

•  $N_x = 0, M_y, M_z \neq 0$  ... rovina kalibržení (vyvolující ohyb) neobsahuje žádnou z hlavních centrálních os setrvačnosti

• pro hlavní centrální osy  $y, z$  ( $D_{yz} = 0$ )

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

• pro obecné centrální osy  $\eta, \zeta$

$$\sigma_x = -\frac{M_z \cdot I_\eta + M_y \cdot D_{yz}}{I_\eta \cdot I_\zeta - D_{yz}^2} \cdot \eta + \frac{M_y \cdot I_\zeta + M_z \cdot D_{yz}}{I_\eta \cdot I_\zeta - D_{yz}^2} \cdot \zeta$$

• neutrální osa  $\sigma_x = 0$

• prohledat křivčinný průřez ( $C_y$ )

• konstruujeme ji pomocí dvou bodů - řešení  $\eta_T = 0, \zeta_T = 0$

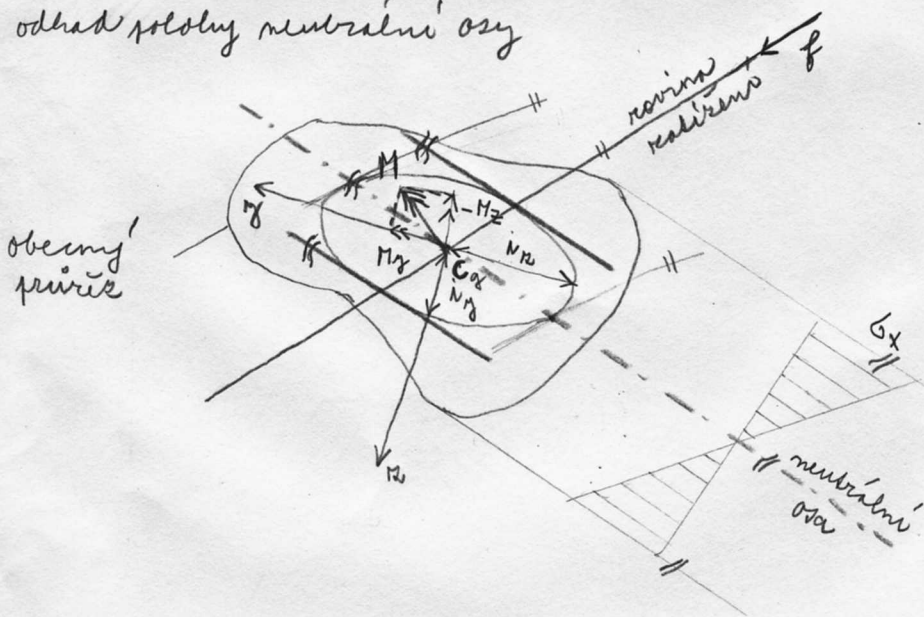
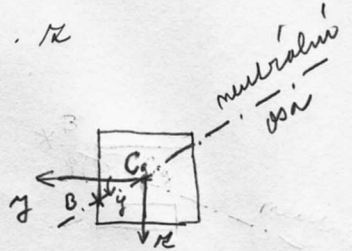
o dalších bodech  $\eta_B, \zeta_B$  (jednu hodnotu)

(druhou rovnici)  $\rightarrow$  pro který položí  $\sigma_x(\eta_B, \zeta_B) = 0$

- nebo řešení dopočítáním úhlu m. o. s osou  $y$

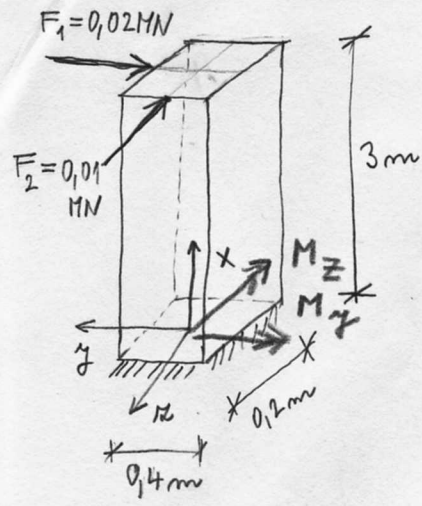
$$\tan \varphi = \frac{\zeta}{\eta}$$

• odhad polohy neutrální osy



• paprsek kalibržení a neutrální osa tvoří střešné průměry hlavní centrální elipsy setrvačnosti

