

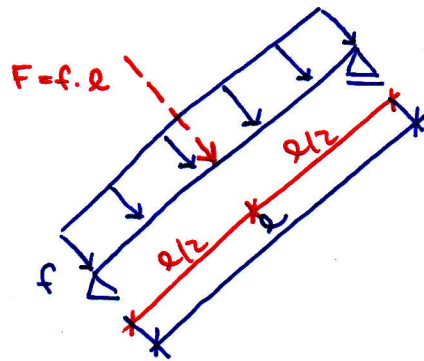
SMO1 - 8. cvičení

1.

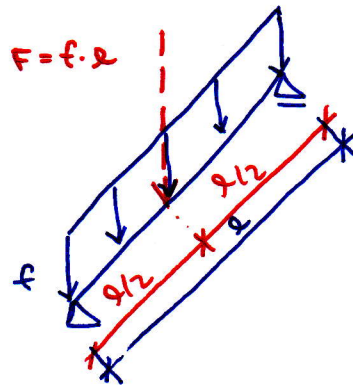
ÚPOČET REAKCÍ SLOŽENÝCH SOUSTAV - ZATÍŽENÍ NA ŠIKMÝ PRUT

OBECNĚ 3 TYPY ROVNOMĚRNĚHO ZATÍŽENÍ NA ŠIKMÝ PRUT:

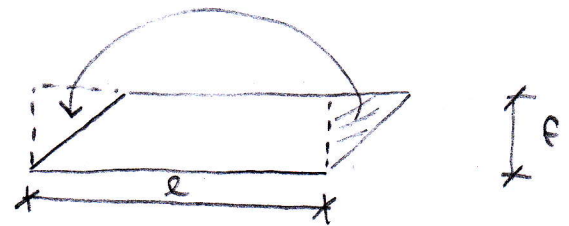
1) ZATÍŽENÍ KOLMO NA PRUT (např. zatížení větrem)



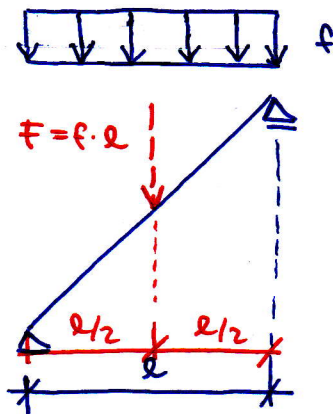
2) SÚVISLÉ ZATÍŽENÍ ZADANÉ NA STĚNĚCI PRUTU (např. vlastní tíha)



pozn. výpočet plochy zatížení



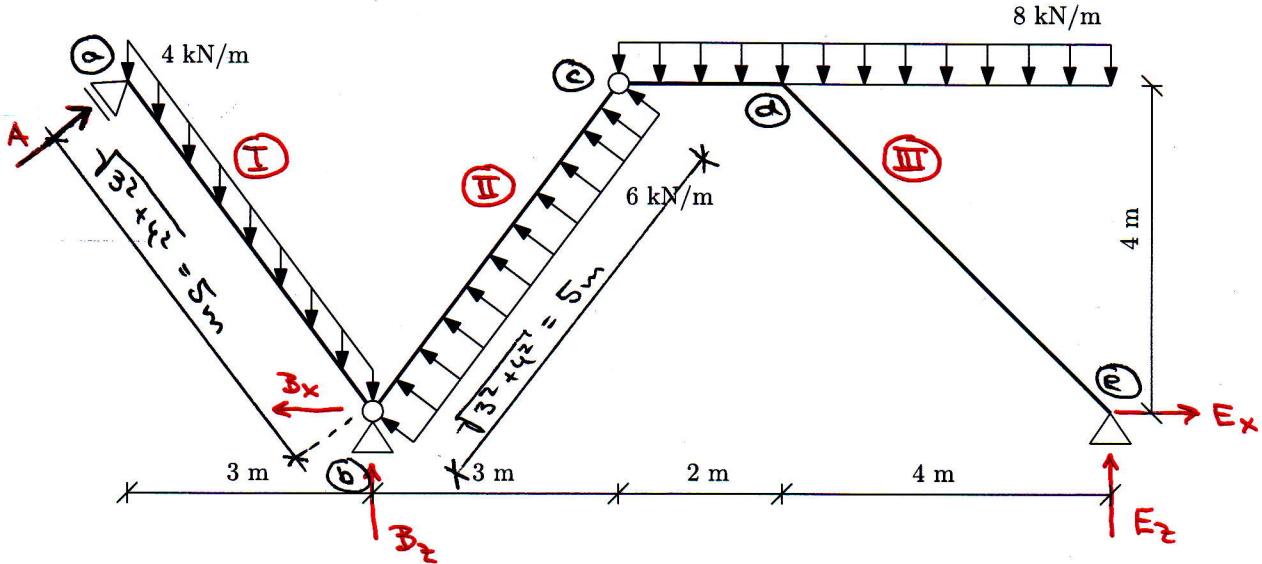
3) SÚVISLÉ ZATÍŽENÍ ZADANÉ NA PRŮMĚT PRUTU (např. užité zatížení, sniž, ...)



RF

2.

