

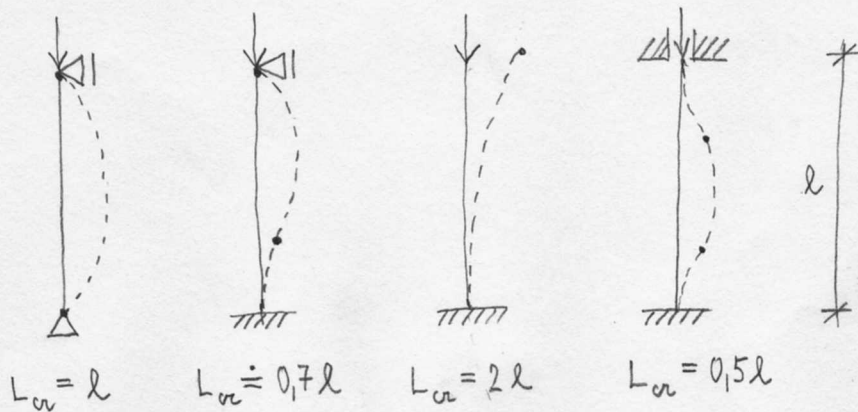
CVIČENÍ 11 - STABILITA: ZÁKLADNÍ EULEROVY PŘÍPADY úkol 9 1

- sítivé pruhy \rightarrow dřívě než je vyčerpána únosnost v tlaku \rightarrow vybočí
- kritická síla, při které prut vybočí

$$\underline{\underline{F_{cr} = EI \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2}}}$$

I - moment setrvačnosti ke ose kolmé na směr vybočení

- základní Eulerovy případy: N_x, E, I jsou konstantní



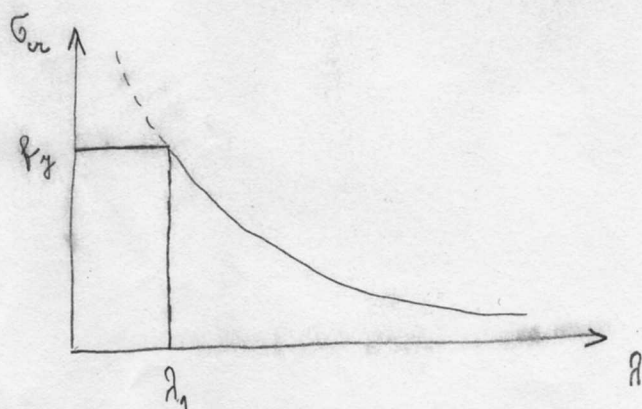
- sláhosťní poměr

$$\underline{\underline{\lambda = \frac{L_{cr}}{i}}}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \text{ - ke ose kolmé na směr vybočení}$$

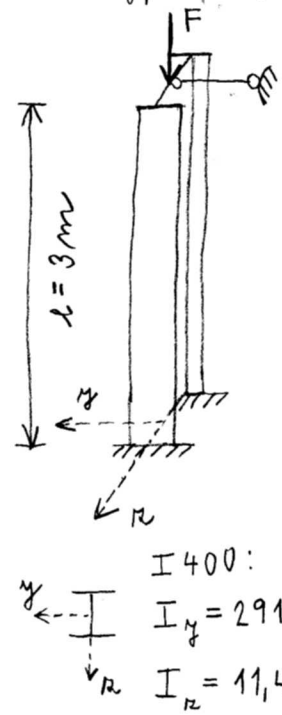
- Eulerova hyperbola

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{EI \pi^2}{A \cdot L_{cr}^2} = \frac{EI \pi^2}{A \cdot \lambda^2} = \frac{E \pi^2}{\lambda^2}$$



