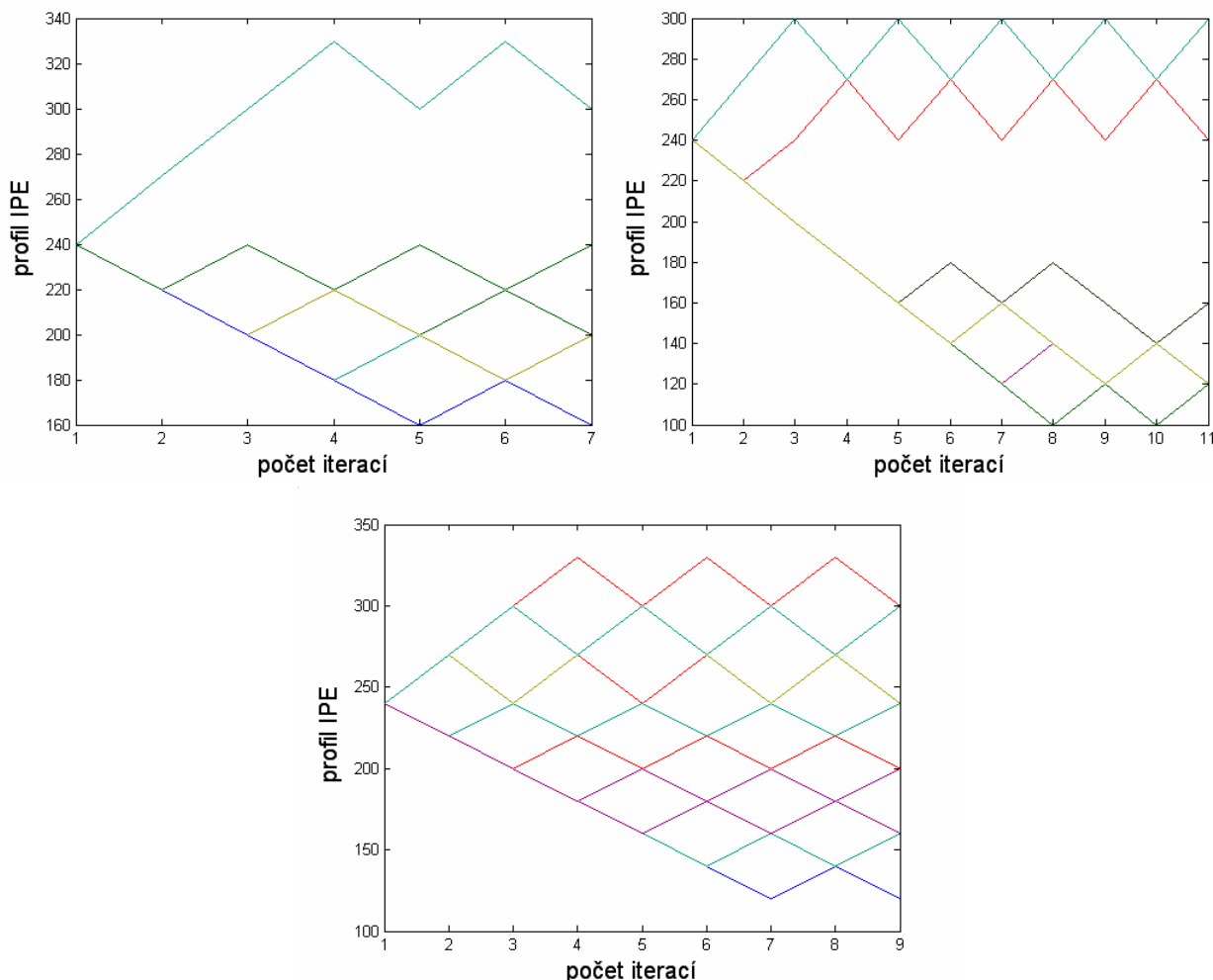
6.3 POSTUP $+1-1$

Poslední postup navrhuje profil vždy o jeden menší nebo větší podle předimenzování nebo poddimenzování.