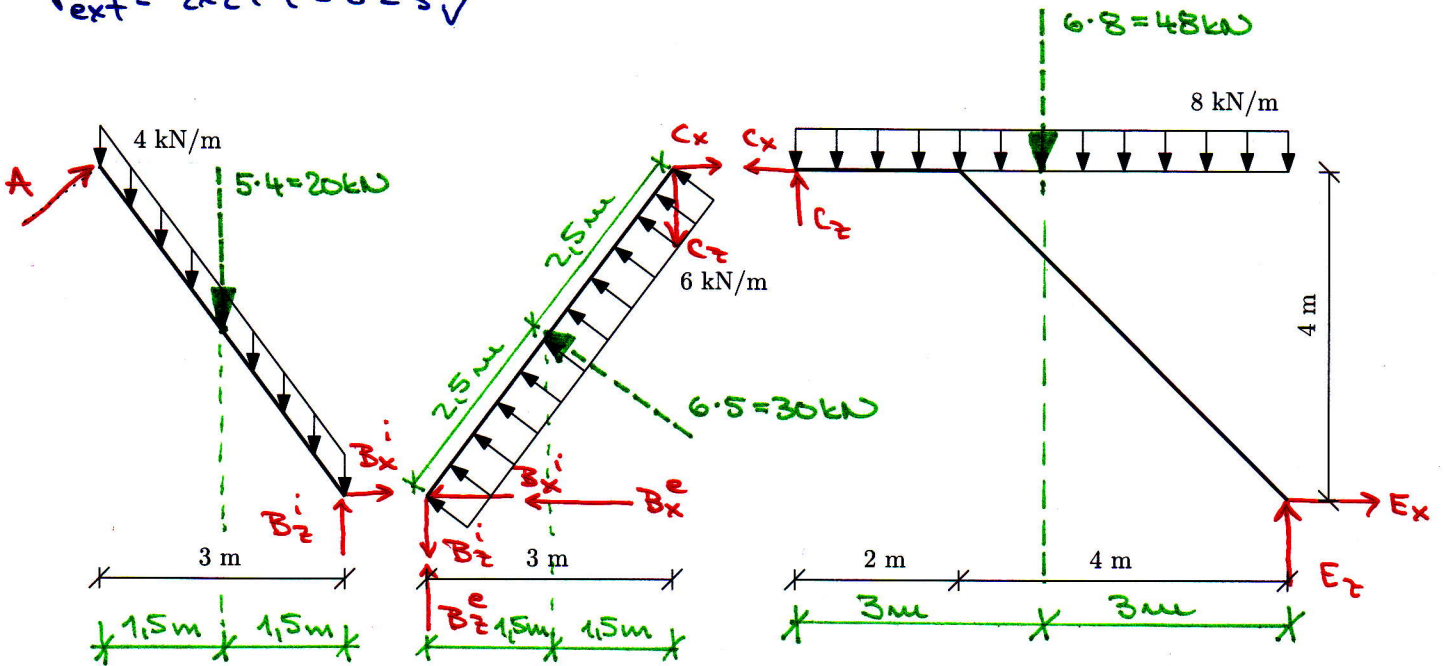
Pro zadanou rovinnou složenou soustavu posuďte statickou určitost a vypočítejte všechny vnější a vnitřní reakce. Konstrukci rozkreslete na jednotlivé desky a v obrázku jasně zakreslete uvažované směry a orientace reakcí. Vždy napište podmínky rovnováhy, ze kterých při výpočtu vycházíte. Výsledné reakce vykreslete do zvláštního obrázku.



$$S = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 1 - 2 \times 2 = 0$$

$$r_{ext} = 2 \times 2 + 1 = 5 \geq 3 \checkmark$$

st. určitá konstrukce

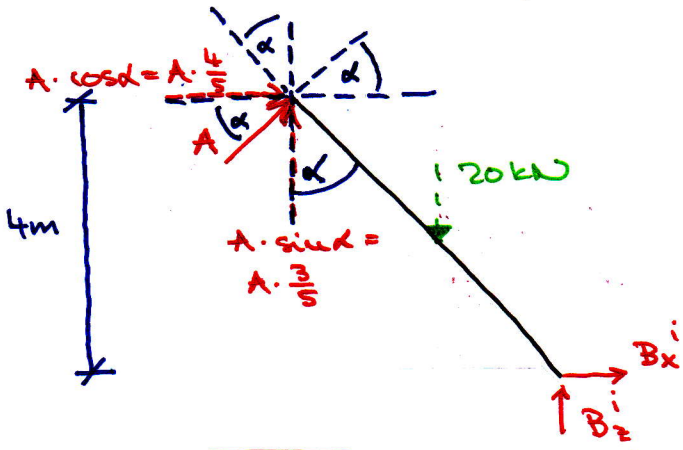


Úvaha: Vnější reakce v kloubu (b) jsou zaměrně umístěny na desku (II). Deska (I) se pak chová jako prostý nosník a od této desky začneme počítat reakce. Zbytek konstrukce se pak spočítá jako trojkloubový rám.

Deska I:

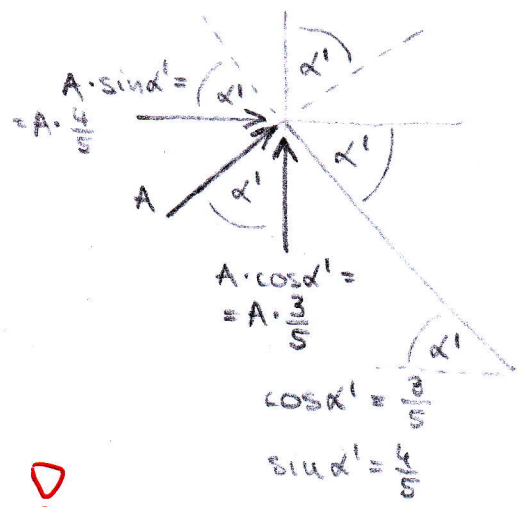
∑M: -A · 5 + 20 · 1,5 = 0, A = 6 kN

k výpočtu Bxⁱ a Bzⁱ potřebují silové podmičky rovnováhy, proto rozkládáme A do průmětů Ax a Az



