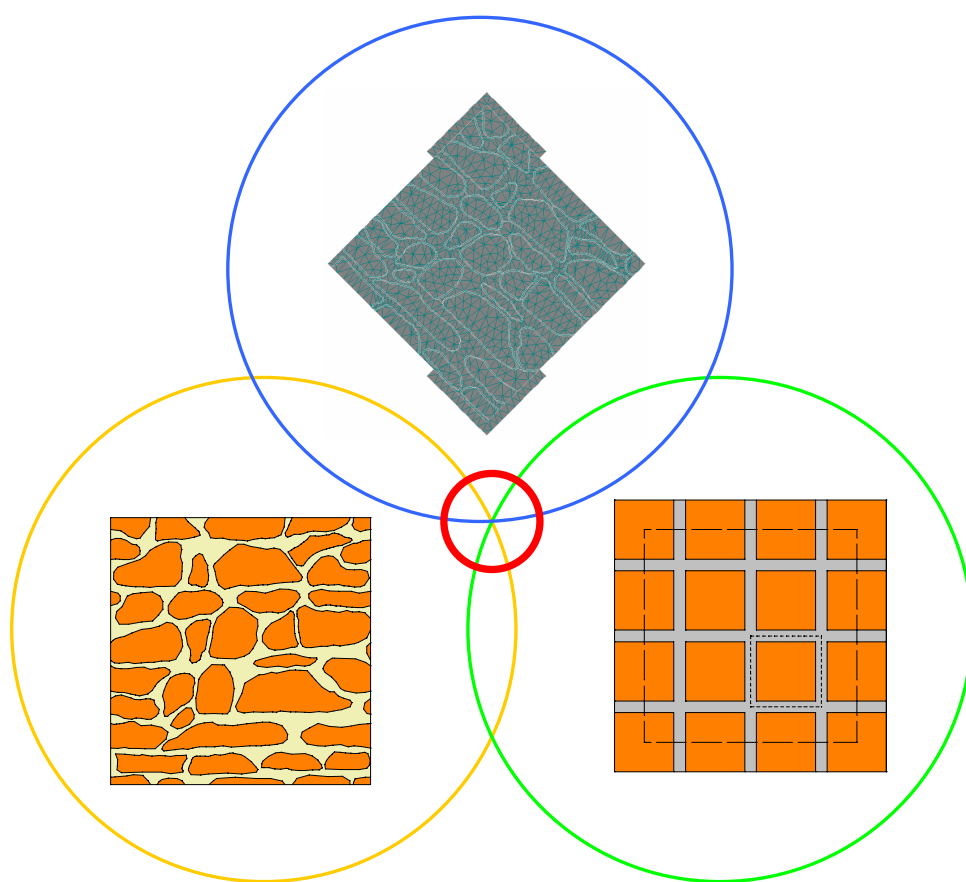


HOMOGENIZACE TERMOMECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ ZDIVA



Vypracoval: **Jan Vorel**

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc.**

Datum: **20. 12. 2005**

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval všem, kteří se zasloužili o vznik této práce. Chtěl bych co nejsrdečněji poděkovat prof. Ing. J. Šejnohovi, DrSc. za trpělivé vedení mé práce, za podporu a mnohé cenné podněty k zamyšlení a zpracování tématu. Mé díky patří také doc. Ing. V. Blažkovi, CSc. a spolužákovi J. Sýkorovi za jejich podněty a připomínky. Poslední, ne však nevýznamné, poděkování patří členům mé rodiny a přátelům, kteří mě vytrvale a laskavě podporovali během celého studia.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 20. 12. 2005

.....

Jan Vorel

ZADÁVACÍ FORMULÁŘ

Obsah

Obsah.....	v
Abstrakt	vii
1. Úvod.....	8
2. Efektivní vlastnosti lomového zdiva.....	10
2.1. PUC (Periodic Unit Cell).....	10
2.1.1. Návrh PUC	10
2.1.2. Základní vztahy pro konstrukci periodické buňky (PUC).....	13
2.2. Pracovní diagram.....	17
2.2.1. Materiálový model opuky a malty.....	17
2.2.2. Model bez přechodových prvků	20
2.2.2.1. Materiálové charakteristiky	20
2.2.2.2. Výsledky simulací	20
2.2.3. Model s přechodovými prvky.....	25
2.2.3.1. Materiálové charakteristiky	26
2.2.3.2. Výsledky simulací	26
2.3. Lomová energie na PUC	31
2.3.1. Příklad.....	32
2.4. Vliv velikosti PUC (size effect)	33
2.5. Závěr.....	35
3. Vliv přechodové zóny (Interfacial Transition Zone).....	36
3.1. Počítačové modely zdiva.....	36
3.2. Vlastnosti zděných prvků	38
3.2.1. Jednoosé chování zdiva v tlaku	38
3.2.2. Jednoosé chování zdiva v tahu	39
3.2.3. Dvouosé chování zdiva.....	40
3.3. Poruchy na kontaktní vrstvě	41
3.4. Příklad.....	42
3.4.1. Model bez přechodových prvků	44
3.4.2. Model s přechodovými prvky.....	45
3.4.2.1. Kalibrace modelu.....	46
3.4.2.2. Výsledky simulací	50
3.4.2.3. Porovnání.....	53
3.5. Závěr.....	54
4. Homogenizace vybraných termomechanických parametrů.....	56
4.1. Homogenizace na základě nestacionárního složeného transportu tepla a vlhkosti	56

4.1.1.	Retenční křivky	56
4.1.1.1.	Retenční křivka vlhkosti	57
4.1.1.2.	Retence entalpie	59
4.1.2.	Řídící rovnice	60
4.1.2.1.	Přenos vlhkosti	60
4.1.2.2.	Přenos tepla	62
4.1.2.3.	Bilanční rovnice	63
4.1.3.	Řešení složeného transportu tepla a vlhkosti	63
4.1.4.	Efektivní součinitel tepelné vodivosti	64
4.2.	Příklady	65
4.3.	Závěr	70
5.	Shrnutí a cíle	71
	Seznam obrázků	72
	Seznam tabulek	75
	Literatura	76

Abstrakt

Záměrem této práce je definování vhodného modelu periodické buňky (PUC), konstruované na mezostrukturální úrovni při dvouúrovňovém modelování. Periodická buňka je vhodným nástrojem k určení efektivních vlastností zdiva a zatěžovacích drah (pracovních diagramů), sloužících dále jako vstupní údaje při makroskopickém modelování konstrukce. Je brán zřetel i na vlastnosti přechodové vrstvy (ITZ) mezi jednotlivými komponenty zdiva. Proto jsou v navrhovaném materiálovém modelu snižené vlastnosti přechodové vrstvy vystiženy kontaktními prvky a Mohr-Coulombovým zákonem s omezením v tahu. Skladebné prvky (kameny) a malta jsou diskretizovány konečnými prvky. Poslední část této práce je zaměřena na homogenizaci termomechanických vlastností zdiva, především součinitele tepelné vodivosti.

Klíčová slova: Periodická buňka, kvazikřehké materiály, termomechanické vlastnosti, lomová energie, přechodová vrstva.

Abstract

The present study deals with the definition of a periodic unit cell (PUC) that is constructed on the mesoscopic level of the two-scale model. The PUC serves as a suitable tool to determine the effective properties of the masonry and loading paths that become the input data for modeling on the macroscopic level. This work takes into account the impaired properties of the interfacial transition zone (ITZ). Therefore, in the proposed material model the reduced properties of the ITZ are described using the contact elements and Mohr-Coulomb law with tension cut off. The units (stone blocks) and the mortar beds are discretized using finite elements. The last part of this treatise is focused on the homogenization of thermomechanical properties of masonry structures, mainly on the thermal conductivity coefficient.

Keywords: *Periodic unit cell (PUC), quasi-brittle materials, thermomechanical properties, fracture energy, interfacial transition zone (ITZ).*

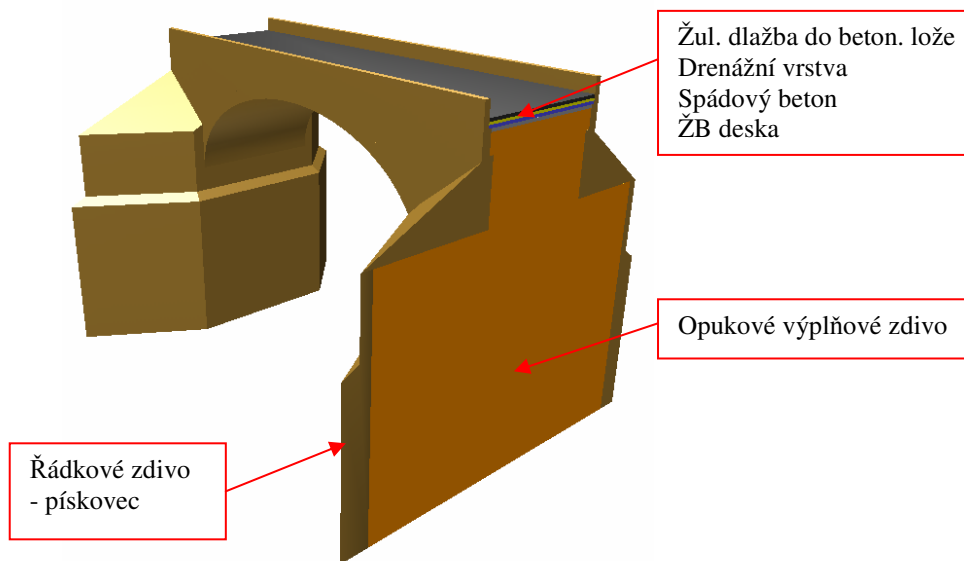
1. Úvod

Zděné konstrukce jsou používány po dlouhá tisíciletí existence lidstva a i v dnešní době jsou stále používány pro svou dostupnost a dobré mechanické vlastnosti. Původně byly konstrukce navrhovány na základě zkušeností, pokusů a omylů, vyplývajících z nedostatku znalostí vlastností a chování zdiva. V současnosti, navzdory velkému pokroku v počítačovém modelování, se navrhování a posuzování zděných konstrukcí v běžné praxi provádí na základě určitých zjednodušujících podmínek a vztahů, založených na použití různých koeficientů. Toto lze především připsat heterogenitě zdiva, sestávajícího se ze složek s kvazikřehkými vlastnostmi.

Je proto zřejmé, že pro realistické řešení celé konstrukce je nutné použít tzv. víceúrovňové modelování. V další části této práce je uvedeno vytvoření periodické buňky, která se používá pro mezoskopickou úroveň při dvouúrovňovém modelování (druhá úroveň je makroskopická, popisující typickou velikost konstrukce). Na mezoskopické úrovni jsou získávány efektivní vlastnosti zdiva, které lze následně použít pro modelování konstrukce na makroskopické úrovni.

Pro zjištění nelineárního chování materiálu je periodická buňka zatěžována řízenou deformací. Kombinací rovnoměrné deformace ve směru x , y a posléze i smyku lze pro daný materiál získat hranici porušení.

Velké přiblížení počítačového modelu skutečnému materiálu lze dosáhnout definicí přechodové (kontaktní) vrstvy mezi jednotlivými materiály. Jak je zřejmé z běžně se vyskytujících konstrukcí, bývá tato vrstva místem vzniku poruch, proto vlastnosti této vrstvy velmi ovlivňují celkovou odolnost zdiva vůči zatížení (mechanickému, nemechanickému). Avšak stanovení vlastností této vrstvy je náročné, neboť jsou ovlivněny mnohými působícími faktory při zdění a vlastnostmi jednotlivých složek zdiva. U historických konstrukcí (např. Karlův most) je obtížné a přesné stanovení potřebných vlastností způsobeno nedostatkem provedených zkoušek. Proto jsme se v (kap. 3), zaměřili na možnost stanovení vlastností kontaktní vrstvy metodou nejmenších čtverců. Touto metodou je vybrán ze souboru dostatečného množství simulací model, který se nejvíce přibližuje vlastnostem vzorku zkoušeného v Kloknerově ústavu. Vzorek lomového zdiva představuje výplňový materiál, vyskytující se v konstrukci Karlova mostu (obr. 1.1).



Obr. 1.1: Skladba materiálů Karlova mostu

Přestože je často věnována pozornost modelaci konstrukcí (vzorků) pro mechanická zatížení, je nutné zde upozornit na možné nemechanické zatížení konstrukce (např. teplota, vlhkost), které může být kritické pro zkoumanou konstrukci. Pro zahrnutí těchto vlivů do výpočtu na makroskopické úrovni je zjištění efektivních materiálových vlastností toto ovlivňujících (např. součinitel tepelné vodivosti, součinitel difúze vodních par) nezbytné (kap. 4). V této práci je věnována pozornost především zjištění transportu tepla v materiálu a popisu transportu vlhkosti.

2. Efektivní vlastnosti lomového zdiva

2.1. PUC (Periodic Unit Cell)

2.1.1. Návrh PUC

Opukové zdivo z lomového kamene je heterogenní materiál, který je při modelování na makroskopické úrovni vhodné uvažovat jako homogenní pro zjednodušení výpočtů. Vliv struktury materiálu na makroskopické chování může být zkoumáno při použití modelů na mezoskopické úrovni. Tzv. *dvouúrovňová analýza* konstrukce zahrnuje modelování na mezoskopické a makroskopické úrovni [Šejnoha J. a kol., 2003].

Periodická buňka je vytvořena pro modelování výpočtů na mezostrukturální či mezoskopické úrovni. Předpokládá se o ní, že se periodicky opakuje ve všech směrech zvolených kartézských os. Slouží k zjištění efektivních mechanických vlastností zdiva pro materiálový bod, a to v našem případě pro zdivo opukové (viz obr. 2.1). Zdivo se liší nejen materiálovými vlastnostmi jednotlivých složek (kamene a malty), ale i strukturním uspořádáním. Pro náhodně uspořádanou strukturu se vytváří tzv. PUC (Periodic Unit Cell) pomocí statistických metod. (Je nutné znát statistické momenty do druhého řádu. Pro moment prvního řádu charakterizuje objemové zastoupení kamene a malty. Místo momentů druhého řádu lze využít pro opukovou výplň podpůrné údaje o rozměrech kamenů - max. délka a výška, tloušťka spáry apod. [Šejnoha J. a kol., 2003].) Pro náš vzorek nejsou podklady pro plně statistický přístup k dispozici, proto k sestavení PUC (omezena na 2D) jsou použity poskytnuté fotografie zkušebního tělesa.

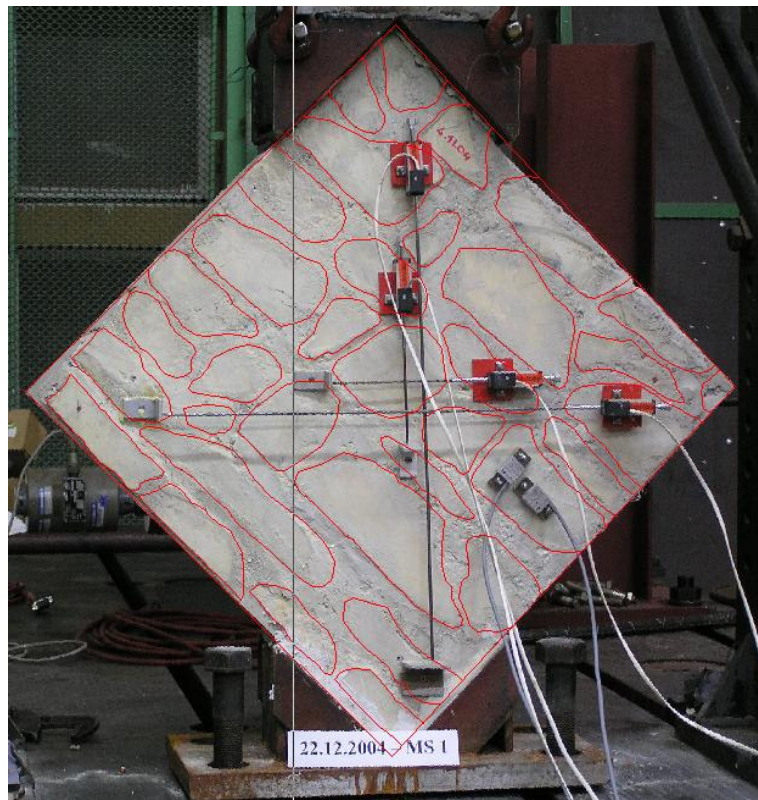
Na mezoúrovni model respektuje kvazikřehké vlastnosti jak kamene, tak malty. Kvazikřehkost se vyznačuje tzv. deformačním změkčením, které je charakterizováno snížením mechanického odporu při spojitěm nárůstu deformace. Tato vlastnost je připisována heterogenitě materiálu – výskyt různých fází a vad (např. trhliny, dutiny). Počáteční napětí a trhliny, stejně tak kolísání vnitřních tuhostí a pevností, způsobuje postupný rozvoj trhlín při zatížení vzorku vzrůstající deformací. V první fázi jsou mikrotrhliny stabilní (rostou pouze se vzrůstajícím zatížením), avšak při zatížení blízkému vrcholové pevnosti se začínají vytvářet makroskopické (magistrální) trhliny. Tyto trhliny jsou nestabilní, proto zatížení musí klesnout, aby nedošlo

k nekontrolovanému růstu trhlin. Při zatěžování vzorku řízenou deformací růst magistrální trhliny má za následek změkčení a lokalizaci porušení trhlinami do malé oblasti, zatímco je zbytek vzorku odlehčen [Roca a kol., 1998].

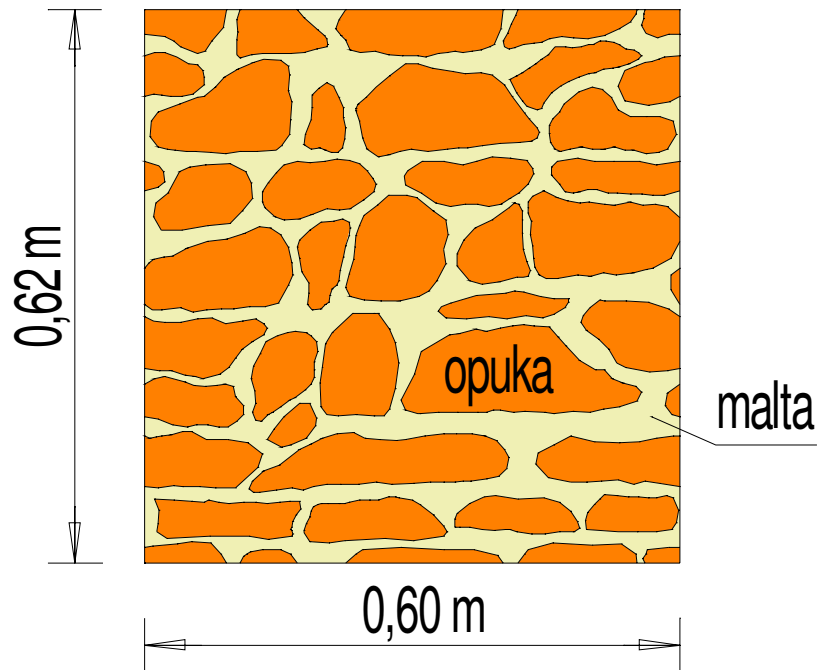
Výsledkem mezostrukturálních počítačových simulací jsou zatěžovací dráhy, vyjadřující nelineární závislost efektivních (průměrných, makroskopických) napětí Σ_{ij} na efektivních (průměrných) poměrných deformacích E_{ij} . Z nich lze pak sestrojit hranice porušení.

Tyto dráhy a s jejich pomocí získané hranice porušení slouží jako podklad pro makroskopickou úroveň k 3D nelineární analýze konstrukce jako celku.

Výchozí skladba opukového zdiva zkušební tělesa je znázorněna na (obr. 2.1), tento vzorek byl použit pro tlakovou zkoušku provedenou v Kloknerově ústavu. Mezoskopická periodická buňka pro modelový příklad, vytvořená na základě struktury skutečného vzorku, je naznačena na (obr. 2.2), tloušťka buňky je uvažována stejná jako tělesa pro experiment (150 mm). Na (obr. 2.3) je pro ni sestrojena síť konečných prvků (trojúhelníková).

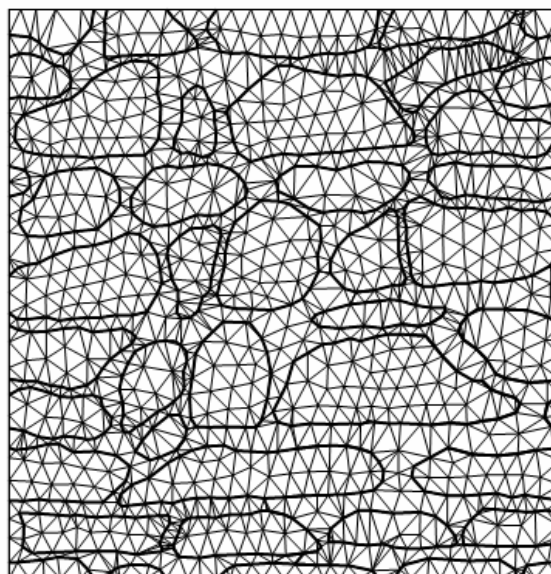


Obr. 2.1: Skladba opukového zdiva zkušební tělesa



Obr. 2.2: Mezoskopická periodická buňka pro opukové zdivo

Periodická buňka, vytvořená pro počítačovou simulaci, má objemové zastoupení kamenné fáze 69%, což je přibližně polovina rozsahu objemu kamenné fáze (50 až 90 %), zjištěné v kopaných sondách, provedených na Karlově mostě.

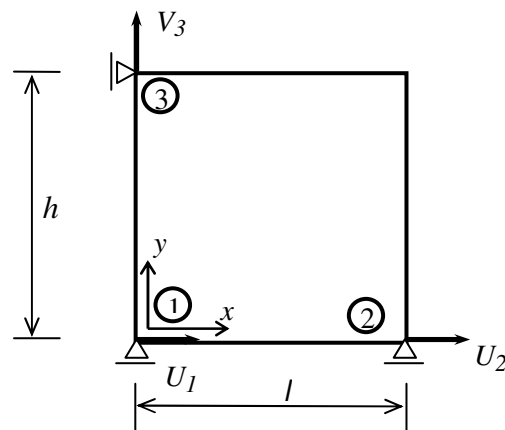


Obr. 2.3: Síť konečných prvků pro mezoskopickou buňku z opukového zdiva

2.1.2. Základní vztahy pro konstrukci periodické buňky (PUC)

Pro PUC schematicky znázorněnou na obr. 2.2, resp. 2.3, zavedeme staticky určité podepření v uzlech 1, 2, 3 podle obr. 2.4.

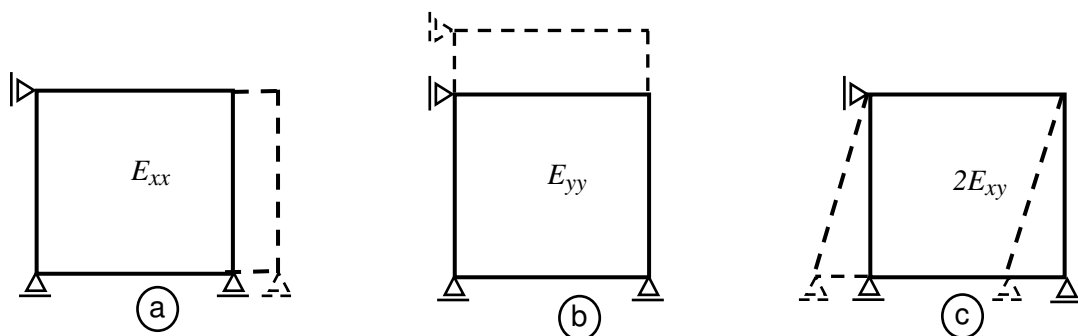
Rozměry buňky: Šířka (h) 0,60 m – směr x
 Výška (l) 0,62 m – směr y
 Tloušťka (b) 0,15 m – směr z



Obr. 2.4: PUC v soustavě souřadnic

Nechť E_{xx} , E_{yy} , $2E_{xy}$ jsou inženýrské makroskopické poměrné deformace představující zprůměrované hodnoty skutečných inženýrských deformací ε_{xx} , ε_{yy} , $2\varepsilon_{xy}$ a Σ_{xx} , Σ_{yy} , Σ_{xy} jsou makroskopická napětí představující zprůměrované hodnoty skutečných napětí σ_x , σ_y , τ_{xy} .