Aby nebyl postup příliš dlouhý, je na začátku stanoven jako výchozí profil ten, který je umístěný v tabulce uprostřed, tj. IPE 240. Tím je také dán minimální počet iterací v případě návrhu nejmenšího (největšího) profilu, a to 9 (polovina profilů v tabulce).

Postup není nejrychlejší, ani nedochází k nejlepším výsledkům, protože je nutné v každé iteraci vyhledávat nová lepší řešení. Postup se tak (stejně jako předchozí) nemůže zastavit na jednom stejném profilu.

Grafy k příkladům 1, 2, 3 navrhovaných postupem +1-1



6.4 VYHODNOCENÍ

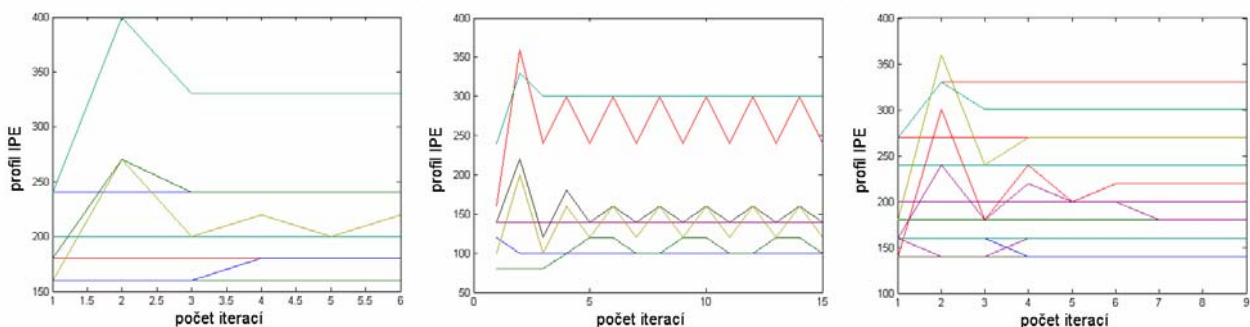
Z použitých příkladů nelze rozhodnout o preferování některého z postupů. Zde je na zvážení, zda upřednostnit lepší návrh z hlediska celkové hmotnosti, nebo rychlost dosaženého výsledku. Souhrnná tabulka je uvedena níže. Z časových důvodů, které jsou po náhledu do tabulky patrné, jsme vyloučili z hodnocení postup $+\infty-1$. Vzhledem k tomu, že se jedná o počítačové zpracování a počty iterací se u zbylých postupů významně neliší, zohlednili jsme dosaženou hmotnost konstrukce. Mezi postupy $+\infty-\infty$ a $+1-1$ však nelze jednoznačně vybrat lepší variantu. Lze však konstatovat, že postup $+\infty-\infty$ je vhodnější pro konstrukce méně staticky neurčité, kdy návrh okamžitě konverguje. Postup $+1-1$ je naopak vhodnější pro konstrukce značně staticky neurčité.