Úhel alpha si vyberáme k výpočtu, není to ale jediná volba.

cos alpha = přilehlá odvěsna / přepona = 4/5
sin alpha = protilehlá odvěsna / přepona = 3/5



! KONTROLA SPRÁVNOSTI ROZKLADU: !

momentový účinek síly A na rameni 5m musí být stejný jako momentový účinek od Ax a Az na příslušných ramenech:

A · 5 = Ax · 4 + Az · 3
A · 5 = 4/5 A · 4 + 3/5 A · 3
A · 5 = A (16/5 + 9/5)
5A = 25/5 A ✓

→: 4/5 A + Bxⁱ = 0, Bxⁱ = -4,8 kN

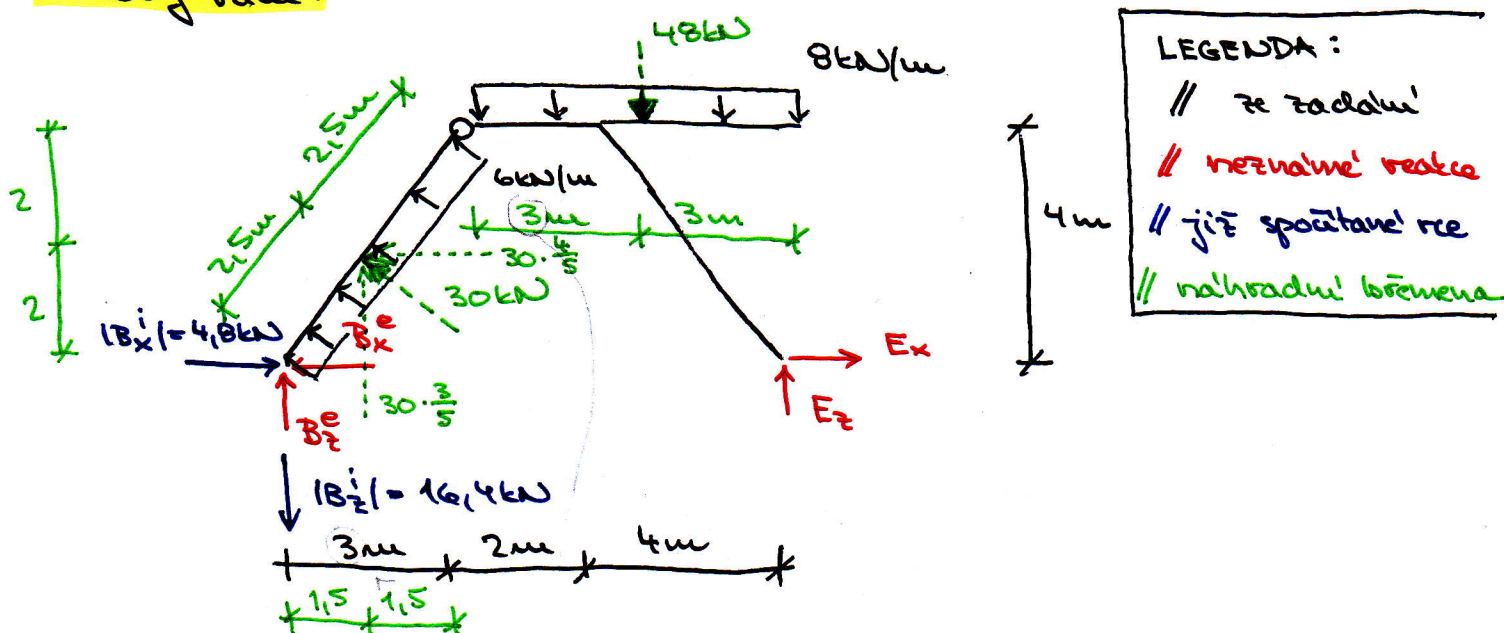
↑: 3/5 A + Bzⁱ - 20 = 0, Bzⁱ = 16,4 kN

kontrola: ∑M: -20 · 1,5 + Bzⁱ · 3 + Bxⁱ · 4 = 0 ✓

Na desce (II.) máme nyní 4 neznámé reakce (B_x^e, B_z^e, C_x, C_z),
 na desce (III.) také 4 neznámé reakce (C_x, C_z, E_x, E_z). Pro
 každou desku máme k dispozici jen tolik nezávislých rovnic,
 kolik máme stupňů volnosti (tzn. 3 pro desku v rovině).

Proto musíme dále počítat buď se spojenými deskami (II.) + (III.)
 nebo s celou konstrukcí. Obě varianty vedou na výpočet největších
 reakcí B_z^e a E_z z momentových podmínek o číselné body a b.

