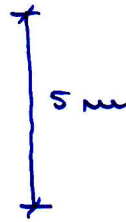
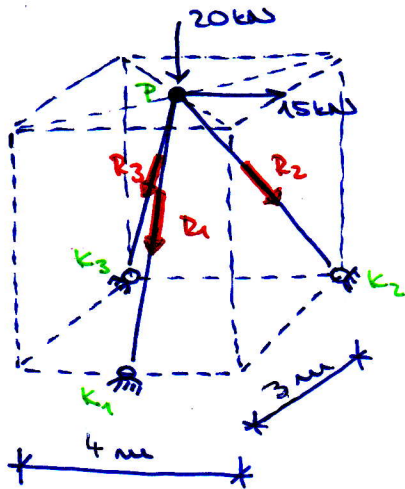


# SMO1 - 6. cvičení

1.

## JEDNODUCHÉ HMOTNÉ OBJEKTY U PROSTORU

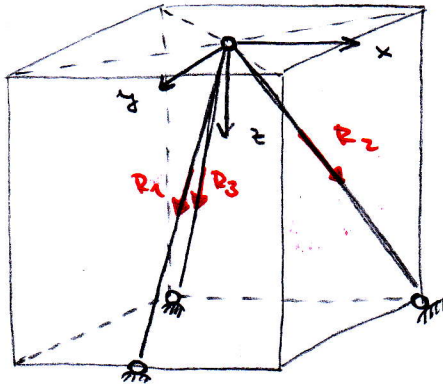
Př.



Uč 2. cvičení: ROVNŮŽNÁ SÚŽEKU SIL U PROSTORU

$$s = n - r = 3 - 3 \times 1 = 0$$

staticky určitá konstrukce



$$P [0; 0; 0]$$

$$k_1 [0; 1,5; 5]$$

$$k_2 [2; -1,5; 5]$$

$$k_3 [-2; -1,5; 5]$$

síla  $R_1$ :  $\vec{r}_1 (0; 1,5; 5)$ ,  $|\vec{r}_1| = \sqrt{1,5^2 + 5^2} = \sqrt{27,25}$   
 $\cos \alpha_1 = 0$ ;  $\cos \beta_1 = \frac{1,5}{\sqrt{27,25}} = 0,2873$ ;  $\cos \gamma_1 = \frac{5}{\sqrt{27,25}} = 0,9578$

síla  $R_2$ :  $\vec{r}_2 (2; -1,5; 5)$ ,  $|\vec{r}_2| = \sqrt{2^2 + (-1,5)^2 + 5^2} = \sqrt{31,25}$   
 $\cos \alpha_2 = \frac{2}{\sqrt{31,25}} = 0,3578$ ;  $\cos \beta_2 = \frac{-1,5}{\sqrt{31,25}} = -0,2683$ ;  $\cos \gamma_2 = \frac{5}{\sqrt{31,25}} = 0,8944$

síla  $R_3$ :  $\vec{r}_3 (-2; -1,5; 5)$ ,  $|\vec{r}_3| = \sqrt{31,25}$   
 $\cos \alpha_3 = -0,3578$ ;  $\cos \beta_3 = -0,2683$ ;  $\cos \gamma_3 = 0,8944$

$$\rightarrow : 15 + R_2 \cdot 0,3578 + R_3 \cdot (-0,3578) = 0$$

$$\checkmark : R_1 \cdot 0,2873 + R_2 \cdot (-0,2683) + R_3 \cdot (-0,2683) = 0$$

$$\downarrow : 20 + R_1 \cdot 0,9578 + R_2 \cdot 0,8944 + R_3 \cdot 0,8944 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0,3578 & -0,3578 \\ 0,2873 & -0,2683 & -0,2683 \\ 0,9578 & 0,8944 & 0,8944 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -15 \\ 0 \\ -20 \end{Bmatrix}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0,2873 & -0,2683 & -0,2683 & 0 \\ 0 & 0,3578 & -0,3578 & -15 \\ 0,9578 & 0,8944 & 0,8944 & -20 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot (-0,9578) \\ \\ \cdot 0,2873 \end{array} \quad \sim$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0,2873 & -0,2683 & -0,2683 & 0 \\ 0 & 0,3578 & -0,3578 & -15 \\ 0 & 0,5139 & 0,5139 & -5,746 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \cdot (-0,5139) \\ \cdot 0,3578 \end{array} \quad \sim$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0,2873 & -0,2683 & -0,2683 & 0 \\ 0 & 0,3578 & -0,3578 & -15 \\ 0 & 0 & 0,3677 & 5,6526 \end{array} \right)$$