6.5 VYUŽITÍ NA 85%

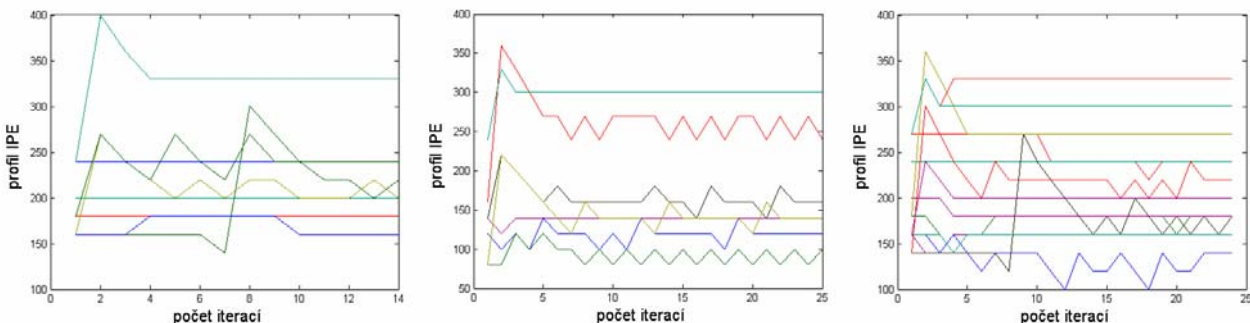
Další „zlepšení“ návrhů je zavedení určité tolerance a zastavení návrhu profilu při jeho dostatečném využití (např. 85%). Pokud během dalších iterací profil nevyhoví, je opět změněn na vhodnější.

Zde uvádím pro ilustraci pouze grafy odpovídající předchozím postupům s ukončením na 85% využití profilu.

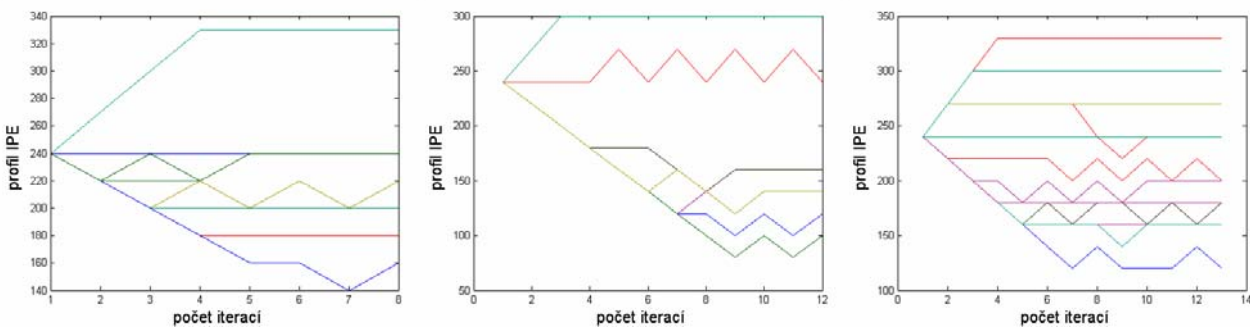
Grafy k příkladům 1, 2, 3 navrhovaných postupem $+\infty-\infty$



Grafy k příkladům 1, 2, 3 navrhovaných postupem $+\infty-1$



Grafy k příkladům 1, 2, 3 navrhovaných postupem $+1-1$



Výsledky se změny jen nepatrně a ani časová náročnost se globálně nezlepší, protože se zvýší nepravidelnost oscilace a tudíž se prodlouží čas, kdy jsou splněny podmínky pro její ukončení. Další poznámka patří otázce, při kolika procentech považovat profil za dostatečně využitý. Zde dochází k velkým časovým změnám i při jemných změnách v algoritmech. Bylo vyzkoušeno omezení 80%, 90% i 95%, ale 85% je nejlepší jak z hlediska dosahovaných výsledků, tak i z navrhování v praxi.

Souhrnná tabulka dosažených výsledků
(ZS = počet zatěžovacích stavů, které byly na konstrukci počítány,
m = dosažená hmotnost)

počet oscilací pro jednotlivé postupy							
příklad	ZS	+oo-oo	m [kg]	+oo-1	m [kg]	+1-1	m [kg]
1	17	5	943,63	20	1002,60	7	987,25
2	17	9	692,71	50	679,46	11	659,10
3	16	10	1456,70	27	1479,40	9	1479,40

počet oscilací pro jednotlivé postupy - ukončení při využití 85%							
příklad	ZS	+oo-oo	m [kg]	+oo-1	m [kg]	+1-1	m [kg]
1	17	6	943,63	14	999,58	8	999,58
2	17	15	692,71	25	638,81	12	638,81
3	16	9	1456,70	24	1479,40	13	1479,40