VARIANTA desek (II.) + (III.), které se dohromady chovají jako trojúhelní-
 bouy' váhu:



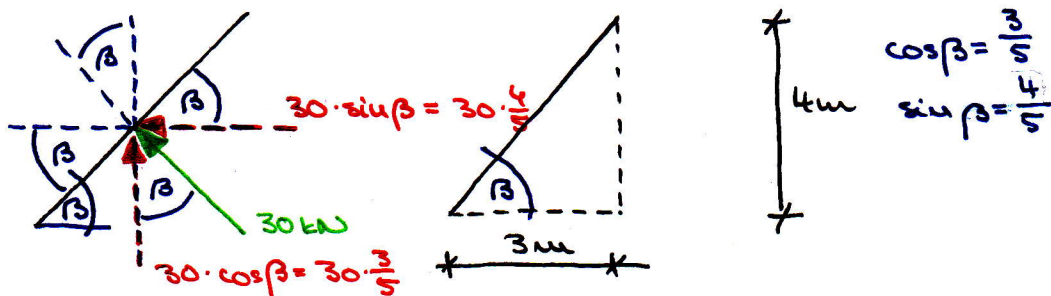
$\sum \mathcal{M}_b: 30 \cdot 2,5 - 48 \cdot (3+3) + E_z \cdot (3+2+4) = 0 \quad \boxed{E_z = 23,667 \text{ kN}}$

$\sum \mathcal{M}_e: 16,4 \cdot (3+2+4) - B_z^e \cdot (3+2+4) - 30 \cdot \frac{3}{5} (1,5+2+4) + 30 \cdot \frac{4}{5} \cdot 2 + 48 \cdot 3 = 0$

$\boxed{B_z^e = \frac{204,6}{4} = 22,733 \text{ kN}}$

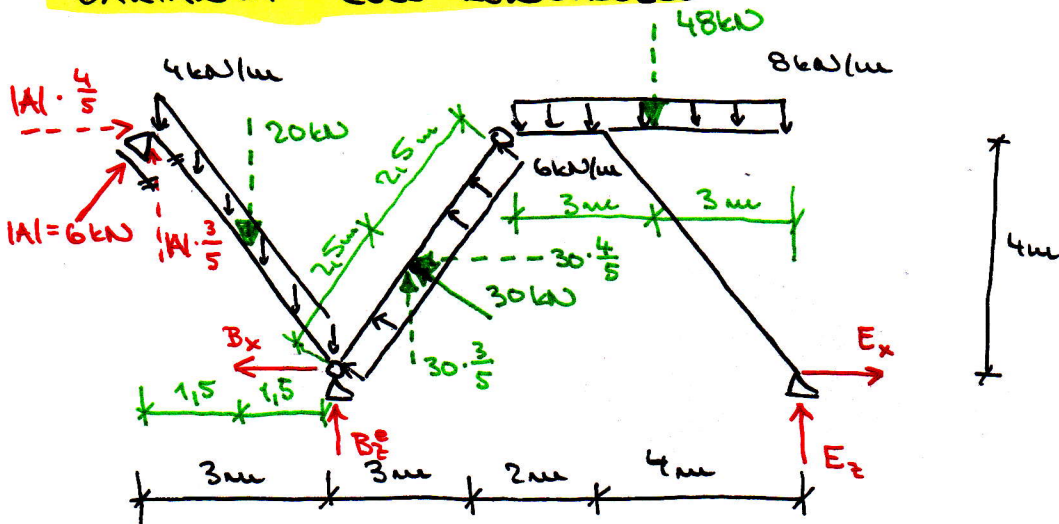
kontrola: $\uparrow: B_z^e - |B_z^i| + 30 \cdot \frac{3}{5} - 48 + E_z \stackrel{?}{=} 0$

rozklad síly 30kN do vodorovného a svislého směru:



! KONTROLA: $30 \cdot 2,5 \stackrel{?}{=} 30 \cdot \frac{3}{5} \cdot 1,5 + 30 \cdot \frac{4}{5} \cdot 2$ (moment. účinek okolo 'b')
 $75 = 75 \quad \checkmark \quad \text{OK}$

VARIANTA CELE KONSTRUKCE



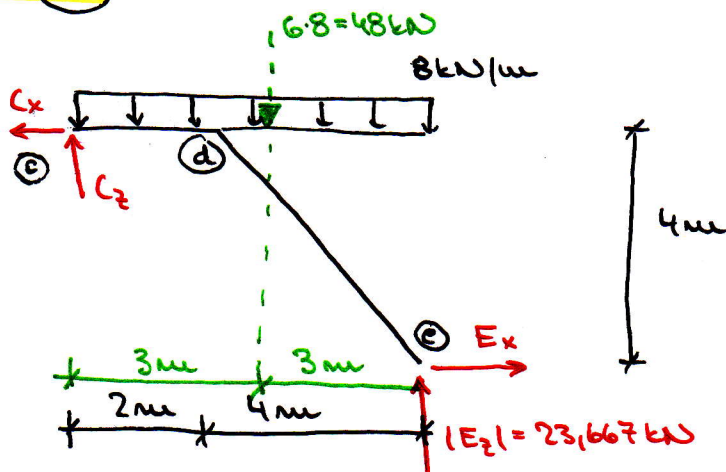
$\sum \overset{\curvearrowright}{M} : E_z \cdot (3+2+4) - 48 \cdot (3+3) + 30 \cdot 2,5 - 6 \cdot 5 + 20 \cdot 1,5 = 0, \quad E_z = 23,667 \text{ kN}$

$\sum \overset{\curvearrowright}{M} : -|A| \cdot \frac{4}{5} \cdot 4 - |A| \cdot \frac{3}{5} \cdot (3+3+2+4) + 20 \cdot (1,5+3+2+4) + 30 \cdot \frac{4}{5} \cdot 2 - 30 \cdot \frac{3}{5} \cdot (1,5+2+4) - B_z^e \cdot (3+2+4) + 48 \cdot 3 = 0, \quad B_z^e = 22,733 \text{ kN}$

kontrola:

$\uparrow : |A| \cdot \frac{3}{5} - 20 + B_z^e + 30 \cdot \frac{3}{5} - 48 + E_z \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{OK}$

DESKA III.



