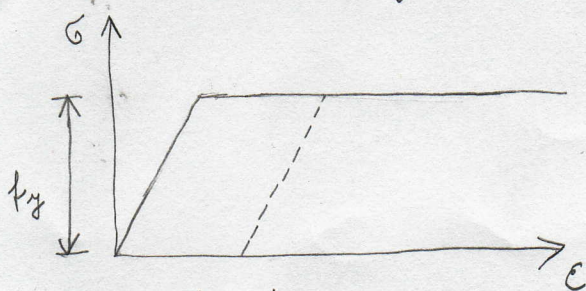
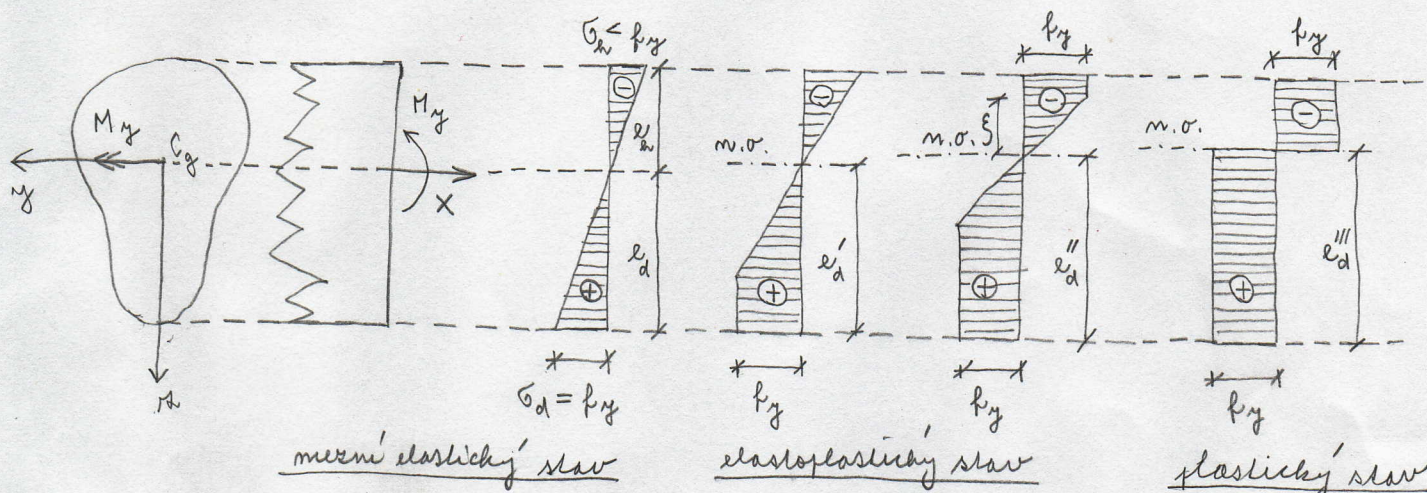


- ideálně pružnoplastický materiál - v krajních vláknách ohybaného nosníku může normálové napětí dosáhnout největší hodnoty meze kluzu

$$\sigma_x \leq f_y$$



- materiál má stejnou mez kluzu v tahu i tlaku ← předpoklad
- čtyři možné případy rozdělení napětí v průřezu s jednou osou souměrnosti a namáhaném pouze ohybovým momentem $M_y \neq 0$ ($N_x = 0$)



$$\sigma_a = \frac{M_y}{W_{el,d}} = f_y \rightarrow$$

$$M_{el} = f_y \cdot W_{el}$$

W_{el} ... elastický průřezový modul
 M_{el} ... mezní elastický moment

obecný případ
 → hledám 2 rovnání
 $\int_1 \sigma_d$

→ dvě podmínky rovnováhy
 → : $N_x = \sum N_i = 0$
 ⊆ : $M_y = \sum N_i \cdot r_i$

N_i ... normálové síly pro jednotlivé části průřezu
 r_i ... vzdálenost N_i od těžiškové osy y

$$M_{pl} = f_y \cdot W_{pl}$$

W_{pl} ... plastický průřezový modul
 M_{pl} ... mezní moment

- průřez se dvěma osami souměrnosti

→ neutrální osa leží v těžišti pro všechna ohybová namáhání (tedy e_d'' znám + vyplývá z podmínky $N_x = \sum N_i = 0$)

