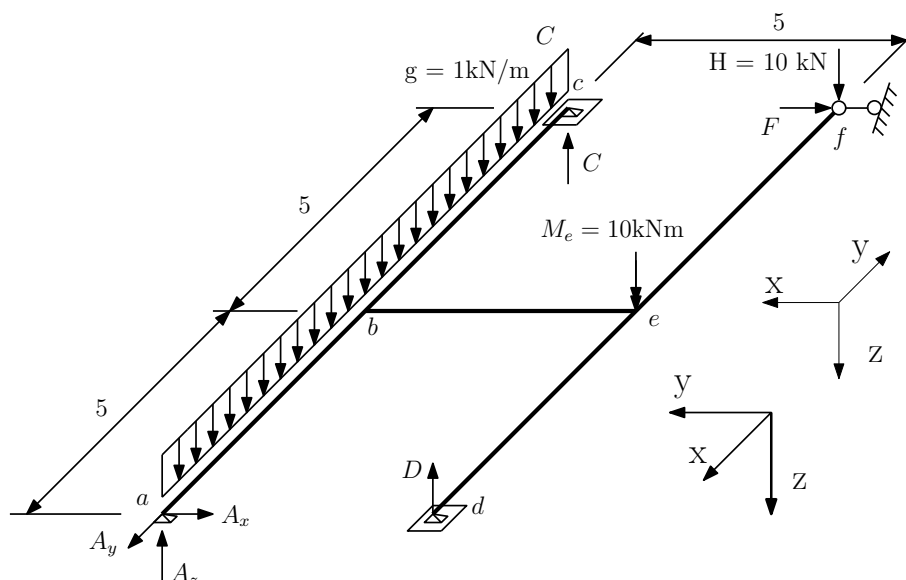


Vnitřní síly ve 3D



Obrázek 1: Zatěžovací schéma

Úkol: Vypočítejte reakce a vykreslete průběhy normálové síly N , posouvající síly V a ohybového momentu M po celé konstrukci.

Řešení:

Řešení:

- U zadané konstrukce si nejdříve spočítáme reakce A_x , A_y , A_z , C , D a E . Před tímto výpočtem ale nesmíme zapomenout konstrukci zkontrolovat z hlediska statické neurčitosti.

Určení stupně statické neurčitosti: $s_n = 6 - 3 - 3 \cdot 1 = 0$

$$\circlearrowleft M_x^a : -g \cdot 10 \cdot 5 + C \cdot 10 - H \cdot 10 = 0 \quad (1)$$

$$\implies C = 15 \text{ kN}$$

$$\circlearrowleft M_y^a : D \cdot 5 - H \cdot 5 = 0 \quad (2)$$

$$\implies D = 10 \text{ kN}$$

$$\circlearrowleft M_z^a : -F \cdot 10 - M_e = 0 \quad (3)$$

$$\implies F = -1 \text{ kN}$$

$$\swarrow y : A_y = 0 \quad (4)$$

$$\implies A_y = 0 \text{ kN}$$

$$\rightarrow x : A_x + F = 0 \quad (5)$$

$$\implies A_x = 1 \text{ kN}$$

$$\uparrow z : A_z + C + D - 10 \cdot g - H = 0 \quad (6)$$

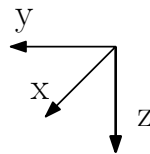
$$\implies A_z = -5 \text{ kN}$$

- Zkouška:

$$\circlearrowleft M_x^c : g \cdot 10 \cdot 5 - A_z \cdot 10 - D \cdot 10 = 0 \quad (7)$$

$$\implies 0 = 0$$

- Nyní si zvolíme pravotočivý souřadný systém tak, aby osa x procházela vždy střednicí. Toto je dost důležité, protože zaménka vnitřních sil na něm závisí.



Obrázek 2: Pravotočivý souřadný systém

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v bodě a:

$$N_x = A_y = 0 \text{ kN} \quad (8)$$

$$V_y = -A_x = -1 \text{ kN} \quad (9)$$

$$V_z = -A_z = 5 \text{ kN} \quad (10)$$

$$M_x = 0 \text{ kNm} \quad (11)$$

$$M_y = 0 \text{ kNm} \quad (12)$$

$$M_z = 0 \text{ kNm} \quad (13)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů před bodem b:

$$N_x = A_y = 0 \text{ kN} \quad (14)$$

$$V_y = -A_x = -1 \text{ kN} \quad (15)$$

$$V_z = -A_z + g \cdot 5 = 10 \text{ kN} \quad (16)$$

$$M_x = 0 \text{ kNm} \quad (17)$$

$$M_y = A_z \cdot 5 - g \cdot 5 \cdot 2.5 = -37,5 \text{ kNm} \quad (18)$$

$$M_z = -A_x \cdot 5 = -5 \text{ kNm} \quad (19)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů za bodem b:

$$N_x = A_y = 0\text{kN} \quad (20)$$

$$V_y = -A_x - F = 0\text{kN} \quad (21)$$

$$V_z = -A_z + g \cdot 5 = 10\text{kN} \quad (22)$$

$$M_x = 0\text{kNm} \quad (23)$$

$$M_y = A_z \cdot 5 - g \cdot 5 \cdot 2.5 = -37,5\text{kNm} \quad (24)$$

$$M_z = 0\text{kNm} \quad (25)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v bodě c:

$$N_x = 0\text{kN} \quad (26)$$

$$V_y = -A_x - F = 0\text{kN} \quad (27)$$

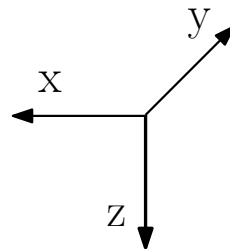
$$V_z = -A_z + g \cdot 10 = 15\text{kN} \quad (28)$$

$$M_x = 0\text{kNm} \quad (29)$$

$$M_y = A_z \cdot 10 - g \cdot 10 \cdot 5 = 0\text{kNm} \quad (30)$$

$$M_z = 0\text{kNm} \quad (31)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v zleva bodu b. Nesmíme zapomenou změnit souřadnicový systém tak, aby osa x procházela střednicí. (viz obrázek č.3)



Obrázek 3: Pravotočící souřadný systém

$$N_x = -A_x = -1\text{kN} \quad (32)$$

$$V_y = -A_y = 0\text{kN} \quad (33)$$

$$V_z = -A_z + g \cdot 10 - C = 0\text{kN} \quad (34)$$

$$M_x = A_z \cdot 5 - C \cdot 5 = -100\text{kNm} \quad (35)$$

$$M_y = = 0\text{kNm} \quad (36)$$

$$M_z = -A_x \cdot 5 = -5\text{kNm} \quad (37)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v zprava bodu e:

$$N_x = -A_x = -1\text{kN} \quad (38)$$

$$V_y = -A_y = 0\text{kN} \quad (39)$$

$$V_z = -A_z + g \cdot 10 - C = 0\text{kN} \quad (40)$$

$$M_x = A_z \cdot 5 - C \cdot 5 = -100\text{kNm} \quad (41)$$

$$M_y = = 0\text{kNm} \quad (42)$$

$$M_z = -A_x \cdot 5 = -5\text{kNm} \quad (43)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v bodě d. Nyní použijem opět souřadnej systém (viz obrázek č.2)

$$N_x = 0\text{kN} \quad (44)$$

$$V_y = 0\text{kN} \quad (45)$$

$$V_z = -D = -10\text{kN} \quad (46)$$

$$M_x = 0\text{kNm} \quad (47)$$

$$M_y = 0\text{kNm} \quad (48)$$

$$M_z = 0\text{kNm} \quad (49)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v před bodem e.

$$N_x = 0\text{kN} \quad (50)$$

$$V_y = 0\text{kN} \quad (51)$$

$$V_z = -D = -10\text{kN} \quad (52)$$

$$M_x = 0\text{kNm} \quad (53)$$

$$M_y = D \cdot 10 = 50\text{kNm} \quad (54)$$

$$M_z = 0\text{kNm} \quad (55)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v za bodem e.

$$N_x = A_y = 0\text{kN} \quad (56)$$

$$V_y = -A_x = -1\text{kN} \quad (57)$$

$$V_z = -A_z + g \cdot 10 - C - D = -10\text{kN} \quad (58)$$

$$M_x = -A_z \cdot 5 + g \cdot 10 \cdot 5 - C \cdot 5 = 0\text{kNm} \quad (59)$$

$$M_y = A_z \cdot 5 - C \cdot 5 + D \cdot 5 = -50\text{kNm} \quad (60)$$

$$M_z = -A_x \cdot 5 + M_e = 5\text{kNm} \quad (61)$$

- Výpočet normálových, posouvajících sil a ohybových momentů v bodě f.

