

Cena akademika Bažanta – posudek soutěžní práce:

POROVNÁNÍ NUMERICKÝCH METOD PRO ANALÝZU NEJISTOT

Eliška Janouchová

(vedoucí práce: Ing. A. Kučerová, Ph.D.)

Téma práce

V posuzované práci jsou na modelovém příkladu rámové konstrukce, jejíž geometrické parametry i zatížení jsou náhodné veličiny, porovnány tři (vlastně čtyři) metody pro stochastickou analýzu chování sledovaných veličin (posunutí, pootočení).

Aktuálnost zvoleného tématu

Autorka předkládá práci dvojnásob aktuální. Jednak je v souladu s moderním trendem zahrnout do výpočetního modelu i vliv nejistot, jednak jde o příspěvek k tematice dlouhodobě studované na FSv ČVUT.

Organizace práce

Na celkem čtrnácti stranách je představeno sedm kapitol, včetně úvodu, poděkování a literatury s 13 položkami. Jádro práce tvoří kapitola 2, v níž je popsána modelová úloha a její nejistá vstupní data, kapitola 3 věnovaná stručnému představení jednotlivých metod (lineární regrese, stochastická kolokace, stochastická Galerkinova metoda) a nejobsáhlejší kapitola 4 zaměřená na výsledky výpočtů a srovnání jednotlivých metod.

Práce je psána pečlivě, překlepy se objevují jen sporadicky. Pro čtenáře je velmi užitečné množství přehledných tabulek a grafů.

Poznámky k práci

Nad vhodností této sekce posudku jsem se dlouho zamýšlel. Před sepsáním posudku jsem se totiž inspiroval čtením posudků z webové stránky soutěže a povšiml jsem si, že prakticky neobsahují kritické připomínky. Jestliže tedy budu s některými detaily polemizovat, obávám se, že v očích poroty snížím hodnotu předložené práce. Navíc jde o poznámky vzešlé od pisatele, který s uvedenými metodami nemá přímou osobní zkušenost a nezná zvyklosti v příslušném oboru běžné.

Z jiného pohledu však připomínky vhodné jsou. Sama autorka mi sdělila, že smyslem posudku je, kromě informace pro porotu, i posouzení ve smyslu recenzního řízení.

Zadání modelové úlohy Obrázek 1 je sice názorný, ale směr zatížení q je asi jiný, než je znázorněno vodorovnými šipkami. Jelikož D_1 je vlastní tíha, působí směrem od bodu A k bodu B , podobně zřejmě i S_1 a L_1 , neboť všechny tyto síly tvoří q dle (1).

Také tabulky dávají podněty k zamyšlení. Vlastní tíha D_1 je dána v kN/m, ale vlastní tíha D_2 v kN, je tedy koncentrována do bodu, viz F v obrázku 1. Má to tak být?

Délky l_1 , l_2 a l_3 závisí pouze na náhodné proměnné l_σ . Znamená to tedy, že se jsou sice náhodné, ale mění se stejně, tj. jsou stejným náhodným násobkem nominální hodnoty, viz histogram N1-01?

Histogram SHORT1 mi v tištěné černobílé verzi připadal prázdný, až nahlédnutí do barevné PDF verze ukázalo, že naprostá většina případů je koncentrována v nule nebo v jejím okolí.

V zápisu (4) se objevují nedefinované symboly A_1 , A_2 , A_3 (asi jde o záměnu s I_1 , I_2 a I_3) a E (asi Youngův modul).

Je zatížení prutu číslo 3 takové, aby nebylo nutné uvažovat o nebezpečí ztráty stability?

Popis metod Zdá se, že zavedení nové vektorové náhodné proměnné ξ je značně důležité. Je proto škoda, že není podrobněji vysvětleno. Proč například vadí, že původní náhodné veličiny nemají spojitou funkci hustoty pravděpodobnosti? Jak jsou definovány konkrétní transformační funkce t_{jk} ? Nemohu říci, že by mi grafy na obrázku číslo 4 mnoho pomohly. O ξ se píše jako o nové standardní náhodné proměnné; co to konkrétně znamená? Jaké má rozdělení pravděpodobnosti? Až z dalšího lze usoudit, že normální nebo rovnoměrné.

Výraz „polynomiální koeficienty“ je dvojznačný. Může jít o nějaké koeficienty vyjádřené polynomy, zde se však myslí význam jiný — reálná čísla vystupující jako koeficienty polynomů.

Lineární regrese O (9) se píše, že jde o soustavu n_β lineárních rovnic. Není těch rovnic $n_\beta n_r$? Počet polynomů ψ_α je n_β , jejich jedna lineární kombinace určuje jednu složku odezvy, složek je n_r .

Stochastická kolokace Ve vztahu (10) se objevuje nevysvětlený symbol \mathbb{P} . Nehraje v odvození vztahu (10) ze vztahu (7) zásadní roli ortogonalita polynomů ψ_α vzhledem ke skalárnímu součinu s vahou odpovídající pravděpodobnostnímu rozdělení veličiny ξ ? Ortogonální polynomy jsou sice v práci zmíněny, ale nikoli explicitně u polynomů ψ_α .