- při odliňování předpokládám elastické chování (vznikají reziduální napětí)

$$\sigma_{odl} = - \frac{M_*}{I_y} \cdot r$$

$$\sigma_{rez} = \sigma_* + \sigma_{odl}$$

* $\begin{cases} el \\ elpl \\ pl \end{cases}$

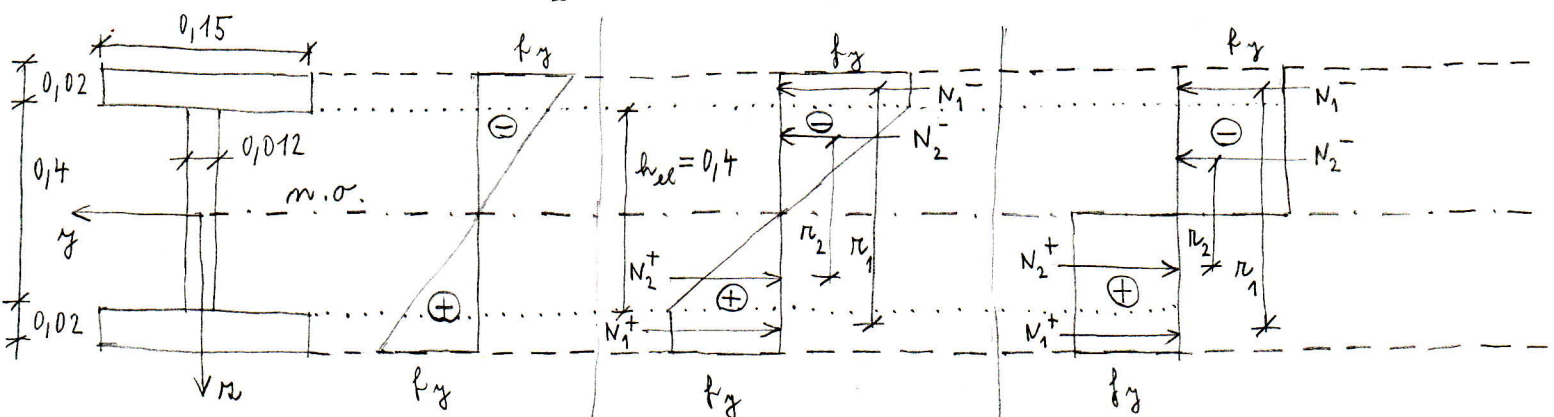
σ_{rez} dávají $\begin{cases} nulový moment \\ nulovou normálu \\ ohyb \end{cases}$

① Pro průřez symetrický podle os y, z určete:

- a) mezní elastický moment M_{el}
- b) elastoplastický moment při splasťování pásnice M_{epl}
- c) mezní moment M_{pl}
- d) průběh reziduálních napětí po odlišení z elastického stavu a z plastického stavu.

$f_y = 230 \text{ MPa}$

$I_y = \frac{1}{12} \cdot 0,15 \cdot 0,4^3 - \frac{1}{12} \cdot 0,138 \cdot 0,4^3 = 3,288 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$



a) $W_{el} = \frac{I_y}{0,22} = \frac{3,288 \cdot 10^{-4}}{0,22} = 1,495 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$M_{el} = f_y \cdot W_{el} = 230 \cdot 1,495 \cdot 10^{-3}$

$M_{el} = 0,344 \text{ MNm}$

b) $M_{epl} = N_1^+ \cdot r_1 + N_2^+ \cdot r_2$
 $= 230(0,15 \cdot 0,02 \cdot 0,42 + \frac{1}{2} \cdot 0,012 \cdot 0,2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,4)$