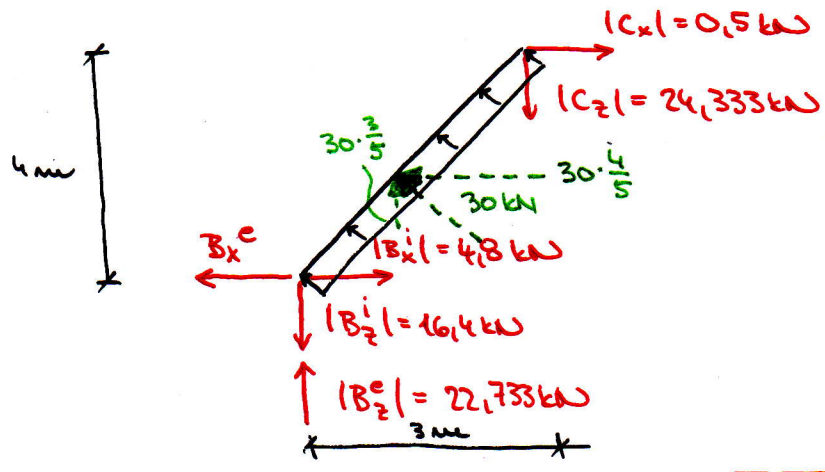
$\uparrow : C_z - 48 + |E_z| = 0, \quad C_z = 24,333 \text{ kN}$

$\sum \overset{\curvearrowright}{M} : -C_z \cdot 6 + C_x \cdot 4 + 48 \cdot 3 = 0, \quad C_x = 0,5 \text{ kN}$

$\rightarrow : -C_x + E_x = 0, \quad E_x = 0,5 \text{ kN}$

kontrola: $\sum \overset{\curvearrowright}{M} : -48 \cdot 3 + |E_z| \cdot 6 + E_x \cdot 4 \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{OK}$

DESKA II.



$\rightarrow : -B_x^e + |B_x^i| + |C_x^1| - 30 \cdot \frac{4}{5} = 0 \quad |B_x^e = -18,7 \text{ kN}|$

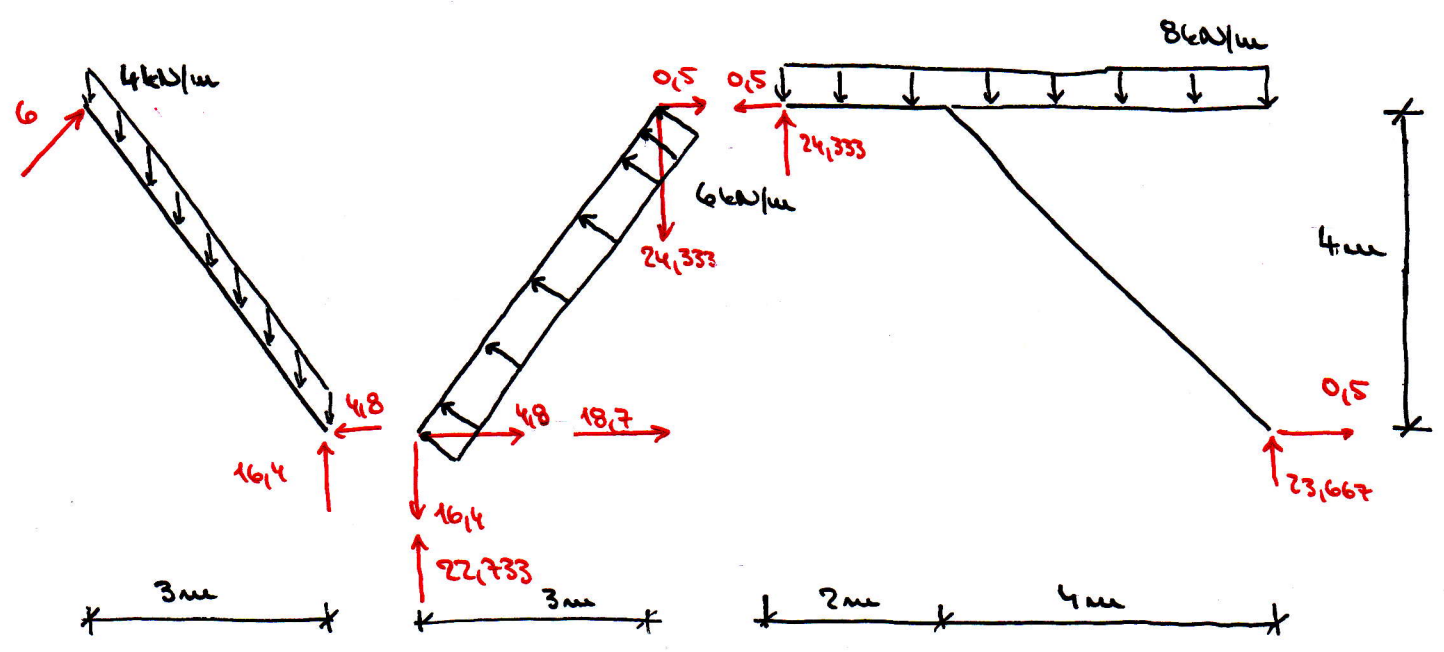
kontrola: $\uparrow : |B_z^e| - |B_z^i| - |C_z^1| + 30 \cdot \frac{3}{5} \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

$\curvearrowright : |B_x^i| \cdot 4 - B_x^e \cdot 4 + |B_z^i| \cdot 3 - |B_z^e| \cdot 3 - 30 \cdot 2,5 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