Závěrem této části práce bych vyslovil můj názor na použité postupy. Přestože není žádný postup viditelně lepší, než ostatní, budu při optimalizacích využívat postup +1-1 s omezením 85%, protože z praktického hlediska jej vidím jako nejprůhlednější. Pokud dojde k předimenzování prutů, nejedná se navíc o jeden hodně předimenzovaný prut, ale třeba o dva, které jsou předimenzovány méně. Tudíž jakási rezerva konstrukce je rovnoměrně rozprostřena a nedochází k „lokálním extrémům“.

7. OPTIMALIZACE

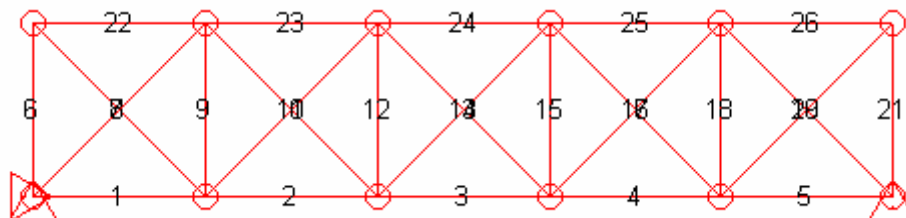
Základ optimalizace tvaru vychází z numerických optimalizačních metod, které se nazývají **evoluční strategie** [2]. Jejich obecné značení je $(\mu+\lambda)$ -ES nebo (μ,λ) -ES. Symbol μ je použitý pro počet potenciálních řešení daného problému (zde zvaných mateřské vektory). Symbol λ je naopak počet nových řešení generovaných algoritmem. K tomu ještě přistupují znaky „+“ a „ , “ vyjadřující výběr potenciálních řešení do dalších iterací (zde nazývaných generace). „+“ znamená, že je vybíráno μ nejlepších ze všech aktuálních, tzn. z množiny $\mu + \lambda$. „ , “ značí, že pro výběr jsou použita pouze nová řešení λ .

Předem je nutné říci, že při předpokladu skutečné stavební konstrukce bylo během optimalizace pohybováno pouze se styčníky zcela volnými, tedy nepodepřenými ani nezatěžovanými silou. U konstrukce je tak zachováno její uložení, a vodorovná mostovka (jeřábová dráha nebo jiný prvek, který by symbolizoval místo pohybu síly). Pro optimalizaci byly zkoušeny tyto 3 základní optimalizační algoritmy: $(1+1)$ -ES, $(\mu+1)$ -ES, $(1+\mu)$ -ES .

7.1 PŘÍKLAD

Tvarová optimalizaci konstrukce je ukázaná na tomto příkladu:

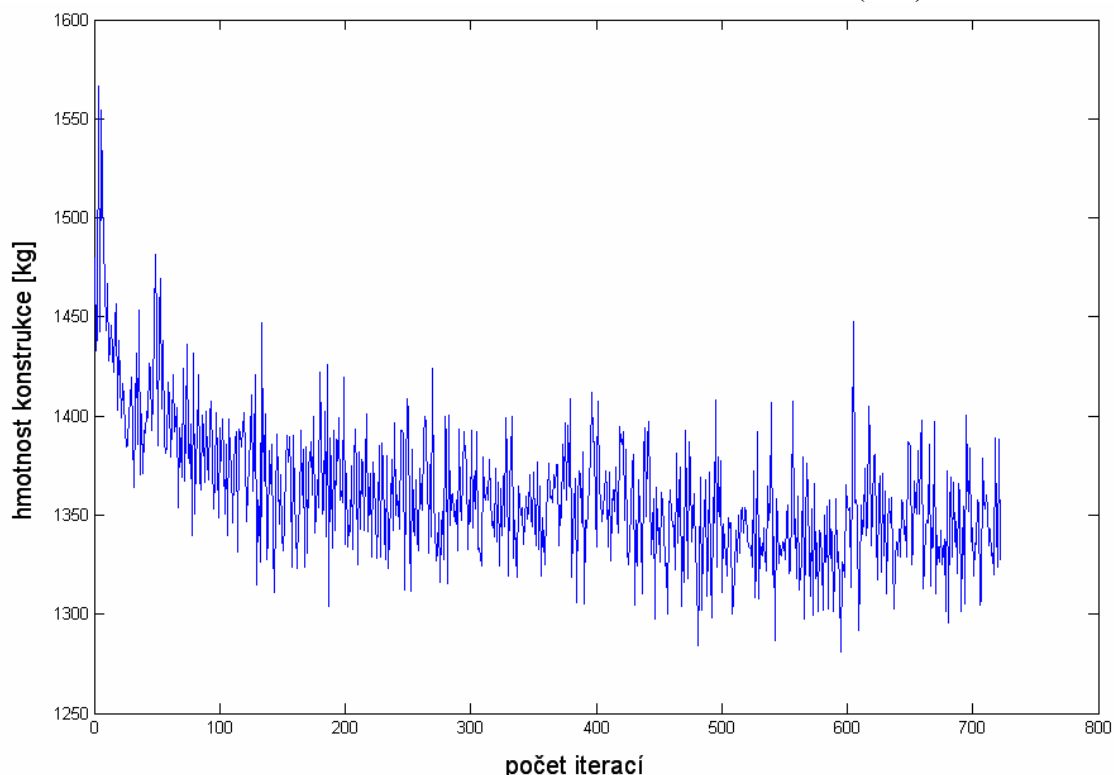
pojízdný dolní pás silou 1000 kN, vzdálenost podpor 10 m.



7.2 ALGORITMUS (1+1)-ES

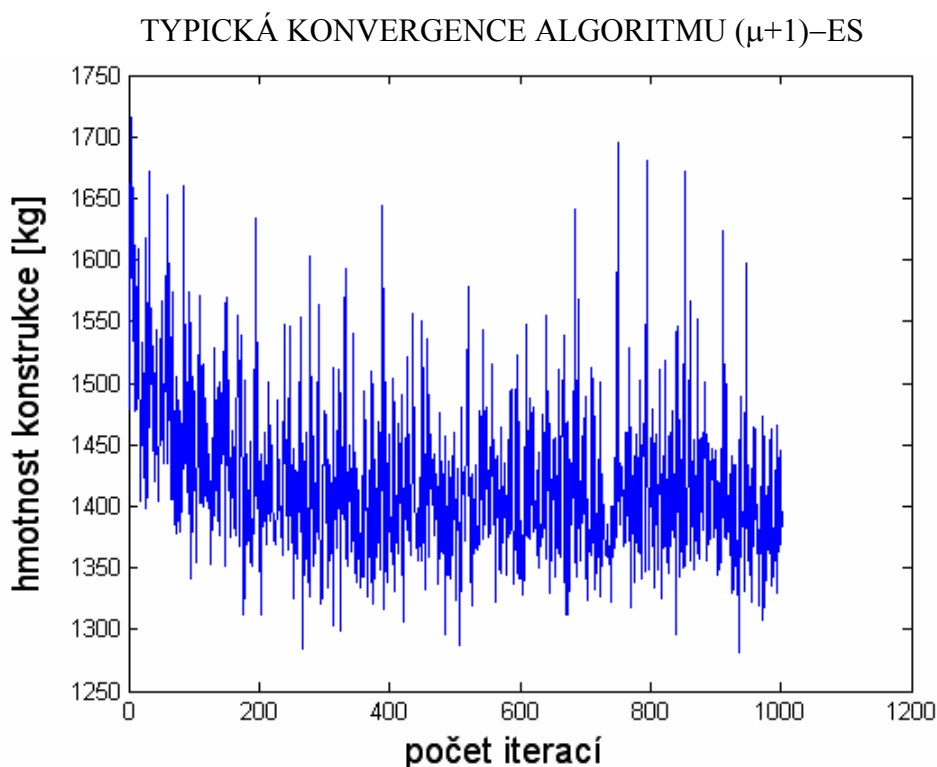
Optimalizační algoritmus (1+1)-ES, vychází ze zadané konstrukce a náhodnou „mutací“ (změnou) mění souřadnice styčníků podle parametrů Gaussova rozdělení se směrodatnou odchylkou $\sigma = 0,15$ a střední hodnotou $EX = 0$ (Nepoužívám zde označení μ , aby nedošlo k záměně s neznámou použitou v samotných algoritmech.). Velikost směrodatné odchylky byla určena experimentálně, aby při mutaci nebyly příliš velké odlišnosti, přesto však aby měl algoritmus určitou volnost při hledání řešení. Po návrhu nového tvaru je konstrukce ohodnocena hmotností. Zde se uplatní postupy návrhu profilů popsané výše. Poté je vybrán lepší ze dvou stávajících tvarů. Tento algoritmus sice konverguje k optimálnímu tvaru, je ale pomalý z důvodu prakticky zcela náhodné změny souřadnic. Optimalizace je ukončena v případě, že úspěšnost ve vyhledávání poklesne pod 2,5% nebo při maximálním počtu 1000 generací. Podle požadavků by bylo možné zastavit optimalizaci později, pokud si však prohlédneme graf, vidíme, že ke konci jsou změny nepatrné.

