

SM1 - 1. cvičení!

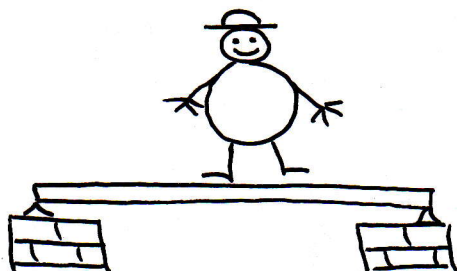
1

Náborne' ukázky zatřžení'

1 kN

Kolik by musel vařit člověk na obrátek, aby vytvořil zatřžení' 1 kN?

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$$



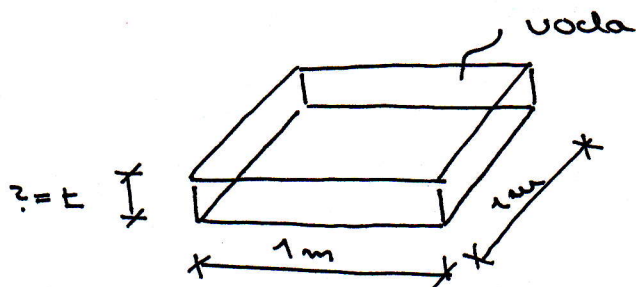
$1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ (je zbytečne' používat hodnotu $9,81 \text{ m/s}^2$, neboť to zatřžení' stejně potom přenásobíme součiniteli)

$F = m \cdot g$ (zatřžení' hmotnost tížové zrychlení)

$$m = \frac{F}{g} = \frac{1000}{10} = \underline{\underline{100 \text{ kg}}}$$

1 kN/m²

Jaka' bude výška vodního sloupce, aby způsobovala toto zatřžení'?



$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ kN/m}^2 = 1000 \text{ N/m}^2$$

$$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}}$$

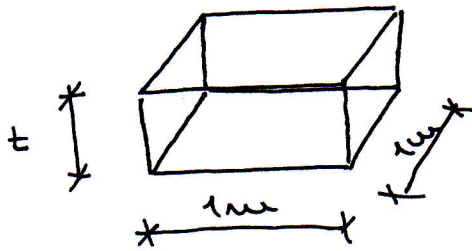
$$f = \rho \cdot g \cdot t$$
$$1000 = 1000 \cdot 10 \cdot t$$
$$t = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ m} = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

Výška vodního sloupce by musela být 10 cm.

2

$$\boxed{1 \text{ MN/m}^2} = 1000 \text{ kN/m}^2 = 10^6 \text{ N/m}^2$$

Jaka' bude vyška vodního sloupce, aby způsobila toto zatížení?



$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$f = \rho \cdot g \cdot t$$

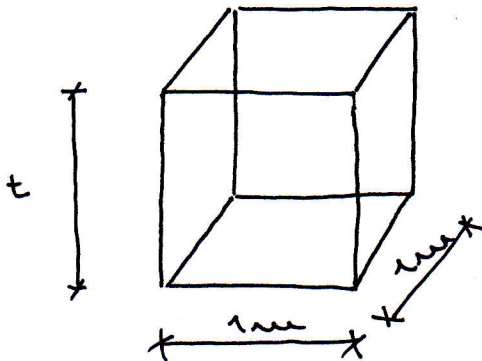
$$10^6 = 10^3 \cdot 10 \cdot t$$

$$t = \frac{10^6}{10^4} = 10^2 = \underline{\underline{100 \text{ m}}}$$

Vyška vodního sloupce by byla 100 m.

$$\boxed{1 \text{ GN/m}^2} = 1000 \text{ MN/m}^2 = 10^6 \text{ kN/m}^2 = 10^9 \text{ N/m}^2$$

Jaka' bude vyška vodního sloupce, aby způsobila toto zatížení?



$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$f = \rho \cdot g \cdot t$$

$$10^9 = 10^3 \cdot 10 \cdot t$$

$$t = \frac{10^9}{10^4} = 10^5 \text{ m} = \underline{\underline{100 \text{ km}}}$$

Vyška vodního sloupce by byla 100 km!