PROSTÝ TLAK \leftarrow \rightarrow ROZHODUJE STABILITA

① Vypočítejte kritické zatížení ocelového prutu ($E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$)



a) vybočení ve směru osy y :

$$L_{cr} = 0,7 \cdot l = 0,7 \cdot 3 = 2,1 \text{ m}$$

$$I = I_z = 11,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4 \quad \dots (\text{obdobně na směr vybočení})$$

$$F_{cr}^{(a)} = EI \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 11,4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\pi^2}{2,1^2} = \underline{5,36 \text{ MN}}$$

b) vybočení ve směru osy z :

$$L_{cr} = 2 \cdot l = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m}$$

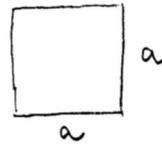
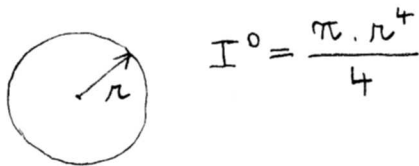
$$I = I_y = 291 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$F_{cr}^{(b)} = EI \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 291 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\pi^2}{6^2} = \underline{16,75 \text{ MN}}$$

$$F_{cr} = \min(F_{cr}^{(a)}, F_{cr}^{(b)}) = F_{cr}^{(a)} = \underline{5,36 \text{ MN}}$$

Rozhoduje vybočení ve směru osy y .

② Určete poměr kritických sil dvou prutů, které jsou stejně podepřeny, mají stejnou příčkovou plochu, ale jeden má kruhový a druhý čtvercový průřez. Materiál prutů je také stejný



stejná plocha:

$$\pi r^2 = a^2$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot a^4 = \frac{1}{12} \cdot \pi^2 \cdot r^4$$

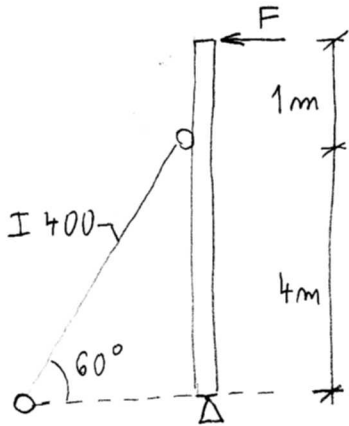
poměr kritických sil

$$\frac{F_{cr}^{\square}}{F_{cr}^{\circ}} = \frac{E \cdot I^{\square} \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2}}{E \cdot I^{\circ} \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2}} = \frac{\frac{1}{12} \cdot \pi^2 \cdot r^4}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^4} = \frac{\pi}{3} = 1,047$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_{cr}^{\square} = 1,047 \cdot F_{cr}^{\circ}}}$$

Kritická síla prutu čtvercového průřezu je o 4,7% větší než kritická síla prutu kruhového průřezu.

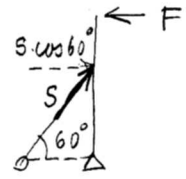
③ Určete velikost kritického zatížení pro danou konstrukci.



• osová síla v kyvném prutu

$$\sum \Delta F \cdot 5 - S \cdot \cos 60^\circ \cdot 4 = 0$$

$$S = 2,5 F$$



• kritická osová síla v kyvném prutu

$$S_{cr} = EI \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} \quad L_{cr} = l = \frac{4}{\sin 60^\circ} = 4,619 \text{ m}$$

$$S_{cr} = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 11,4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\pi^2}{4,619^2} = 1,11 \text{ MN}$$

• výpočet kritického zatížení

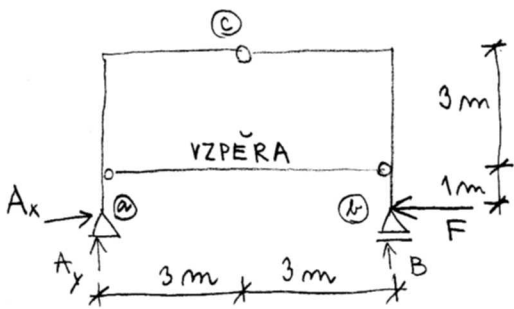
$$S_{cr} = 2,5 F_{cr} \rightarrow F_{cr} = \frac{S_{cr}}{2,5} = \frac{1,11}{2,5} = \underline{\underline{0,44 \text{ MN}}}$$

Poznámka: kontrola, že stabilita rozhoduje o únosnosti ($f_y = 230 \text{ MPa}$)

• šiklostní poměr $\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{L_{cr}}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{4,619}{\sqrt{\frac{11,4 \cdot 10^{-6}}{0,0118}}} = 148,6$

$$\sigma_{cr} = \frac{E \pi^2}{\lambda^2} = \frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot \pi^2}{148,6^2} = 93,86 \text{ MPa} < f_y = 230 \text{ MPa}$$

