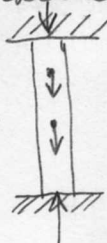


• výpočet vnitřních sil (napětí) - statické podmínky rovnováhy úkol 2

+

STAT. NEURČITÉ KCE → deformační podmínky (převázné)

• vnější statická neurčitost



• vnitřní statická neurčitost



→ nehomogenní materiál
(dubové, spolekované)

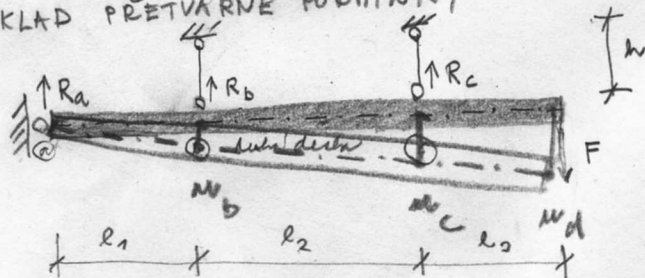


postup:

- 1) odměří přebytečných vazeb (kce staticky určitě)
- 2) a nahrazení vazeb reakcemi
- 2) převázná podmínka v odměřalých vazbách vyplývající z podstaty (např. $u=0$)

- 1) podmínka rovnováhy na odměřalé části prutu
- 2) převázná podmínka → stejné celkové posazení obojích částí
 $\Delta l_I = \Delta l_{II}$

• PŘÍKLAD PŘEVÁZNÉ PODMÍNKY



neznamé $R_a, R_b, R_c \rightarrow \text{[3]}$

• podmínky rovnováhy
($\rightarrow: \Sigma F_x = 0$)

$\uparrow: \dots \quad \Delta$
 $\curvearrowright: \dots \quad \Delta$

• převázná podmínka Δ

- kulatá deska se posadí dole a
- \square ušlechtilý materiál u_b / u_c
- vyjádření posuny u v závislosti na R

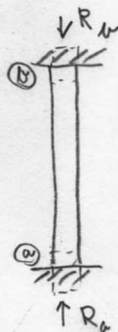
• POZNÁMKA K ZATÍŽENÍ TEPLOTOU (POUZE TEPLOTA)



$\Delta t > 0$ ohrátí \rightarrow roztažení
 < 0 ochlazení \rightarrow smrštění

N_x (odkrytý) = 0 $\rightarrow \sigma_x = 0$

$\epsilon_x = \alpha \Delta t \quad \Delta l = \alpha \Delta t l \neq 0$



$\Delta l = 0$ (nebo $u_b = u_a = 0$)

$\Delta l = \frac{N_x l}{EA} + \alpha \Delta t l = 0$
 \downarrow membránové

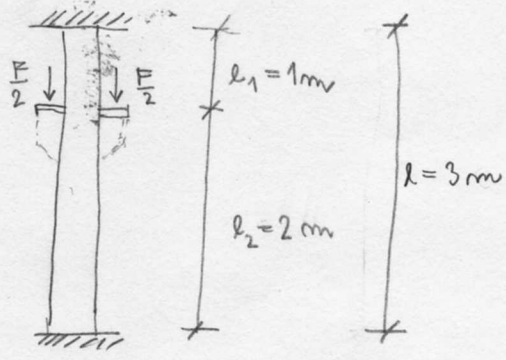
$\rightarrow N_x \neq 0 \rightarrow \sigma_x \neq 0$

($u_x = -\alpha \Delta t EA$)