$M_{epl} = 0,363 \text{ MNm}$

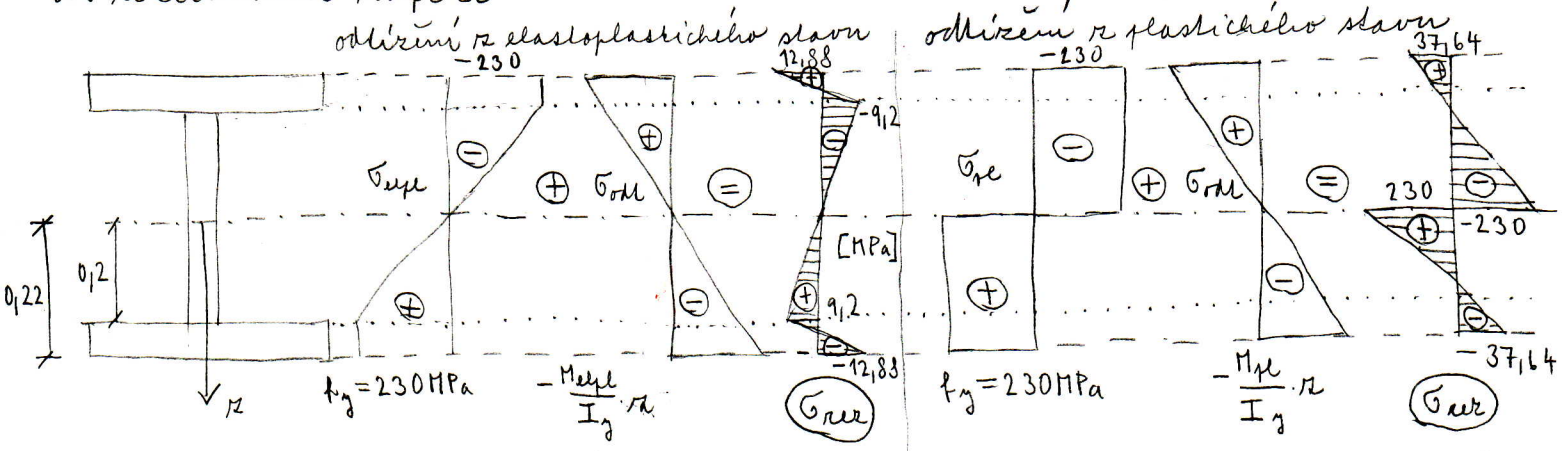
c) $M_{pl} = 230(0,15 \cdot 0,02 \cdot 0,42 + 0,012 \cdot 0,2 \cdot 0,2)$

$M_{pl} = 0,400 \text{ MNm}$

kontrola $M_{el} < M_{epl} < M_{pl}$

d) reziduální napětí

nemá praktický význam



$\sigma_{rez} = \sigma_{epl} + \sigma_{odl} = \sigma_{epl} - \frac{M_{epl}}{I_y} \cdot z = \sigma_{epl} - \frac{0,363}{3,288 \cdot 10^{-4}} \cdot z$

$\sigma_{rez}(z=0,22) = 230 - \frac{0,363}{3,288 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,22 = -12,88 \text{ MPa}$

$\sigma_{rez}(z=0,12) = 230 - \frac{0,363}{3,288 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,12 = 9,20 \text{ MPa}$

$\sigma_{rez} = \sigma_{pl} + \sigma_{odl} = \sigma_{pl} - \frac{M_{pl}}{I_y} \cdot z = \sigma_{pl} - \frac{0,4}{3,288 \cdot 10^{-4}} \cdot z$

$\sigma_{rez}(z=0,22) = 230 - \frac{0,4}{3,288 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,22 = -37,64 \text{ MPa}$

$\sigma_{rez}(z=0,12) = 230 - \frac{0,4}{3,288 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,12 = -13,31 \text{ MPa}$