④ Určete kritické zatížení vzpěry: $E = 10^4 \text{ MPa}$,



• reakce

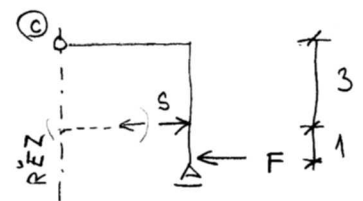
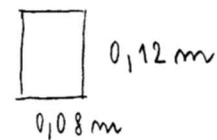
$$\sum \Delta : B = 0$$

$$\sum \tilde{x} : A_y = 0$$

$$\rightarrow : A_x = F$$

• osová síla ve vzpěře

$$\sum \Delta : F \cdot 4 - S \cdot 3 = 0 \rightarrow S = \frac{4}{3} F$$



• kritická osová síla ve vzpěře

$$S_{cr} = EI_{\min} \frac{\pi^2}{L_{cr}^2}$$

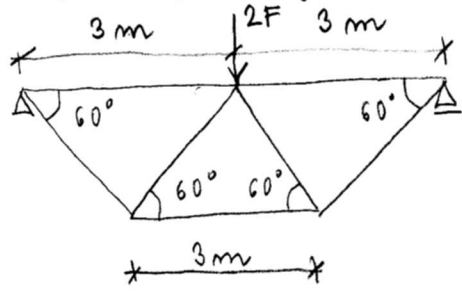
$$L_{cr} = l = 6 \text{ m}; \quad I_{\min} = I_z = \frac{1}{12} \cdot 0,12 \cdot 0,08^3 = 5,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$S_{cr} = 10^4 \cdot 5,12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\pi^2}{6^2} = 0,01404 \text{ MN} = \underline{\underline{14,04 \text{ kN}}}$$

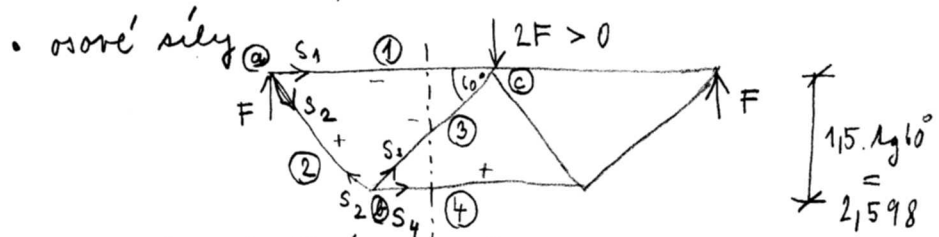
• kritické zatížení konstrukce

$$S_{cr} = \frac{4}{3} F_{cr} \rightarrow F_{cr} = \frac{3}{4} S_{cr} = \frac{3}{4} \cdot 14,04 = \underline{\underline{10,53 \text{ kN}}}$$

⑤ Učte kritické zatížení průhradové konstrukce. Všechny pruhy jsou vyrobeny z válcovaných tyčí [140; $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.



[140: $I_{\min} = I_x = 0,625 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$



metoda rovných bodů

$\textcircled{a} \uparrow: F - S_2 \cdot \sin 60^\circ = 0 \rightarrow S_2 = 1,155 F \text{ (tah)}$
 $\rightarrow: S_1 + S_2 \cdot \cos 60^\circ = 0 \rightarrow S_1 = -0,577 F \text{ (tlak)}$
 $\textcircled{b} \uparrow: S_2 \cdot \sin 60^\circ + S_3 \cdot \sin 60^\circ = 0 \rightarrow S_3 = -1,155 F \text{ (tlak)}$

metoda průsečnou

$\textcircled{c} : S_4 \cdot 2,598 - F \cdot 3 = 0 \rightarrow S_4 = 1,155 F \text{ (tah)}$

\rightarrow maximální reakční síla

$|S_3| = 1,155 F$

• kritická osová síla

$S_{cr} = EI \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2}$

$L_{cr} = l = 3 \text{ m}$

$S_{cr} = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,625 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\pi^2}{3^2} = \underline{0,144 \text{ MN}}$

• kritická síla

$S_{cr} = 1,155 F_{cr} \rightarrow F_{cr} = \frac{S_{cr}}{1,155} = \frac{0,144}{1,155} = \underline{\underline{0,125 \text{ MN}}}$