Na obr. 2.5 jsou rozkresleny jednotlivé deformační stavy, ze kterých vyjádříme makroskopické posuny



Obr. 2.5: Základní deformační stavy (displacement control)

Dle obr. 2.5 lze zapsat makroskopické posuny jako:

$$\begin{Bmatrix} U(x, y) \\ V(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 & y-h \\ 0 & y & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{xx} \\ E_{yy} \\ 2E_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

Deformace a uzlové posuny jsou svázány vztahy:

$$\begin{Bmatrix} E_{xx} \\ E_{yy} \\ 2E_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{h} \\ -\frac{1}{h} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

neboli

$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (2.2')$$

Vektoru uzlových posunů $\mathbf{d} = \{U_1, U_2, V_3\}^T$ odpovídá vektor uzlových sil $\mathbf{f} = \{F_{x1}, F_{x2}, F_{y3}\}^T$ působících v uzlech 1, 2, 3. Podobně vektoru makroskopické poměrné deformace $\mathbf{E} = \{E_{xx}, E_{yy}, E_{xy}\}^T$ odpovídá vektor makroskopických napětí $\mathbf{\Sigma} = \{\Sigma_{xx}, \Sigma_{yy}, \Sigma_{xy}\}^T$. Makroskopická napětí a uzlové síly jsou svázány principem virtuálních posunutí [Šejnoha J. a kol., 2003]

$$\delta \mathbf{d}^T \mathbf{f} = \int_V \delta \mathbf{E}^T \mathbf{\Sigma} dV = \delta \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{\Sigma} lhb \quad (2.3)$$

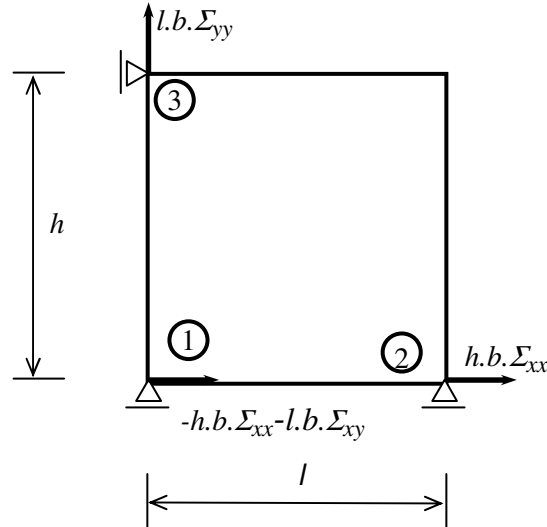
Odtud

$$\mathbf{f} = \mathbf{B}^T \mathbf{\Sigma} lhb \quad (2.4)$$

neboli

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{x2} \\ F_{y3} \end{Bmatrix} = b \cdot \begin{bmatrix} -h & 0 & -l \\ h & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Sigma_{xx} \\ \Sigma_{yy} \\ \Sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.4')$$

Přiřazení sil k napětím je znázorněno na obr. 2.6.



Obr. 2.6: Zavedení uzlových sil (stress control)

Popsaným způsobem se zatěžuje PUC silami při testech řízených napětími (stress control).

Analogicky lze PUC zatěžovat uzlovými posuny (displacement control). Inverzí v rovnici (2.2) vyplyne závislost

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -h \\ l & 0 & -h \\ 0 & h & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{xx} \\ E_{yy} \\ 2E_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

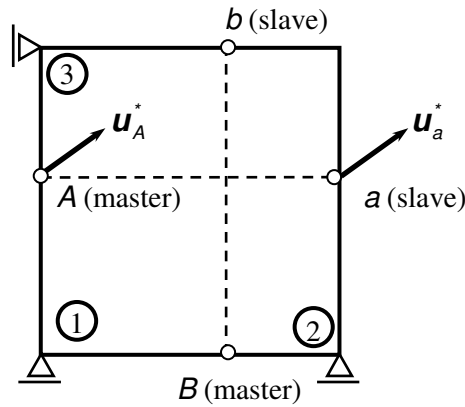
Dosažením vztahu (2.2) do (2.1) dostaneme makroskopické posuny U , V vyjádřené lineární interpolací uzlových posunů U_1 , U_2 , V_3 takto:

$$\begin{Bmatrix} U(x, y) \\ V(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l} - \frac{y}{h} & \frac{x}{l} & 0 \\ -\frac{y}{h} & -\frac{x}{l} & \frac{y}{h} \\ 0 & 0 & \frac{y}{h} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Zbývá formulovat okrajové podmínky zajišťující periodicitu PUC. Za tím účelem vyjádříme posuny u a v jako součet posunů vyvolaných polem makroskopických deformací a posunů fluktuálních u^* , v^* , vystihující vliv heterogenity materiálové struktury. Kombinací vztahů (2.5) a (2.6) dostáváme

$$\begin{aligned} u(x, y) &= E_{xx}x - (h-y)(2E_{xy}) + u^*(x, y) \\ v(x, y) &= E_{yy}y + v^*(x, y) \end{aligned} \quad (2.7)$$

S ohledem na strukturu programu ATENA 2D [Červenka V. a kol., 2003] rozdělíme hraniční uzly do dvou skupin (obr. 2.7)



Obr. 2.7: Podmínky periodicity

Uzly typu A , B označíme jako „master“. Uzly typu a , b označíme jako „slave“. Předpokládejme, že odpovídající si uzly a , A mají stejnou souřadnici y (uzel a bychom mohli považovat za uzel A pro PUC vpravo od buňky vyšetřované). V takovém případě budou vektory flukтуаčních posunů u_a^* a u_A^* identické. Totéž platí pro flukтуаční posuny v uzlech b a B .

Program ATENA [Červenka V. a kol., 2003] umožňuje vyjádřit posuny v uzlech „slave“ jako lineární kombinace posunů v uzlech „master“ a v uzlech 1, 2, 3, kde posuny předepisujeme. S využitím (2.7) tedy platí ve směru x

$$\begin{aligned} u_a &= E_{xx}l - (h-y)(2E_{xy}) + u_a^* \\ u_A &= - (h-y)(2E_{xy}) + u_A^* . \end{aligned}$$

Odečtením obou rovnic vyplyne (s uvažováním rovnosti $u_a^* = u_A^*$)

$$u_a = E_{xx}l + u_A . \quad (2.8)$$

Podobně ve směru y vychází

$$v_a = v_A . \quad (2.9)$$

Stejná vazba je ovšem i mezi uzly 1 a 2, v nichž posuny předepisujeme. Můžeme tedy psát

$$u_a - u_A = u_2 - u_1 \Rightarrow u_a = u_A + u_2 - u_1 , \quad (2.10)$$

$$v_a - v_A = v_2 - v_1 \Rightarrow v_a = v_A + v_2 - v_1 = v_A .$$

V uzlu b snadno najdeme analogické vztahy

$$u_b = u_B + u_3 - u_1 = u_B - u_1 , \quad (2.11)$$

$$v_b = v_B + v_3 - v_1 = v_B + v_3 .$$

V testech typu „displacement control“ jsou posuny v uzlech 1, 2, 3 vyjádřeny makroskopickými deformacemi pomocí (2.5).

V testech typu „*stress control*“ v uzlech 1, 2, 3 předepisujeme síly a z hlediska podmínek periodicity (2.10) a (2.11) na ně nahlížíme jako na uzly typu „*master*“.

2.2. Pracovní diagram

Na vytvořené periodické buňce (obr. 2.2) je provedena počítačová simulace typu „*displacement control*“ (přírůstkové řešení) programem ATENA 2D (verze 2.1.11.0).

2.2.1. Materiálový model opuky a malty

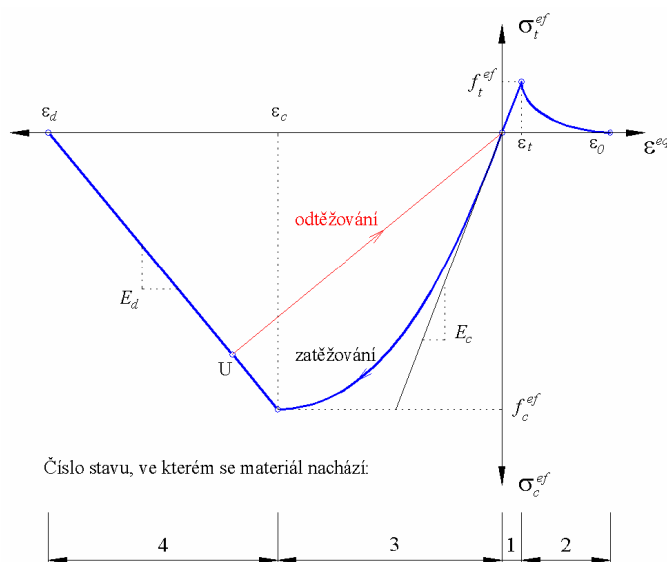
Pro simulaci je zvolen počítačový materiálový model SBETA, definovaný v programu ATENA [Červenka V. a kol., 2003].

Formulace konstitutivních vztahů je založena na stavu rovinného napětí. Materiálové vlastnosti definované pro materiálový bod jsou platné v jistém materiálovém objemu (*smearred approach*), který je v tomto případě spojen s celým konečným prvkem.

Účinky chování materiálu, které zahrnuje tento materiálový model, jsou:

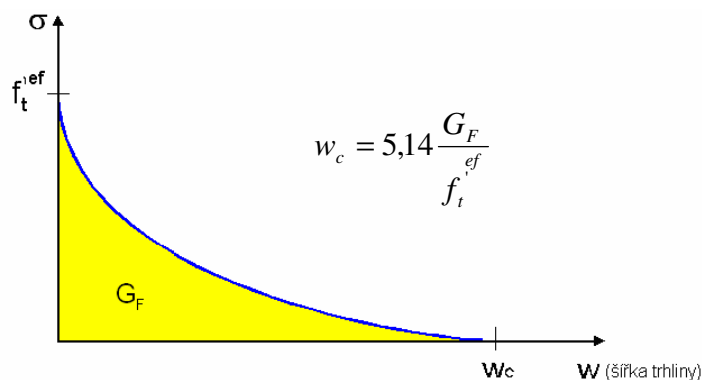
- Nelineární chování při stlačení, zahrnující zpevnění a změkčení.
- Porušení v tahu, založené na nelineární lomové mechanice.
- Kritérium dvouosého porušení.
- Redukce pevnosti v tlaku, po porušení materiálu trhlinami, ve směru rovnoběžném s trhlinami.
- Tahové zpevnění betonu porušeného trhlinami – zpevnění neporušeným materiálem nebo ne plně otevřenými trhlinami.
- Redukce smykové tuhosti po porušení materiálu trhlinami – modul ve smyku je redukován se vzrůstajícím napětím, kolmému k trhlíně.
- Dva modely rozetřených trhlin: a) Fixovaný směr trhlin.
b) Rotovaný směr trhlin.

Pro popsání dvouosého chování materiálu je použito tzv. efektivní napětí σ_c^{ef} (ve většině případů je rovno hlavnímu napětí) a ekvivalentní jednoosá poměrná deformace ε^{eq} . Graf, znázorňující závislost napětí na poměrné deformaci, je vykreslen na obrázku (2.8).



Obr. 2.8: Diagram závislosti napětí na poměrném přetvoření pro jednoosou napjatost

Vzestupná větev diagramu na obrázku (2.8) pro tlačný materiál je uvažována nelineární (blíže viz [Červenka V. a kol., 2003]). Změkčení v tlaku je popsáno jako lineárně klesající pomocí modelu založeného na disipaci energie – tlakové porušení je lokalizováno do roviny kolmé ke směru tlakového hlavního napětí. Všechny posuny a disipace energie po dosažení vrcholové pevnosti se odehrávají v této rovině. Tahové chování neporušeného materiálu je uvažováno lineárně elastické, po porušení trhlinami je předpokládáno změkčení probíhající po exponenciální křivce (obr. 2.9).

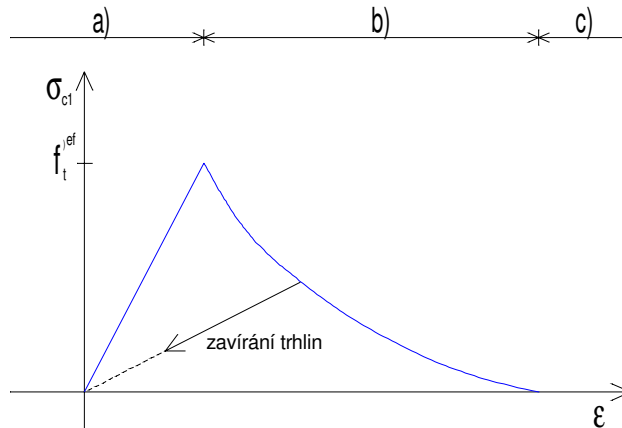


Obr. 2.9: Otvírání trhlín po dosažení efektivní tahové pevnosti f_t^{ef} pro model SBETA

Na obrázku (2.9) označuje w_c otevření trhliny při úplném uvolnění napětí. G_F je lomová energie potřebná na vytvoření volné jednotkové plochy trhliny (bez napětí).

Proces vzniku trhlin lze rozdělit do tří stádií (obr. 2.10):

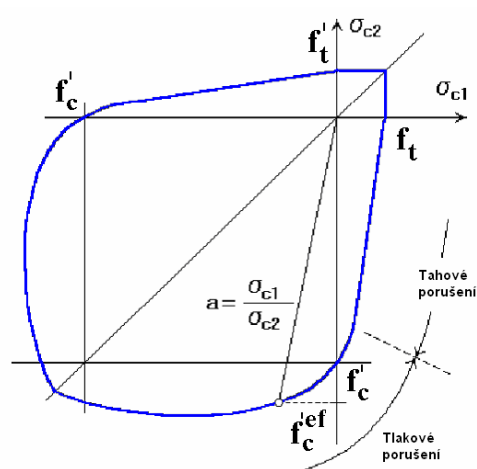
- Stadium bez trhlin – před dosažením meze pevnosti v tahu.
- Vznik trhliny za současného poklesu napětí.
- Nulové napětí, pokračuje otvírání trhliny – materiál porušený trhlinami.



Obr. 2.10: Stadia vzniku trhliny

Plocha pod grafem znázorněným na obrázku (2.10) je lomová energie (G_F) vztažená na šířku lokalizačního pásu. Sestupná větev odpovídá energii v hustě disipovaných mikrotrhlinách, vzestupná větev energii uvolněné v materiálu mezi mikrotrhlinami [Šejnoha J. a kol., 2003].

Na následujícím obrázku (2.11) je hranice porušení pro dvouosé namáhání, kde hlavní napětí jsou označena σ_{c1} , σ_{c2} a f'_c vyjadřuje jednoosou pevnost v tlaku zkoušenou na válcích.



Obr. 2.11: Kritérium dvouosého porušení pro model SBETA

Při použití materiálového modelu SBETA konečné prvky vykazují jev, označovaný jako *zamknutí* (locking), tj. nejsou schopny dosáhnout úplné relaxace napětí při plném porušení. V programu ATENA se zamknutí projevuje tak, že jeden nebo více prvků na konci plně otevřené trhliny stále přenáší napětí. Řešení je ukončit pracovní diagram v okamžiku vytvoření plně otevřené trhliny přes celý vzorek. V této kapitole je proto použit materiálový model s rotovanými trhlinami, umožňující snadnější grafické nalezení posledního výpočtového kroku. Výsledky modelu s rotovanými nebo fixovanými trhlinami se lišily velmi málo, proto zvolený model trhlin nemá výrazný vliv na výsledné charakteristiky.

2.2.2. Model bez přechodových prvků

2.2.2.1. Materiálové charakteristiky

Hodnoty materiálových parametrů složek zdiva uvedené tab. 2.1, jsou získány ze zkoušek provedených v Kloknerově ústavu na materiálech použitých pro zkušební vzorek. Statistické zpracování výsledků zkoušek je blíže popsáno v [Sýkora, 2005].

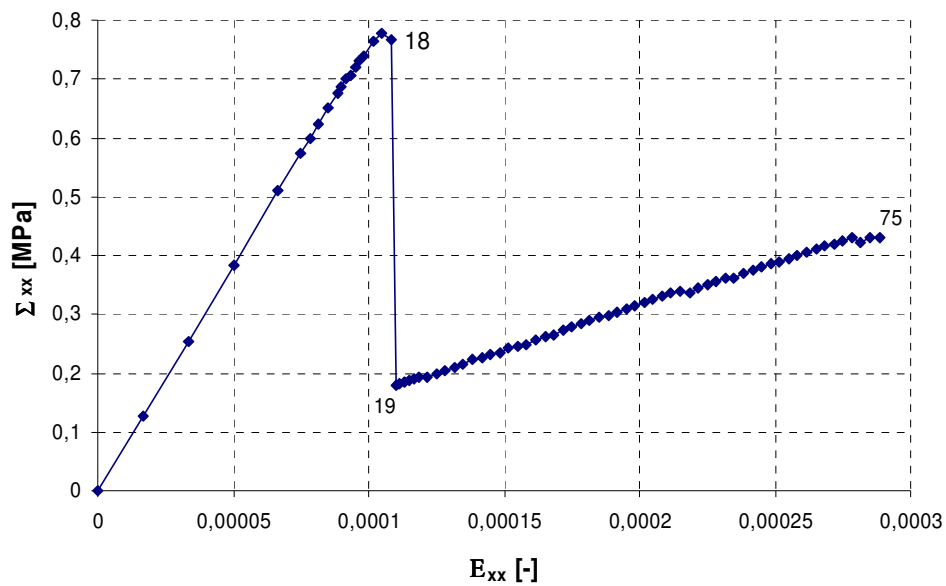
<i>veličina</i>	<i>označení</i>	<i>hodnota</i>	<i>jednotky</i>
OPUKA			
Modul pružnosti	E	$20,21 \cdot 10^3$	MPa
Pevnost v tahu	F_t	8,339	MPa
Pevnost v tlaku	F_c	71,017	MPa
Specifická lomová energie	G_F	$85,5 \cdot 10^{-6}$	MNm ⁻¹
MALTA			
Modul pružnosti	E	$1,78 \cdot 10^3$	MPa
Pevnost v tahu	F_t	1,313	MPa
Pevnost v tlaku	F_c	6,099	MPa
Specifická lomová energie	G_F	$6,7 \cdot 10^{-6}$	MNm ⁻¹

Tab. 2.1: Materiálové parametry komponentů zdiva

2.2.2.2. Výsledky simulací

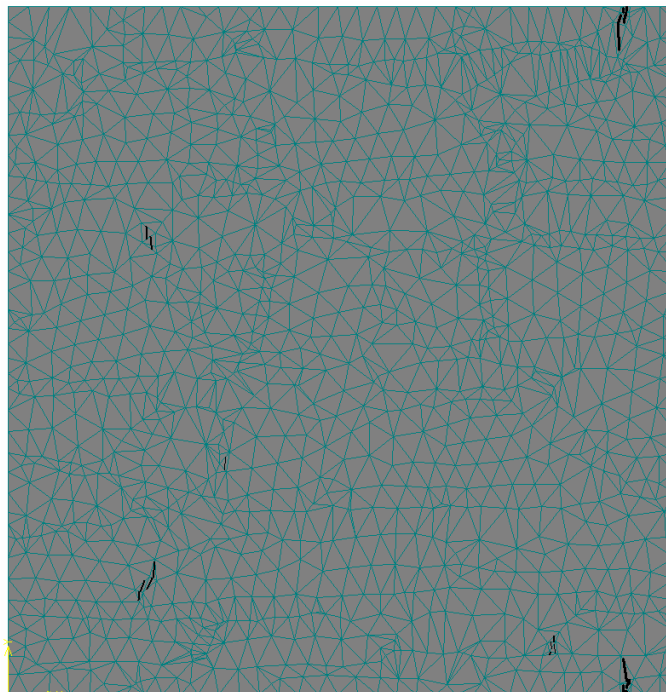
Postupně jsou zakresleny zatěžovací dráhy (pracovní diagramy), vyjadřující závislost mezi makroskopickým napětím Σ_{ij} a makroskopickou poměrnou deformací E_{ij} .

Nejdříve je zatěžován vzorek tahem ($E_{xx} > 0$) ve směru osy x (obr. 5a), výsledný pracovní diagram je znázorněn na (obr. 2.12), kde čísla u grafu označují výpočtové kroky pro daný stav.

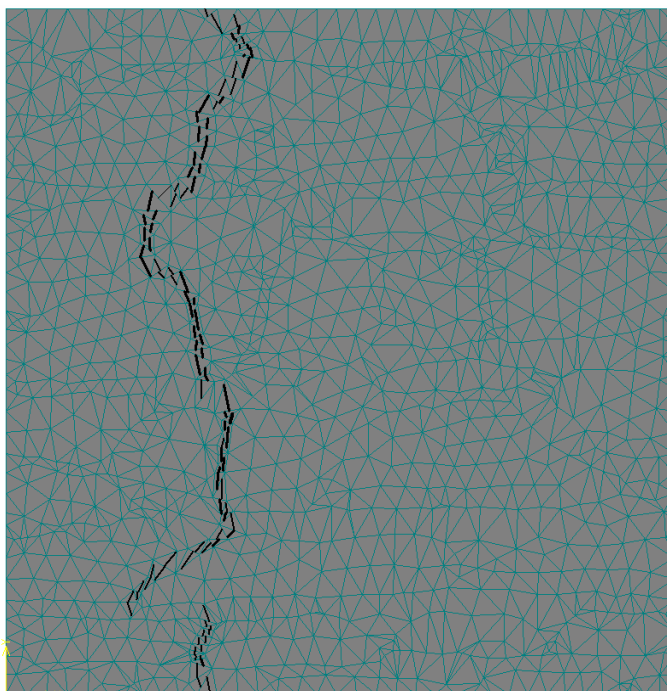


Obr. 2.12: Pracovní diagram, předepsaná deformace $E_{xx} > 0$

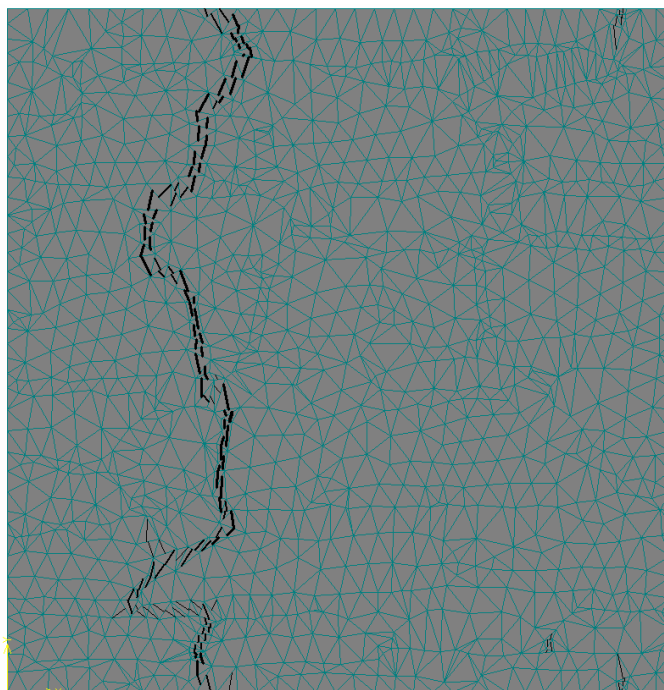
Obrázky (2.13a) až (2.13c) ukazují vývoj trhlin v závislosti na narůstající deformaci. Lze zde pozorovat, že se vzrůstající deformací se některé trhliny zavírají a jiné nové otvírají. Na obrázcích (2.13b) a (2.13c) je patrné formování magistrální trhliny ve svislé spáře.