TYPICKÁ KONVERGENCE ALGORITMU (1+1)-ES



7.3 ALGORITMUS $(\mu+1)$ -ES

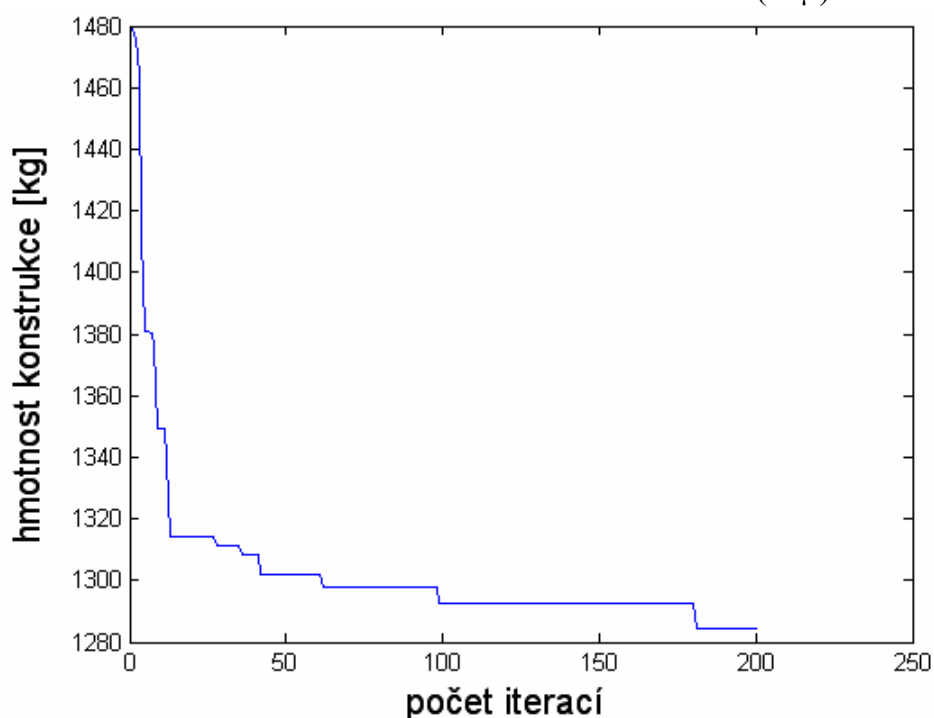
Tento algoritmus může mít ještě několik modifikací, a to podle způsobu mutace. Testován byl tento postup: $\mu = 3$, tj. vycházel ze třech mateřských vektorů získaných mutací uvedenou u algoritmu $(1+1)$ -ES. Vlastní mutace tohoto algoritmu probíhala tak, že z těchto tří vektorů byl spočítán průměr a tento průměr zmutován náhodnou změnou souřadnic podle Gaussova rozdělení se směrodatnou odchylkou $\sigma = 0,3$ a střední hodnotou $EX = 0$. Směrodatná odchylka je větší než u ostatních algoritmů, aby ze spočítaného průměru mohl být prohledáván prostor za okolními body. Ze vzniklých celkem čtyř vektorů jsou tři nejlepší vybrány jako mateřské pro další mutaci. Konvergence je zhruba stejně rychlá jako u předchozího algoritmu, což je opět vidět z vývoje hmotnosti konstrukce.