POUČENÍ: Rozlišujte jednotky a dbejte si pozor na řádky.

Kontrola jednotek

Pr. Rovnice kmitání - zkontrolujte jednotky

hmotnost m zrychlení a posun w

$$m \cdot a + k \cdot w = F$$

tuhost $[N/m]$ síla F

$$[kg][ms^{-2}] + [N/m][m] = [N]$$

$$[N] + [N] = [N] \checkmark$$

Pr. Podle jednotek zkuste určit chybějící veličinu v uvedeném vztahu pro tlak větru.

tlak P hustota ρ

$$P = \frac{1}{2} \rho \cdot (?)$$

$$[Pa] = [kg/m^3][x]$$

$$[N/m^2] = [kg/m^3][x]$$

$$[x] = \frac{[Nm^{-2}]}{[kg \cdot m^{-3}]} = \frac{[kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m^{-2}]}{[kg \cdot m^{-3}]} = \frac{[ms^{-2}]}{[m^{-1}]} = [m^2s^{-2}]$$

$$[x] = [(ms^{-1})^2] \leftarrow \text{jednotka pro rychlost}^2$$

Hledaná veličina je v^2 a vztah vypadá takto:

$$P = \frac{1}{2} \rho v^2$$

Pr. Ve vztahu pro deformaci metody zkontrolujte jednotky.

modul pružnosti E moment setravnosti I

úhla φ posun w

$$\frac{2EI}{L} \varphi + \frac{6EI}{L^2} w = M$$

postraní L

$$E [kPa] \quad I [m^4] \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} E \\ I \end{matrix}} \right\} EI [kPa \cdot m^4] = \left[\frac{kN}{m^2} \cdot m^4 \right] = [kNm^2]$$

$$\frac{[kNm^2]}{[m]} [rad] + \frac{[kNm^2]}{[m^2]} [m] = [kNm]$$

$$[kNm] + [kNm] = [kNm] \checkmark$$

Normálová síla na vetknutém prutu od rovnoměrného ohřátí je $N = -EA\alpha\Delta T$.
Kolik to bude [kN], pokud $E = 210 \text{ GPa}$, $A = 10 \text{ cm}^2$, $\alpha = 0,000012 \text{ K}^{-1}$ a
 $\Delta T = 20^\circ\text{C}$?

$$N = -EA\alpha\Delta T = -210 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = \underline{\underline{-50,4 \text{ kN}}}$$

Normálová síla na prutu od natažení prutu o $u = 20 \text{ mm}$ je $N = EA \cdot u/L$. Kolik to bude [kN], pokud $EA = 480 \text{ MN}$ a $L = 5 \text{ m}$?

$$N = \frac{EA}{L} \cdot u = \frac{480 \cdot 10^3}{5} \cdot 0,02 = \underline{\underline{1920 \text{ kN}}}$$

Spočítejte tuhost v ohybu EI , pokud $E = 30 \text{ GPa}$ a $I = 4,5 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

$$EI = 30 \cdot 10^3 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{13,5 \text{ MNm}^2}}$$

Spočítejte maximální normálové napětí $\sigma_x = My \cdot e / I_y$ od ohybového momentu $M_y = 50 \text{ kNm}$ na nosníku s profilem IPE120, kde $I_y = 3,178 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ a $e = 60 \text{ mm}$.

$$\sigma_x = \frac{M_y \cdot e}{I_y} = \frac{0,05 \cdot 0,06}{3,178 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{944 \text{ MPa}}}$$

Spočítejte smykové napětí za ohybu $\tau_{xz} = Vz \cdot S_y / (b \cdot I_y)$

$V_z = 50 \text{ kN}$, $I_y = 1,07 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$, $S_y = 4 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$ a $b = 0,2 \text{ m}$.

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \cdot S_y}{b \cdot I_y} = \frac{50 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{1,07 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2} = \underline{\underline{934 \text{ kPa}}}$$

Tyto podklady byly vypracovány ze zapůjčených materiálů
Ing. Matěje Lepše, Ph.D.