Obr. 2.13a: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 18

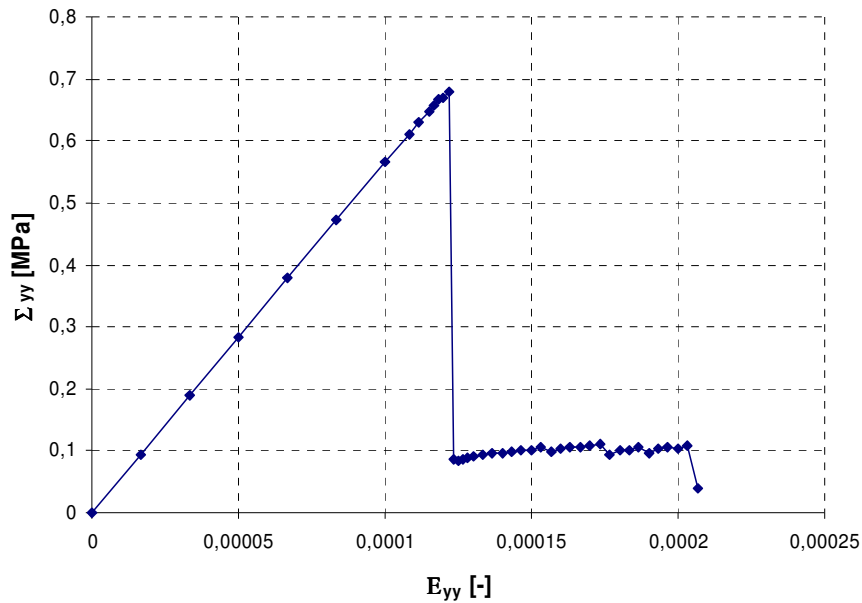


Obr. 2.13b: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 19

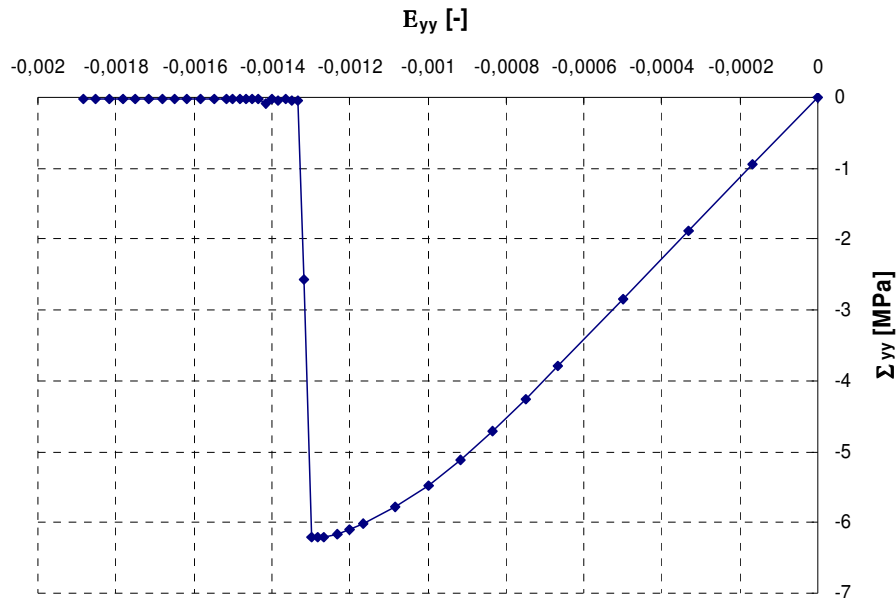


Obr. 2.13c: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 75

Pracovní diagram zatěžovacího stavu, kdy je vzorek zatěžován tahem ($E_{yy} > 0$) ve směru osy y (obr. 5b), je na (obr. 2.14). Vývoj trhlin v tomto stavu je obdobný jako při zatížení tahem ve směru osy x .



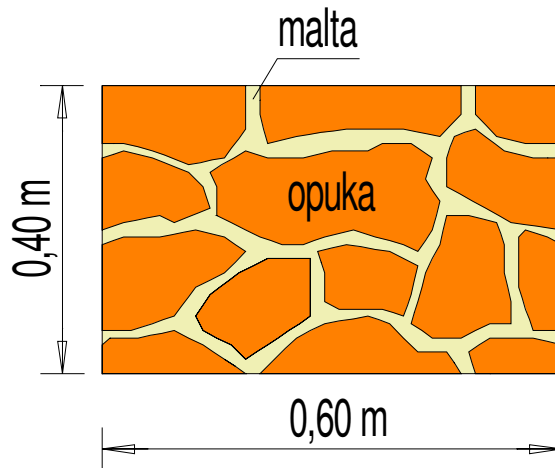
Z prudkého poklesu makroskopických napětí po překročení limitního bodu je z (obr. 2.15) zřejmý vliv příčných tahových trhlin. Stejný vliv lze pozorovat i u tlaku ve směru osy y (obr. 2.16).



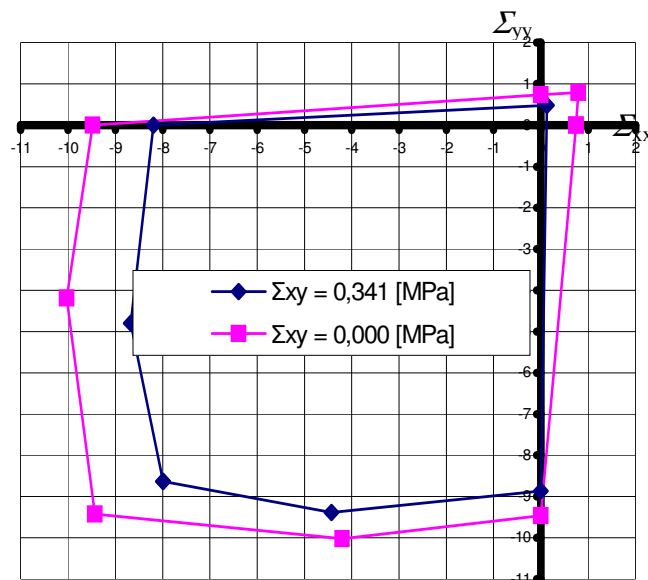
Obr. 2.16: Pracovní diagram, předepsaná deformace $E_{yy} < 0$

Ve výpočtu je vzorek zatěžován tahem, tlakem a kombinacemi zatížení, které jsou potřebné pro sestavení hranice porušení. Vzorek se zatěžuje i smykem (obr. 2.5c), pro zjištění vlivu smyku na hranici porušení. Pro úplnost zmiňme, že při namáhání smykem je vzorek porušován trhlinami, vznikajícími kolmo na směr hlavního tahu.

Na obrázku (2.18) je naznačen hrubý tvar vzniklé hranice porušení získaný výpočtem programu ATENA 2D pro vzorek s jiným geometrickým uspořádáním (velikost periodické buňky, rozlišný tvar a uspořádání kamenů,...) a odlišnými materiálovými charakteristikami (obr. 2.17). Tato buňka byla původně vytvořena pro modelování zdiva z lomového kamene (opuky), vyskytujícího se v konstrukci Karlova mostu. Na obrázku (2.18) lze pozorovat závislost na smykovém namáhání buňky (Σ_{xy}). Je patrné, že se vzrůstajícím smykem klesá odolnost vzorku vůči zatížení (sevřenější polygon). Shodnou závislost je také možné prokázat na námi vytvořené periodické buňce.



Obr. 2.17: Původní PUC vytvořená pro modelaci zdiva z lomového kamene, vyskytujícího se v konstrukci Karlova mostu



Obr. 2.18: Hrubý tvar hranice porušení v prostoru napětí Σ_{xx} , Σ_{yy} a parametrická závislost na Σ_{xy}

2.2.3. Model s přechodovými prvky

Z důvodů uvedených v následující (kap. 3) je v dané periodické buňce zavedena přechodová oblast mezi maltou a opukou. Pro dosažení většího přiblížení modelované buňky skutečnému experimentu provedeného v Kloknerově ústavu je upraven i modul pružnosti malty. Dané materiálové charakteristiky, získané zpětnou analýzou

z makroskopické zatěžovací zkoušky (viz kap. 3), prvků zdiva a přechodové vrstvy jsou uvedeny v (tab. 2.2).

2.2.3.1. Materiálové charakteristiky

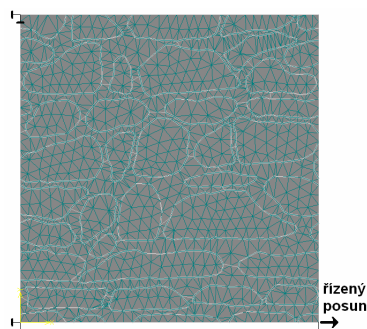
<i>veličina</i>	<i>označení</i>	<i>hodnota</i>	<i>jednotky</i>
OPUKA			
Modul pružnosti	E	$20,21 \cdot 10^3$	MPa
Pevnost v tahu	F_t	8,339	MPa
Pevnost v tlaku	F_c	71,017	MPa
Specifická lomová energie	G_F	$85,5 \cdot 10^{-6}$	MNm ⁻¹
MALTA			
Modul pružnosti	E	$5,30 \cdot 10^3$	MPa
Pevnost v tahu	F_t	1,313	MPa
Pevnost v tlaku	F_c	6,099	MPa
Specifická lomová energie	G_F	$6,7 \cdot 10^{-6}$	MNm ⁻¹
PŘECHODOVÝ PRVEK			
Normálová tuhost	K_{nn}	$10,00 \cdot 10^3$	MN/m ³
Tečná tuhost	K_{tt}	$6,50 \cdot 10^3$	MN/m ³
Pevnost v tahu	F_t	0,1	MPa
Soudržnost	C	0,13	MPa
Vnitřní úhel tření	ϕ	0,3	-

Tab. 2.2: Materiálové parametry komponentů zdiva

2.2.3.2. Výsledky simulací

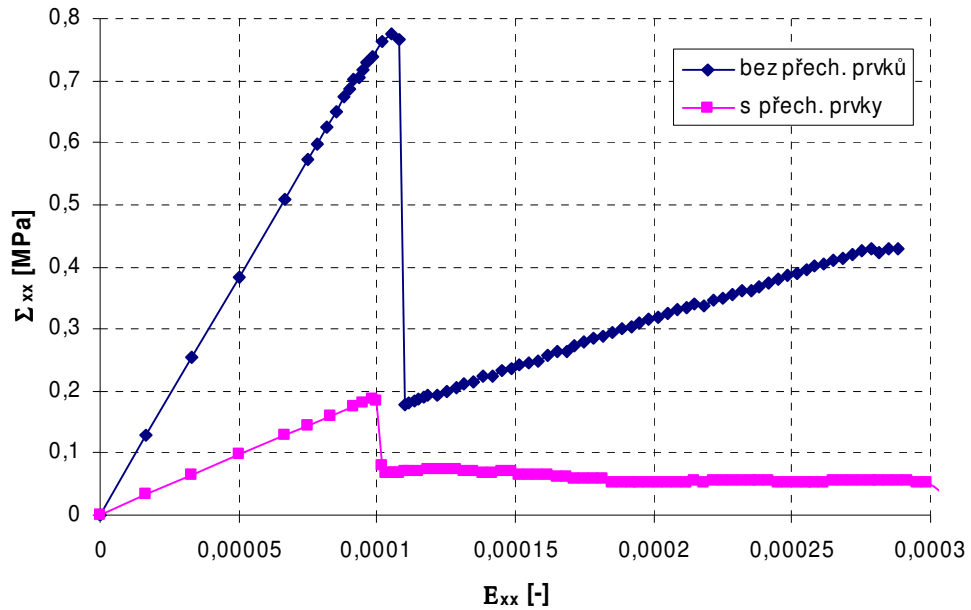
Použitím přechodových prvků, jejichž charakteristické vlastnosti jsou uvedeny v (tab. 2.2), a úpravě modulu pružnosti malty (odůvodnění viz kap. 3) dochází ke snížení pevnosti při zatížení vzorku deformací.

Počítačový model periodické buňky pro zatížení tahem ve směru osy x je zobrazen na (obr. 2.19).

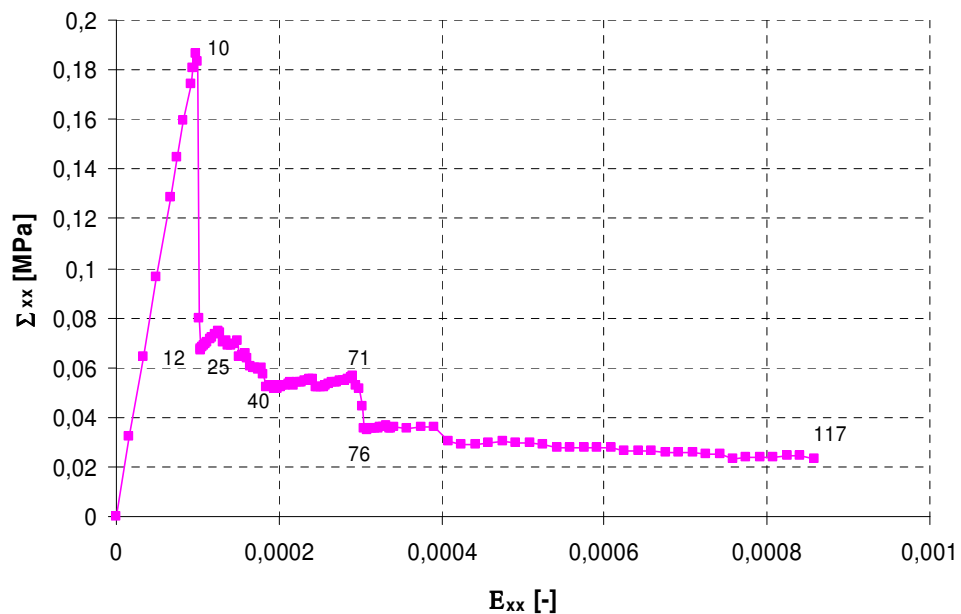


Obr. 2.19: Počítačový model PUC pro zatížení tahem ve směru osy x

Pracovní diagramy, získané při zatěžování periodické buňky ve směru osy x , jsou znázorněny na obrázku (2.20) a (2.21). Na obrázku (2.20) jsou porovnány diagramy počítačových modelů bez a s přechodovými prvky.

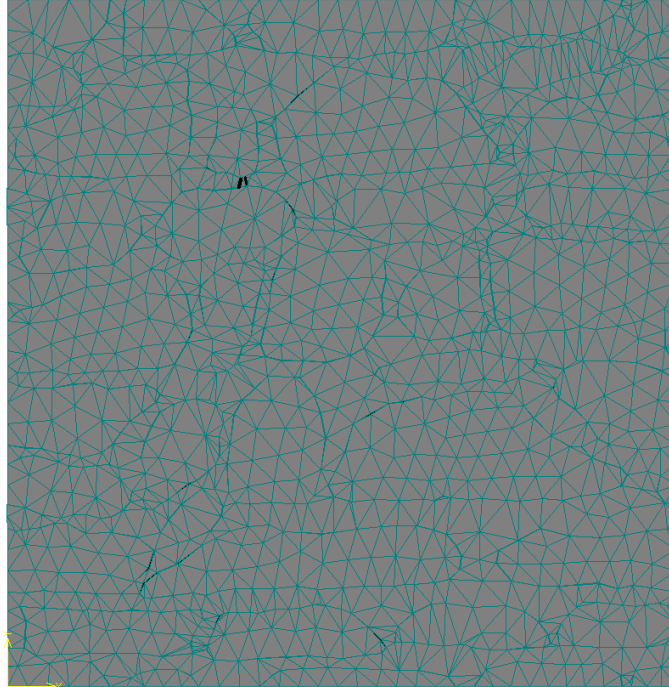


Obr. 2.20: Porovnání pracovních diagramů pro model s a bez přechodových prvků, $E_{xx} > 0$

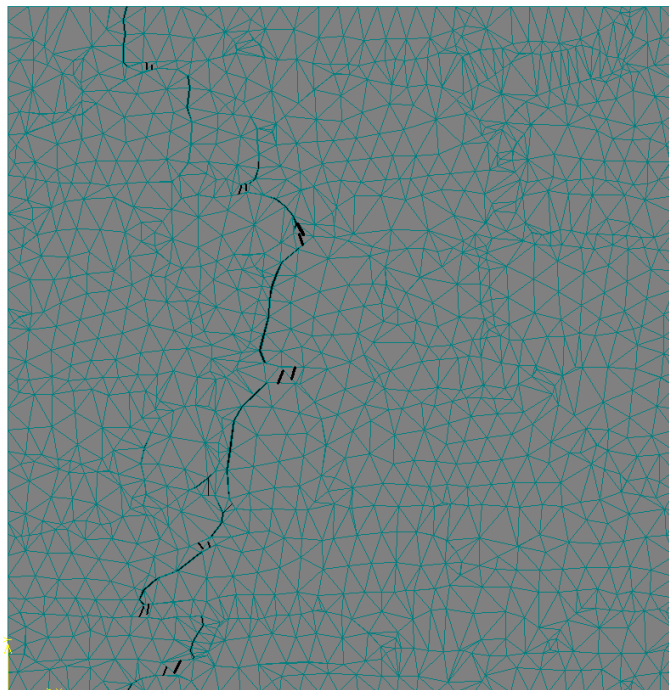


Obr. 2.21: Zvětšený pracovní diagram pro model s přechodovými prvky, $E_{xx} > 0$

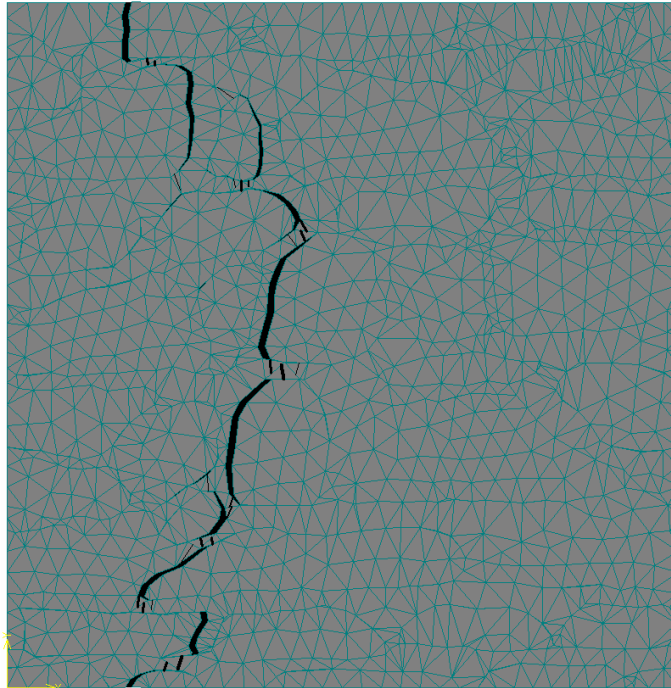
Obrázky (2.22a) až (2.22d) zachycují vývoj trhlin v závislosti na narůstající deformaci. Na obrázcích (2.22b) až (2.22d) je již patrné formování magistrální trhliny ve svislé spáře.



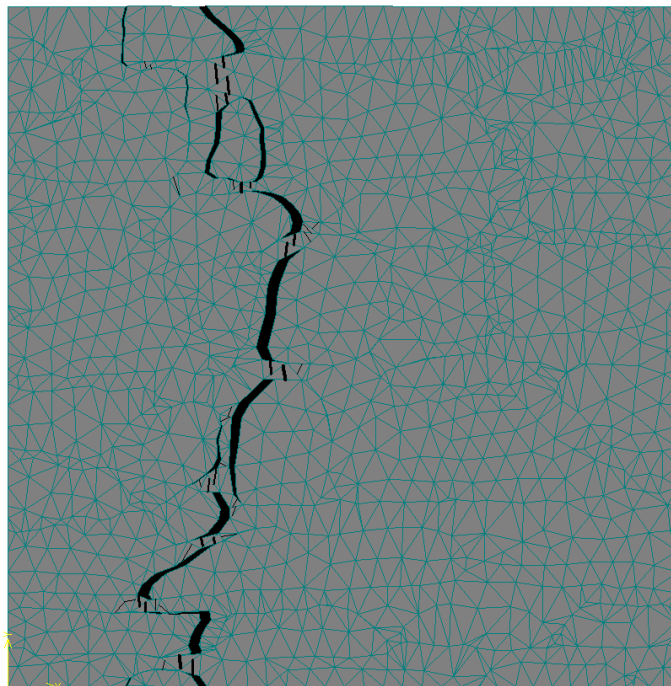
Obr. 2.22a: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 10 (deformace zvětšena 40x)



Obr. 2.22b: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 12 (deformace zvětšena 40x)

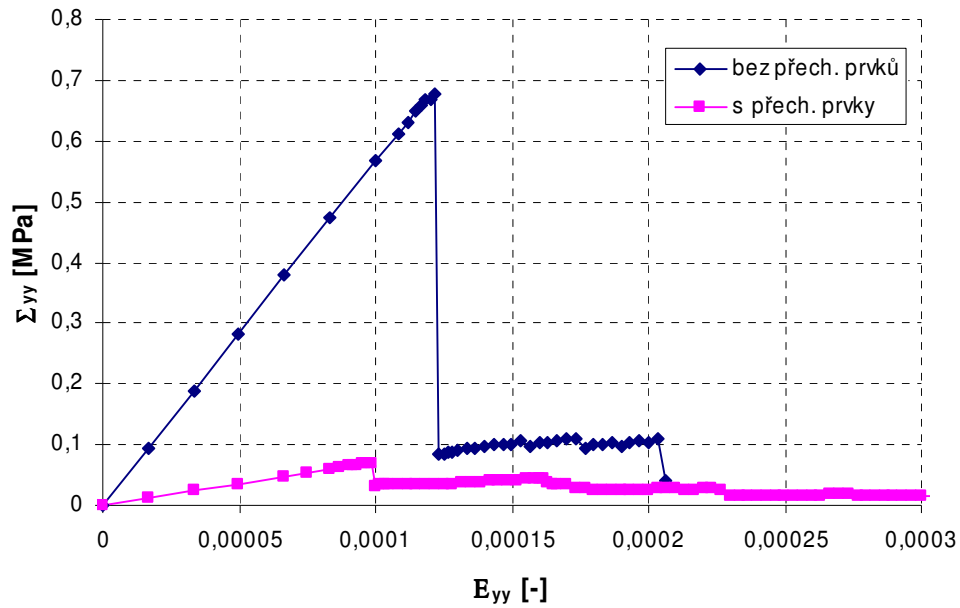


Obr. 2.22c: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 71 (deformace zvětšena 40x)

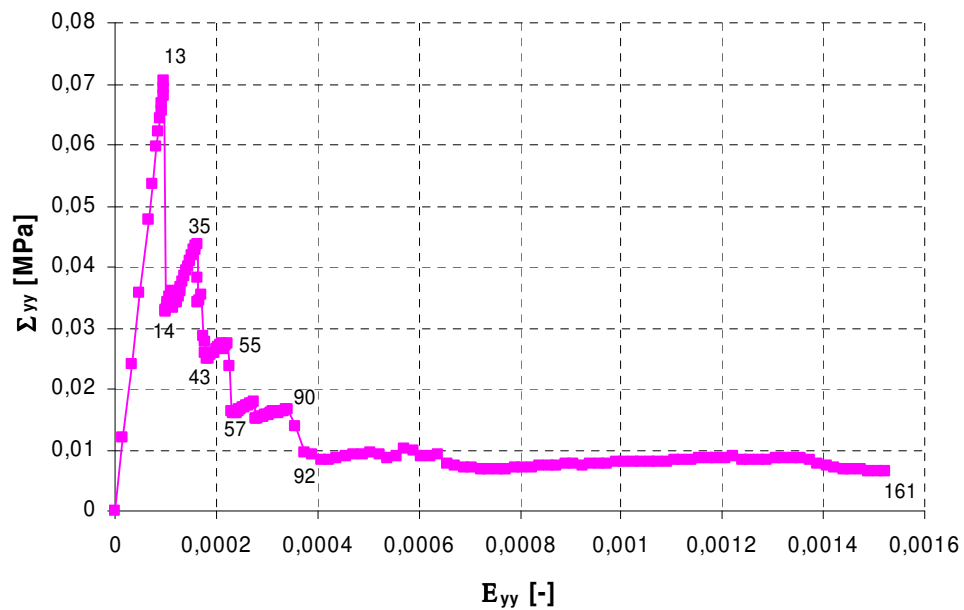


Obr. 2.22d: Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 117 (deformace zvětšena 20x)

Na následujících obrázcích (2.23) a (2.24) jsou vykresleny zatěžovací dráhy pro vzorek zatěžovaný tahem ve směru osy y . Vývoj trhlin je obdobný jako pro tah ve směru osy x (obr. 2.22a až 2.22d), proto jej zde neuvádíme.