$R_3 = 15,373 \text{ kN TĀK}$

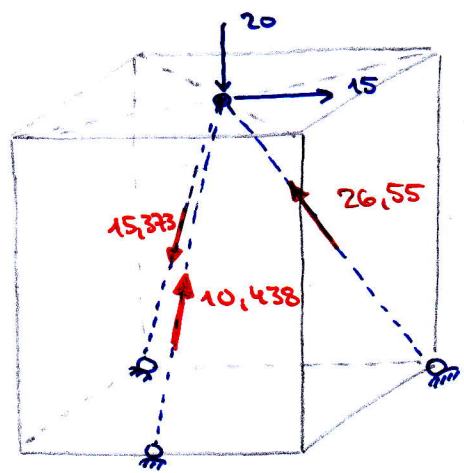
$0,3578 \cdot R_2 - 0,3578 \cdot R_3 = -15$

$R_2 = -26,550 \text{ kN TLĀK}$

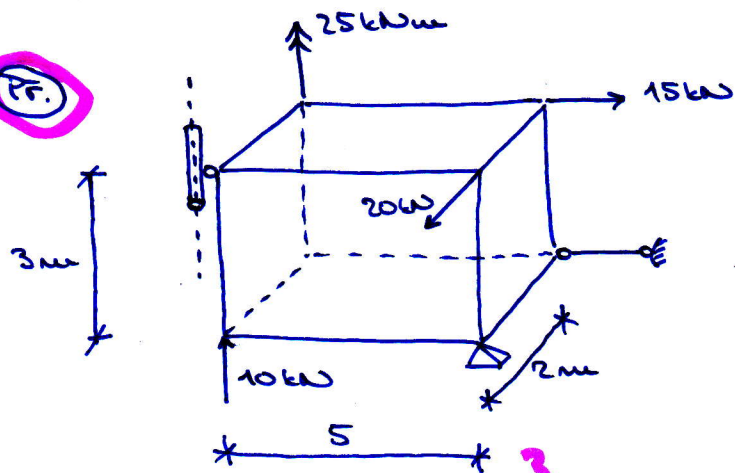
$0,2873 R_1 - 0,2683 R_2 - 0,2683 R_3 = 0$

$R_1 = -10,438 \text{ kN TLĀK}$

SKUTEČNĚ!  
PŮSOBENÍ:

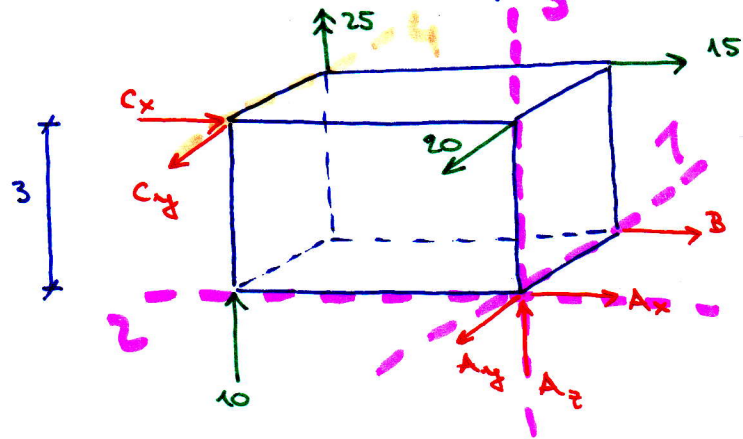


Pr.



$$s = 6 - 3 - 1 - 2 = 0$$

st. určitá konstrukce



$$\rightarrow : C_x + 15 + B_x + A_x = 0$$

$$\swarrow : C_y + A_y + 20 = 0$$

$$\uparrow : 10 + A_z = 0 \rightarrow \boxed{A_z = -10 \text{ kN}}$$

$$\swarrow 1 : -C_x \cdot 3 - 15 \cdot 3 - 10 \cdot 5 = 0 \rightarrow \boxed{C_x = -31,667 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow 2 : C_y \cdot 3 + 20 \cdot 3 = 0 \rightarrow \boxed{C_y = -20 \text{ kN}}$$

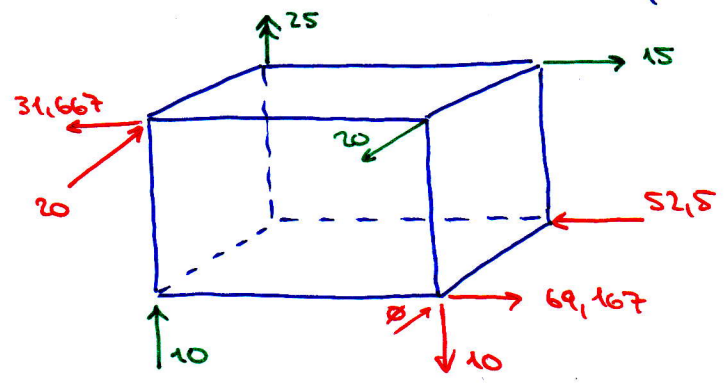
$$\uparrow 3 : 25 + C_y \cdot 5 - 15 \cdot 2 - B_x \cdot 2 = 0 \rightarrow \boxed{B_x = -52,5 \text{ kN}}$$

$$\swarrow : \boxed{A_y} = -C_y - 20 = -(-20) - 20 = \boxed{0 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow : \boxed{A_x} = -C_x - 15 - B_x = -(-31,667) - 15 - (-52,5) = \boxed{69,167 \text{ kN}}$$

kontrola:

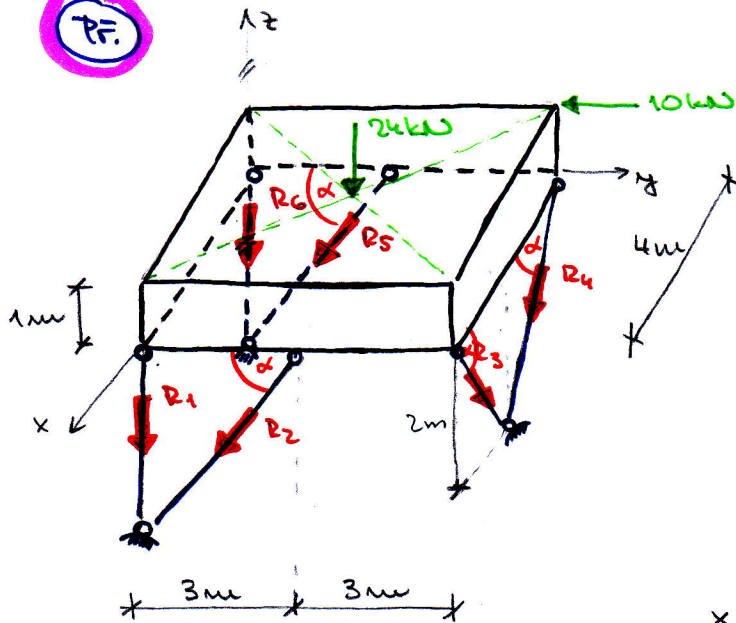
$$\swarrow 4 : B_x \cdot 3 + A_x \cdot 3 + A_z \cdot 5 \stackrel{?}{=} 0, \quad 0,001 \approx 0 \quad \checkmark \quad \text{ok}$$



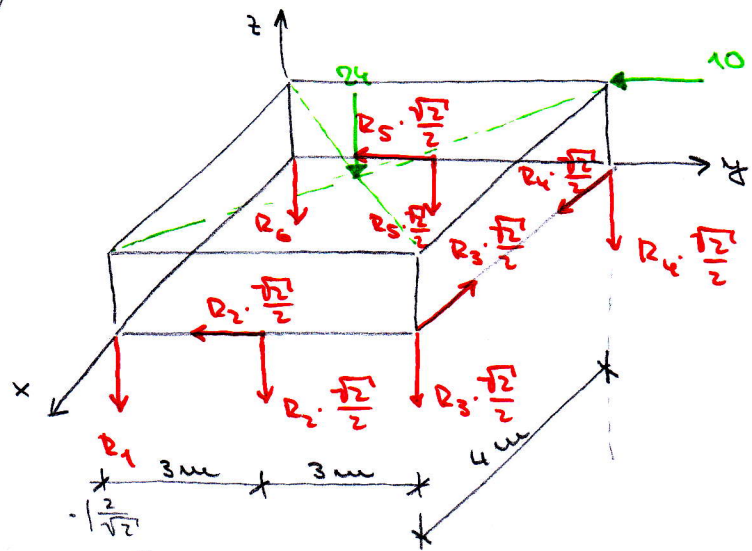
77

4

$\alpha = 45^\circ$



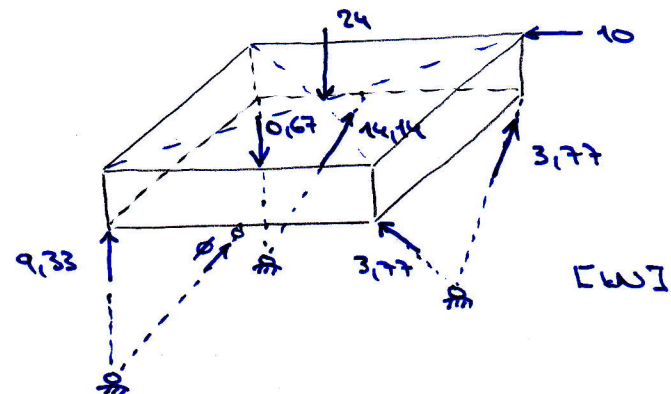
$s = m - r = 6 - 6 \times 1 = 0$   
st. určita konstrukce



$$\begin{aligned} \swarrow &: -R_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + R_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \rightarrow &: -R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - R_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 10 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 0 \\ \uparrow &: +R_1 + R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + R_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + R_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + R_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + R_6 + 24 = 0 \\ \swarrow &: +R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3 + R_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 6 + R_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 6 + R_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3 + 24 \cdot 3 + 10 \cdot 1 = 0 \\ \rightarrow &: R_1 \cdot 4 + R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4 + R_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4 + 24 \cdot 2 = 0 \\ \uparrow &: -R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4^2 + R_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 6^3 - R_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 6^3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ +\frac{2}{\sqrt{2}} & +1 & +1 & +1 & +1 & +\frac{2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 0 \\ 10 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \\ -24 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \\ -62 \cdot \frac{2}{3\sqrt{2}} \\ -12 \\ 0 \end{array}$$