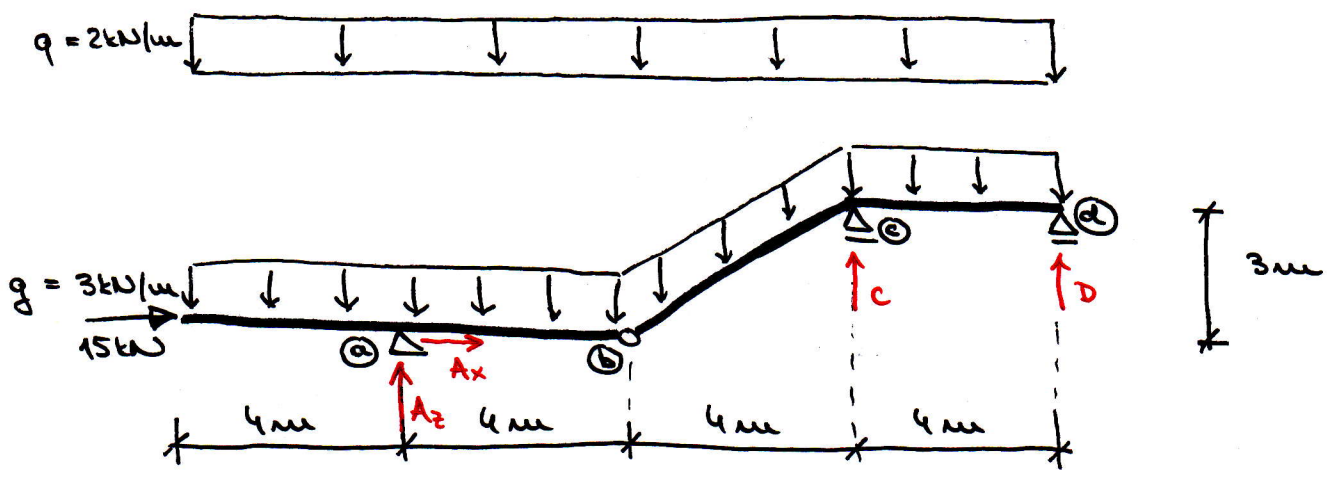
kontrola: (USE)

$\rightarrow : \frac{4}{5} \cdot A - B_x^e - 30 \cdot \frac{4}{5} + E_x \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

UYSLEDNE REAKCE:



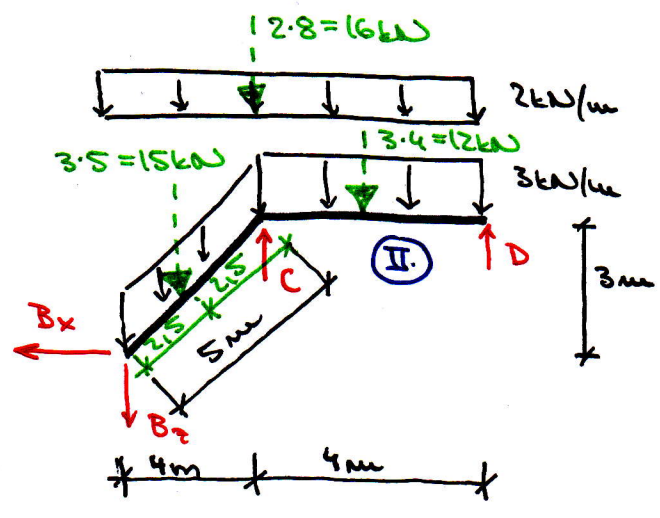
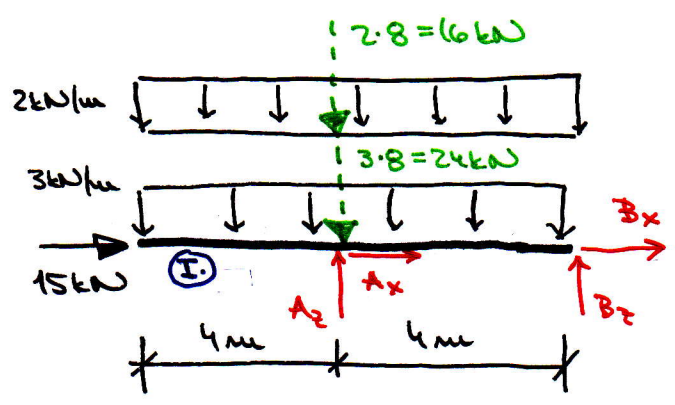
Pf. Pro zadanou konstrukci posuďte statickou určitost a vypočítejte výsledný reakce. Konstrukci rozřešte na jednotlivé části a v obrátcích zakreslete uvažované směry a orientace reakcí. Učty napíšte, že št. podmínek rovnováhy vycházíte. Výsledné reakce zakreslete do samostatného obrázku.



$$S = 2 \times 3 - 2 - 2 \times 1 - 2 = 0$$

$$r_{ext} = 4 \geq 3 \checkmark$$

st. určitá konstrukce



USE:

→ : $15 + A_x = 0$ $A_x = -15 \text{ kN}$

(I) → : $15 + A_x + B_x = 0$ $B_x = 0 \text{ kN}$

↺ : $B_z \cdot 4 = 0$ $B_z = 0 \text{ kN}$

↑ : $A_z - 24 - 16 = 0$ $A_z = 40 \text{ kN}$

kontrola: ↺ : $-A_z \cdot 4 + 24 \cdot 4 + 16 \cdot 4 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

II.