Výsledky Tato část je velice zajímavá a skýtá mnoho podnětů k zamyšlení. Nicméně některé drobnosti jsou poněkud matoucí.

Například u tabulek se uvádí „... pro parametry modelu \mathbf{m} “, avšak v kapitole 3 se píše, že je nutné přejít k nové proměnné ξ . Jde tedy o interpretaci toho, o čem vypovídají čísla v tabulkách. Informují nás o chování modelu vzhledem k histogramům pro \mathbf{m} , nebo o chování modelu vzhledem k ξ ? Jakým způsobem byly získány výsledky MC? Předpokládám, že z histogramů pro \mathbf{m} , kdežto cesta k ostatním výsledkům vedla přes ξ .

Opticky nepůsobí dobře, když σ pro veličinu w_A získanou metodou Monte Carlo má v tabulkách hodnotu 0.00, to pak při výpočtu relativní chyby svádí k představě dělení nulou, viz rovnost (14) upravenou pro σ .

Klíčová je otázka, proč některé metody vedou k tak špatným výsledkům. Odpověď poukazuje na nelinearitu transformace náhodných veličin. O čem však taková nelinearita svědčí? Nenapovídá, že veličinu m_i je velmi nesnadné (ba možná i nepřírozené) popisovat jednou veličinou ξ_i ? Nebylo by možné popsat ji několika náhodnými veličinami s normálním rozdělením? Odpovědnost za nesnáze by mohl mít i způsob numerické integrace, tj. volba konkrétních integračních formulí.

Je zajímavé, že v tabulce 4 jsou výsledky pro σ u metod KPN a GQN nejlepší pro $p = 2$, při vyšším p se zhoršují.

Pozoruhodná je tabulka 5, totiž u většiny výsledků malá až nepatrná relativní chyba vzhledem k metodě MC, o níž by se dalo předpokládat, že u sledovaných veličin bude sama vykazovat řádově větší absolutní chybu.

V oddílu 4.2 v roli ψ_α vystupují Legendrovy polynomy, není však úplně jasné, co se myslí předepsaným rovnoměrným rozdělením a předepsanými histogramy (viz tabulku 6). Předepsané histogramy mohou být ty původní nebo ty nové (dle obrázku 5), v obou případech by se, dle kapitoly 3, mělo přejít k nové proměnné ξ , která má v oddílu 4.2 rovnoměrné rozdělení. Co však znamená to předepsané rovnoměrné rozdělení v tabulce 6? Nebo jde v oddílu 4.2 o nějaké nové histogramy založené na rovnoměrném rozdělení, jež nemají souvislost s histogramy z kapitoly 2 a 3?

Zajímavé je i srovnání časové náročnosti metody MC v případech histogramů a normálního či rovnoměrného rozdělení. Čas pro histogramy je téměř $6\times$ delší, přičemž počet vzorků je vždy stejný (10^7). Z toho plyne, že generování vzorků z histogramů je mnohem pomalejší než generování vzorků ze zadaného pravděpodobnostního rozdělení. To může být vina Matlabu, totiž toho, zda program pro generování vzorků je popsán interpretovanou (tj. pomalou) procedurou nebo interní přeloženou (tj. rychlou) procedurou. To se ovšem týká rychlosti programů v jazyce Matlab obecně, což pak v důsledku znesnadňuje vytváření závěrů o časové efektivnosti numerických algoritmů.

Přínosy práce

- 1) Byly teoreticky nastudovány a naprogramovány tři metody (vlastně čtyři, viz tabulku 5, z čehož jedna ve dvou variantách) pro analýzu vlivu stochastických nejistých vstupních dat.
- 2) Byly provedeny pěkné a důležité numerické pokusy s aplikačně zaměřeným modelem.
- 3) Byly identifikovány vážné potíže v případě jiných než normálních rozdělání.
- 4) Získané výsledky jsou dobrou motivací pro detailní analýzu provedených postupů.
- 5) Práce je prvním stupněm dalšího výzkumu, jenž by se mohl a měl zabývat například nejistými veličinami s jiným než normálním rozdělením.

Celkové hodnocení

Práci považuji za velmi hodnotnou a podnětnou. Jde o zpracování nesnadného tématu. Naprosto nevádí, že některé výsledky neukázaly numerickou konvergenci metody. Naopak, taková zjištění výtečně inspirují další výzkum. Za předloženou práci je skryto hodně studia odborné literatury a programátorského úsilí. Věřím, že množství připomínek nijak podstatně nesnižuje hodnotu práce; příčinou drobných nejasností je autorčina snaha o úsporné vyjadřování, případně recenzentova malá orientace v tématu.

Práce si zaslouhuje ocenění v soutěži o Cenu akademika Bažanta.

V Praze dne 29. dubna 2013

Jan Chleboun
Katedra matematiky FSv ČVUT