- $R_1 = -9,333 \text{ kN}$  TLAK
- $R_2 = 0$
- $R_3 = -3,7712 \text{ kN}$  TLAK
- $R_4 = -3,7712 \text{ kN}$  TLAK
- $R_5 = -14,1421 \text{ kN}$  TLAK
- $R_6 = 0,6667 \text{ kN}$  TAH



[kN]



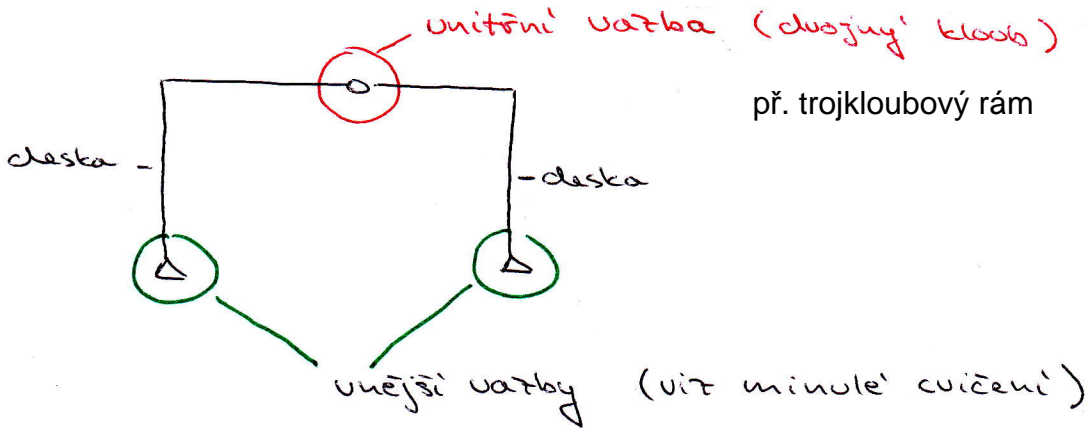
# SMO1 - 6. cvičení

5.

**Teoretické okruhy:**

## SLOŽENÉ SOUSTAVY

- vazby vnější - važí soustavu k podkladu
- vazby vnitřní - spojují jednotlivé části navzájem



## SLOŽENÉ SOUSTAVY V ROVINĚ

- počet stupňů volnosti:  $m = 2 \cdot \beta + 3 \gamma$  → počet desek v soustavě
- počet odebraných stupňů volnosti:  $r = \sum_{j=1}^{\beta} r_{ext} + \sum_{k=1}^{\gamma} r_{int}$   
 → vnější vazby, vnitřní vazby

- $S = m - r$ :
- 1)  $S > 0$  staticky přeuvážená konstrukce
  - 2)  $S < 0 \wedge r_{ext} > 3$  staticky neuvážená konstrukce
  - 3)  $S = 0 \wedge r_{ext} > 3$  staticky uvážená konstrukce  
 $\sum_{j=1}^{\beta} r_{ext} = 3$  → vyjímkový případ poslepění?

## VNITŘNÍ VAZBY:

← přenesení pouze osové zatížení

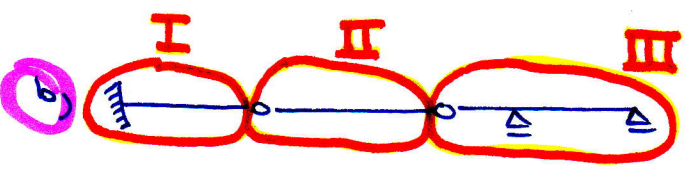
- kyvný prut  $r = 1$  (sílu zavážíme do osy)
- vnitřní kloub - dvojný  $r = 2$
- trojný  $r = 4$
- vícenásobný, spojující n desek  $r = 2 \cdot (n - 1)$

**Pr.** Posuďte statickou určitost zadaných konstrukcí!



$$S = 3 - 3 - 1 - 2 = -3$$

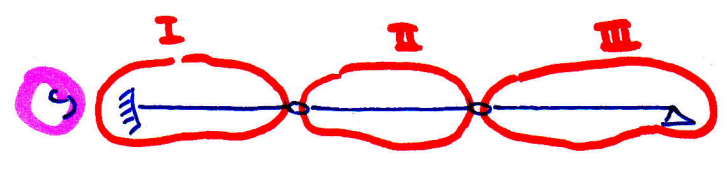
3x staticky neurčitá konstrukce



$$S = 3 \times 3 - 3 - 2 \times 1 - 2 \times 2 = 0$$

$$r_{ext} = 3 + 2 \times 1 = 5 > 3$$

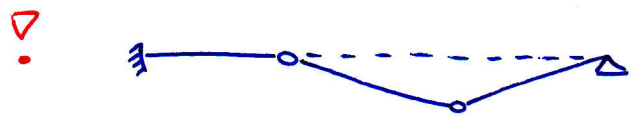
staticky určitá konstrukce  
dobře uňe podepřena!