Obr. 2.23: Porovnání pracovních diagramů pro model s a bez přechodových prvků, $E_{yy} > 0$



Obr. 2.24: Zvětšený pracovní diagram pro model s přechodovými prvky, $E_{yy} > 0$

Pro vzorek modelovaný pomocí přechodových prvků je možné také sestavit hranici porušení, ovšem v naší další simulaci není potřebná, proto ji nyní

nesestrojujeme. Charakter porušení vzorku pro různé druhy zatížení (tah, tlak, smyk) je principiálně obdobný jako u modelu bez přechodových prvků.

2.3. Lomová energie na PUC

Lomová energie je popsána jako integrál pod křivkou pracovního diagramu v tahu (tlaku) vztažený na plochu porušení.

Z výsledků simulací lze odvodit průměrnou lomovou energii opukového zdiva pomocí periodické buňky. Uvážíme-li, že lomová plocha trhliny o délce a [m] nabývá velikosti $A_{trhlina} = a \cdot b$ (b je tloušťka vzorku) a výslednice $F = \Sigma_{xx} \cdot A = \Sigma_{xx} \cdot h \cdot b$ pro směr x vyvozuje posun $u = E_{xx} \cdot l$, můžeme psát

$$\hat{G}_F^x = \frac{\int F(u) du}{A_{trhlina}} = \frac{\int \Sigma_{xx} hb d(E_{xx}l)}{ab} = \frac{lh}{a} \cdot \int \Sigma_{xx} dE_{xx} , \quad (2.12)$$

kde \hat{G}_F^x označuje průměrnou lomovou energii ve směru x .

Pro směr osy y lze odvodit stejným způsobem efektivní lomovou energii

$$\hat{G}_F^y = \frac{lh}{a} \cdot \int \Sigma_{yy} dE_{yy} . \quad (2.13)$$

Aktuální lomovou energii lze určit pomocí přírůstkového řešení, vycházejícího z pracovního diagramu zjištěného při zkoušce (simulaci) a definice lomové energie. Při uvažování délky trhliny a [m], můžeme pro dva různé zatěžovací kroky i, j ($j > i$) pracovního diagramu psát

$$\tilde{G}_F = \frac{W_j - W_i}{(a_j - a_i) \cdot b} , \quad (2.14)$$

kde $W_{i,j} = \int_0^{u_{i,j}} F(u) du$ a $(W_j - W_i)$ značí energii potřebnou na vytvoření volné plochy trhliny $(a_j - a_i) \cdot b$. Kroky potřebné pro zjištění lomové energie je vhodné volit v místech prudkého poklesu napětí, protože zde dochází k zvětšenému rozvoji trhlín (viz obr. 2.21 a 2.24).

2.3.1. Příklad

Lomová energie je určována na vzorku modelovaného s přechodovými prvky a z nich vycházejících pracovních diagramů (obr. 2.20 a 2.23). Výsledné hodnoty lomové energie určené dle vztahů (2.12), resp. (2.13), a (2.14) jsou uvedeny v tabulce (2.3), v níž jsou rozděleny dle způsobu určení a směru.

Na obrázku (2.25) (resp. 2.26) je znázorněná matice lomové energie pro směr x (resp. y), vzniklá použitím přírůstkového řešení, kde jednotlivé členy vyjadřují hodnotu lomové energie, zjištěnou rozdílem daných výpočtových kroků.

označení	N/m
\hat{G}_F^x	11,5
\tilde{G}_F^x	11,7
\hat{G}_F^y	4,9
\tilde{G}_F^y	4,6

Tab. 2.3: Hodnoty lomové energie rozdělené dle směru a způsobu určení

\tilde{G}_F [N/m]							
krok	10	12	25	40	71	76	117
10		0,2	1,6	2,7	4,5	4,7	8,8
12			12,9	9,3	12,1	11,6	17,7
25				7,6	11,9	11,3	18,4
40					17,3	14,8	23,0
71						7,3	25,9
76							29,6
117							

Obr. 2.25: Matice výsledků přírůstkového řešení lomové energie ve směru osy x

\tilde{G}_F [N/m]									
Krok	13	14	35	43	55	57	90	92	161
13		0,1	1,3	1,3	1,7	1,7	2,3	2,1	4,0
14			4,5	3,3	4,0	3,6	4,8	3,9	6,1
35				1,7	3,5	2,9	4,9	3,6	6,6
43					10,3	4,8	8,6	4,6	7,7
55						1,0	7,9	3,7	7,5
57							18,4	4,5	8,2
159								1,1	7,5
160									10,3
161									

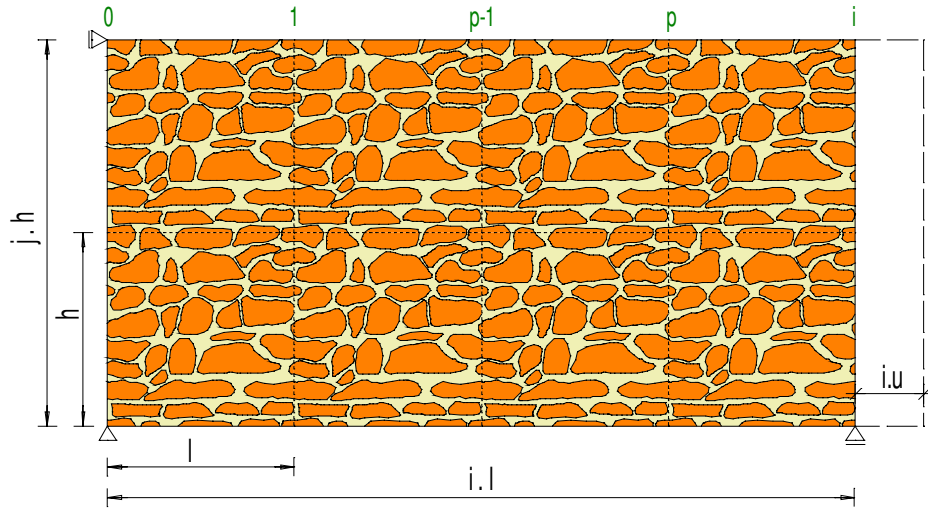
Obr. 2.26: Matice výsledků přírůstkového řešení lomové energie ve směru osy y

Porovnáním členů matic výsledků lomové energie lze říci, že hodnoty určené použitím energie pro poslední výpočtový krok jsou zatíženy větší chybou, vyplývající z velkého rozdílu deformace porovnávaných kroků. Jako nejpravděpodobnější se ukazují hodnoty, nacházející se uprostřed trojúhelníkové matice (viz obr. 2.25 a 2.26 červená elipsa), jejichž vzájemné odchylky jsou minimální. Aritmetické průměry těchto členů matic jsou uvedeny v (tab. 2.3).

2.4. Vliv velikosti PUC (size effect)

Vliv velikosti vzorku (buňky) je pouze mechanického a deterministického původu. Když se porušení neodehrává v podobě vzniku trhlin, které reprezentují většinu situací u kvazikřehkých materiálů, vliv velikosti vzorku lze vysvětlit uvolněním energie, způsobené růstem makrotrhlin, a nahodilost pevnosti materiálu má pouze zanedbatelný vliv. K vysvětlení vlivu velikosti vzorku poslouží popis postupného uvolnění deformační energie v důsledku růstu porušení. Před selháním vzorku se rozptýlené poruchy, sestávající se hlavně z mikrotrhlin, lokalizují do úzké zóny porušení, která se nakonec stává magistrální trhlinou. Lokalizace je řízena uvolňováním nahromaděné deformační energie z materiálu. Ve větších vzorcích je deformační energie uvolňována z rozsáhlejší oblasti, a proto celkové množství energie uvolněné při rozvoji jednotkové velikosti trhliny je větší, uvažujeme-li stejné napětí jako pro menší vzorek. Protože je však energie potřebná pro vytvoření jednotkové velikosti trhliny téměř nezávislá na velikosti vzorku, jmenovité napětí při poruše většího vzorku musí být menší, tak aby uvolněná energie přesně dosáhla hodnoty potřebné pro tvorbu porušení. Proto je pevnost materiálu ovlivněna uvolněním nahromaděné elastické energie, závislé na velikosti vzorku [Lourenço, 1997].

Uvažujeme-li však periodickou strukturu materiálu (obr. 2.27), vytvořenou pouze použitím PUC, včetně okrajových podmínek periodické buňky, definovanými vztahy (2.10) a (2.11), lze prokázat, že velikost vzorku ($n = i \cdot j =$ počet PUC, tvořící model) nemá vliv na pevnost materiálu.

Obr. 2.27: Vzorek vytvořený z více (n) periodických buněk

Pokud zatížíme větší vzorek deformací $i \cdot u$ (viz obr. 2.27) ve směru osy x (popř. y), kde u je předepsaný posun ve směru x pro vzorek tvořený jednou PUC, z důvodu periodicity (jednotlivé buňky, vytvářející vzorek, mají stejné vlastnosti) jsou posuny na hranici

$$u_k = \frac{i \cdot u}{i} \cdot k = u \cdot k, \quad (2.15)$$

kde k označuje pořadí hranice, i definuje počet buněk v řadě a u je posun, namáhající vzorek tvořený pouze jedinou PUC. Pak buňky v oblasti $p-1$ a p jsou zatíženy posunem rovnajícím se rozdílu posunů hranic oblasti

$$u_p = u_p - u_{p-1} = u \cdot p - u \cdot (p-1) = u \quad (2.16)$$

Lze tedy prohlásit, že jednotlivé buňky, vytvářející větší vzorek, jsou namáhány stejně jako vzorek, vytvořený pouze jedinou PUC, a tak i jejich porušení se odehrává stejným způsobem. Větší vzorek je porušen při stejném napětí jako vzorek menší, a proto se ani pevnost obou vzorků neliší. Matematicky lze toto dokázat na základě výpočtu lomové energie (vzorec 2.12), kde $F(u) = \int_{\Sigma_{xx}} jhb$, přírůstek posunu $du = d(E_{xx}il)$ a plocha trhliny $A_{trhlina} = ijab = nab$, pak

$$\hat{G}_F^x = \frac{\int_{\Sigma_{xx}} jhb d(E_{xx}il)}{nab} = \frac{lh}{a} \cdot \int_{\Sigma_{xx}} dE_{xx}. \quad (2.17)$$

Při porovnání lomových energií menšího vzorku (vzorec 2.12), tvořeného jednou PUC, a většího vzorku (vzorec 2.17), vytvořeného n periodickými buňkami, nám vychází rovnost těchto energií. Proto lze prohlásit, že pro strukturu materiálu,

modelovanou periodickými buňkami, nemá velikost vzorku vliv na vypočtenou celkovou pevnost.

2.5. Závěr

Námi zvolená periodická buňka je vhodná pro mezoskopickou úroveň počítačové analýzy, pro niž se jeví jako dostatečně definovaný model, především při použití programu ATENA. Řešení modelů na mezoskopické úrovni slouží k určení efektivních vlastností zdiva a zatěžovacích křivek, použitelných při analýze na makroskopické úrovni. Definováním přechodových prvků je docíleno přesnějšího vystižení chování zdiva.

Důležité zjištění, vycházející z poslední části této kapitoly, má vliv na počítačové přístupy k modelování zdiva, protože byla prokázána nezávislost pevnosti materiálu, jehož struktura je vytvořena pouze použitím PUC, na velikosti modelu.

Lomové energie, zjištěné z pracovních diagramů dle vzorce (2.12), resp. (2.13), nebo (2.14), je vhodné porovnat s hodnotami lomových energií určených experimentálně, které nejsou v současné době k dispozici. Hodnoty lomových energií, vypočtených na základě různých přístupů, se liší minimálně, proto je nyní označujeme za dostatečně přesné a použitelné při makroskopické analýze.

3. Vliv přechodové zóny (Interfacial Transition Zone)

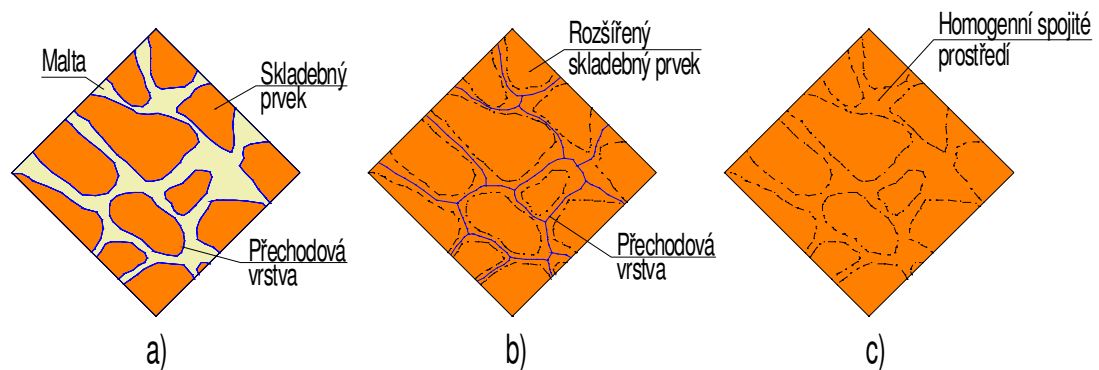
3.1. Počítačové modely zdiva

Větší přesnosti modelování zdiva je možné dosáhnout použitím tzv. *přechodové vrstvy*, neboť spojení mezi základním skladebným prvkem zdiva (kámen, cihly,...) a maltou je často nejslabším místem struktury zdiva. Existuje několik druhů počítačového modelování struktury zdiva, kde vstupují do úvahy vrozené diskontinuity (hlavních skladebných prvků, malty, rozhraní materiálů). Vhodné způsoby modelování zdiva jsou uvedeny v [Roca a kol., 1998], kde jsou popsány tři typy přístupů.

- a) *Detailní modelování* – skladebné prvky a malta jsou zobrazeny jako spojitá prostředí, kde rozhraní materiálů je definováno pomocí přechodových prvků (nespojité prvky) (obr. 3.1a).
- b) *Zjednodušené modelování* – skladebné prvky jsou geometricky rozšířeny a jsou modelovány jako spojitá prostředí, malta a rozhraní materiálů je modelováno pomocí přechodových prvků nulové tloušťky (obr. 3.1b). Tento model je použit v [Sýkora, 2005].

Pro úplnost zmiňme:

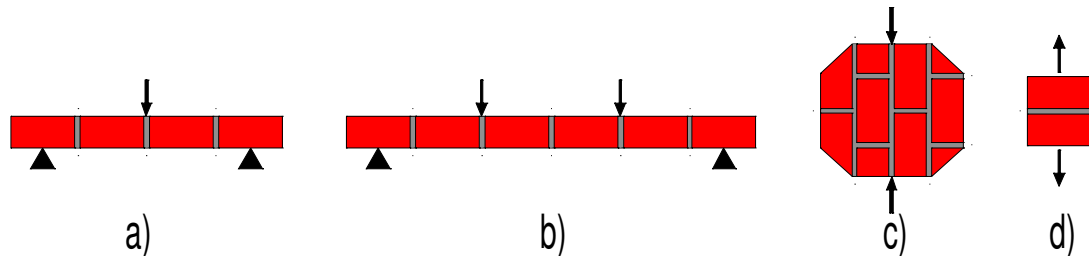
- c) *Makro-modelování* – skladebné prvky, malta a rozhraní materiálů jsou modelovány jako homogenní spojitě prostředí (obr. 3.1c).



Obr. 3.1: Počítačové modely zdiva

Na přechodové vrstvě se odehrávají tři rozdílné jevy, porušení při namáhání tahem, další spojený se smykovým porušením a poslední je porušení při antirovinném namáhání:

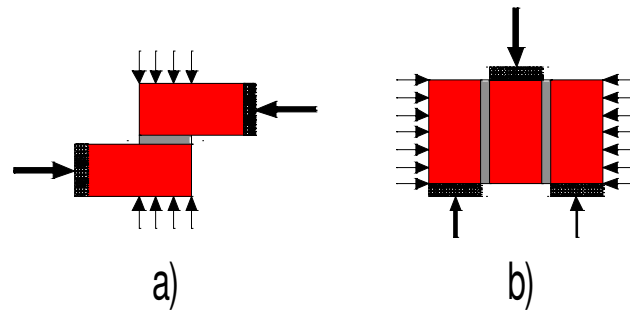
- a) *Mód porušení I* (namáhání tahem) – existují různé testy pro popsání chování, které se odehrává na kontaktní ploše mezi skladebným prvkem a maltou při namáhání tahem. Tyto zkoušky jsou založeny na určení pevnosti v tahu za ohybu (tříbodový (obr. 3.2a), čtyřbodový ohyb (obr. 3.2b), atd.), určení pevnosti v příčném (obr. 3.2c) nebo přímém tahu (obr. 3.2d). Pouze test v přímém tahu umožňuje úplné vykreslení grafu napětí-přetvoření a poskytuje správnou hodnotu pevnosti, výsledky z ostatních zkoušek musí být přizpůsobeny použitím opravného součinitele.



Obr. 3.2: Tahové zkoušky zdiva

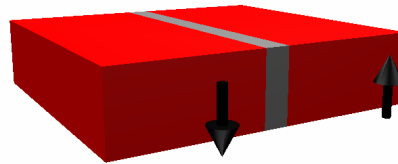
Výsledkem testu založenému na řízené deformaci je křivka tahového změkčení. Energie potřebná pro vytvoření trhliny vztažená k její ploše je nazývána lomovou energií (G_F [N/m]).

- b) *Mód porušení II* (namáhání smykem) – důležitou podmínkou stanovení smykových vlastností zdiva je schopnost použitých zkoušek vyvolat rovnoměrný smyk ve spojích. Splnění této podmínky je obtížné, neboť pro splnění rovnováhy je nutné zavedení nerovnoměrného normálového napětí ve spoji. Jsou popsány různé zkoušky pro určení smykového chování přechodové oblasti – přímá zkouška smyku dvojice (obr. 3.3a) nebo trojice bloků (obr. 3.3b). Pro zjištění vlastností po dosažení maximální (vrcholové) pevnosti spoje je nutné udržovat konstantní napětí kolmo ke spárám po celou dobu zkoušky.



Obr. 3.3: Smykové zkoušky zdiva

- c) *Mód porušení III* (antirovinné namáhání) – přichází v úvahu při namáhání zdiva silami kolnými ke střednicové rovině (obr. 3.4) – ohyb a kroucení. Pro náš model tento typ porušení není uvažován (modelace 2D), proto se mu v této práci více nevěnujeme.



Obr. 3.4: Antirovinné namáhání

3.2. Vlastnosti zděných prvků

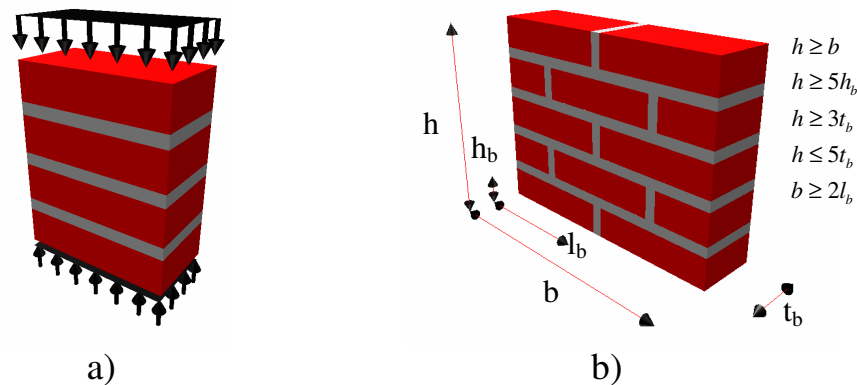
Pro lepší pochopení dějů, odehrávajících se ve zdivu, a proto i na kontaktní ploše, je v následující kapitole popsáno jednoosé chování materiálů složených ze skladebných prvků a pojiva (malty) s ohledem na směr zatěžování k ložné spáře (rovnoběžně, kolmo) [Roca a kol., 1998].

3.2.1. Jednoosé chování zdiva v tlaku

Pevnost v tlaku kolmo na ložné spáry byla dlouho považována za jedinou důležitou vlastnost zdiva. Vzorek, často užívaný ve zkoušce pro určení pevnosti, se vytváří kladením prvků dle obrázku (3.5a). Avšak existují jisté nejasnosti vlivu tohoto modelu na odolnost zdiva, proto je pro určení skutečné pevnosti obecně akceptován vzorek zohledňující i vazbu zdiva (obr. 3.5b) – tzv. RILEM test.

Rozdílné elastické vlastnosti komponent zdiva (skladebných prvků, malty) jsou primárním zdrojem poruch. Jednoosý tlak ve zdivu vyvolává stav tříosého tlaku v maltě, stav tlaku a dvouosého tahu ve skladebných prvcích. Proto dochází k primárnímu výskytu trhlin ve skladebných prvcích umístěných ve střední části vzorku. Se zvyšující se deformací se další trhliny obvykle objevují ve svislém směru na menší straně vzorku.

Pevnosti zdiva v tlaku rovnoběžně s ložnými spárami není věnována velká pozornost, i když zdivo je anizotropický materiál a tato pevnost může mít vliv na únosnost, zvláště pro malou podélnou pevnost prvků, způsobenou vysokým nebo nevhodně umístěným otvorem. Poměr mezi jednoosým tlakem rovnoběžně a kolmo k ložné spáře je od 0,2 do 0,8.



Obr. 3.5: Vzorky těles pro zkoušky zdiva v jednoosém tlaku

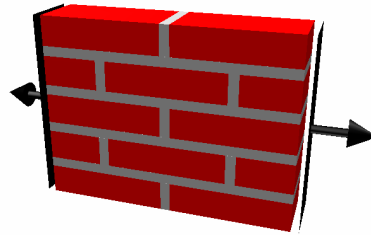
3.2.2. Jednoosé chování zdiva v tahu

Pro zatížení tahem kolmo na ložné spáry je porušení zdiva obvykle způsobeno relativně nízkou soudržností mezi ložnou spárou a skladebným prvkem. Pro hrubé přiblížení lze pevnost zdiva v tahu uvažovat rovnou velikosti vazebné síly mezi prvkem a maltou.

U zdiva s malou pevností prvků a velkou vazebnou silou v přechodové zóně může docházet k porušení prvků v důsledku napětí převyšujících tahovou pevnost skladebných prvků. V takovém případě lze uvažovat tahovou pevnost zdiva přibližně rovnou tahové pevnosti prvku.

Tahovou pevnost pro zatížení rovnoběžně s ložnými spárami lze určovat zkouškami v tahu za ohybu nebo zkouškou v příčném tahu (obr. 3.2a, b, c), avšak tento typ zkoušek nedovoluje úplný popis diagramu napětí-přetvoření. Proto se používá

zkouška v přímém tahu využívající vzorek sestavený ze čtyř vrstev s běžnou vazbou (obr. 3.6)



Obr. 3.6: Vzorek pro zkoušku zdiva tahem kolmo k ložné spáře

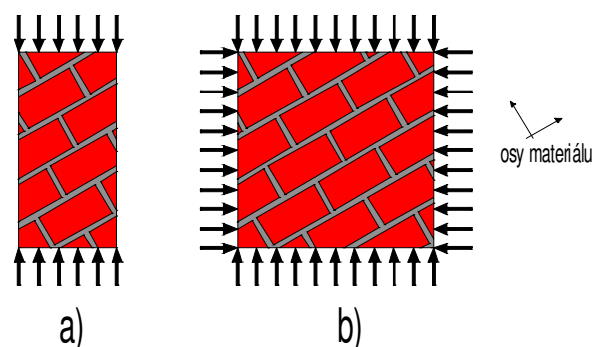
Při této zkoušce mohou nastat dva různé typy porušení:

- Trhlina probíhá ložnými a svislými spárami, chování zdiva po dosažení vrcholové pevnosti je řízeno lomovou energií svislých spár a módem porušení II (kapitola 3.1) ložných spár.
- Trhlina probíhá vertikálně přes svislé spáry a prvky, po dosažení vrcholové pevnosti je chování zdiva řízeno lomovou energií svislých spár a prvků.