$$N_x = A_y = 0\text{kN} \quad (62)$$

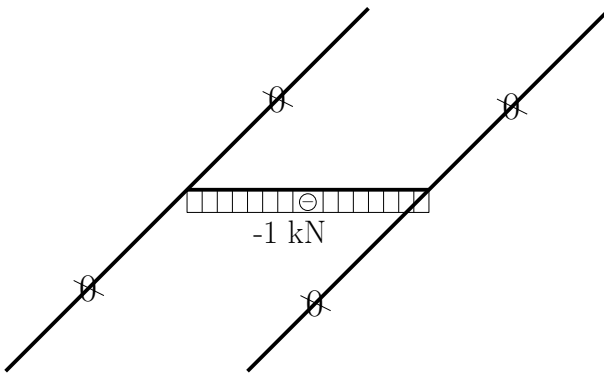
$$V_y = -A_x = -1\text{kN} \quad (63)$$

$$V_z = -A_z + g \cdot 10 - C - D = -10\text{kN} \quad (64)$$

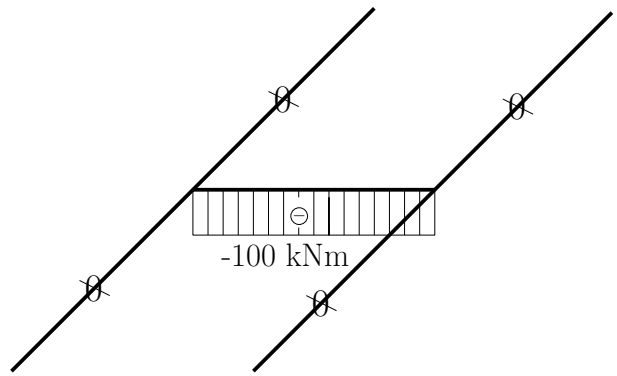
$$M_x = -A_z \cdot 5 + g \cdot 10 \cdot 5 - C \cdot 5 = 0\text{kNm} \quad (65)$$

$$M_y = A_z \cdot 10 - g \cdot 10 \cdot 5 + D \cdot 10 = 0\text{kNm} \quad (66)$$

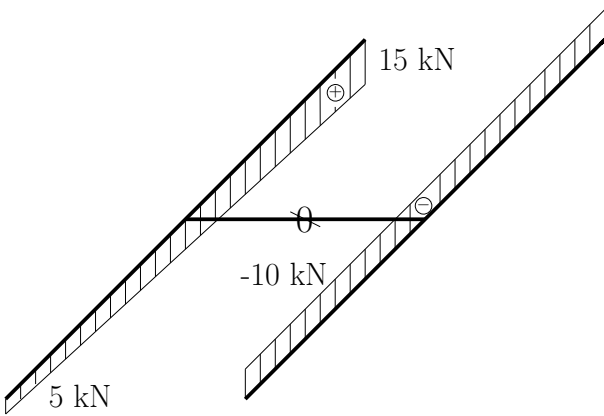
$$M_z = -A_x \cdot 10 + M_e = 0\text{kNm} \quad (67)$$



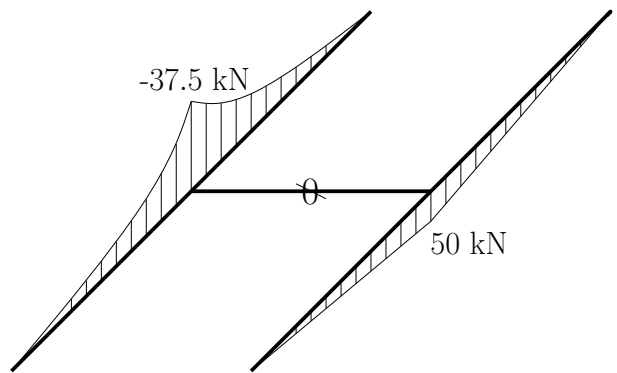
(a) N_x



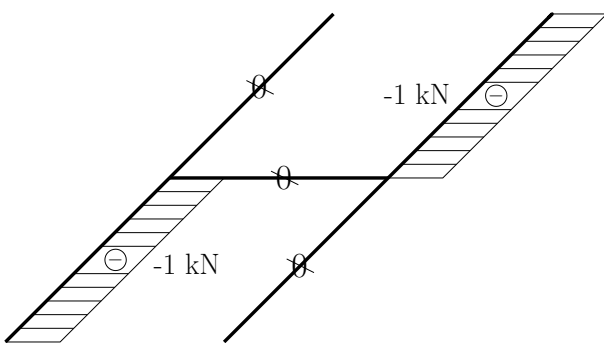
(b) M_x



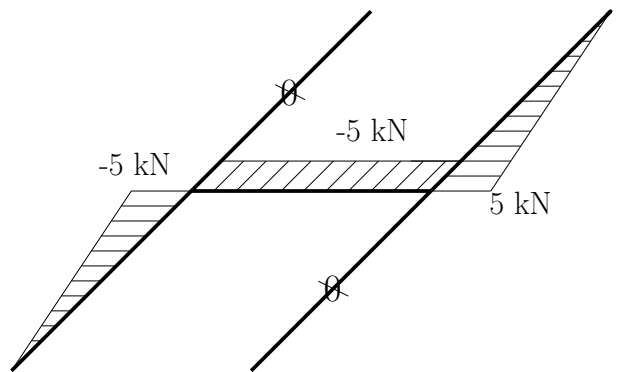
(c) V_z



(d) M_y



(e) V_y



(f) M_z