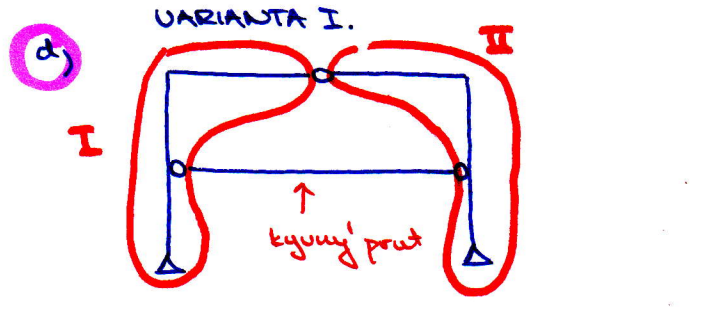
$$S = 3 \times 3 - 3 - 2 - 2 \times 2 = 0$$

$$r_{ext} = 3 + 2 = 5 > 3$$

staticky určitá konstrukce  
dobře uňe podepřena!

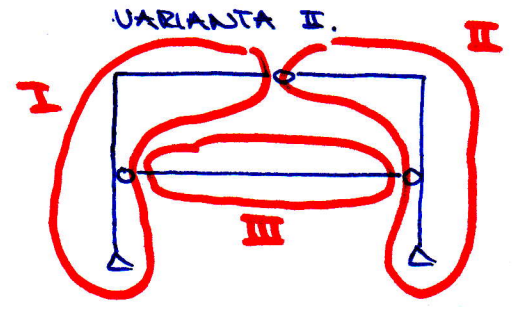


mechanismus!



$$S = 2 \times 3 - 2 \times 2 - 1 - 2 = -1$$

$$r_{ext} = 2 \times 2 = 4 > 3$$

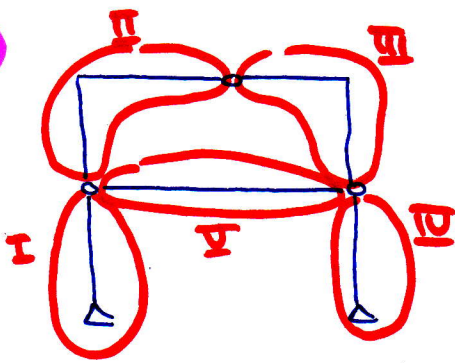


$$S = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 2 - 2 \times 2 = -1$$

$$r_{ext} = 2 \times 2 = 4 > 3$$

! Tato varianta nelze použít, pokud by byl prut zatížen kolmo na svou osu, tzn. . Pak nutno modelovat jako desku.

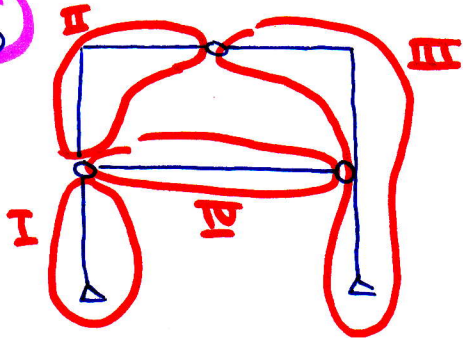
e)



$$s = 5 \times 3 - 2 \times 2 - 2 - 2 \times 4 = 1$$

$\Delta \quad \circ \quad \circ$   
 1x staticky přeuvřítá konstrukce

f)

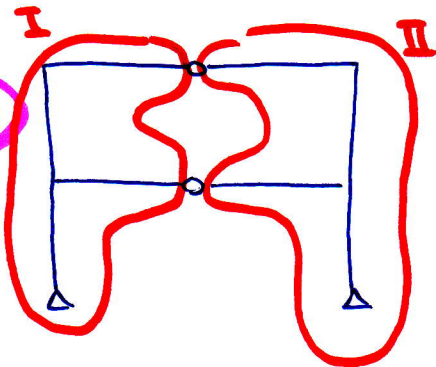


$$s = 4 \times 3 - 2 \times 2 - 2 - 2 - 4 = 0$$

$\Delta \quad \circ \quad \circ \quad \circ$

staticky určita konstrukce  
 $\Gamma_{ext} = 2 \times 2 = 4 > 3$

g)