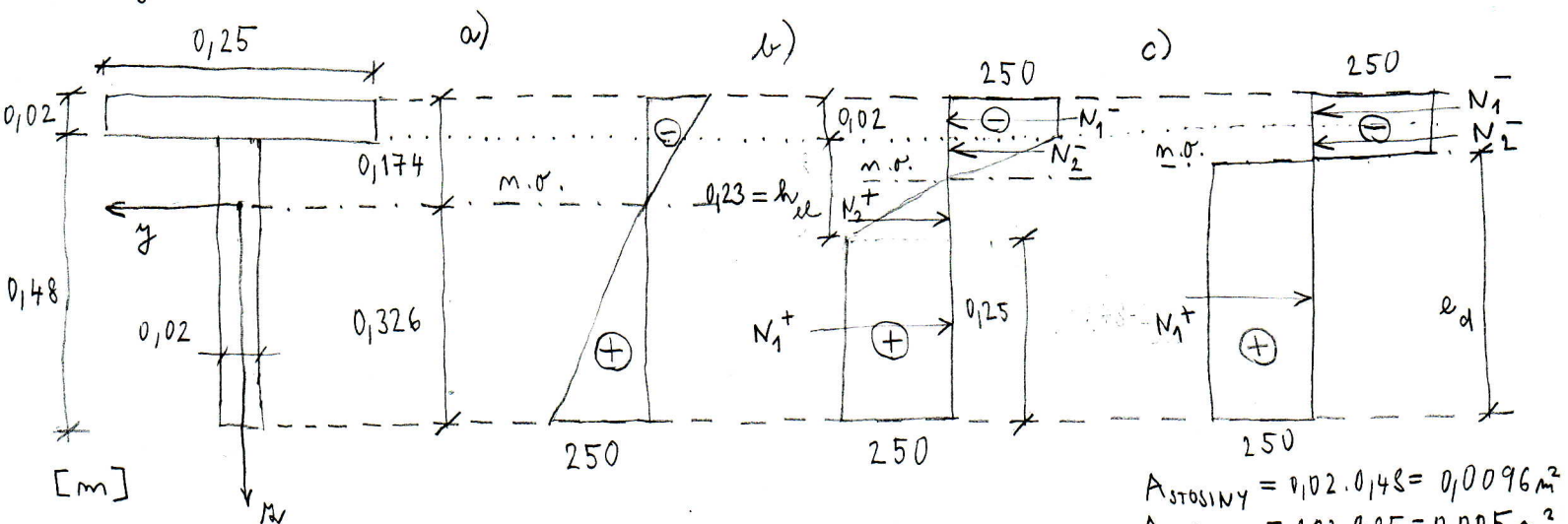
$\sigma_{rez}(z=0) = \pm 230 \text{ MPa}$

② Pro průřez symetrický podle osy z určete:

a) M_{el} , b) M_{upl} při zplastizování pásnice, c) M_{pl}

$$f_y = 250 \text{ MPa}$$

$$I_y = 3,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$



a) moment kluzu dosáhneme dříve ve vzdálenějších vlákních od křižště

$$W_{el} = W_{min} = \frac{I_y}{0,326} = \frac{3,9 \cdot 10^{-4}}{0,326} = 1,196 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$M_{el} = f_y \cdot W_{el} = 250 \cdot 1,196 \cdot 10^{-3} = \underline{0,299 \text{ MNm}}$$

$$A_{STOJINY} = 0,02 \cdot 0,148 = 0,0096 \text{ m}^2$$

$$A_{PASNICE} = 0,02 \cdot 0,25 = 0,005 \text{ m}^2$$

$$A_{STOJINY} > A_{PASNICE}$$

neutrální osa
prochází stojinou

$$b) \rightarrow : N_1^+ + N_2^+ - N_1^- - N_2^- = 0$$

$$250 \cdot (0,02 \cdot (0,148 - h_{el}) + 0,02 \cdot \frac{h_{el}}{2} \cdot \frac{1}{2} - 0,02 \cdot 0,25 - 0,02 \cdot \frac{h_{el}}{2} \cdot \frac{1}{2}) = 0 \quad /: 250$$

$$0,0096 - 0,02 \cdot h_{el} - 0,005 = 0 \rightarrow \underline{h_{el} = 0,23 \text{ m}}$$

$$\overset{m.o.}{\curvearrowright} : M_{upl} = N_1^+ \cdot r_1^+ + N_2^+ \cdot r_2^+ + N_2^- \cdot r_2^- + N_1^- \cdot r_1^-$$

$$= 250 \left[0,02 \cdot 0,25 \cdot \left(\frac{0,25}{2} + \frac{0,23}{2} \right) + 0,02 \cdot \frac{0,23}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,23 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 + 0,02 \cdot 0,25 \cdot \left(\frac{0,23}{2} + 0,01 \right) \right]$$

$$\underline{M_{upl} = 0,500 \text{ MNm}}$$

$$c) \rightarrow : N_1^+ - N_1^- - N_2^- = 0$$

$$250 \cdot (0,02 \cdot e_d - 0,02 \cdot (0,148 - e_d) - 0,02 \cdot 0,25) = 0$$

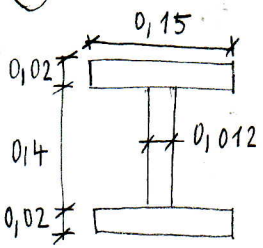
$$0,02 e_d - 0,0096 + 0,02 e_d - 0,005 = 0 \rightarrow \underline{e_d = 0,365 \text{ m}}$$