7.4 ALGORITMUS $(1+\mu)$ -ES

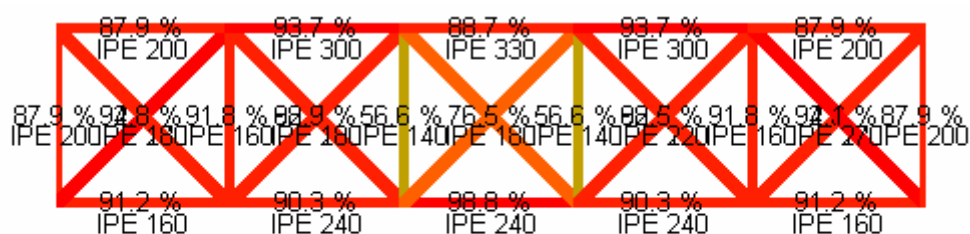
Algoritmus $(1+\mu)$ -ES vychází z jednoho vektoru a mutací (opět podle algoritmu $(1+1)$ -ES) se vytvoří μ nových vektorů. V našem případě je to 5, aby byl pokrytý prostor kolem výchozího bodu. Nové tvary konstrukce jsou opět ohodnoceny hmotností a z celkem šesti tvarů je pak vybrán nejlepší jako mateřský pro další mutaci. Rychlost konvergence je v tomto případě nejlepší, protože je systematicky prohledáván prostor kolem styčníků a již od první iterace lze říci, že se přibližuje optimu. S blížícím se optimálním tvarem konvergence klesá. Algoritmus byl ukončen po dosažení 200 generací.