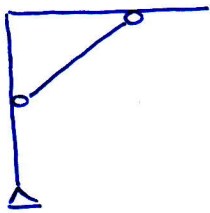


$$s = 2 \times 3 - 2 \times 2 - 2 \times 2 = -2$$

$\Delta \quad \circ$

2x staticky neurčita konstrukce  
 $\Gamma_{ext} = 2 \times 2 = 4 > 3$

h)

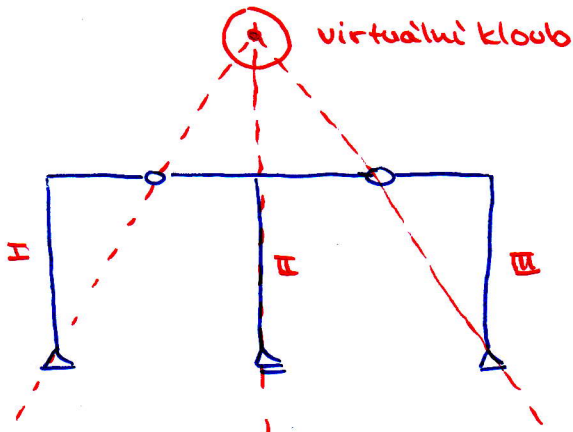


$$s = 3 - 2 - 1 = 0$$

$\Delta \quad \circ$

staticky určita keč ALE  
 $\Gamma_{ext} = 2 < 3$  špatně uně podopřena!  
 (může se potočit okolo prvního kloubu)

i)

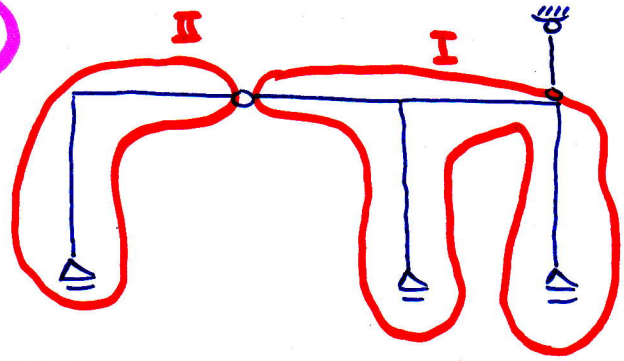


$$s = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 0$$

$\Delta \quad \circ$

stat. určita konstrukce  
 $\Gamma_{ext} = 2 \times 2 + 1 = 5 > 3$   
 ▽ mechanismus (může se potočit okolo virtuálního kloubu)  
 ↑ determinant soustavy  $D = 0$

8j

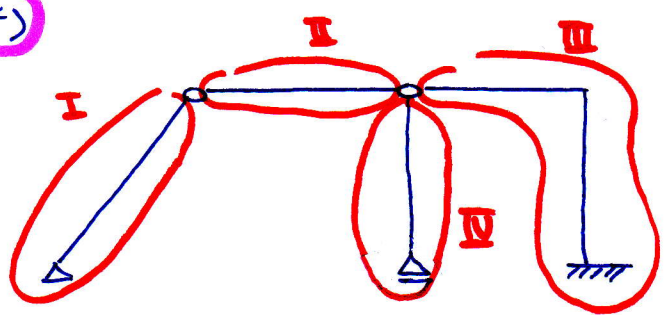


$s = 2 \times 3 - 3 \times 1 - 1 = 0$  stat. urči. konstrukce

$r_{ext} = 3 + 1 = 4 > 3$

! vyjímkový případ podleřem! (mechanismus): konstrukce se může posunout ve vodorovném směru

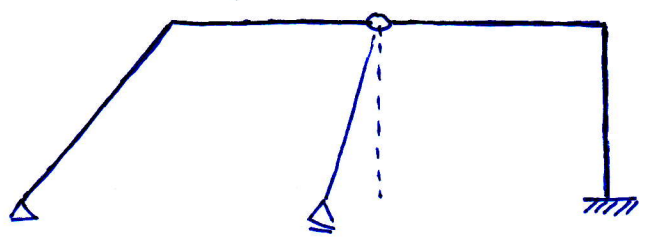
8k



$s = 4 \times 3 - 2 - 1 - \frac{3}{III} - 2 - 4 = 0$  stat. urči. konstrukce

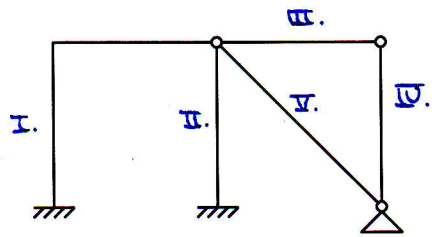
$r_{ext} = 2 + 1 + 3 = 6 > 3$

! vyjímkový případ! (mechanismus)