$\Delta t > 0$ ohrátí $\rightarrow N_x < 0$ TLAK

< 0 ochlazení $\rightarrow N_x > 0$ TAH

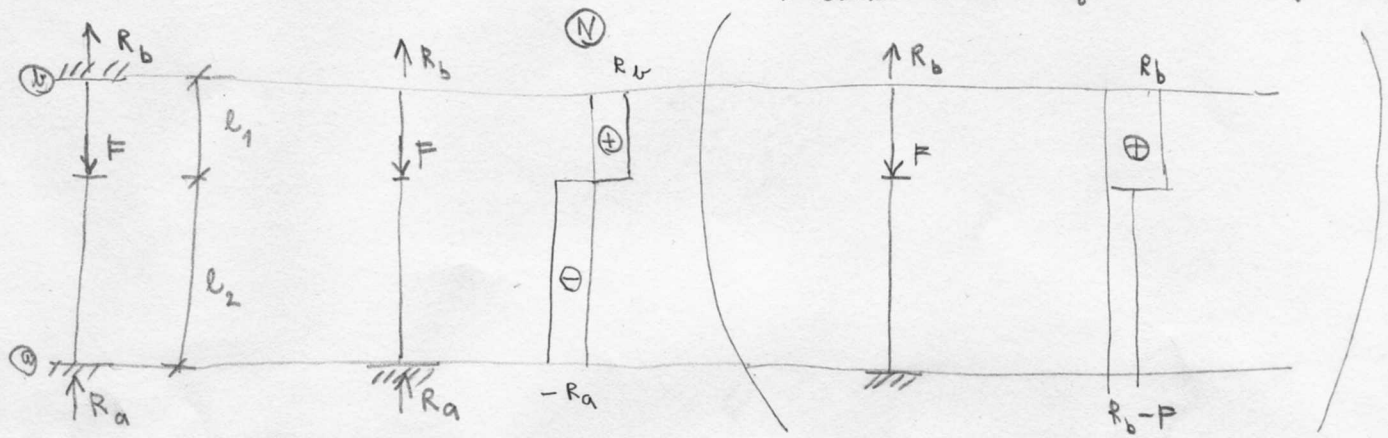
① Průběh σ_x ?



$\pm 200 : A = 3340 \text{ mm}^2 = 0,00334 \text{ m}^2$
 $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ (K}^{-1}\text{)}$
 $\Delta t = 20^\circ \text{C}$

$200 \text{ kN} = \frac{F}{2} \left[\begin{array}{|c|} \hline \times \\ \hline \end{array} \right] - \left[\begin{array}{|c|} \hline \times \\ \hline \end{array} \right] \frac{F}{2} = 200 \text{ kN}$

alternativa $R_a + R_b - F = 0 \rightarrow R_a = F - R_b$



• podmínka rovnováhy

$R_a + R_b - F = 0$

$R_a = F - R_b$

• podmínka přetvárná

$\Delta l = 0$ (neboli $u_b = 0$) \rightarrow PODPORA BRÁNÍ POSUNU

$\Delta l = \frac{R_b}{A \cdot E} \cdot l_1 - \frac{R_a}{A \cdot E} \cdot l_2 + \alpha \Delta t \cdot l = 0$

$R_b \cdot \frac{l_1}{AE} - (F - R_b) \frac{l_2}{AE} + \alpha \Delta t \cdot l = 0$

$R_b \left(\frac{l_1}{AE} + \frac{l_2}{AE} \right) = F \cdot \frac{l_2}{AE} - \alpha \Delta t \cdot l \quad | \cdot AE$

$R_b (l_1 + l_2) = F \cdot l_2 - \alpha \Delta t \cdot l \cdot AE$

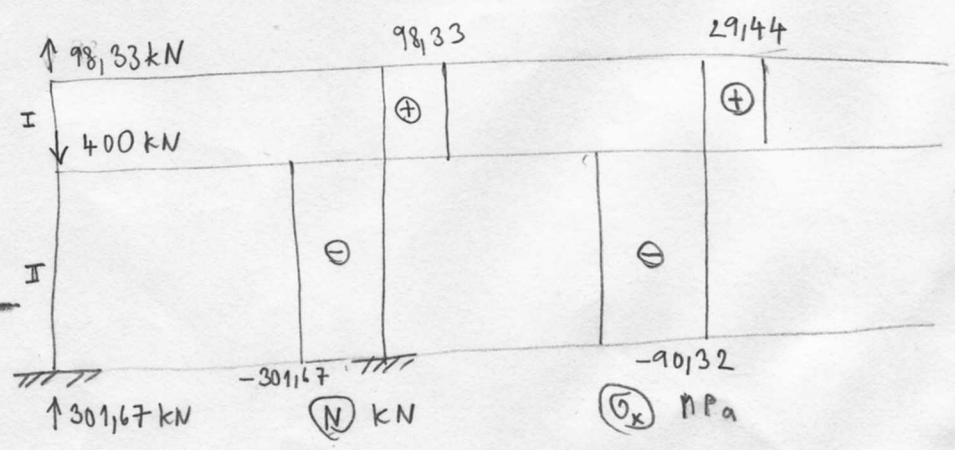
$R_b = F \cdot \frac{l_2}{l} - \alpha \Delta t \cdot AE = 400 \cdot \frac{2}{3} - 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 0,00334 \cdot 2,1 \cdot 10^8 = 98,33 \text{ kN}$