3.2.3. Dvousé chování zdiva

Chování zdiva při stavu dvouosé napjatosti nelze plně popsat pomocí chování při jednoosém zatížení. Vliv dvouosého tlaku lze popsat pomocí obalové křivky získané určováním vrcholových pevností pro různé typy zatěžování. Tuto křivku nelze popsat hlavními napětími v důsledku anizotropického chování zdiva, proto ji vyjadřujeme vektorem napětí v pevně vázaných osách materiálu nebo pomocí hlavních napětích a úhlu pootočení mezi osami hlavních napětí a materiálu.

Zdivo je možné zkoušet jednoosým zatěžováním pod určitým úhlem k ložným spárám (obr. 3.7a) nebo dvouosým zatěžováním pod daným úhlem s ohledem na ložné spáry (obr. 3.7b).



Obr. 3.7: Uspořádání zkoušky pro zjištění dvouosého chování zdiva

Při jednoosém napětí se porušení uskutečňuje trhlinami nebo pokluzem ložných a svislých spár. Vliv příčného tahu na pevnost v tahu není známý pro nedostatek experimentů. Příčný tlak snižuje tahovou pevnost, což může být vysvětleno poruchami materiálu (mikropokluz spojů a mikrotrhliny v prvcích). Při namáhání tahem a tlakem se porušení uskutečňuje také v podobě trhlin a pokluzů jen spojů nebo společně spojů a prvků. Podobné typy porušení se vyskytují i při jednoosém tlaku. Při dvouosém tlaku lze pozorovat změnu typu porušení, při kterém dochází k pokluzu v polovině tloušťky vzorku, rovnoběžně s nezatíženým povrchem, bez ohledu na směr hlavních napětích. Zvýšenou tlakovou pevnost při dvouosém tlaku lze vysvětlit třením ve spojích a povrchovým třením mezi maltou a prvky.

Různé typy skladby a materiály zdiva odpovídají různým obalovým křivkám, proto obalová křivka jedné struktury zdiva je jen omezeně použitelná pro jinou skladbu.

3.3. Poruchy na kontaktní vrstvě

Přechodová vrstva mezi skladebnými prvky (kameny, cihly,...) a maltou je místem výskytu častých poruch. Běžně jsou pozorovány tenké trhliny, které mohou být způsobeny různými vlivy, proto je vliv přechodové vrstvy na chování materiálu velmi významný.

Spojení malty a skladebných prvků je popisováno jako přilnavost (adheze) těchto komponentů a lze ji měřit jako sílu potřebnou k jejich oddělení. Spojení lze také vyjádřit jako procentuální část celkové plochy skladebného prvku, ke kterému malta přilnula (kompletnost nebo rozsáhlost spojení). Jak velikost spojení, tak síla spojení je žádoucí, jejich důležitost závisí na užití daného typu zdiva. Při požadavku trvanlivosti je důležitější velikost spojení než síla spojení, aby odolnost zdiva proti pronikání vlhkosti byla co největší. Síla spojení je důležitá hlavně při namáhání zdiva příčnými silami nebo smykem.

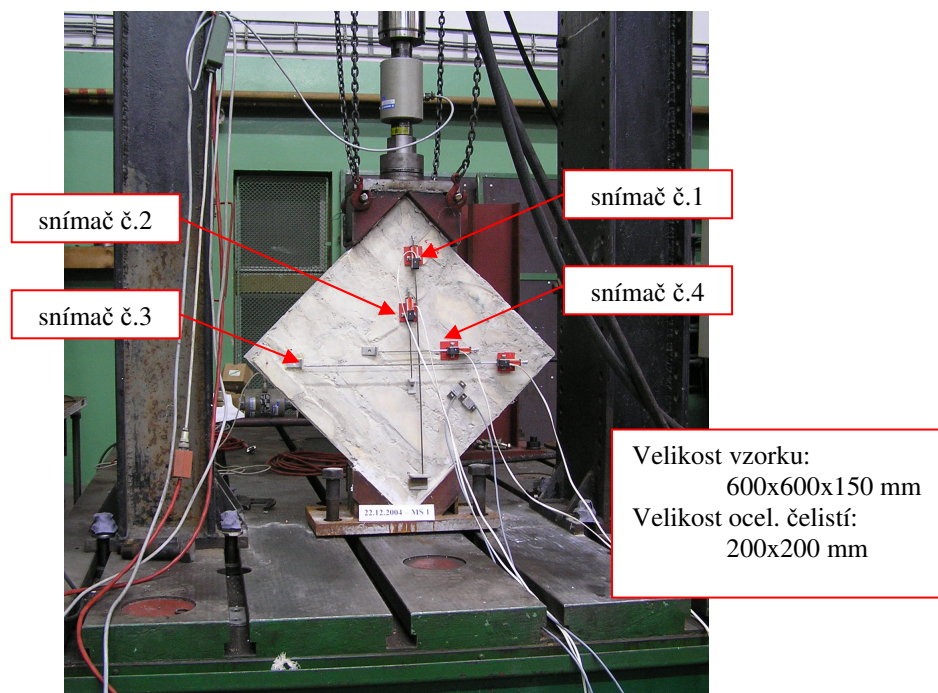
Velikost, trvanlivost a síla spojení je ovlivněna typem malty, obsahem cementu v maltě, kvalitou skladebných prvků (povrch by měl být pevný, čistý a drsný), savostí skladebných prvků při uložení do maltového lože, technikou tvarování spáry (především velikostí použitého tlaku), délkou uběhlého času mezi rozprostřením malty na jeden

prvek a uložení druhého prvku, ošetřováním zdiva při tvrdnutí a dalšími vlivy působícími při zdění nebo zrání malty.

Pro zajištění dobrého spojení malty se skladebnými prvky je doporučeno savé materiály (opuka, cihly,...) namočit předem na několik hodin do vody, aby došlo k jejich saturaci, při zdění by měl být povrch těchto prvků vizuálně suchý [ESSroc].

3.4. Příklad

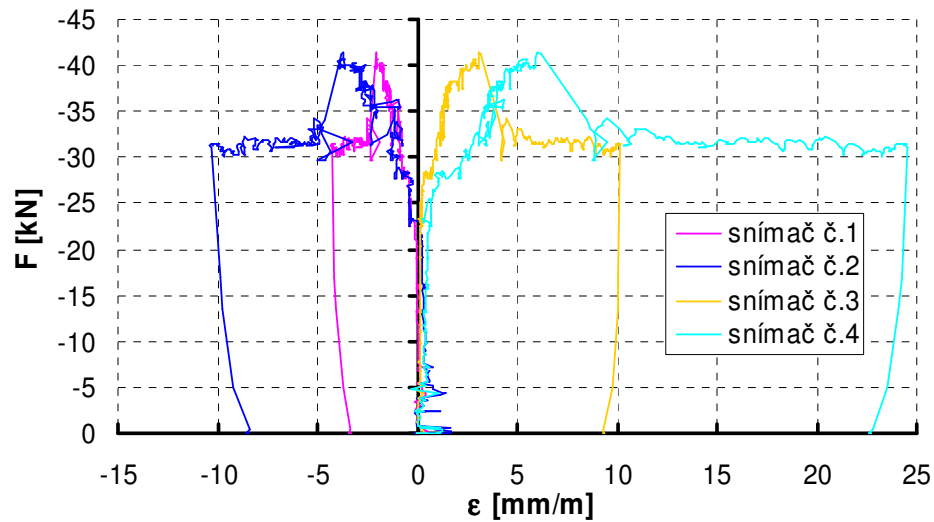
Simulace tlakové zkoušky, provedené v Kloknerově ústavu. Při zkoušce byl vzorek zatěžován řízenou deformací. Uspořádání zkoušky, umístění a označení potenciometrických snímačů dráhy je zřejmé z obrázku (3.8). Při experimentu byl vzorek zatěžován řízenou deformací o rychlosti $0,004 \text{ mm.s}^{-1}$.



Obr. 3.8: Uspořádání zkoušky provedené v Kloknerově ústavu

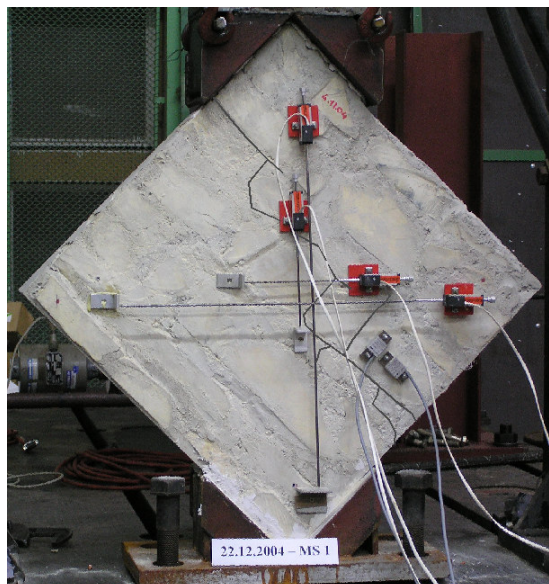
Na obrázku (3.9) jsou vykresleny závislosti síly na poměrných deformacích pro jednotlivé snímače dráhy, které jsou umístěny na zkušebním vzorku. Snímače 1, 2 jsou umístěny ve směru stlačení vzorku a snímače 3, 4 ve směru příčném ke směru zatěžování. Jak je patrné z grafů, vzorek nebyl zatěžován až do úplného zhroucení, aby

přístroje, upevněné na vzorku, nebyly zničeny. Pozdější počítačové simulace jsou porovnávány s grafem, zachycujícím závislost síly na poměrné deformaci pro snímač č. 1.



Obr. 3.9: Výsledky zkoušky provedené v Kloknerově ústavu

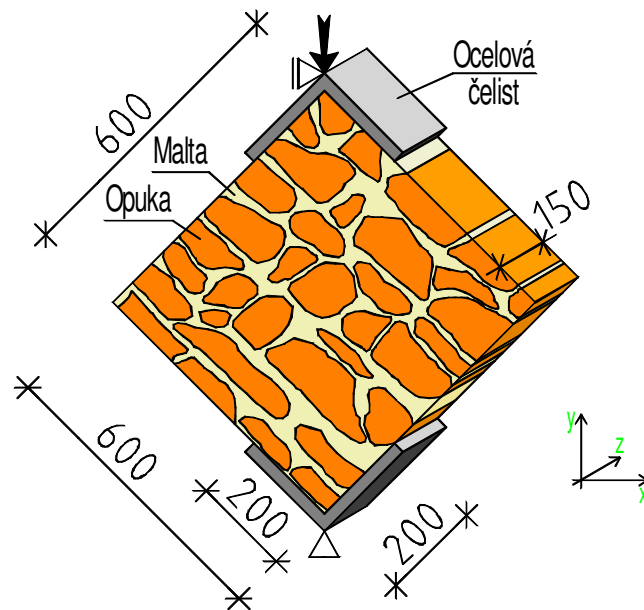
Pro maximální zatížení, kterému byl vzorek vystaven, jsou vzniklé trhliny zvýrazněny na obrázku (3.10).



Obr. 3.10: Porušení vzorku při zkoušce provedené v Kloknerově ústavu

Pro numerickou analýzu je zvolen komerční software ATENA 2D. Počítačový model je naznačen na obrázku (3.11), vzorek je zatěžován ve směru osy y řízenou

deformací, přičemž tuhost ocelových čelistí je uvažována nekonečně velká. Podepření vzorku je zvoleno s ohledem na chování vzorku při reálné zkoušce a při simulaci. Ve spodní podpoře je umožněno pootočení, protože vzorek je při reálné zkoušce ukládán do sádrového lože, zajišťující plný kontaktu s ocelovými čelistmi, proto zde předpokládáme možné přídatné pootočení.

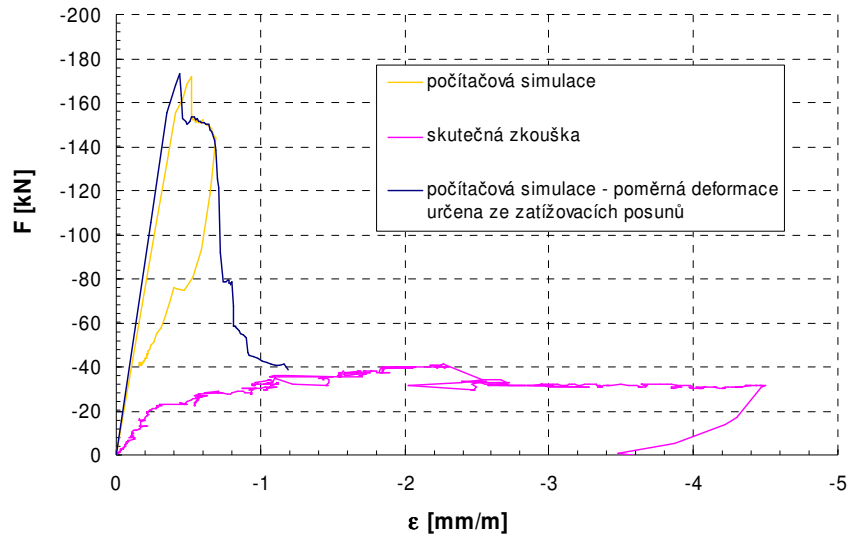


Obr. 3.11: Uspořádání zkoušky v programu ATENA 2D

3.4.1. Model bez přechodových prvků

Základní hodnoty materiálových charakteristik jsou brány stejné jako v (kap. 2) viz tabulka (2.1). Ocelové přípravky používané pro zatěžování vzorku jsou uvažovány nekonečně tuhé.

Při simulaci zkoušky, neberoucí do úvahy ovlivnění vlastnostmi přechodové vrstvy, je zjištěná pevnost počítačového modelu několikanásobně větší než pevnost naměřená při reálné zkoušce (viz obr. 3.8). Z důvodu většího přiblížení skutečné zkoušce je umístění monitorů, měřících posun při počítačové simulaci, a bodů upevnění snímače dráhy č. 1 při skutečné zkoušce shodné.



Obr. 3.12: Porovnání simulace bez kontaktních prvků s reálnou zkouškou

Při počítačové simulaci bez přechodových prvků dochází po určité hodnotě deformace k poklesu přetvoření, vzorek je stále zatěžován deformací ve svislém směru, které je způsobeno měřením posunů pomocí monitorů v koncových bodech snímače dráhy (fialová křivka), kdy dochází k větší deformaci spodního monitorovacího bodu, než je deformace horního monitoru. Tento jev je důsledkem porušením vzorku v dolní části.

Z obrázku (3.12) je tedy zřejmé, že při neuvažování vlastností přechodové vrstvy počítačový model dává zkreslené informace o chování materiálu.

3.4.2. Model s přechodovými prvky

V dalších fázích simulace je uvažován materiálový model přechodových prvků založený na Mohr-Coulombově podmínce s omezeným napětím v tahu. Model přechodové vrstvy je použitelný pro simulování kontaktní vrstvy dvou materiálů (např. opuka-malta), ale i pro přiblížení chování styku částí jednoho typu materiálu (např. základ-konstrukce) [Červenka V. a kol., 2003].

Nezbytné parametry pro definování mechanického chování kontaktů jsou:

- Normálová tuhost (K_{nm}),
- Tečná tuhost (K_{tt}),
- Pevnost v tahu (F_t),
- Soudržnost (C),

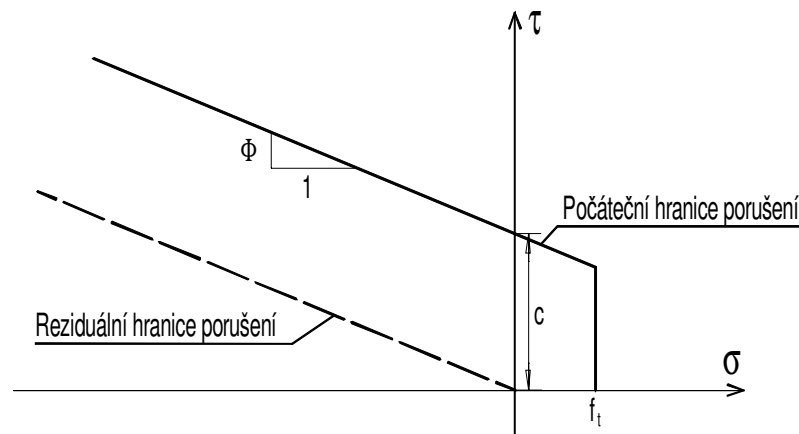
- Vnitřní úhel tření (φ).

Základní vztah pro obecný třírozměrný případ je dán vyjádřením napětí na kontaktních plochách v závislosti na relativních posunech (pokluz, otevírání):

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{tt} & 0 \\ 0 & 0 & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta u \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Pro dvourozměrný problém je vypuštěn druhý řádek a sloupec ve vztahu (3.1).

Počáteční hranice porušení odpovídá Mohr-Coulombově podmínce s omezeným napětím v tahu. Při napětích porušujících tuto podmínku, přechází model do stavu vyjádřeného reziduální hranicí porušení (viz obr. 3.8)



Obr. 3.13: Hranice porušení pro přechodové prvky

V trojrozměrné úloze je smykové napětí τ z obr. 3.2 počítáno

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \quad (3.2)$$

3.4.2.1. Kalibrace modelu

Pro počítačovou analýzu opukového zdiva byla zvolena metoda tzv. *detailního modelování*. Jak již bylo uvedeno (kap. 3.3), mnohé faktory ovlivňují vlastnosti přechodové oblasti, proto je obtížné stanovení vlastností přechodových prvků bez provedení potřebných zkoušek v laboratoři. Při našem počítačovém modelování nebyly tyto zkoušky k dispozici, proto zjištění vlastností přechodové vrstvy je provedeno zpětnou analýzou. Počáteční vstupní charakteristiky (střední hodnoty) přechodové vrstvy jsou určeny odborným odhadem s důrazem na co největšímu přiblížení výsledného pracovního diagramu skutečné zkoušce provedené v Kloknerově ústavu.

Pro upřesnění vlastností kontaktních prvků je nutné provést dostatečného množství simulací, ve kterých jsou tyto vlastnosti měněny. Nalezením pracovního diagramu (výsledek simulace), nejvíce odpovídajícího zkoušce uskutečněné v Kloknerově ústavu, se určí nejvíce pravděpodobné charakteristiky.

Pro vytvoření požadovaného počtu simulací je využit komerční software SARA [Červenka Consulting, 2003], umožňující pravděpodobnostní nelineární analýzu. Materiálové vlastnosti a vstupy používané programem ATENA jsou převedeny do programu FREET (součást programového balíku SARA), kde jsou použity pro náhodná rozdělení zadaných parametrů. Náhodné rozdělení je provedeno u všech parametrů kontaktních prvků (K_{nn} , K_{tt} , F_b , C , φ) a zároveň u Youngova modulu pružnosti malty (E), přidaného z důvodu velkého vlivu na strmost počáteční elastické části pracovního diagramu.

Postup při modelování simulací lze zjednodušeně popsat [Novák a kol., 2002]:

- Neurčitosti jsou modelovány jako neznámé proměnné, které jsou popsány funkcemi pravděpodobnostního rozložení.

Normální rozdělení je vybráno pro charakterizování rozložení jednotlivých veličin, protože je vhodné pro symetrické náhodné veličiny [Holický, 1998]. Toto rozdělení je závislé pouze na dvou parametrech – průměru μ a směrodatné odchylce σ . Průměr popisuje polohu základního souboru (z geometrického hlediska jde o souřadnici těžiště obrazce vymezeného osou x a křivkou hustoty pravděpodobnosti). Směrodatná odchylka je definována jako druhá mocnina rozptylu (poloměr setrvačnosti obrazce vymezeného osou x a křivkou hustoty pravděpodobnosti). Bezrozměrným parametrem základního souboru je variační koeficient, který je definovaný podílem směrodatné odchylky a průměru

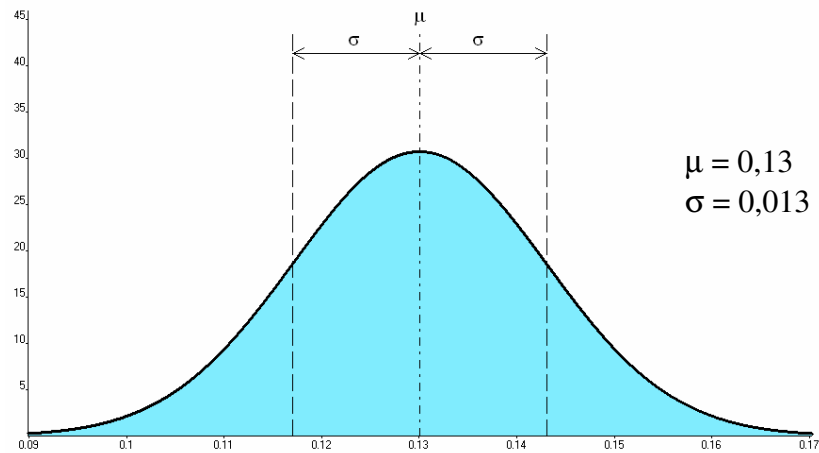
$$w = \frac{\sigma}{\mu}. \quad (3.3)$$

Hustota pravděpodobnosti normální náhodné veličiny X s průměrem μ a směrodatnou odchylkou σ je dána exponenciálním vztahem

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (3.4)$$

Pro všechny náhodné veličiny našeho modelového příkladu je definován variační koeficient $w = 0,1$. Průměr těchto veličin, použitých v programu

FREET, je uveden v (tab. 3.1) – veličiny zvýrazněné červenou barvou. Normální rozdělení pro soudržnost kontaktních prvků je nakresleno na obrázku (3.9).



Obr. 3.14: Normální rozdělení pro soudržnost (C) kontaktních prvků

<i>veličina</i>	<i>označení</i>	<i>hodnota</i>	<i>jednotky</i>
OPUKA			
Modul pružnosti	E	$20,21 \cdot 10^3$	MPa
Pevnost v tahu	F_t	8,339	MPa
Pevnost v tlaku	F_c	71,017	MPa
Specifická lomová energie	G_F	$85,5 \cdot 10^{-6}$	MNm ⁻¹
MALTA			
Modul pružnosti	E	$5,3 \cdot 10^3$	MPa
Pevnost v tahu	F_t	1,313	MPa
Pevnost v tlaku	F_c	6,099	MPa
Specifická lomová energie	G_F	$6,7 \cdot 10^{-6}$	MNm ⁻¹
PŘECHODOVÝ PRVEK			
Normálová tuhost	K_{nn}	$10,00 \cdot 10^3$	MN/m ³
Tečná tuhost	K_{tt}	$6,50 \cdot 10^3$	MN/m ³
Pevnost v tahu	F_t	0,1	MPa
Soudržnost	C	0,13	MPa
Vnitřní úhel tření	ϕ	0,3	-

Tab. 3.1: Průměry veličin použité pro normální rozdělení

Jak je z tabulky (3.1) patrné, hodnota modulu pružnosti malty ze zkoušek je zvětšena, protože je relativně nízká v porovnání s hodnotami modulů pružnosti běžně používaných malt.

Statistická korelace vyjadřuje závislost mezi jednotlivými náhodnými veličinami, k tomuto popisu se používají korelační koeficienty zapsané do tzv. korelační matice (obr. 3.10) (pro nezávislé veličiny je korelační koeficient roven 0 a pro úplnou závislost je roven 1).

		Malta	Přech. prvek	Přech. prvek	Přech. prvek	Přech. prvek	Přech. prvek
		E	K_{mn}	K_{nr}	F_r	C	φ
Malta	E	1	0	0	0	0	0
Přech. prvek	K_{mn}	0	1	0,75	0,6	0	0
Přech. prvek	K_{nr}	0	0,75	1	0,3	0	0
Přech. prvek	F_r	0	0,6	0,3	1	0	0
Přech. prvek	C	0	0	0	0	1	0
Přech. prvek	φ	0	0	0	0	0	1

Obr. 3.15: Korelační matice pro modelový příklad

- *Generování náhodných vstupních parametrů*, podle jejich pravděpodobnostního rozložení, metodou typu Monte Carlo (LHS – Latin Hypercube Sampling).
- Náhodné vstupní parametry jsou přeskupeny a s využitím simulovaného žhání je dosaženo požadované korelační matice.