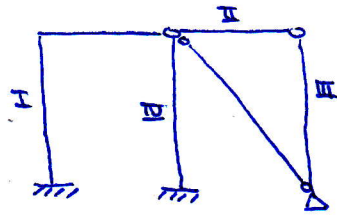




**Pr.** Posuďte statickou určitost zadaných konstrukcí.



NEBO



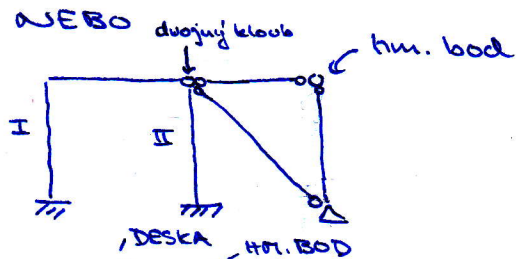
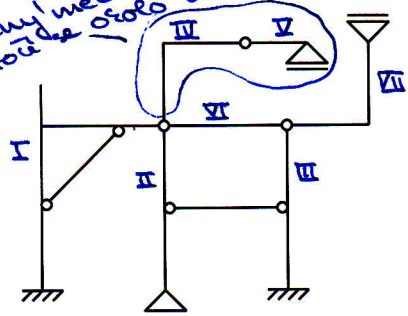
$$S = 3 \times 5 - 2 \times 3 - 6 - 2 - 2 - 2 = -3$$

$$S = 3 \times 4 - 2 \times 3 - 2 - 1 - 4 - 2 = -3$$

3x st. neurčitá konstrukce

3x st. neurčitá konstrukce

částečný mechanizmus (přesouvá se okolo III. klouby)



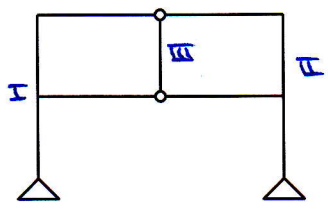
$$S = 3 \times 7 - 2 \times 3 - 2 - 2 \times 1 - 2 \times 1 -$$

$$S = 2 \times 3 + 2 - 2 \times 3 - 2 - 3 \times 1 = -3$$

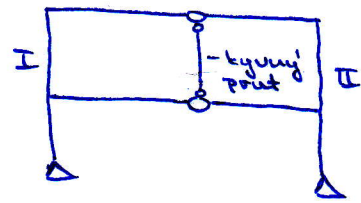
$$- 4 - 6 - 2 = -3$$

3x st. neurčitá konstrukce

3x st. neurčitá konstrukce



NEBO

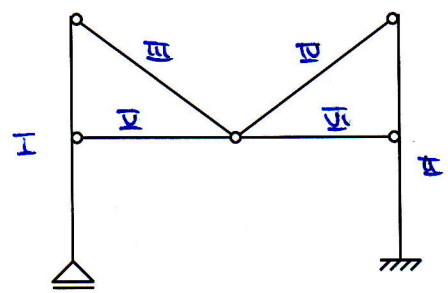


$$S = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 2 \times 4 = -3$$

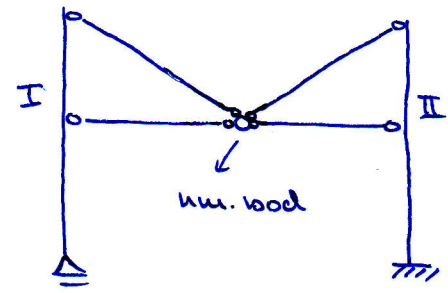
$$S = 2 \times 3 - 2 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = -3$$

3x st. neurčitá konstrukce

3x st. neurčitá konstrukce



NEBO



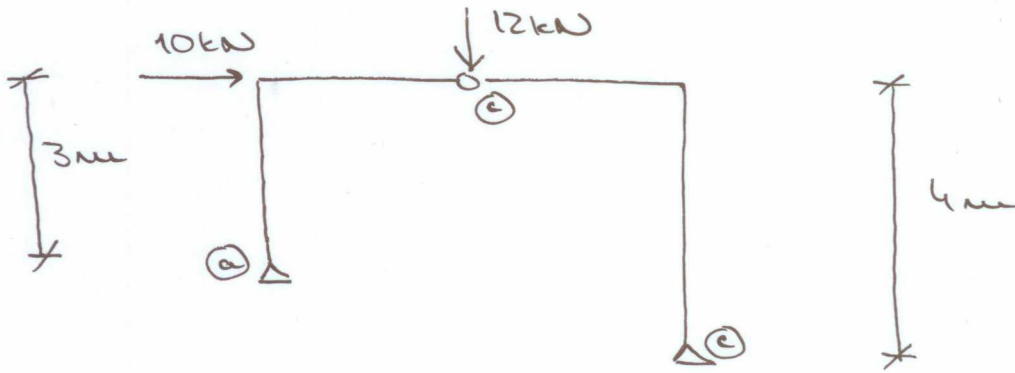
$$S = 6 \times 3 - 3 - 1 - 4 \times 2 - 6 = 0$$