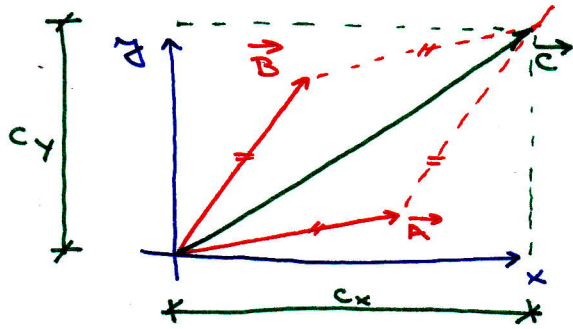
TEORETICKE OKENKO:

SOUČET VEKTORŮ:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

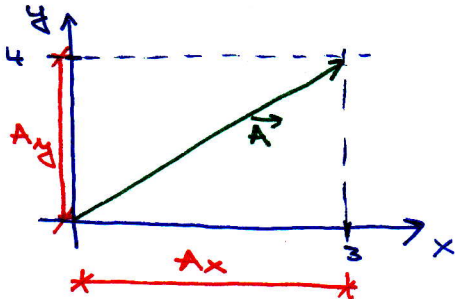
$$\vec{c} = \{A_x + B_x, A_y + B_y\}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$



ROZKLAD VEKTORŮ

a) VEKTOR ZADAN POČÁTKEM, KONCEM A ORIENTACÍ

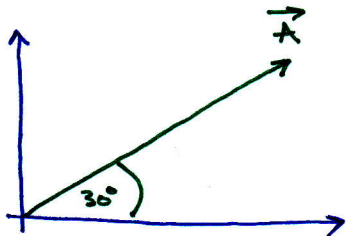


$$\|\vec{A}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\|A_x\| = 3$$

$$\|A_y\| = 4$$

b) VEKTOR ZADAN VELIKOSTÍ, ORIENTACÍ A SMĚROUYČÍ ÚHELEM

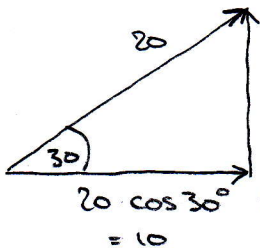


$$\|A\| = 20$$

$$\|A\| = 20$$

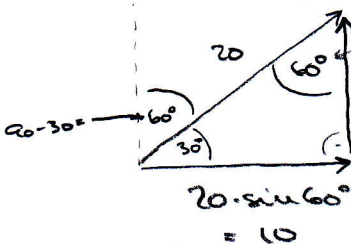
$$\|A_x\| = 20 \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$\|A_y\| = 20 \cdot \sin 30^\circ = 10$$



$$20 \cdot \sin 30^\circ = 10\sqrt{3} \quad (\text{protilehla})$$

$$20 \cos 30^\circ \quad (\text{prilehla}) = 10$$



$$20 \cdot \cos 60^\circ \quad (\text{prilehla}) = 10\sqrt{3}$$

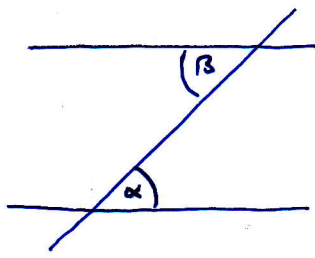
$$20 \cdot \sin 60^\circ \quad (\text{protilehla}) = 10$$

$\alpha [^\circ]$	0	30	60	90
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

TERMINOLOGIE, CO SE OBČAS MŮŽE HODIT:

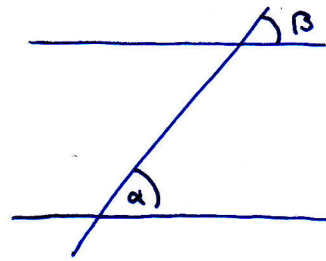
6

STRÍDAVÉ ÚHLY



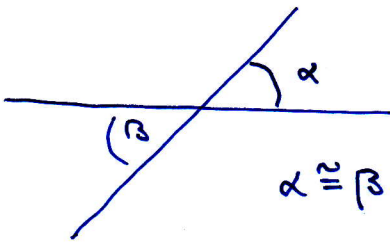
shodné
 $\alpha \cong \beta$

SOUHLASNÉ ÚHLY



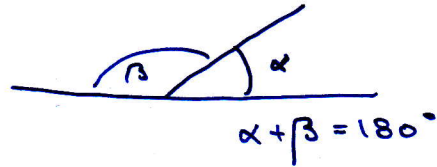
$\alpha \cong \beta$

VRCHOLOVÉ ÚHLY

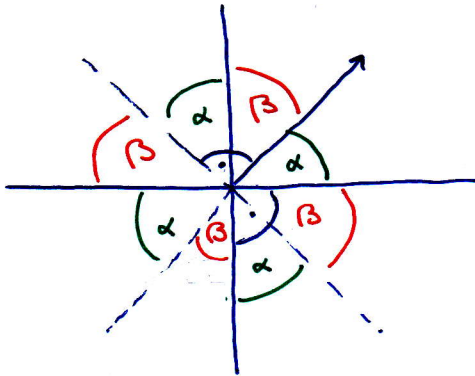


$\alpha \cong \beta$

VEDLEŽÍ ÚHLY

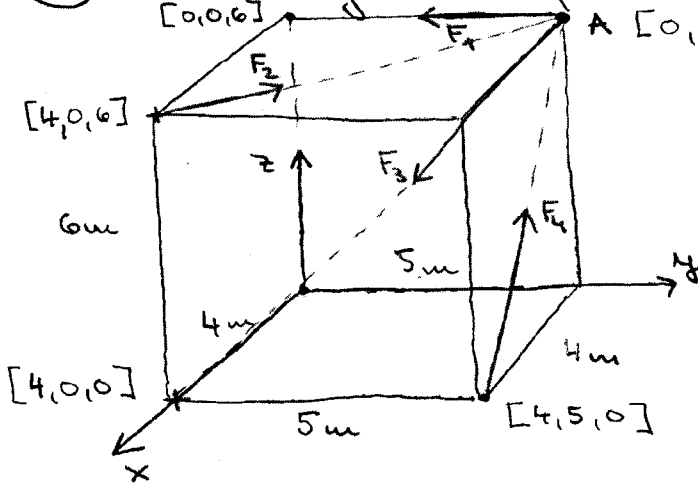


$\alpha + \beta = 180^\circ$



$\alpha + \beta = 90^\circ$

75. Určete výslednici prostorového svazku sil.



$$F_1 = 30 \text{ kN}$$

$$F_2 = 40 \text{ kN}$$

$$F_3 = 75 \text{ kN}$$

$$F_4 = 20 \text{ kN}$$

i	F_i	L_{ix}	L_{iy}	L_{iz}	$\ L_i\ $	$\cos \alpha_i$	$\cos \beta_i$	$\cos \gamma_i$	$F_i \cdot \cos \alpha_i$	$F_i \cdot \cos \beta_i$	$F_i \cdot \cos \gamma_i$
1	30	0	-5	0	5	0	-1	0	0	-30	0
2	40	-4	+5	0	$\sqrt{41}$	$\frac{-4}{\sqrt{41}}$	$\frac{5}{\sqrt{41}}$	0	-24,988	+31,235	0
3	75	+4	-5	-6	$\sqrt{77}$	$\frac{4}{\sqrt{77}}$	$-\frac{5}{\sqrt{77}}$	$\frac{-6}{\sqrt{77}}$	+34,188	-42,735	-51,282
4	20	-4	0	+6	$\sqrt{52}$	$\frac{-4}{\sqrt{52}}$	0	$\frac{6}{\sqrt{52}}$	-11,940	0	+16,641
Σ									-2,740	-41,5	-34,641

—————
 koncová souřadnice
 - počáteční souřadnice

$$F_{Rx} = -2,740 \text{ kN}$$

$$F_{Ry} = -41,5 \text{ kN}$$

$$F_{Rz} = -34,641 \text{ kN}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{(-2,740)^2 + (-41,5)^2 + (-34,641)^2} = 54,127 \text{ kN}$$

směrové cosiny a příslušné úhly:

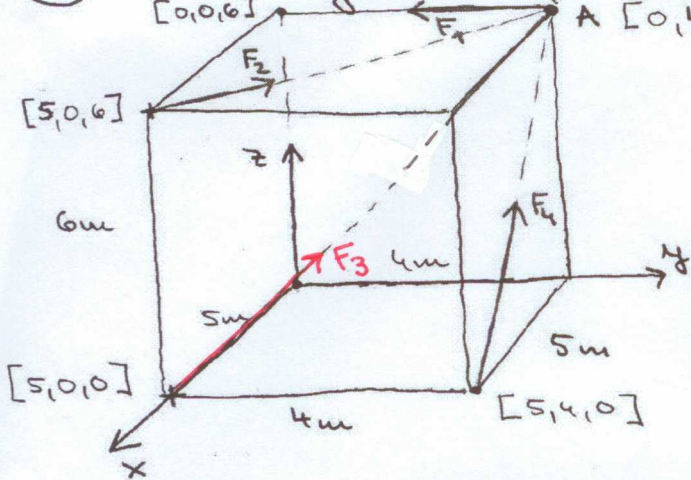
$$\cos \alpha_R = \frac{-2,74}{54,127} = -0,050622 \rightarrow \alpha_R = 92,902^\circ$$

$$\cos \beta_R = \frac{-41,5}{54,127} = -0,76672 \rightarrow \beta_R = 140,06^\circ$$

$$\cos \gamma_R = \frac{-34,641}{54,127} = -0,63999 \rightarrow \gamma_R = 129,79^\circ$$

Netrapomějte provádět další kontroly výpočtu, např. $\cos^2 \alpha_i + \cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i = 1$!

Pr. Určete výslednici prostorového svazku sil.



- $F_1 = 30 \text{ kN}$
- $F_2 = 40 \text{ kN}$
- $F_3 = 75 \text{ kN}$
- $F_4 = 20 \text{ kN}$

i	F_i	L_{ix}	L_{iy}	L_{iz}	$\ L_i\ $	$\cos \alpha_i$	$\cos \beta_i$	$\cos \gamma_i$	$F_i \cdot \cos \alpha_i$	$F_i \cdot \cos \beta_i$	$F_i \cdot \cos \gamma_i$
									F_{ix}	F_{iy}	F_{iz}
1	30	0	-4	0	4	0	-1	0	0	-30	0
2	40	-5	+4	0	$\sqrt{41}$	$\frac{-5}{\sqrt{41}}$	$+\frac{4}{\sqrt{41}}$	0	-31,235	+24,988	0
3	75	-5	+4	+6	$\sqrt{77}$	$\frac{-5}{\sqrt{77}}$	$+\frac{4}{\sqrt{77}}$	$+\frac{6}{\sqrt{77}}$	-42,735	+34,188	+51,282
4	20	-5	0	+6	$\sqrt{61}$	$\frac{-5}{\sqrt{61}}$	0	$+\frac{6}{\sqrt{61}}$	-12,804	0	+15,364
Σ									-86,774	-29,176	66,646

—————
 koncová souřadnice
 - počáteční souřadnice

$F_{Rx} = -86,774 \text{ kN}$
 $F_{Ry} = -29,176 \text{ kN}$
 $F_{Rz} = 66,646 \text{ kN}$

$\|F_R\| = \sqrt{(-86,774)^2 + (-29,176)^2 + 66,646^2} = 113,237 \text{ kN}$

směrové cosiny a příslušné úhly:

$\cos \alpha_R = \frac{-86,774}{113,237} = -0,76630 \rightarrow \alpha_R = 140,023^\circ$

$\cos \beta_R = \frac{-29,176}{113,237} = -0,25765 \rightarrow \beta_R = 104,931^\circ$

$\cos \gamma_R = \frac{+66,646}{113,237} = 0,58855 \rightarrow \gamma_R = 53,946^\circ$

Netapomnějte provadit další kontroly výpočtu, např. $\cos^2 \alpha_i + \cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i = 1$!