$R_a = F - R_b = 400 - 98,33 = 301,67 \text{ kN}$

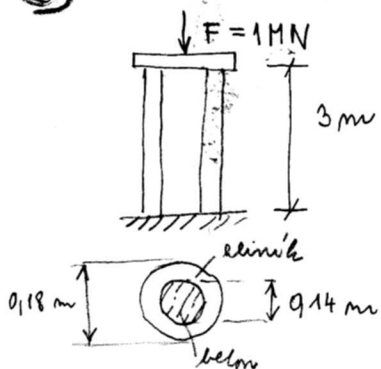
napětí

$\sigma_{xI} = \frac{N_{xI}}{A} = \frac{98,33}{0,00334} = 29440 \text{ kPa}$

$\sigma_{xII} = \frac{N_{xII}}{A} = \frac{-301,67}{0,00334} = -90320 \text{ kPa}$



② Normálové napětí v dvou částech sloupku ze křehkově lebkly vyplněné betonem.



$$E_B = 20\,000 \text{ MPa}$$

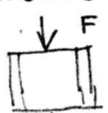
$$E_H = 70\,000 \text{ MPa}$$

$$\left(\begin{array}{l} \alpha_B = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \\ \alpha_H = 20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \end{array} \right)$$

$$A_B = \pi \cdot 0,07^2 = 0,0154 \text{ m}^2$$

$$A_H = \pi \cdot (0,09^2 - 0,07^2) = 0,01 \text{ m}^2$$

• podmínky rovnováhy



$$N_B + N_H + F = 0$$

(do křížků)

• podmínka podmínka

$$\Delta l_B = \Delta l_H$$

$$\frac{N_B \cdot l}{A_B \cdot E_B} = \frac{N_H \cdot l}{A_H \cdot E_H}$$

$$\Rightarrow N_B = N_H \cdot \frac{A_B \cdot E_B}{A_H \cdot E_H}$$

POZN.

$\frac{EA}{l}$... tuhost prutu v desce (deku)

$$N_H \left(\frac{A_B \cdot E_B}{A_H \cdot E_H} + 1 \right) = -F$$

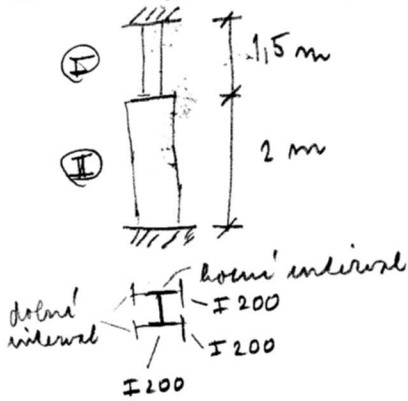
$$\Rightarrow \underline{N_H} = -F \cdot \frac{A_H \cdot E_H}{A_B \cdot E_B + A_H \cdot E_H} = -1 \cdot \frac{0,01 \cdot 70\,000}{0,0154 \cdot 20\,000 + 0,01 \cdot 70\,000} = \underline{-0,694 \text{ MN}}$$

$$\Rightarrow \underline{N_B} = -F \cdot \frac{A_B \cdot E_B}{A_B \cdot E_B + A_H \cdot E_H} = -1 \cdot \frac{0,0154 \cdot 20\,000}{0,0154 \cdot 20\,000 + 0,01 \cdot 70\,000} = \underline{-0,306 \text{ MN}}$$