① Určete průběh  $\sigma_x$  ve vlněném průřezu



$$M_y = 0,01 \cdot 3 = 0,03 \text{ MNm}$$

$$M_z = -0,02 \cdot 3 = -0,06 \text{ MNm}$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 0,4 \cdot 0,2^3 = 2,66 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 0,4^3 = 10,66 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

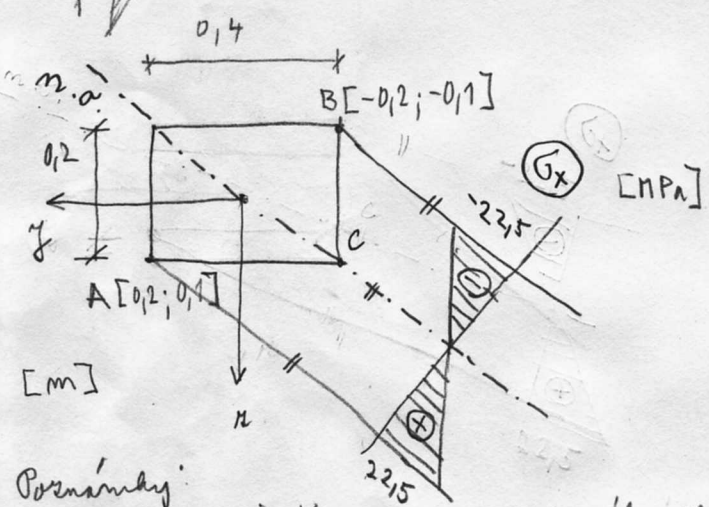
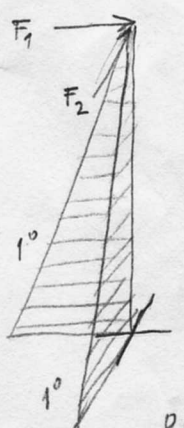
$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

$$\sigma_x = -\frac{(-0,06)}{10,66 \cdot 10^{-4}} \cdot y + \frac{0,03}{2,66 \cdot 10^{-4}} \cdot z = 56,25 y + 112,5 z \text{ [MPa]}$$

poloha neutrální osy ( $\sigma_x = 0$ )

$$0 = 56,25 y + 112,5 z \rightarrow \left(\frac{z}{y} = -\frac{56,25}{112,5}\right)$$

$$\text{tedy } \frac{z}{y} = -0,5 \rightarrow y = -26,565^\circ$$



$$\sigma_x^A = 56,25 \cdot 0,2 + 112,5 \cdot 0,1 = 22,5 \text{ MPa}$$

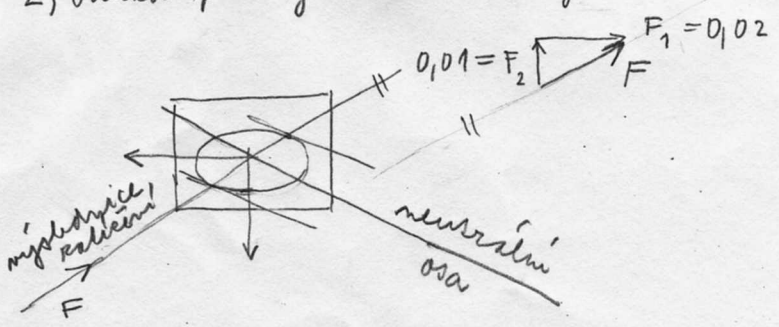
$$\sigma_x^B = 56,25 \cdot (-0,2) + 112,5 \cdot (-0,1) = -22,5 \text{ MPa}$$

Poznámky:

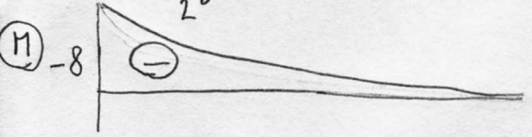
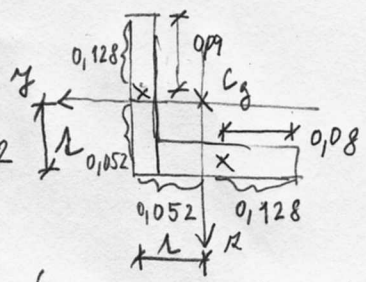
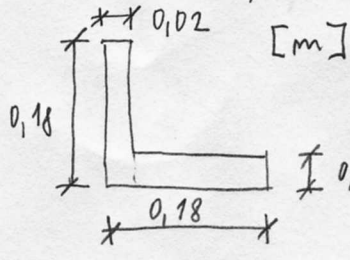
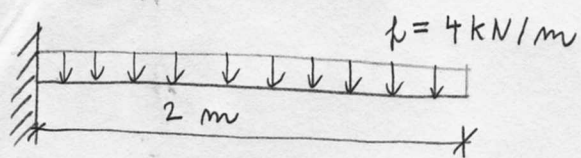
1) alternativní poloha neutrální osy  
 rovinně  $r_c = -0,2 \text{ m}$   $\sigma_x = 0 \rightarrow$