$$S = 2 \times 3 + 2 - 1 - 3 - 4 \times 1 = 0$$

staticky určitá konstrukce

staticky určitá konstrukce

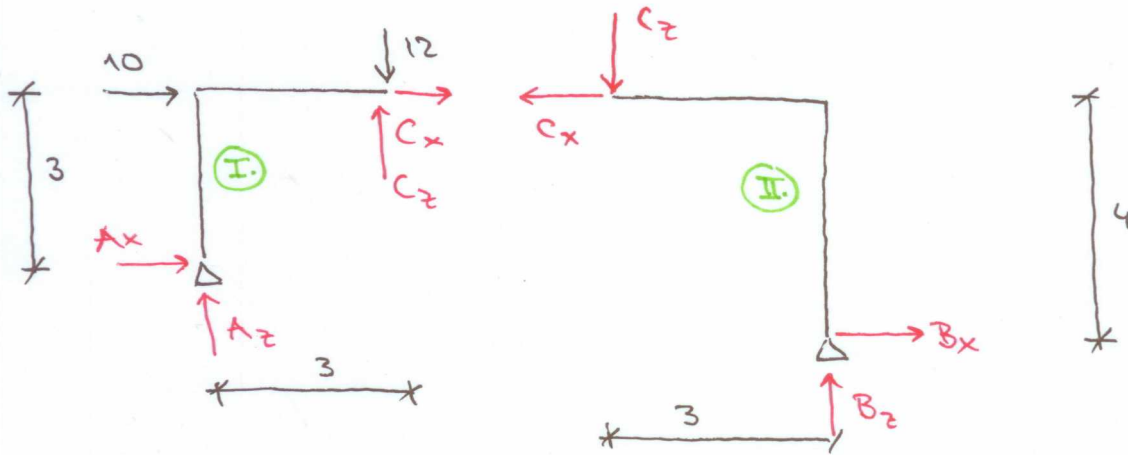
Pr. Spočítejte reakce na zadané konstrukci. Výsledky zkontrolujte a zavezlete skutečné směry působení reakcí.



$$S = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$r_{ext} = 2 \cdot 2 = 4 \geq 3 \quad \checkmark$$

} staticky určitá konstrukce



Deska I:  $\curvearrowright a$ :  $-10 \cdot 3 - 12 \cdot 3 + C_z \cdot 3 - C_x \cdot 3 = 0$

Deska II:  $\curvearrowright b$ :  $C_z \cdot 3 + C_x \cdot 4 = 0$

$$-3C_x + 3C_z = 66$$

$$4C_x + 3C_z = 0 \quad (\cdot (-1))$$

$$\underline{-7C_x = 66}$$

$$C_x = -\frac{66}{7} = -9,4286 \text{ kN}$$

$$C_z = \frac{-4C_x}{3} = \frac{-4 \cdot (-9,4286)}{3} = 12,571 \text{ kN}$$

$$\checkmark k: -3 \cdot (-9,4286) + 3 \cdot 12,571 - 66 = -0,0012 \approx 0 \quad \checkmark$$

Deska I:  $\rightarrow$ :  $A_x + 10 + C_x = 0$ ,  $A_x = -10 - C_x = -0,5714 \text{ kN}$

$\uparrow$ :  $A_z + C_z - 12 = 0$ ,  $A_z = -C_z + 12 = -0,571 \text{ kN}$

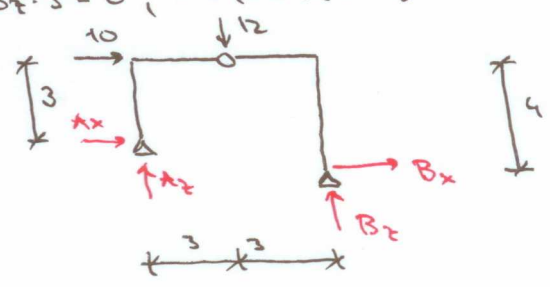
kontrola:  $\curvearrowright c$ :  $A_x \cdot 3 - A_z \cdot 3 \stackrel{?}{=} 0$ ,  $-0,0012 \approx 0 \quad \checkmark$

Deska (II):  $\rightarrow: B_x - C_x = 0, C_x = B_x = -9,4286 \text{ kN}$

$\uparrow: -C_z + B_z = 0, C_z = B_z = 12,571 \text{ kN}$

kontrola:  $\curvearrowright: B_x \cdot 4 + B_z \cdot 3 \stackrel{?}{=} 0, -0,0014 \approx 0 \checkmark$

kontrola: celek:



$\curvearrowright a: -10 \cdot 3 - 12 \cdot 3 + B_x \cdot 1 + B_z \cdot 6 \stackrel{?}{=} 0$   
 $-0,0026 \approx 0 \checkmark$