$$\sum \mathcal{M}_z: \overbrace{B_z \cdot 4}^{-B_x \cdot 3^*} + 15 \cdot 2 - 12 \cdot 2 + D \cdot 4 = 0 \quad (D = -1,5 \text{ kN})$$

$$\uparrow: -B_z - 15 + C - 16 - 12 + D = 0 \quad (C = 44,5 \text{ kN})$$

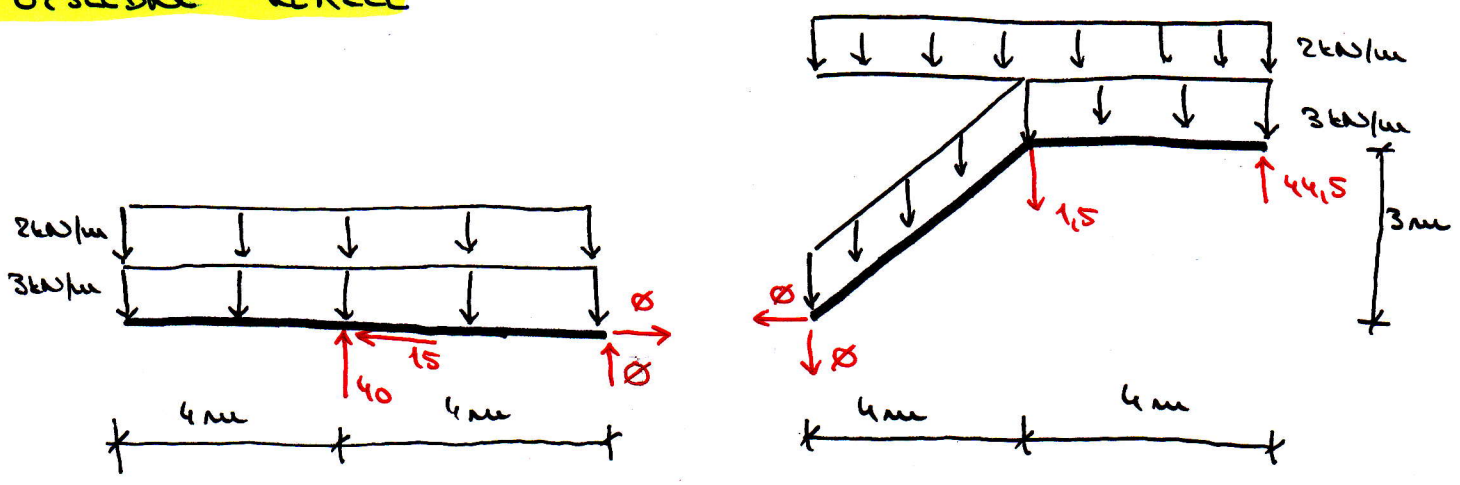
Kontrola: $\sum \mathcal{M}_z: B_z \cdot 8 - B_x \cdot 3 + 15 \cdot (4+2) + 16 \cdot 4 + 12 \cdot 2 - C \cdot 4 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

USE

: kontrola:

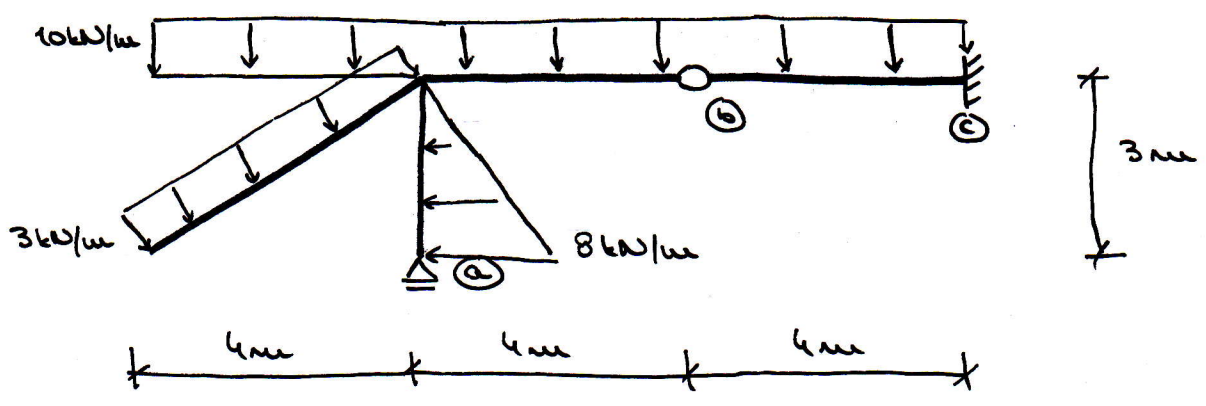
$$\uparrow: A_z + C + D - 16 - 24 - 15 - 16 - 12 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