$$0 = 56,25 \cdot (-0,2) + 112,5 \cdot r_c \rightarrow r_c = 0,1 \text{ m}$$

2) odhad polohy neutrální osy



② Více průběh  $\sigma_x$  v mezinice namáhaného průřezu



$M_y = -8 \text{ kNm}$   
 $M_z = 0$

! osy  $y, z$  jsou hlavní osy, ale nejsou hlavní osy  
 → mezinicové jednoduše obvykle  
 (malé průřezové momenty)

souřadnice těžiště

$$x = \frac{0,18 \cdot 0,02 \cdot 0,01 + 0,02 \cdot 0,16 \cdot 0,1}{0,18 \cdot 0,02 + 0,02 \cdot 0,16} = 0,052 \text{ m}$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 0,02 \cdot 0,18^3 + 0,02 \cdot 0,18 \cdot 0,038^2 + \frac{1}{12} \cdot 0,16 \cdot 0,02^3 + 0,16 \cdot 0,02 \cdot 0,042^2 = 2,067 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_x = I_y = 2,067 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4 \dots \text{symetrické L dle osy } \angle 45^\circ$$

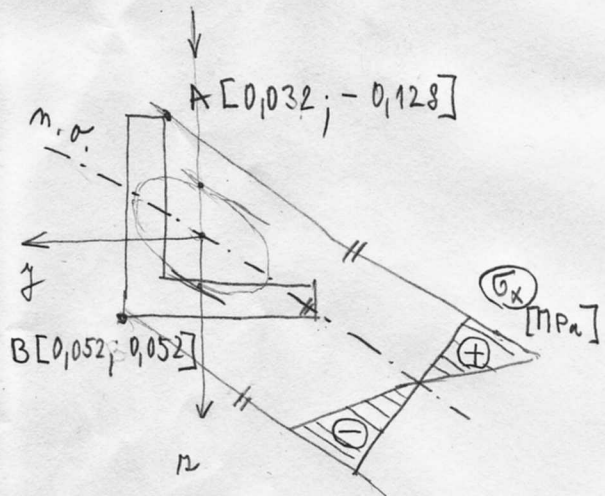
$$D_{yz} = 0,18 \cdot 0,02 \cdot (0,042 \cdot (-0,038)) + 0,16 \cdot 0,02 \cdot (-0,048) \cdot 0,042 = -1,220 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\sigma_x = - \frac{M_x \cdot I_y + M_y \cdot D_{yz}}{I_y \cdot I_x - D_{yz}^2} \cdot y + \frac{M_y \cdot I_x + M_x \cdot D_{yz}}{I_y \cdot I_x - D_{yz}^2} \cdot z$$

$$I = I_y \cdot I_x - D_{yz}^2 = (2,067 \cdot 10^{-5})^2 - (-1,22 \cdot 10^{-5})^2 = 2,784 \cdot 10^{-10} \text{ (m}^8)$$

$$\sigma_x = - \frac{(-0,008) \cdot (-1,22 \cdot 10^{-5})}{2,784 \cdot 10^{-10}} \cdot y + \frac{(-0,008) \cdot 2,067 \cdot 10^{-5}}{2,784 \cdot 10^{-10}} \cdot z = -350,57 y - 593,97 z \text{ [MPa]}$$

neutrální osa :  $-350,57 \cdot y - 593,97 \cdot z = 0 \quad k_{yz} = \frac{z}{y} = -\frac{350,57}{593,97} = -0,5902 \rightarrow \varphi = -30,55^\circ$