TYPICKÁ KONVERGENCE ALGORITMU (1+μ)-ES



8. VÝSLEDKY OPTIMALIZACE

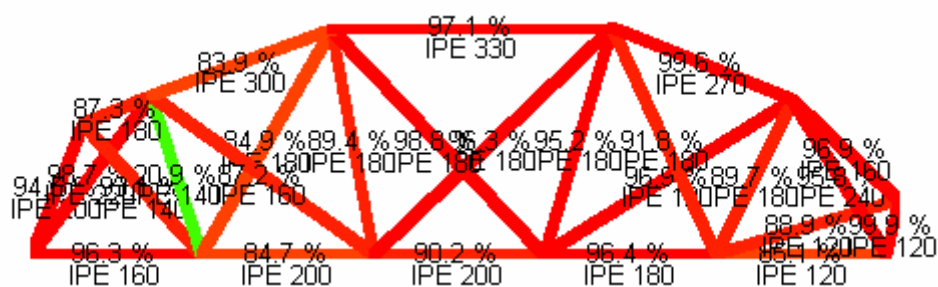
VÝCHOZÍ TVAR KONSTRUKCE



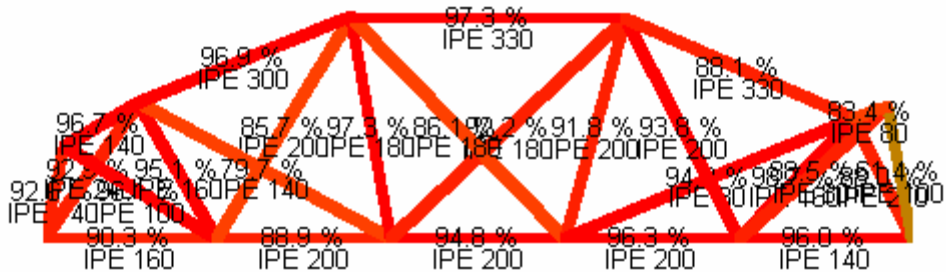
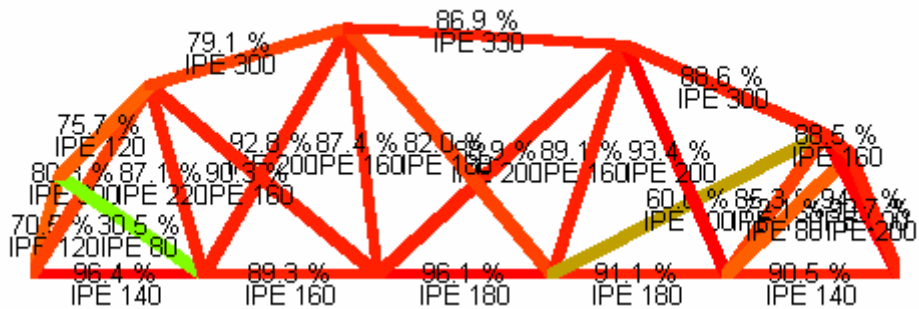
zelena az cervena = 0-100%

modra = nelze pouzít dostupný profil

TVAR NAVRŽENÝ OPTIMALIZACÍ (1+1)-ES



TVARY NAVRŽENÉ OPTIMALIZACÍ $(\mu+1)$ -ES a $(1+\mu)$ -ES:



9. ZÁVĚR

Jako nejlepší postup pro navrhování konstrukcí se z testovaných metod jeví kombinace návrhu profilů postupem označeným jako +1-1 s ukončováním při využití 85% daného profilu a optimalizace algoritmem $(1+\mu)$ -ES. Ať už se použije jakýkoli postup, vždy (a to je nejdůležitější) dochází k návrhu bezpečnému, někdy více, někdy méně výhodnému z hlediska předimenzování.

Dané postupy splňují podmínky stanovené na začátku práce a mohou být využity pro vlastní topologickou optimalizaci. Nyní je možné přistoupit k dalším krokům, jako je odstraňování prutů nebo zavedení dalších materiálů. Tyto kroky si vyžádají speciální postupy, kterými bude naráženo na problémy případného vzniku kinematických mechanismů a jiné předem neočekávané situace.

PODĚKOVÁNÍ

Autor děkuje za finanční podporu grantem GAČR 103/04/1394.

LITERATURA

- [1] ČSN P ENV 1993-1-1, Navrhování ocelových konstrukcí, Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, ČSNl.
- [2] Thomas Bäck and Hans-Paul Schwefel, Evolution Strategies I: Variants and their computational implementation, *Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science* (J. Périaux and G. Winter).
- [3] Yi-Min Xie and Grant Steven, *Evolutionary structural optimization* (Springler-Verlag).
- [4] M. P. Bendsoe and O. Sigmund, *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications* (Springler-Verlag).
- [5] Uri Kirsch, *Layout optimization using reduction and expansion processes*, First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (N. Olhoff and G. I. N. Rozvany).
- [6] Grant Steven, *Product and system optimization in engineering simulation*, FENet Newsletter.