Metoda simulovaného žhání principiálně vychází z druhé věty termodynamické a z ní odvozené Boltzmanovy rovnice, která popisuje vztah mezi pravděpodobností stavu systému a mírou jeho neuspořádanosti. Optimální stav soustavy chápeme jako vysoce uspořádaný stav a každý jiný stav jako méně uspořádaný. Lze tedy definovat míru neuspořádanosti jako kriteriální funkci, kterou pro potřeby algoritmu hledajícího optimum lomíme jistým parametrem, pracovně nazvaným teplota. Optimalizační algoritmus je založen na náhodném modelování stavu soustavy (manipulace s regulačními prostředky), přičemž stav s nižšími ztrátami (oproti předcházejícímu stavu) akceptujeme vždy a stav s vyššími ztrátami akceptujeme pouze s jistou pravděpodobností (odvozenou z Boltzmannovy rovnice), kterou během optimalizačního procesu snižujeme poklesem teploty, takže nám soustava přechází z nějakého málo uspořádaného výchozího stavu (estimovaný stav) do stavu vysoce uspořádaného (optimální stav). Stavů nevyhovujících daným omezením se neakceptují [EGÚ Praha Engineering, a.s.].

- Soubory vstupních dat jsou použity pro vytvoření jednotlivých vstupních souborů simulací, které jsou následně spočítány v programu ATENA. Výsledkem simulací jsou pracovní diagramy pro různé charakteristiky přechodové vrstvy a různé moduly pružnosti malty.

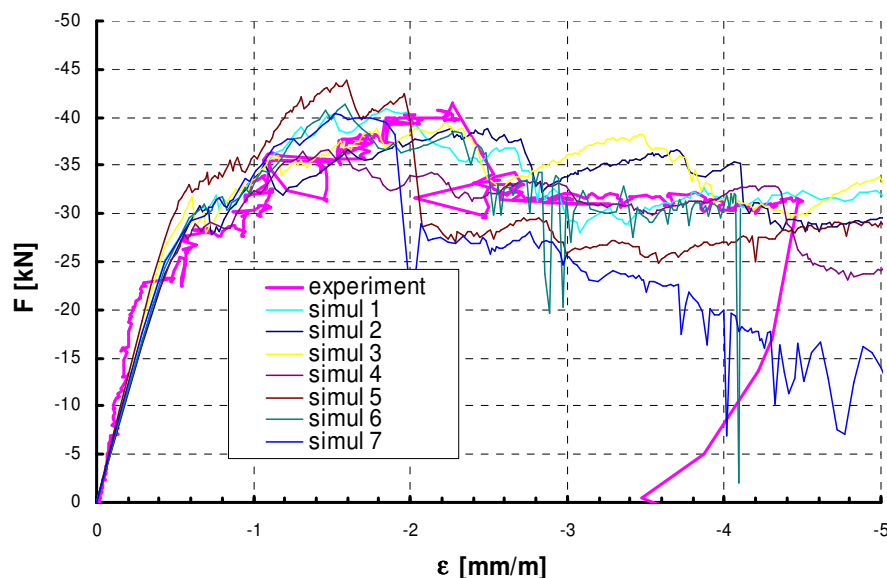
Metoda nejmenších čtverců je použita pro nalezení pracovního diagramu, jenž nejvíce odpovídá diagramu experimentálně zjištěného v Kloknerově ústavu. Metoda nejmenších čtverců je založena na nalezení simulace, jejíž pracovní diagram má nejmenší odchylku od skutečného, což lze zapsat jako

$$\phi = \int (F_{anal} - F_{exp})^2 d\varepsilon = \min, \quad (3.5)$$

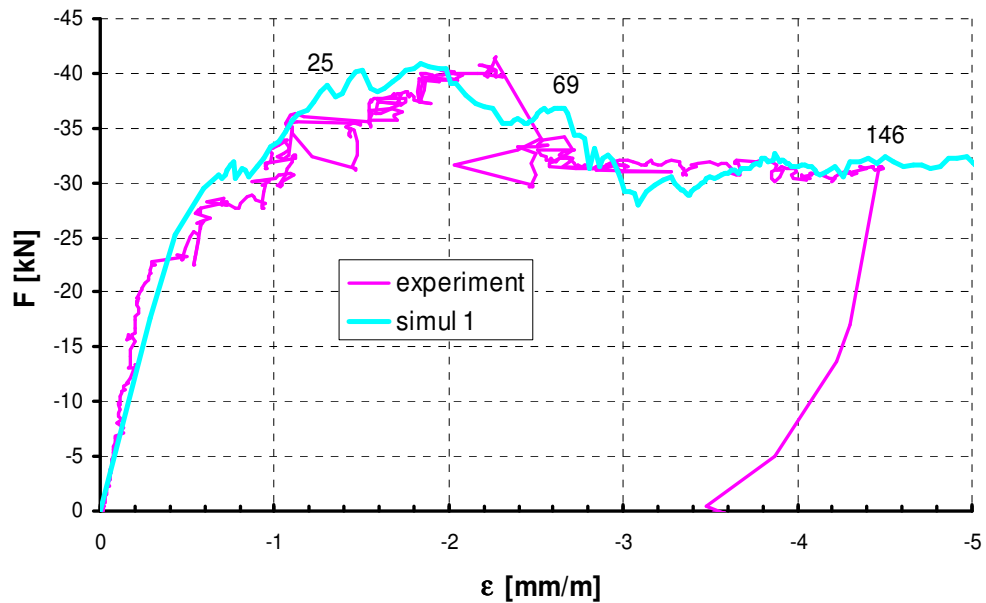
kde $F_{anal} = F(K_n, K_t, f_t, c, \phi, E_{malta})$. Hledané vlastnosti přechodových prvků a modulu pružnosti jsou uvažovány, pro další výpočty, totožné s charakteristikami materiálových modelů této simulace.

3.4.2.2. Výsledky simulací

Na následujících obrázcích jsou ukázány výsledky sedmi simulací, vzniklé použitím programu SARA (obr. 3.30), ze kterých je vybrána křivka, která nejvíce odpovídá výsledkům experimentu provedeného v Kloknerově ústavu. Nejvíce přibližující se pracovní diagram, zjištěný metodou nejmenších čtverců, je označen na (obr. 3.15) a (obr. 3.16) jako „simul 1“.



Obr. 3.16: Zatěžovací dráhy jednotlivých simulací v porovnání se skutečnou zkouškou



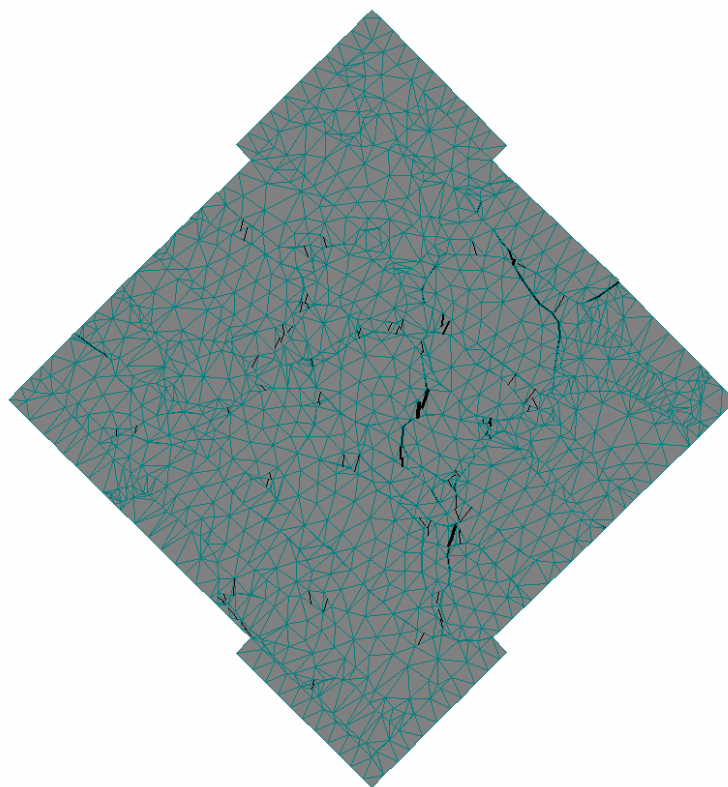
Obr. 3.17: Porovnání zatěžovací dráhy skutečného experimentu a nejvíce se přibližující simulace

Odchylka vypočtená na základě metody nejmenších čtverců (vzorec 3.5) je pro „simul 1“ $\phi = 32,5 \text{ N}^2$. Vlastnosti této simulace, které jsou měněny při použití programu FREET, jsou uvedeny v (tab. 3.2).

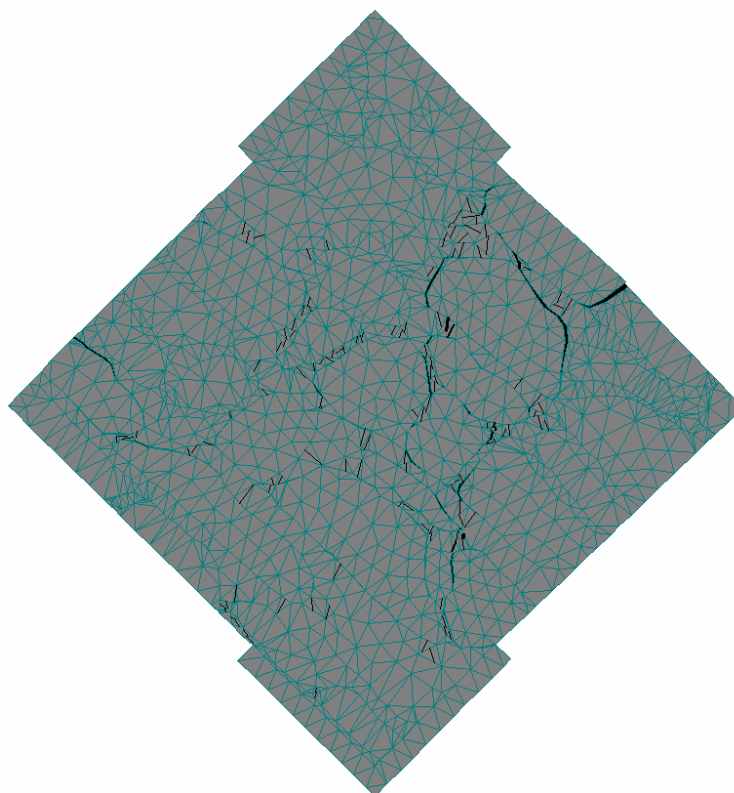
veličina	označení	hodnota	jednotky
MALTA			
Modul pružnosti	E	$5,3 \cdot 10^3$	MPa
PŘECHODOVÝ PRVEK			
Normálová tuhost	K_{nn}	$10,00 \cdot 10^3$	MN/m ³
Tečná tuhost	K_{tt}	$6,50 \cdot 10^3$	MN/m ³
Pevnost v tahu	F_t	0,1	MPa
Soudržnost	C	0,13	MPa
Vnitřní úhel tření	ϕ	0,3	-

Tab. 3.2: Charakteristiky přechodové vrstvy a modul pružnosti malty pro „simul 1“

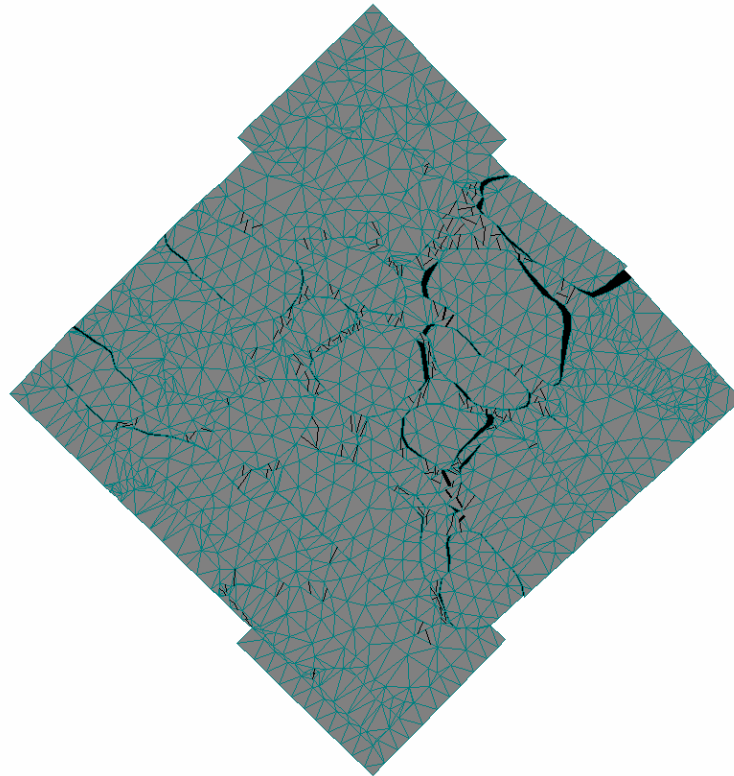
Pro „simul 1“ je na obrázcích (3.18a) až (3.18c) znázorněn vývoj trhlin, je zde zřetelná i síť konečných prvků pro danou strukturu.



Obr. 3.18a: Vývoj trhlin při výpočtového modelu „*simul 1*“,
výpočtový krok 25 (deformace zvětšena 5x)



Obr. 3.18b: Vývoj trhlin při výpočtového modelu „*simul 1*“,
výpočtový krok 69 (deformace zvětšena 2x)

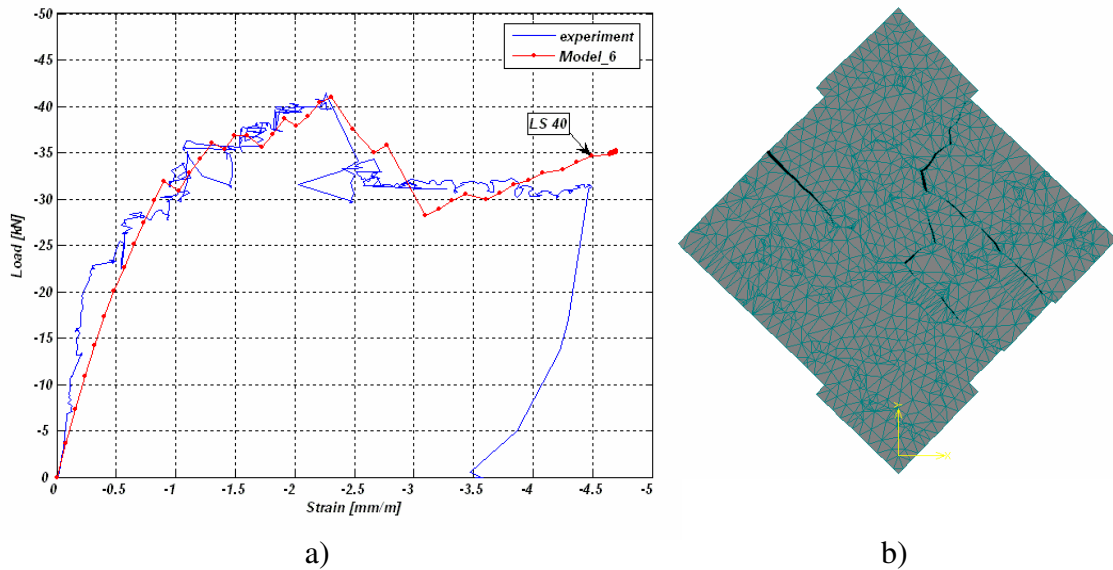


Obr. 3.18c: Vývoj trhlin při výpočtového modelu „*simul 1*“,
výpočtový krok 146 (deformace zvětšena 2x)

3.4.2.3. Porovnání

Pro porovnání výpočtového modelu, vytvořeného tzv. detailním modelováním, je zvolen standardně využívaný model (zjednodušený), kde jsou kamenné bloky rozšířeny do střednice maltového lože a spojení je realizováno kontaktními prvky o nulové tloušťce. U zjednodušeného modelu je kontakt opět popsán Mohr-Coulombovým zákonem s omezením v tahu, avšak materiálové charakteristiky se liší. Porovnávaná data jsou převzata z [Sýkora, 2005], viz (obr. 3.19).

Z obrázku (3.19) je patrné, že tento model se také velice přibližuje dané zatěžovací křivce, zjištěné experimentálně v Kloknerově ústavu a je pro homogenizaci efektivních vlastností také postačující. Odchylka spočtená pro tento graf metodou nejmenších čtverců je $\phi = 30,4 \text{ N}^2$, což je dokonce menší než pro námi zjištěnou křivku, ale detailní model vykazuje lepší shodu s experimentem jak v elastické části, tak v oblasti po vzniku trhlin.



Obr. 3.19: Zjednodušený model

- a) porovnání pracovního diagramu s experimentem
- b) porušení vzorku v kroku 40 (deformace zvětšena 2x)

3.5. Závěr

Materiálový model vytvořený tzv. *detailním modelováním* poskytuje dostatečně přesné výsledky, velice se přibližující skutečnému chování zdiva. Efektivní materiálové vlastnosti, získané na modelu s přechodovými prvky, jsou vhodné pro použití na makroskopické úrovni.

V porovnání se zjednodušeným modelem vykazuje detailní model větší tvarové přiblížení zatěžovací křivky ke křivce zjištěné experimentálně. Toto je způsobeno především realističtější (přesnějším) modelováním skutečné struktury zdiva, než ve zjednodušeném modelu, u kterého je maltové lože „vynecháno“.

Při požadavku vyšší přesnosti, než je v našem modelovém případě (zmenšení odchylky v porovnání se zjednodušeným modelem), je možné provést větší počet simulací s případnou změnou korelační matice. Některé materiálové charakteristiky je vhodné (nutné) porovnat a upravit s dodatečně, experimentálně zjištěnými hodnotami, které nejsou prozatím k dispozici. Toto je zvláště důležité pro přechodovou vrstvu, pro kterou jsou všechny parametry odhadnuty a upřesněny pouze na základě jedné zkoušky provedené v Kloknerově ústavu. U zjednodušeného modelu tato možnost nepřichází

v úvahu, protože není možné experimentálně určovat vlastnosti zavedené kontaktní vrstvy.

Pokud by model v porovnání s více skutečnými zkouškami vykazoval větší nepřesnosti, je možné docílení většího přiblížení přesnějším simulování zatěžovacího zařízení vzorku, popř. modelováním 3D. Například při použití počítačového modelu s dolní ocelovou čelistí, ve které není umožněno pootočení, vznikají trhliny více ve střední a levé části vzorku.

4. Homogenizace vybraných termomechanických parametrů

Homogenizace materiálových vlastností zaznamenala velký rozvoj hlavně v posledních desetiletích. Hlavním ohniskem zájmu bylo především zjišťování materiálových parametrů pro určování porušení materiálu při mechanickém zatěžování. Nedávné prohlídky různých historických staveb, např. Karlova mostu, poukazují na nepříznivé vlivy nemechanického působení (teplota, vlhkost) na tyto konstrukce, mimo jiné se projevuje, že tyto faktory mohou mít zásadní vliv na vznik trhlin [Vorel, 2005].

Existuje řada počítačových programů, které umožňují modelování transportních jevů heterogenních materiálů, kde jsou jednotlivé složky (malta, kámen) modelovány zvlášť. Přímé použití tohoto přístupu pro modelování složitější konstrukce se ukazuje značně náročné, proto se jeví jako vhodný nástroj homogenizace termomechanických vlastností (např. součinitel tepelné vodivosti (χ), součinitel difúze (δ)) pro daný typ zdiva (např. opukové zdivo z lomového kamene viz obr. 2.1). Efektivní parametry lze následně použít pro řešení problémů na makroskopické úrovni.

Další pojednání je především zaměřeno na stanovení efektivního součinitele tepelné vodivosti na buňce nakreslené na (obr 4.4).

4.1. Homogenizace na základě nestacionárního složeného transportu tepla a vlhkosti

Homogenizace provedená na základě nestacionárního složeného transportu tepla a vlhkosti je důležitá především z důvodu jejího velkého přiblížení ke skutečnému transportu uvnitř porézních materiálů. Spolehlivost modelace je závislá na vstupních datech, především na přesnosti materiálových parametrů [Grunewald, 2000].

4.1.1. Retenční křivky

Retenční křivky vystihují materiálové vlastnosti pórovitých struktur a jejich popisy společně se vztahem (4.10) jsou označovány jako stavové rovnice.

4.1.1.1. Retenční křivka vlhkosti

Pórovité materiály mají schopnost absorbovat vlhkost z okolního vzduchu, pomocí adsorpčních sil a podtlaku vznikajícího na dutých meniscích vodou vyplněných kapilár. Vlhkost se v materiálech může vyskytovat v podobě vlhkého vzduchu, vody, ledu nebo v některém přechodovém stavu (např. absorbovaná fáze na stěnách pórů). Protože není možno v běžných případech různé skupenské stavy rozeznat, je obsah vody definován jako podíl celkové hmotnosti vody v materiálu (vzorku) a hmotnosti vysušeného materiálu (m_{dry})

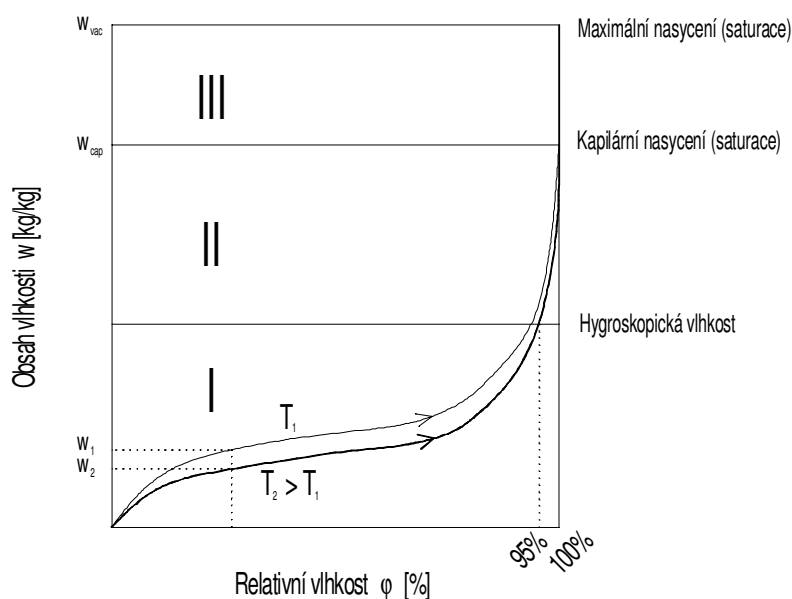
$$w = \frac{m_{wet} - m_{dry}}{m_{dry}}, \quad (4.1)$$

kde m_{wet} označuje hmotnost vlhkého vzorku. Rovnovážný stav obsahu vody a okolního prostředí je reprezentován retenční křivkou materiálu viz (obr. 4.1), kde je znázorněna závislost vlhkosti materiálu a relativní vlhkosti φ okolního vzduchu.

Jak je z obrázku (4.1) patrné, křivka vlhkosti se skládá ze tří částí:

- Sorpční isoterma – do relativní vlhkosti cca 95 – 98 %
(oblast I – subhygroskopická oblast)
- Kapilární vlhkost – oblast II
- Přesycená oblast III – svislá přímka až do $\varphi = 100\%$

Na (obr. 4.1) je patrná závislost obsahu vlhkosti na teplotě, při vyšší teplotě je nižší obsah vlhkosti pro stejnou hodnotu relativní vlhkosti.



Obr. 4.1: Retenční křivka

V přechodové oblasti II existuje vztah mezi relativní vlhkostí, obsahem vody (nasycením, saturací) a kapilárním tlakem v pórech [Krejčí a kol., 2001]

$$p^c = p^g - p^w, \quad (4.2)$$

kde $p^w > 0$ je tlak kapalně fáze (vody). Tlak vlhkého vzduchu $p^g > 0$ je často v pórových systémech uvažován jako tlak v perfektní směsi dvou ideálních plynů:

- p^{ga} – suchý vzduch
- p^{gw} – vodní pára

$$p^g = p^{ga} + p^{gw} = \left(\frac{\rho^{ga}}{M_a} + \frac{\rho^{gw}}{M_w} \right) \Theta R = \frac{\rho^g}{M} \Theta R. \quad (4.3)$$

ρ^{ga} , ρ^{gw} a ρ^g [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$] znamenají skutečné hustoty pro jednotlivé stavy, Θ je absolutní teplota [K] a R vyjadřuje univerzální plynovou konstantu ($= 8,3144472 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$). Vztah (4.3) rozepsaný ve složkách jednotlivých molárních hmotností je znám jako Daltonův zákon.