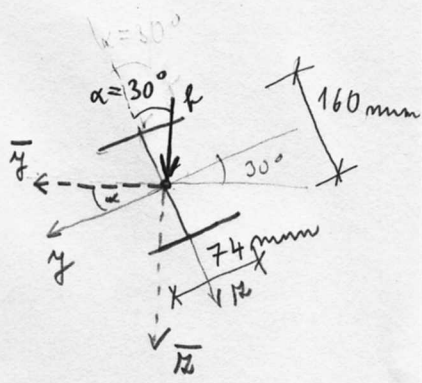
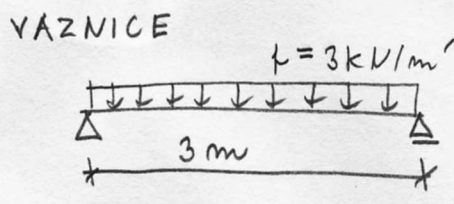
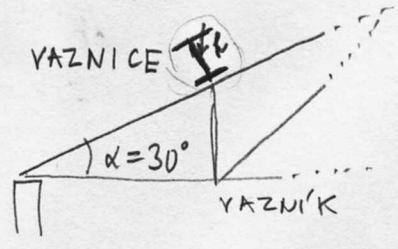


$$\sigma_x^A = -350,57 \cdot 0,032 - 593,97 \cdot (-0,128) = 64,81 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x^B = -350,57 \cdot 0,052 - 593,97 \cdot 0,052 = -49,12 \text{ MPa}$$

Poznámka : alternativně → spočítat momenty setrvačnosti k hlavním centrálním osám (protlačení, aby  $D_{yz} = 0$ )  
 → rozložil moment do protlačných hlav. centr. os

③ Určete normálové napětí a nejvíce namáhaném průřezu ocelové stěsní vaznice z válcovaného profilu I 160.



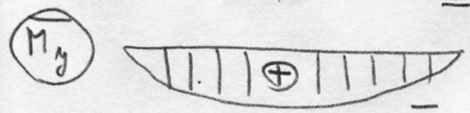
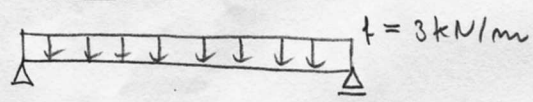
$$I_{y1} = 9,34 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_{z1} = 0,546 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$y_1, z_1 \dots$  hlavní centrální osy

$\bar{y}, \bar{z} \dots$  pomocné osy

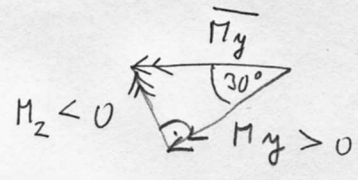
Rěšení v hlavních osách  $y_1, z_1$



$$\max \bar{M}_y = \frac{1}{8} f l^2 = \frac{1}{8} \cdot 3 \cdot 3^2 = 3,375 \text{ kNm}$$

$$M_y = 3,375 \cdot \cos 30^\circ = 2,923 \text{ kNm}$$

$$M_z = -3,375 \cdot \sin 30^\circ = -1,6875 \text{ kNm}$$

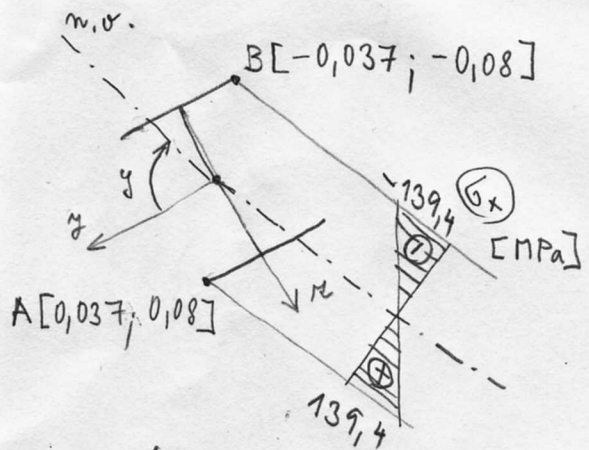


transformace do hlavních centrálních os

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_{z1}} \cdot y + \frac{M_y}{I_{y1}} \cdot z = -\frac{(-1,6875 \cdot 10^{-3})}{0,546 \cdot 10^{-6}} \cdot y + \frac{2,923 \cdot 10^{-3}}{9,34 \cdot 10^{-6}} \cdot z = 3090,66 y + 312,96 z \quad [\text{MPa}]$$

neutrální osa  $0 = 3090,66 \cdot y + 312,96 \cdot z$

$$M_y y = \frac{z}{y} = -\frac{3090,66}{312,96} = -9,876 \rightarrow y = -84,22$$



$$\sigma_x^A = 3090,66 \cdot 0,037 + 312,96 \cdot 0,08 = 139,4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x^B = 3090,66 \cdot (-0,037) + 312,96 \cdot (-0,08) = -139,4 \text{ MPa}$$

Poznámka: kontrola pomocí elipsy setrvačkové