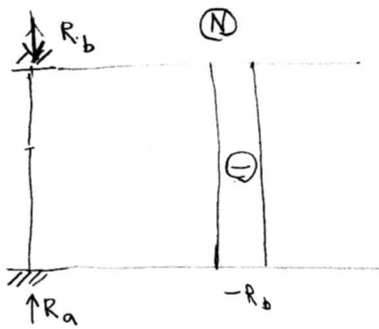
$$\underline{\sigma_H} = \frac{N_H}{A_H} = \frac{-0,694}{0,01} = \underline{-69,4 \text{ MPa}}$$

$$\underline{\sigma_B} = \frac{N_B}{A_B} = \frac{-0,306}{0,0154} = \underline{-19,9 \text{ MPa}}$$

③ Průběh $\bar{\sigma}_x = ?$



$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $A_I = 3,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
 $\Delta t = 10^\circ \text{C}$ (právní)
 $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$



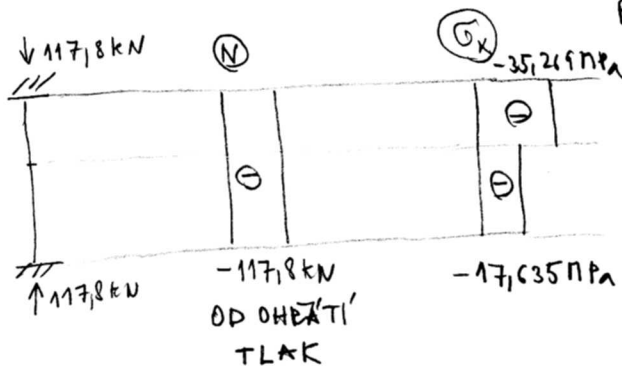
- podmínka rovnováhy $R_a = R_b$
- podmínka přelomení $\Delta l = 0 = \frac{N \cdot l_I}{A_I E} + \frac{N \cdot l_{II}}{A_{II} E} + \alpha \Delta t \cdot l$

$$0 = -\frac{R_b \cdot l_I}{A_I E} - \frac{R_b \cdot l_{II}}{2 A_I E} + \alpha \Delta t \cdot l$$

$$\rightarrow R_b = \frac{\alpha \Delta t \cdot l \cdot 2 A_I E}{2 l_I + l_{II}}$$

$$R_b = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 3,5 \cdot 2 \cdot 3,34 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5}{2 \cdot 1,15 + 2}$$

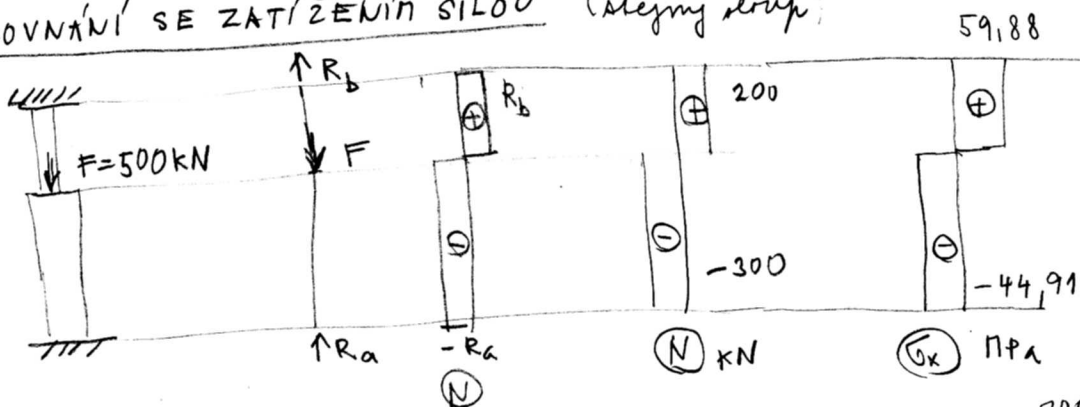
$$R_b = 0,1178 \text{ MN} = 117,8 \text{ kN} = R_a$$



$$\sigma_{xI} = \frac{N_x}{A_I} = \frac{-117,8}{3,34 \cdot 10^{-3}} = -35269 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{xII} = \frac{N_x}{A_{II}} = \frac{-117,8}{2 \cdot 3,34 \cdot 10^{-3}} = -17635 \text{ kPa}$$