Kapilární tlak je tím větší, čím menší je poloměr kapilár. Je dokázáno termodynamicky, že kapilární tlak je vyjádřen jednoznačně při použití Kelvin-Laplaceova zákona pomocí relativní vlhkosti

$$RH = \frac{p^{gw}}{p^{gws}} = \exp\left(-\frac{p^c M_w}{\rho^w R \Theta}\right). \quad (4.4)$$

Tlak nasycené vodní páry p^{gws} je pouze funkcí teploty a lze jej vyjádřit Clausius-Clapeyronovou rovnicí

$$p^{gws}(\Theta) = p^{gws}(\Theta_0) \exp\left[-\frac{M_w \Delta H_{gw}}{R} \cdot \left(\frac{1}{\Theta} - \frac{1}{\Theta_0}\right)\right], \quad (4.5)$$

v níž Θ_0 označuje referenční teplotu a ΔH_{gw} měrnou entalpii saturace.

Při předpokladu nulového kontaktního úhlu mezi pevnou a kapalnou fází dostaneme Laplaceovu rovnici

$$p^c = \frac{2\sigma}{r_c}, \quad (4.6)$$

vyjadřující kapilární tlak vzhledem k největšímu poloměru kapilár naplněných vodou r_c [m], σ je povrchové napětí [Nm^{-1}]. Z této rovnice je zřejmé, že základním úkolem je zjištění rozložení velikosti pórů v materiálu. Toto je vyjádřeno součtovou křivkou rozložení velikosti pórů zjištěnou při rtuťové porozimetrii, která popisuje velikost největších pórů ($\log r_c$).

Poslední definovaná veličina je popsána vztahem

$$(1-n)\rho^s w = nS_w \rho^w + nS_g \rho^g, \quad (4.7)$$

v němž n označuje pórovitost, w aktuální obsah vody [kg/kg] a kde pro veličiny S_w (stupeň nasycení kapalnou vodou) a S_g (stupeň nasycení vlhkým vzduchem) platí

$$S_w + S_g = 1. \quad (4.8)$$

Součiny (nS_w) a (nS_g) udávají objemové podíly kapalné složky vody a vlhkého vzduchu.

Pro úplnost definujme ještě kritický obsah vlhkosti (w_{cr}) jako hodnotu, pro kterou diferenciál vlhkosti podle křivky rozložení velikosti pórů ($dw/d(\log r_c)$) v závislosti na $\log r_c$) dosahuje maxima. Toto maximum je možno nalézt uvnitř oblasti II (viz obr. 4.1).

Sací křivka je alternativní vyjádření velikosti pórů, representuje závislost sacího tlaku $s = p_c$ a akumulovaného množství vody. Od hranice hygroskopické vlhkosti nahoru (oblast II, III) sací tlak výrazně klesá s tím, jak jsou velké póry plněny vodou.

4.1.1.2. Retence entalpie

Retence entalpie v materiálech s tepelnou kapacitou je podobná retenci vlhkosti v materiálech a lze ji vyjádřit jako

$$H = H(T), \quad (4.9)$$

kde H je měrná entalpie [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$],

T je teplota [K].

Změnu entalpie lze zapsat pomocí diferenciálu, který vyjadřuje měrnou tepelnou kapacitu [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] při konstantním tlaku (izobarický děj $Q = \Delta H$)

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_{p=\text{konst.}} \quad (4.10)$$

Změna tepelné kapacity s teplotou je zanedbatelná. Je obvyklé upravit tento vztah pro existenci kapalné fáze a vyjádřit efektivní měrnou tepelnou kapacitu v podobě

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} = \rho_s C_p^s + \rho_w C_p^w + \rho_g C_p^g. \quad (4.11)$$

4.1.2. Řídicí rovnice

4.1.2.1. Přenos vlhkosti

Přiblížení ke spojenému přenosu vlhkosti a tepla v pórovitých materiálech je vyjádřením vektoru hmotnostního toku vlhkosti J a vektoru tepelného toku q jako lineární kombinaci gradientů volné (ne chemicky vázané) vody v pórech a teploty.

Pokud je proudění vlhkosti opomenuto, transport kapaliny, transport vlhkého vzduchu a difúze vodní páry odehrávající se v plynu jsou zbývající řídicí mechanismy.

Zobecněná forma Darcyho zákona, popisující pohyb tekutin v pórovitém prostředí, vyjadřuje průměrné relativní rychlosti hmoty ($\mathbf{v}^\alpha - \mathbf{v}^s$)

$$nS_\alpha (\mathbf{v}^\alpha - \mathbf{v}^s) = \frac{k^{r\alpha} \mathbf{k}^{sat}}{\mu^\alpha} (-\nabla p^\alpha + \rho^\alpha \mathbf{g}), \quad (4.12)$$

kde $\alpha = w$ pro kapalnou část a $\alpha = g$ pro plynou část.

$k^{r\alpha}$ - relativní permeabilita [-], které jsou funkcí stupně nasycení (saturace) a leží v intervalu $\langle 0;1 \rangle$

\mathbf{k}^{sat} - součinitel permeability [m^2], čtvercová matice 3×3

μ^α - dynamická viskozita [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$]

ρ^α - vlastní objemová hmotnost [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], vztažená k objemově zprůměrované objemové hmotnosti ρ_α

$$\rho_\alpha = nS_\alpha \rho^\alpha \quad (4.13)$$

Difúzně-disperzní tok [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$] vodní páry (g^w) v plynu (g) je druhý řídicí mechanismus, který je vyjádřen Fickovým zákonem

$$\mathbf{J}_g^{g^w} = nS_g \rho^{g^w} (\mathbf{v}^{g^w} - \mathbf{v}^g) = -\rho^g \mathbf{D}_g \nabla \left(\frac{\rho^{g^w}}{\rho^g} \right), \quad (4.14)$$

v němž difúzní koeficient je označen \mathbf{D}_g [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$].

Existuje řada modelů založených na předpokladu, při němž je vodní pára uvažována jen jako součást vzduchu a Darcyho zákon je použit pro popsání pohybu jak kapalně fáze, tak i vodní páry [Krejčí a kol., 2001]. Vyjádření toku kapalného a plynného skupenství vody v pevné fázi je pro tento případ:

$$\mathbf{J}_s^\alpha = nS_\alpha \rho^\alpha (\mathbf{v}^\alpha - \mathbf{v}^s) = \frac{\mathbf{K}^\alpha}{g} (-\nabla p^\alpha + \rho^\alpha \mathbf{g}) = \frac{k^{r\alpha} \mathbf{k}^{sat}}{\nu^\alpha} (-\nabla p^\alpha + \rho^\alpha \mathbf{g}), \quad (4.15)$$

kde $\nu^\alpha = \mu^\alpha / \rho^\alpha$ označuje kinematickou viskozitu [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$] a $\alpha = w, gw$. Tzv. matice propustnosti [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] je definována vztahem

$$K^\alpha = \frac{k_{sat} k^{r\alpha} \rho^\alpha g}{\mu^\alpha}, \quad (4.16)$$

jejíž vyjádření jen pro jeden směr je skalár K_w . Gravitační zrychlení je označeno $g = 9,806 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Pro jednoosý **přenos kapaliny** jsou definovány následující vztahy, které vyjadřují závislost koeficientu filtrace K^w/g na vlhkosti w [Krejčí a kol., 2001]

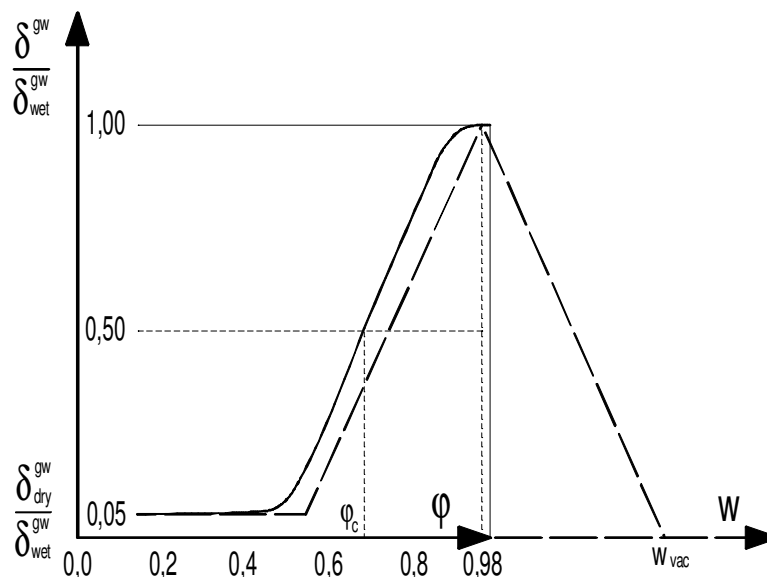
$$\begin{aligned} w < w_{cr} & \dots\dots\dots K^w / g \doteq 0, \\ w_{cr} < w < w_{cap} & \dots\dots\dots K^w / g = A_k \exp(B_k w), \\ w_{cap} < w & \dots\dots\dots K^w / g = A_k \exp(B_k w_{cap}), \end{aligned} \quad (4.17)$$

kde A_k a B_k jsou koeficienty, které jsou určeny z experimentů.

Přenos vodní páry. Data z experimentů pro betony ukazují, že propustnost je značně závislá na teplotě, zvláště pak na teplotách blízkých ke $100 \text{ }^\circ\text{C}$. Definujme nyní novou proměnou

$$\delta^{gw} = \frac{k^{rgw} k_{sat}}{\nu^{gw}} \quad [\text{s}], \quad (4.18)$$

jejíž maximum je δ_{wet}^{gw} . Dva grafy součinitele difúze vodní páry v závislosti na relativní vlhkosti φ a vlhkosti w jsou ukázány na (obr. 4.2).



Obr. 4.2: Součinitele difúze vodní páry v závislosti na φ a w

Kapalina je také přenášena přes *kontaktní plochu s okolním prostředím* pomocí proudění. Pro kapalně skupenství vody lze vyjádřit tok ve směru normály pomocí okrajové podmínky takto:

$$\bar{q}^w = \mathbf{v}^T \mathbf{J}_c^w = \mathbf{v}^T \rho^w \frac{k^{rw} \mathbf{k}_{sat}}{\mu^w} (-\nabla p^w + \rho^w \mathbf{g}) \text{ na hranici } \Gamma^w, \quad (4.19)$$

pro vodní páru platí:

$$\bar{q}^{gw} = \mathbf{v}^T \mathbf{J}_c^{gw} = \mathbf{v}^T \rho^{gw} \frac{k^{rgw} \mathbf{k}_{sat}}{\mu^{gw}} (-\nabla p^{gw} + \rho^{gw} \mathbf{g}) \text{ na hranici } \Gamma^{gw}. \quad (4.20)$$

4.1.2.2. Přenos tepla

Vedení v běžném smyslu zahrnuje radiaci, tak i proudění na mikroskopické úrovni. Vedení tepla je popsáno Fourierovým zákonem

$$\mathbf{q} = \chi_{eff} \cdot \text{grad}T. \quad (4.21)$$

\mathbf{q} - tepelný tok [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]

χ_{eff} - součinitel tepelné vodivosti [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

Tepelná vodivost roste se zvyšující se teplotou v důsledku nelineárního chování radiace na mikroskopické úrovni, která závisí na čtvrté mocnině teploty. Přítomnost vody také zvyšuje tepelnou vodivost.

Podobně jako při přenosu vodní páry si předává vnější povrch teplo se vzduchem pomocí konvekce (proudění)

$$\mathbf{v}^T \mathbf{q}_c = h_c (T_{povrch} - T_{vzd}), \quad (4.22)$$

kde h_c je koeficient přestupu tepla.

Povrch, vystavený tepelné radiaci od Slunce, pohlcuje část sálavého tepla

$$\mathbf{v}^T \mathbf{q}_r = \alpha E = h_r (T_{povrch}^4 - T_{vzd}^4) \approx h_r (T_{povrch}, T_{vzd}) (T_{povrch} - T_{vzd}). \quad (4.23)$$

α - absorpance

E - ozáření od Slunce [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]

h_r - koeficient tepelného záření

Teplo je také spotřebováno při odpařování vody (skupenské teplo vypařování) na povrchu oblasti

$$\mathbf{v}^T \mathbf{q}_v = h_c \mathbf{v}^T \mathbf{J}_c^{gw}. \quad (4.24)$$

Okrajovou podmínku dostaneme sloučením vzorců (4.22), (4.23) a (4.24)

$$\mathbf{v}^T \mathbf{q} = (h_c + h_r(T))(T_{povrch} - T_{vzd}) + h_c \mathbf{v}^T \mathbf{J}_c^{gw}. \quad (4.25)$$

4.1.2.3. Bilanční rovnice

Pro úplné popsání přenosu tepla a vlhkosti (hmoty) je nutné uvést ještě rovnice rovnováhy, vycházející z Biotovy teorie.

Bilanční rovnice hmotnosti pro pevnou látku:

$$\frac{\partial[(1-n)\rho^s]}{\partial t} + \text{div}[(1-n)\rho^s \mathbf{v}^s] = 0. \quad (4.26)$$

Bilanční rovnice tekuté fáze mají tvar pro kapalnou vodu

$$\frac{\partial(nS_w \rho^w)}{\partial t} + \text{div}[nS_w \rho^w \mathbf{v}^w] = -\dot{m}, \quad (4.27)$$

pro plyn

$$\frac{\partial[n(1-S_w)\rho^g]}{\partial t} + \text{div}[n(1-S_w)\rho^g \mathbf{v}^g] = -\dot{m}, \quad (4.28)$$

kde \dot{m} označuje rychlost odpařování a $S_g + S_w = 1$.

Pro vypořádávání se změnami skupenství je vhodné vyjádřit bilanční rovnice energie pomocí měrné entalpie. Při uvažování místního stavu rovnováhy ($T^\alpha = T$ pro $\alpha = s, w, g$) a opomenutí bezvýznamných členů má rovnice tvar [Krejčí a kol., 2001]:

$$(\rho C_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_s C_p^s \mathbf{v}^s + \rho_w C_p^w \mathbf{v}^w + \rho_g C_p^g \mathbf{v}^g) \text{grad} T = -\text{div} \mathbf{q} - \dot{m} \Delta H_{vap}, \quad (4.29)$$

kde $\Delta H_{vap} = H^{gw} - H^w$ je skupenské teplo vypařování. Přestup tepla prouděním pro pevnou látku ($\rho_s C_p^s \mathbf{v}^s$) je většinou vynecháván. Druhý a třetí člen v závorce na levé straně ve vzorci (4.29) mohou být také většinou opomenuty, tyto členy by neměly být vynechány při rychlém ohřívání (např. požár, ...). V některých případech je nutné doplnit v rovnici (4.29) dalšími členy, zohledňujícími jiné druhy tepla (např. teplo z hydratace betonu, ...).

4.1.3. Řešení složeného transportu tepla a vlhkosti

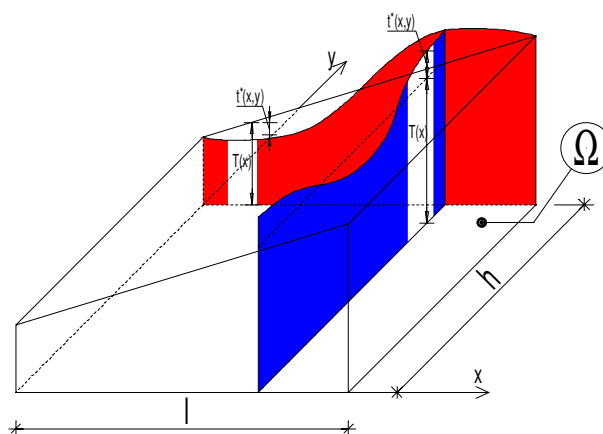
Existuje řada komerčních i akademických programů, které umožňují řešit nelineární a nestacionární chování materiálů při analýze přenosu vlhkosti a tepla

v heterogenních materiálech. Pro příklad uvedme DELPHIN [Grunewald, 2000], SIFEL [Kruis a kol.] a ACC [Sýkora, 2005]. Prvně zmíněný program využívá výhod metody konečných objemů (FVM), druhý a třetí metody konečných prvků (FEM). Metoda konečných objemů je vhodná pro počítání kombinovaných efektů různých přenosových jevů, při kterých se nemění struktura pórovitého materiálu. Metoda konečných prvků je velmi dobře použitelná nejen při řešení problému výše zmíněného, ale také při řešení, kdy dochází i ke změně objemu pórovitého skeletu. [Vorel, 2005]

4.1.4. Efektivní součinitel tepelné vodivosti

Při homogenizaci je aktuální teplota t rozložena na střední (T) a flukтуаční teplotu (t^*), viz obr. 4.3 – 2D vzorek zatížen jednoosým tepelným tokem ve směru x .

$$t(x, y) = T(x) + t^*(x, y) \quad (4.30)$$



Obr. 4.3: Průběh teploty (střední a flukтуаční složka)

Při homogenizaci teplotního pole získaného zatížením vzorku tepelným tokem vycházíme z Fourierova zákona (rov. 4.21) a z rovnice (4.30), jejíž postupnou úpravou dostaneme

$$\text{grad}t(x, y) = \text{grad}T(x) + \text{grad}t^*(x, y) \quad (4.31)$$

$$\frac{1}{l \cdot h} \iint_{\Omega} \text{grad}t(x, y) dx dy = \frac{1}{l \cdot h} \left(\iint_{\Omega} \text{grad}T(x) dx dy + \iint_{\Omega} \text{grad}t^*(x, y) dx dy \right), \quad (4.32)$$

kde $\iint_{\Omega} \text{grad}t^* dx dy$ je roven nule a $\text{grad}T(x)$ je konstantní (viz obr. 4.3). Zavedením předcházejících podmínek do rovnice (4.32) dostaneme výraz

$$\text{grad}T(x) = \frac{1}{l \cdot h} \iint_{\Omega} \text{grad}t(x, y) dx dy. \quad (4.33)$$

Uvažujeme-li makroskopický tok $q(x)$, pak dosazením rovnice (4.32) do (4.21) získáme

$$\chi_{eff,x} = \frac{q(x)}{\frac{1}{l \cdot h} \iint_{\Omega} \text{grad}t(x, y) dx dy}, \quad (4.34)$$

kde $\chi_{eff,x}$ označuje efektivní součinitel tepelné vodivosti ve směru osy x .

Pro zatížení tepelným tokem ve směru osy y lze odvodit obdobnou závislost jako pro směr x :

$$\chi_{eff,y} = \frac{q(y)}{\frac{1}{l \cdot h} \iint_{\Omega} \text{grad}t(x, y) dx dy}. \quad (4.35)$$

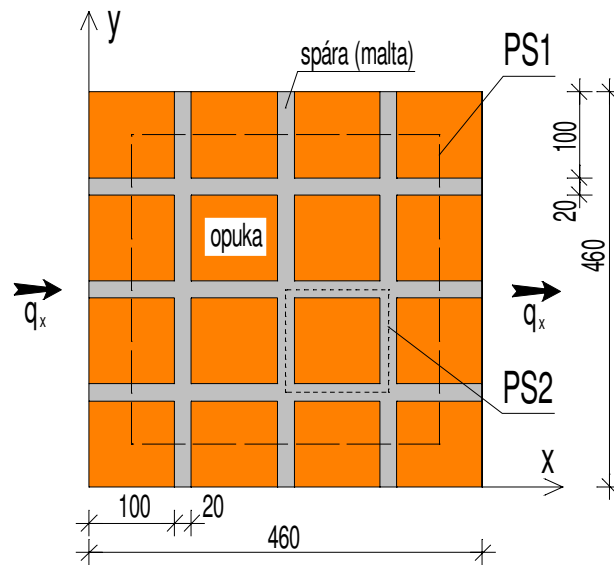
$\chi_{eff,y}$ označuje efektivní součinitel tepelné vodivosti ve směru osy y .

4.2. Příklady

Výpočet účinků zvoleného zatěžování reprezentativního objemu je proveden výše zmíněným programem DELPHIN [Grunewald, 2000]. Pro ozřejmění daného problému je vybrán příklad určení efektivní hodnoty součinitele tepelné vodivosti. Objemový element (zde 2D vzorek) je zatěžován jednoosým tepelným tokem q_x , dále je zadána počáteční teplota zvoleného vzorku t_{in} [°C] a jeho relativní vlhkost φ [%]. Z důvodu předepsaného konstantního tepelného toku, není možné zavést na buňce potřebné podmínky periodicity, které by zaručovaly shodu flukтуаční složky teploty na protějších okrajích buňky. Toto však není omezující pro prokázání jistých závislostí ovlivňujících hodnotu efektivního součinitele tepelné vodivosti, neboť při porovnání s periodickou buňkou s definovanými okrajovými podmínkami [Sýkora, 2005] (výpočet FEM) jsou odchylky efektivních součinitelů tepelné vodivosti minimální.

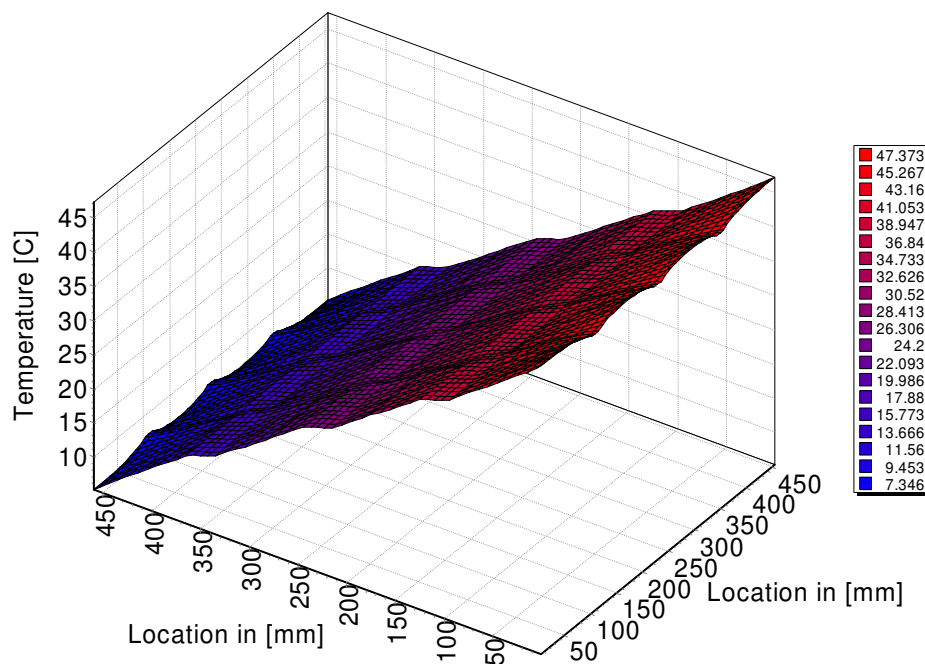
Jako jednoduchý příklad je zvolena mezoskopická struktura na obrázku (4.4). Tato buňka sice nereprezentuje typickou vazbu zdíva a struktura není periodická, ale je vybrána pro pozorování jistého efektu struktury vzorku, který by mohl ovlivnit hodnotu součinitele tepelné vodivosti při homogenizaci. Na obrázku (4.4) je naznačena čárkovanou čarou buňka s periodickou strukturou (PS1) uvažovaná pro porovnání s buňkou neperiodické struktury a ukázkou některých zjištěných závislostí. Součinitel tepelné vodivosti je pro opuku $\chi_{opuka} = 0,9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ a pro maltu $\chi_{malta} = 2,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Ostatní materiálové charakteristiky, požadované programem, jsou přebrány z knihovny materiálů v programu DELPHIN.