$$\overset{m.o.}{\curvearrowright} : M_{pl} = N_1^+ \cdot r_1^+ + N_1^- \cdot r_1^- + N_2^- \cdot r_2^-$$

$$= 250 \left[0,02 \cdot 0,365 \cdot \frac{0,365}{2} + 0,02 \cdot (0,148 - 0,365) \cdot \frac{0,148 - 0,365}{2} + 0,02 \cdot 0,25 \cdot (0,148 - 0,365 + 0,01) \right]$$

$$\underline{M_{pl} = 0,522 \text{ MNm}}$$

③ Určete délku plastického kloubu.



viz příklad ①:
 $M_{el} = 0,344 \text{ MNm}$
 $M_{pl} = 0,400 \text{ MNm}$

• plastický kloub se vytvoří, pokud

$$\max M = M_{pl}$$

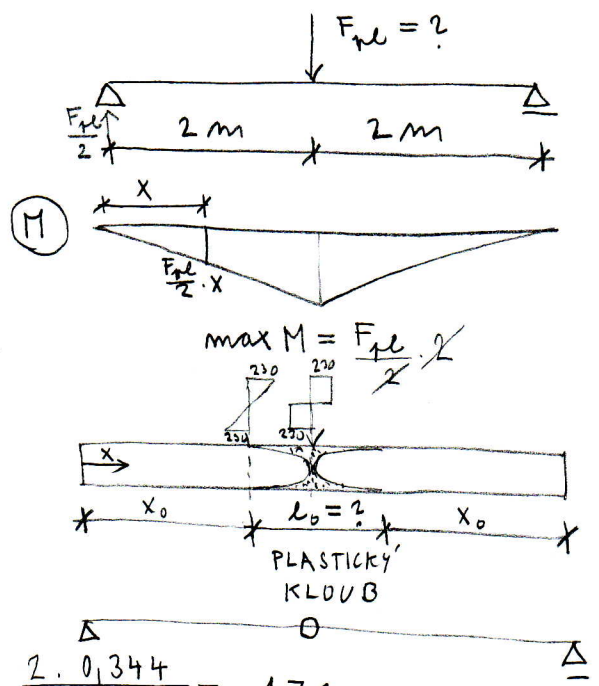
$$F_{pl} = 0,4 \text{ MN}$$

• v průřezu $x = x_0$ platí

$$M = M_{el}$$

$$\frac{F_{pl}}{2} \cdot x_0 = M_{el} \rightarrow x_0 = \frac{2 M_{el}}{F_{pl}} = \frac{2 \cdot 0,344}{0,4} = 1,72 \text{ m}$$

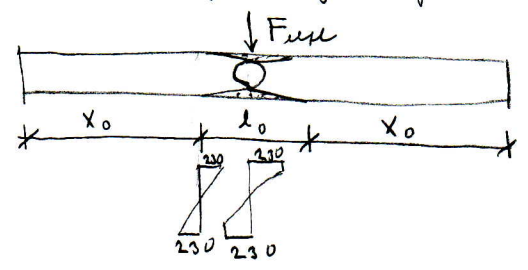
• délka plastického kloubu $l_0 = 4 - 2 \cdot 1,72 = \underline{\underline{0,56 \text{ m}}}$



④ Jak velká je síla F_1 , která způsobí zplastizování obou pásnic?

Kam sahají plastické oblasti při zplastizování obou pásnic?

• konstrukce je stejná jako v předchozím příkladu



viz příklad ①

$$M_{epl} = 0,363 \text{ MNm}$$

$$M_{el} = 0,344 \text{ MNm}$$

• musí platit

$$\max M = M_{epl}$$

$$F_{epl} = 0,363 \text{ MN}$$

• v průřezu $x = x_0$ platí

$$M = M_{el}$$

$$\frac{F_{epl}}{2} \cdot x_0 = M_{el} \rightarrow x_0 = \frac{2 M_{el}}{F_{epl}} = \frac{2 \cdot 0,344}{0,363} = 1,90 \text{ m}$$

• délka plastické oblasti $l_0 = 4 - 2 \cdot 1,9 = \underline{\underline{0,2 \text{ m}}}$