POROVNÁNÍ SE ZATÍŽENÍ SILOU (stejný sloup)



• PR: $R_a + R_b - F = 0 \Rightarrow R_a = F - R_b$

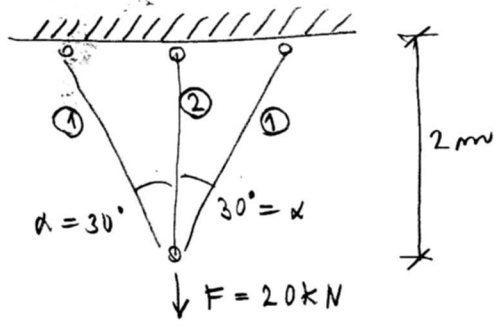
• PP: $\frac{R_b \cdot 1,15}{3,34 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5} + \frac{(R_b - 0,5) \cdot 2}{2 \cdot 3,34 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 0 = \Delta l$

$$R_b = 0,2 \text{ MN} = 200 \text{ kN} \quad R_a = 300 \text{ kN}$$

$$\sigma_{xI} = \frac{200}{3,34 \cdot 10^{-3}} = 59880 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{xII} = \frac{-300}{2 \cdot 3,34 \cdot 10^{-3}} = -44910 \text{ kPa}$$

④ Napětí v prutech závěsu? Určitý posun působící síly F?



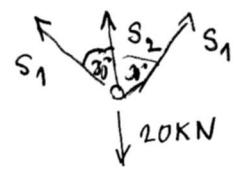
$$A_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$l_2 = 2 \text{ m} \quad l_1 = \frac{2}{\cos 30^\circ}$$

• podmínky rovnováhy

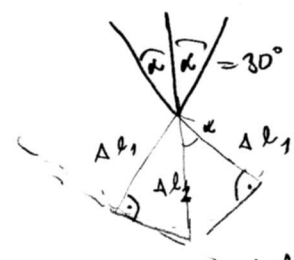


(KONTROLA $\rightarrow -S_1 \cdot \sin 30^\circ + S_1 \cdot \sin 30^\circ = 0$)
 $S_1 = S_1$

$\uparrow: 2 \cdot S_1 \cdot \cos 30^\circ + S_2 = 20 \text{ kN}$

$\rightarrow S_2 = 20 - 2 \cdot S_1 \cos 30^\circ$

• podmínka přelámanosti



$\cos \alpha = \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2}$

$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cdot \cos \alpha$

$\frac{S_1 l_1}{EA_1} = \frac{S_2 l_2}{EA_2} \cdot \cos \alpha$

$S_1 = S_2 \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \cos \alpha$

$S_1 = (20 - 2 \cdot S_1 \cos 30^\circ) \cdot \frac{2}{\cos 30^\circ} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-4}} \cdot \cos 30^\circ$

$S_1 = 20 \cdot \cos^2 30^\circ \cdot 3 - 2 \cdot S_1 \cdot \cos^3 30^\circ \cdot 3 \rightarrow S_1 \cdot 4,897 = 45$

$S_1 = 9,189 \text{ kN}$

$S_2 = 4,084 \text{ kN}$

$\sigma_{\alpha 1} = \frac{S_1}{A_1} = \frac{9,189}{3 \cdot 10^{-4}} = 30,63 \cdot 10^3 \text{ kPa}$

$\sigma_{\alpha 2} = \frac{S_2}{A_2} = \frac{4,084}{1 \cdot 10^{-4}} = 40,84 \cdot 10^3 \text{ kPa}$

$\Delta l_2 = \frac{S_2 l_2}{E \cdot A_2} = \frac{4,084 \cdot 2}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 0,389 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,389 \text{ mm}$