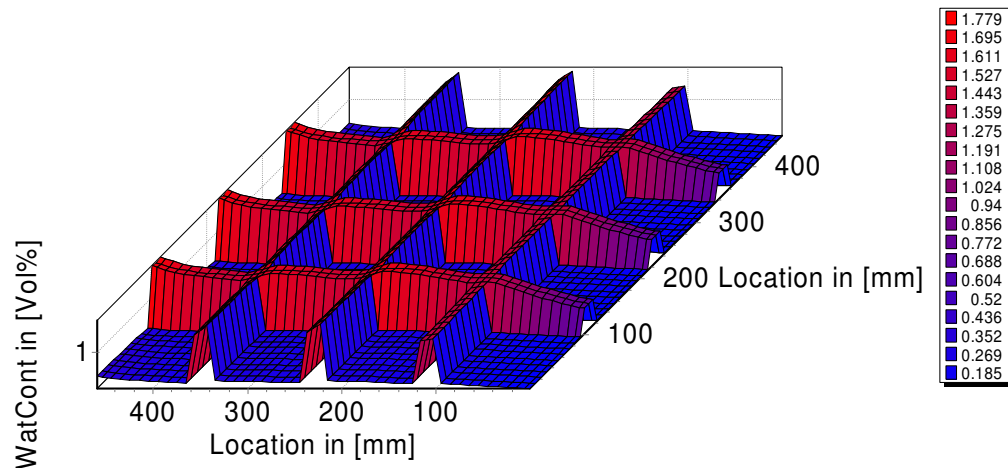


Obr. 4.4: Mezoskopická struktura (neperiodická a periodická)

Pro neperiodickou strukturu (viz obr. 4.4) vystavenou působení tepelného toku $q = 100 \text{ W.m}^{-2}$, počáteční teploty $t_{in} = 25 \text{ °C}$ a relativní vlhkosti $\varphi = 60 \%$ je zobrazeno teplotní pole ($t = T + t^*$) na obrázku (4.5) a na obrázku (4.6) je zobrazeno rozložení vlhkosti pro daný případ. Hodnota efektivního součinitele tepelné vodivosti (vyplývající z rov. 4.34) je $\chi_{eff,x} = 1,108 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.



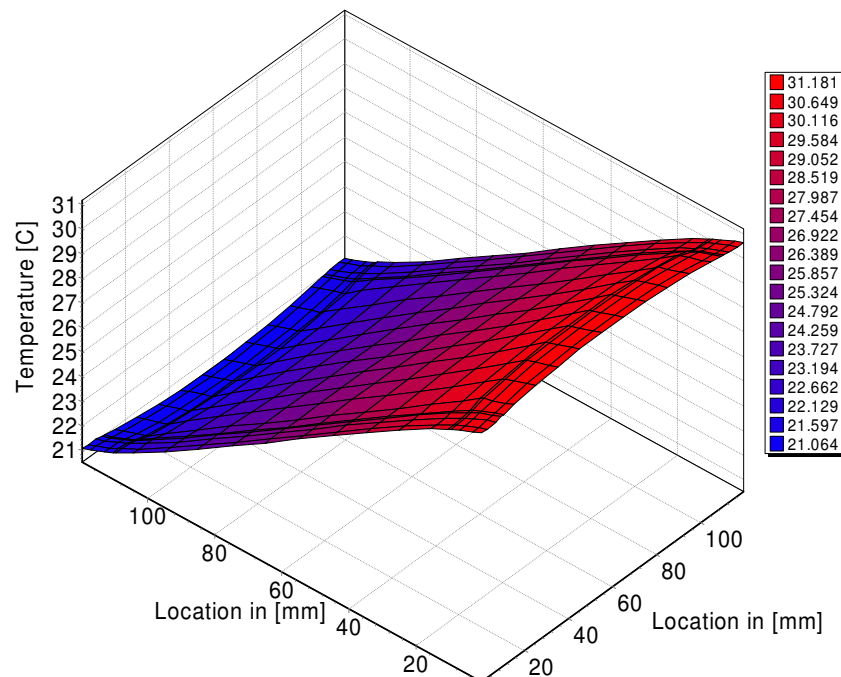
Obr. 4.5: Pole teploty [°C] vyvolané působením toku $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$, při $t_{in} = 25 \text{ °C}$ a $\varphi = 60 \%$ na neperiodické struktuře



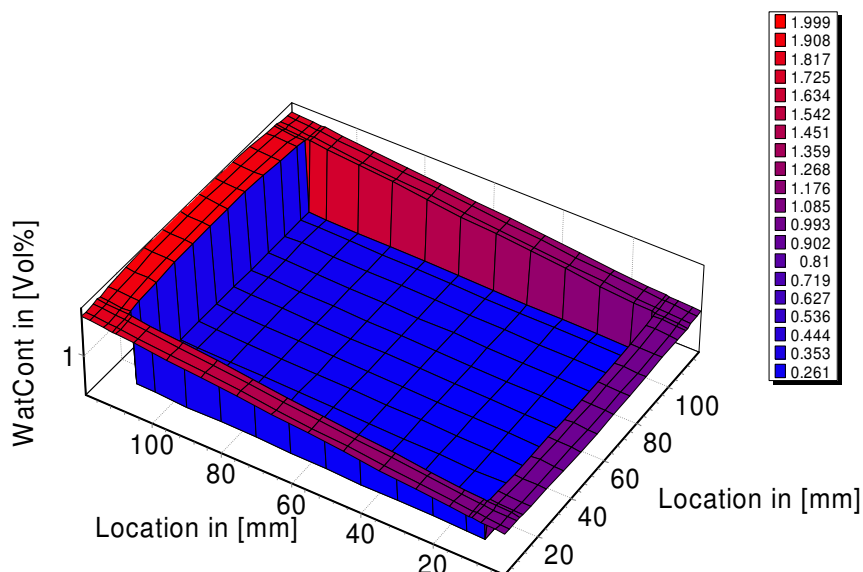
Obr. 4.6: Rozložení objemové vlhkosti [%] vyvolané působením toku

$$q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}, \text{ při } t_{in} = 25^\circ\text{C} \text{ a } \varphi = 60 \% \text{ na neperiodické struktuře}$$

Z rozložení vlhkosti je patrné, že vlhkost se zdatně mění hlavně v krajních partiích modelové buňky, proto velikost součinitele tepelné vodivosti je slabě ovlivněna velikostí reprezentativního objemu. Součinitel tepelné vodivosti získaný z možné buňky s periodickou strukturou (PS2) je velice mírně ovlivněn zmíněným jevem, $\chi_{eff,x} = 1,165 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (pro PS1 je tato hodnota $\chi_{eff,x} = 1,164 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Pro PS2 je teplotní pole znázorněno na obrázku (4.7) a pole vlhkosti na obrázku (4.8).



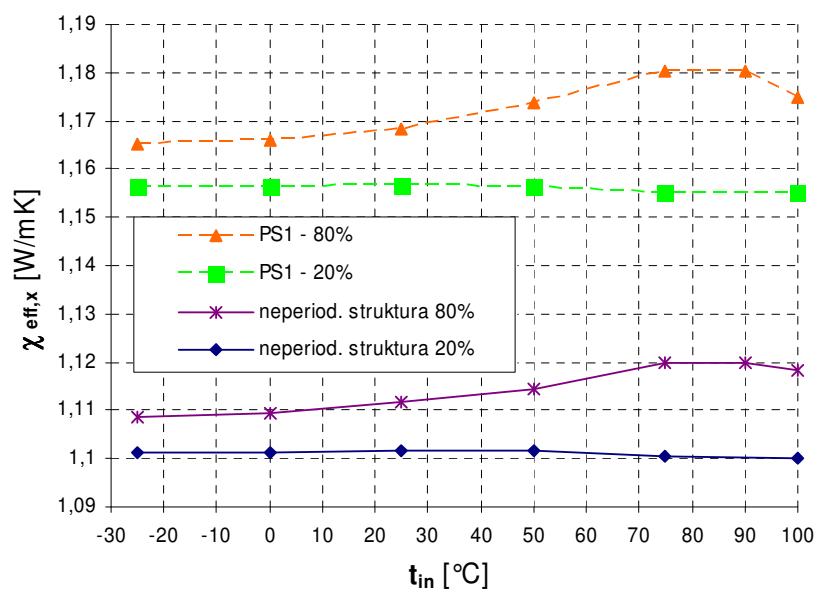
Obr. 4.7: Pole teploty [°C] vyvolané působením toku $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$,
při $t_{in} = 25^\circ\text{C}$ a $\varphi = 60 \%$ na PS2



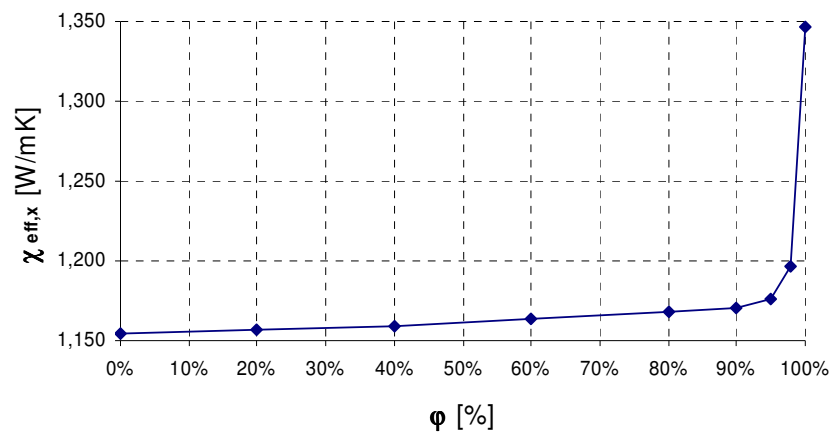
Obr. 4.8: Rozložení objemové vlhkosti [%] vyvolané působením toku

$$q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}, \text{ při } t_{in} = 25^\circ\text{C} \text{ a } \varphi = 60 \% \text{ na PS2}$$

Na následujícím obrázku (4.9) jsou zobrazeny hodnoty součinitele tepelné vodivosti pro neperiodickou a periodickou strukturu (PS1) v závislosti na počáteční teplotě a různé relativní vlhkosti. Jak je z obrázku patrné, počáteční teplota vzorku ovlivňuje vodivost až při vyšších teplotách, přibližně asi nad 30°C ($q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$).

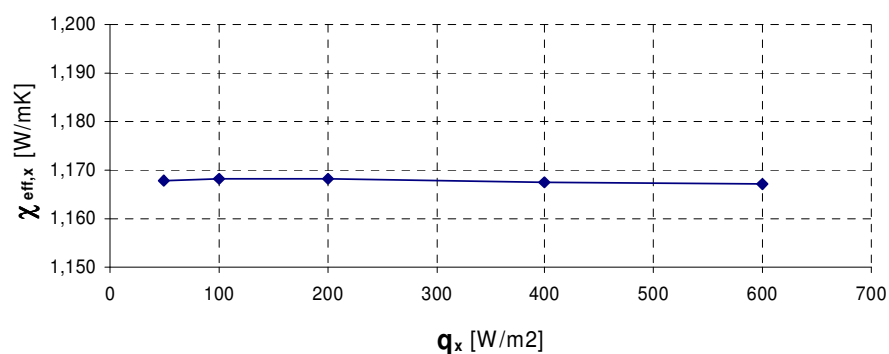
Obr. 4.9: Vývoj velikosti $\chi_{eff,x}$ v závislosti na počáteční teplotě t_{in} pro neperiodickou strukturu a PS1 o $\varphi = 20 \%$ nebo 80%

Závislost součinitele tepelné vodivosti periodické struktury (PS1) na relativní vlhkosti materiálu φ je ukázána na (obr. 4.10). Jak je z grafu patrné, skoro lineární závislost mezi těmito parametry v subhygroskopické oblasti (relativní vlhkost do 95 % - 98 %) se stává vysoce nelineární, když je dosažena hygroskopická vlhkost a přibližuje se ke kapilárnímu nebo maximálnímu nasycení (lze porovnat s obr. 4.1). Vstupní parametry výpočtů jsou $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$ a $t_{in} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.



Obr. 4.10: Součinitel tepelné vodivosti $\chi_{eff,x}$ v závislosti na φ

Důležité zjištění praktického významu lze odvodit z obrázku (4.11), kde makroskopický součinitel tepelné vodivosti $\chi_{eff,x}$ je skoro necitlivý na změny velikosti tepelného toku (gradientu teploty), což zjednodušuje mezo-makroskopické přiblížení. Zbylé vstupní parametry jsou $\varphi = 80 \%$ a $t_{in} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.



Obr. 4.11: Součinitel tepelné vodivosti $\chi_{eff,x}$ v závislosti na tepelném toku q_x

4.3. Závěr

Součinitel tepelné vodivosti je určován pro struktury zdiva (obr. 4.4), vytvořených pro zjištění různých typů závislostí na vstupních parametrech. Pro složitější struktury, zvláště pro struktury nevytvořené ortogonální sítí, je použití výše zmíněného programu DELPHIN, problematičtější. Námi zjištěné závislosti součinitele tepelné vodivosti na různých parametrech jsou:

- Při nižších hodnotách relativní vlhkosti materiálu (do 95–98 %) se mění součinitel tepelné vodivosti téměř rovnoměrně, poté se tato závislost stává velice nelineární.
- Existuje jistá závislost součinitele tepelné vodivosti na počáteční teplotě materiálu, která je ale znatelná až při vyšších teplotách (nad 30 °C).
- Změna vlhkostního pole v závislosti na velikosti reprezentativního objemu nemá výrazný vliv na hodnotu součinitele tepelné vodivosti.
- Součinitel tepelné vodivosti je téměř necitlivý na změny velikosti tepelného toku (gradientu teploty).

5. Shrnutí a cíle

Počítačová analýza zděných konstrukcí, zvláště historických, je obtížná z důvodu velkého množství ovlivňujících a neznámých faktorů. Moderní modely zdiva se snaží o pokud možno co nejpřesnější napodobení skutečného jeho chování.

Pro vystihnutí chování zděné konstrukce je vhodný dvouúrovňový model. První úroveň, mezoskopická, sloužící k určení efektivních vlastností zdiva (např. lomové energie,...), vystihuje vliv struktury materiálu na makroskopické chování. Makroskopická úroveň slouží k modelování tvaru a velikosti konstrukce.

Pro přesné definování modelu na mezoskopická úrovni je důležité uvažovat při modelování vlastnosti přechodové vrstvy, která bývá nejslabším místem celé struktury. Vlastnosti této vrstvy je vhodné určit pomocí zkoušek v laboratoři nebo na základě přiblížení pracovního diagramu počítačové simulace k reálné zkoušce (zpětná analýza). Dalším studijním záměrem by proto mělo být experimentální získání parametrů přechodové vrstvy pro možné porovnání s našimi numericky zjištěnými vlastnostmi.

Termomechanické vlastnosti zdiva jsou také důležitými materiálovými charakteristikami v případech nemechanického namáhání konstrukce, které může být často kritické. Při určování efektivního součinitele tepelné vodivosti je možné využít závislosti shrnuté v (kap. 4.3). V budoucí práci je cílem vytvoření počítačových simulací pro zatížení vzorku tepelným tokem v obou směrech (x a y), zatížení vzorku vlhkostí a kombinaci předchozích zatížení.

Seznam obrázků

č. obr.	název	strana
Obr. 1.1	Skladba materiálů Karlova mostu	9
Obr. 2.1	Skladba opukového zdiva zkušební tělesa	11
Obr. 2.2	Mezoskopická periodická buňka pro opukové zdivo	12
Obr. 2.3	Síť konečných prvků pro mezoskopickou buňku z opukového zdiva	12
Obr. 2.4	PUC v soustavě souřadnic	13
Obr. 2.5	Základní deformační stavy (displacement control)	13
Obr. 2.6	Zavedení uzlových sil (stress control)	15
Obr. 2.7	Podmínky periodicity	16
Obr. 2.8	Diagram závislosti napětí na poměrném přetvoření pro jednoosou napjatost	18
Obr. 2.9	Otevírání trhlin po dosažení efektivní tahové pevnosti f_t^{ef} pro model SBETA	18
Obr. 2.10	Stadia vzniku trhliny	19
Obr. 2.11	Kritérium dvouosého porušení pro model SBETA	19
Obr. 2.12	Pracovní diagram, předepsaná deformace $E_{xx} > 0$	21
Obr. 2.13a	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 18	21
Obr. 2.13b	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 19	22
Obr. 2.13c	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 75	22
Obr. 2.14	Pracovní diagram, předepsaná deformace $E_{yy} > 0$	23
Obr. 2.15	Pracovní diagram, předepsaná deformace $E_{xx} < 0$	23
Obr. 2.16	Pracovní diagram, předepsaná deformace $E_{yy} < 0$	24
Obr. 2.17	Původní PUC vytvořená pro modelaci zdiva z lomového kamene, vyskytujícího se v konstrukci Karlova mostu	25
Obr. 2.18	Hrubý tvar hranice porušení v prostoru napětí Σ_{xx} , Σ_{yy} a parametrická závislost na Σ_{xy}	25
Obr. 2.19	Počítačový model PUC pro zatížení tahem ve směru osy x	26

Obr. 2.20	Porovnání pracovních diagramů pro model s a bez přechodových prvků, $E_{xx} > 0$	27
Obr. 2.21	Zvětšený pracovní diagram pro model s přechodovými prvky, $E_{xx} > 0$	27
Obr. 2.22a	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 10 (deformace zvětšena 40x)	28
Obr. 2.22b	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 12 (deformace zvětšena 40x)	28
Obr. 2.22c	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 71 (deformace zvětšena 40x)	29
Obr. 2.22c	Vývoj trhlin při $E_{xx} > 0$, zatěžovací krok 117 (deformace zvětšena 20x)	29
Obr. 2.23	Porovnání pracovních diagramů pro model s a bez přechodových prvků, $E_{yy} > 0$	30
Obr. 2.24	Zvětšený pracovní diagram pro model s přechodovými prvky, $E_{yy} > 0$	30
Obr. 2.25	Matice výsledků přírůstkového řešení lomové energie ve směru osy x	32
Obr. 2.26	Matice výsledků přírůstkového řešení lomové energie ve směru osy y	32
Obr. 2.27	Vzorek vytvořený z více (n) periodických buněk	34
Obr. 3.1	Počítačové modely zdiva	36
Obr. 3.2	Tahové zkoušky zdiva	37
Obr. 3.3	Smykové zkoušky zdiva	38
Obr. 3.4	Antirovinné namáhání	38
Obr. 3.5	Vzorky těles pro zkoušky zdiva v jednoosém tlaku	39
Obr. 3.6	Vzorek pro zkoušku zdiva tahem kolmo k ložné spáře	40
Obr. 3.7	Uspořádání zkoušky pro zjištění dvouosého chování zdiva	40
Obr. 3.8	Uspořádání zkoušky provedené v Kloknerově ústavu	42
Obr. 3.9	Výsledky zkoušky provedené v Kloknerově ústavu	43
Obr. 3.10	Porušení vzorku při zkoušce provedené v Kloknerově ústavu	43
Obr. 3.11	Uspořádání zkoušky v programu ATENA 2D	44
Obr. 3.12	Porovnání simulace bez kontaktních prvků s reálnou zkouškou	45

Obr. 3.13	Hranice porušení pro přechodové prvky	46
Obr. 3.14	Normální rozdělení pro soudržnost (C) kontaktních prvků	48
Obr. 3.15	Korelační matice pro modelový příklad	49
Obr. 3.16	Zatěžovací dráhy jednotlivých simulací v porovnání se skutečnou zkouškou	50
Obr. 3.17	Porovnání zatěžovací dráhy skutečného experimentu a nejvíce se přibližující simulace	51
Obr. 3.18a	Vývoj trhlin při výpočtového modelu „ <i>simul 1</i> “, výpočtový krok 25 (deformace zvětšena 5x)	52
Obr. 3.18b	Vývoj trhlin při výpočtového modelu „ <i>simul 1</i> “, výpočtový krok 69 (deformace zvětšena 2x)	52
Obr. 3.18c	Vývoj trhlin při výpočtového modelu „ <i>simul 1</i> “, výpočtový krok 146 (deformace zvětšena 2x)	53
Obr. 3.19	Zjednodušený model	54
Obr. 4.1	Retenční křivka	57
Obr. 4.2	Součinitele difúze vodní páry v závislosti na φ a w	61
Obr. 4.3	Průběh teploty (střední a flukтуаční složka)	64
Obr. 4.4	Mezoskopická struktura (neperiodická a periodická)	66
Obr. 4.5	Pole teploty [$^{\circ}\text{C}$] vyvolané působením toku $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$, při $t_{in} = 25^{\circ}\text{C}$ a $\varphi = 60 \%$ na neperiodické struktuře	66
Obr. 4.6	Rozložení objemové vlhkosti [%] vyvolané působením toku $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$, při $t_{in} = 25^{\circ}\text{C}$ a $\varphi = 60 \%$ na neperiodické struktuře	67
Obr. 4.7	Pole teploty [$^{\circ}\text{C}$] vyvolané působením toku $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$, při $t_{in} = 25^{\circ}\text{C}$ a $\varphi = 60 \%$ na PS2	67
Obr. 4.8	Rozložení objemové vlhkosti [%] vyvolané působením toku $q_x = 100 \text{ Wm}^{-2}$, při $t_{in} = 25^{\circ}\text{C}$ a $\varphi = 60 \%$ na PS2	68
Obr. 4.9	Vývoj velikosti $\chi_{eff,x}$ v závislosti na počáteční teplotě t_{in} pro neperiodickou strukturu a PS1 o $\varphi = 20 \%$ nebo 80%	68
Obr. 4.10	Součinitel tepelné vodivosti $\chi_{eff,x}$ v závislosti na φ	69
Obr. 4.11	Součinitel tepelné vodivosti $\chi_{eff,x}$ v závislosti na tepelném toku q_x	69

Seznam tabulek

č. tabulky	název	Strana
Tab. 2.1	Materiálové parametry komponentů zdiva	20
Tab. 2.2	Materiálové parametry komponentů zdiva	27
Tab. 2.3	Hodnoty lomové energie rozdělené dle směru a způsobu určení	33
Tab. 3.1	Průměry veličin použité pro normální rozdělení	49
Tab. 3.2	Charakteristiky přechodové vrstvy a modul pružnosti malty pro „ <i>simul 1</i> “	52

Literatura

[Šejnoha J. a kol., 2003] J. Šejnoha, V. Blažek, M. Šejnoha, J. Zeman (2003) *Počítačový model pro analýzu napětí a přetvoření Karlova mostu*, Praha

[Roca a kol., 1998] P. Roca, J.L. González, E. Oñate a P.B. Lourenço (1998) *Structural analysis of historical constructions II - Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry* (Lourenço), CIMNE, Barcelona

[Červenka V. a kol., 2003] V. Červenka, L. Jendele, J. Červenka (2003) *ATENA Program Documentation*, Praha

[Sýkora, 2005] J. Sýkora (2005) *Diplomová práce – Počítačové modelování lomového zdiva*, Praha

[Lourenço, 1997] P.B. Lourenço (1998) *Two aspects related to the analysis of masonry structures: Size effect and parameter sensitivity*, TU Delft

[Červenka Consulting, 2003] Červenka Consulting (2003) *SARA User's manual*, Praha

[Novák a kol., 2002] D. Novák, B. Teplý, Z. Keršner, M. Vořechovský (2002) *FREET Program Documentation*, Brno

[EGÚ Praha Engineering, a.s.] EGÚ Praha Engineering, a.s. *Terciární regulace – Optimalizační metoda*, <http://www.egu-prg.cz/asru/apstr.html>

[ESSroc] ESSroc *ESStech – M20: Properties of Masonry Mortars*, <http://essroc.com/default.aspx?pageid=171>

[Holický, 1998] M. Holický (1998) *Zásady ověřování spolehlivosti a životnosti staveb*, Vydavatelství ČVUT

[Vorel a kol., 2005] J. Vorel, J. Sýkora, J. Šejnoha a M. Šejnoha (2005) *Effective Material Parameters for Transport Processes in Historical Masonry Structures*, Civil-Comp Press

[Grunewald, 2000] J. Grunewald *Documentation of the numerical solution program DIM3.1*, TU Dresden

[Krejčí a kol., 2001] T. Krejčí, T. Nový, L. Sehnoutek a J. Šejnoha (2001) *Structure – Subsoil Interaction in view of Transport Processes in Porous Media*, CTU Reports

[Kruis a kol.] J. Kruis *SIFEL Program Documentation*, <http://cml.fsv.cvut.cz/~sifel>

[Vorel a kol. I, 2005] J. Vorel, J. Sýkora, J. Šejnoha a M. Šejnoha (2005) *Materiálový model pro lomové zdivo*, Praha