UYSLEDNE REAKCE



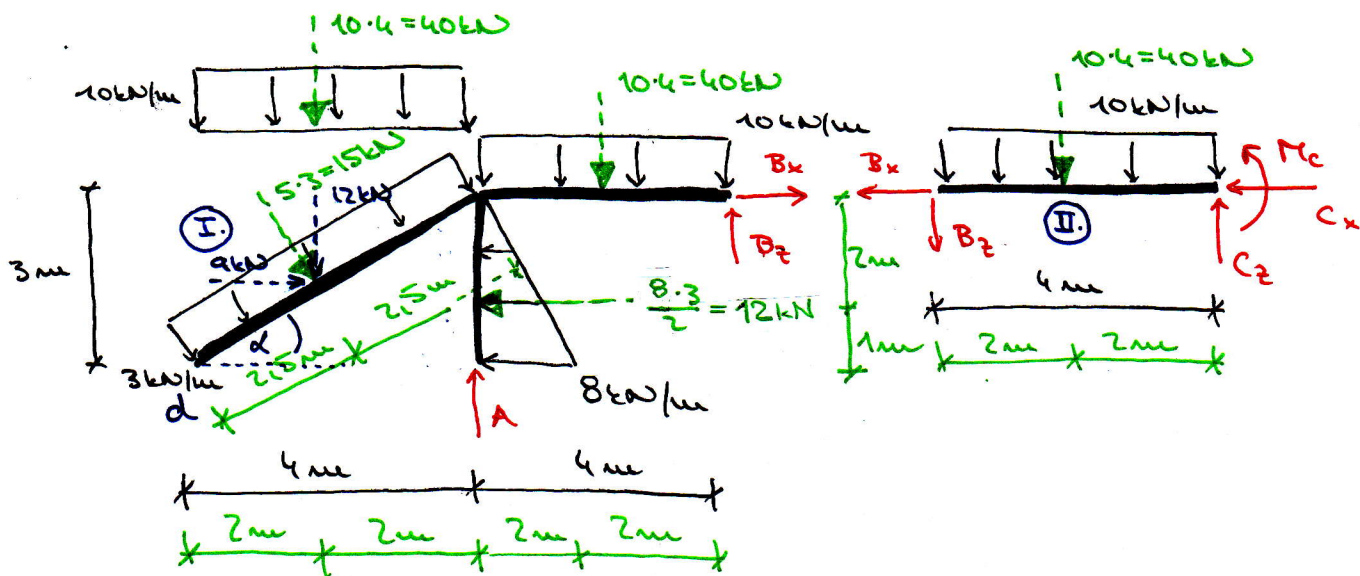
Pr.

Posoudit st. urč.lost, rozčeslit na desky, zavest reakce, napsat pouzivane podminky rovnovahy a vysledek zakreslit do samostatneho obrázku.

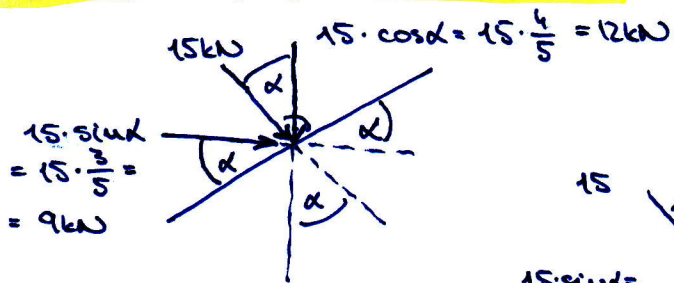


$$S = 2 \times 3 - 1 - 3 - 2 = 0 \quad \text{st. urč. lce}$$

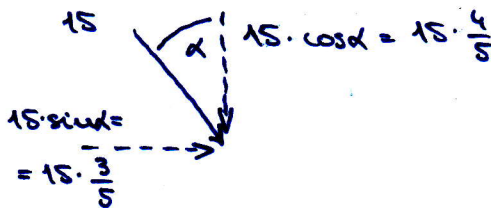
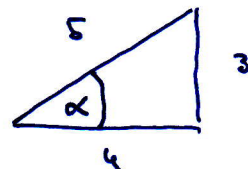
$$r_{ext} = 1 + 3 = 4 \geq 3 \quad \checkmark$$



Rozklad šikmého zatížení:



$\cos \alpha = \frac{4}{5}$
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$



Kontrola:

moment. účinek k bodu d od náhradního břemene 15 kN musí být stejný jako součet moment. účinků od prouždi do x a z směru

(d) : $15 \cdot 2,5 \stackrel{?}{=} 15 \cdot \frac{3}{5} \cdot 1,5 + 15 \cdot \frac{4}{5} \cdot 2$ [kNm]
 $37,5 \stackrel{?}{=} 37,5$ [kNm]

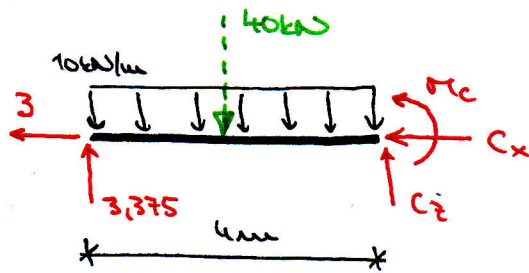
DESKA I.:

$\rightarrow : B_x + 9 - 12 = 0$, $B_x = 3 \text{ kN}$
 $\curvearrowright a : -9 \cdot 1,5 + 12 \cdot 2 + 40 \cdot 2 + 12 \cdot 1 - 40 \cdot 2 + B_z \cdot 4 - B_x \cdot 3 = 0$
 $B_z = -3,375 \text{ kN}$
 $\uparrow : -12 - 40 + A - 40 + B_z = 0$, $A = 95,375 \text{ kN}$

Kontrola: $\curvearrowright b : 9 \cdot 1,5 + 12 \cdot 6 + 40 \cdot 6 - A \cdot 4 - 12 \cdot 2 + 40 \cdot 2 \stackrel{?}{=} 0$ ✓

↑ tím máme zkontrolováno A a protože výpočet pro A vycházel ze znalosti Bz a Bx, tak zároveň i Bx a Bz

DESKA II.



$$\uparrow : C_z + 3,375 - 40 = 0 \quad , \quad C_z = 36,625 \text{ kN}$$

$$\rightarrow : -3 - C_x = 0 \quad , \quad C_x = -3 \text{ kN}$$

$$\curvearrow C : -3,375 \cdot 4 + 40 \cdot 2 + M_c = 0 \quad , \quad M_c = -66,5 \text{ kNm}$$

kontrola: $\curvearrow b : -40 \cdot 2 + C_z \cdot 4 + M_c \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

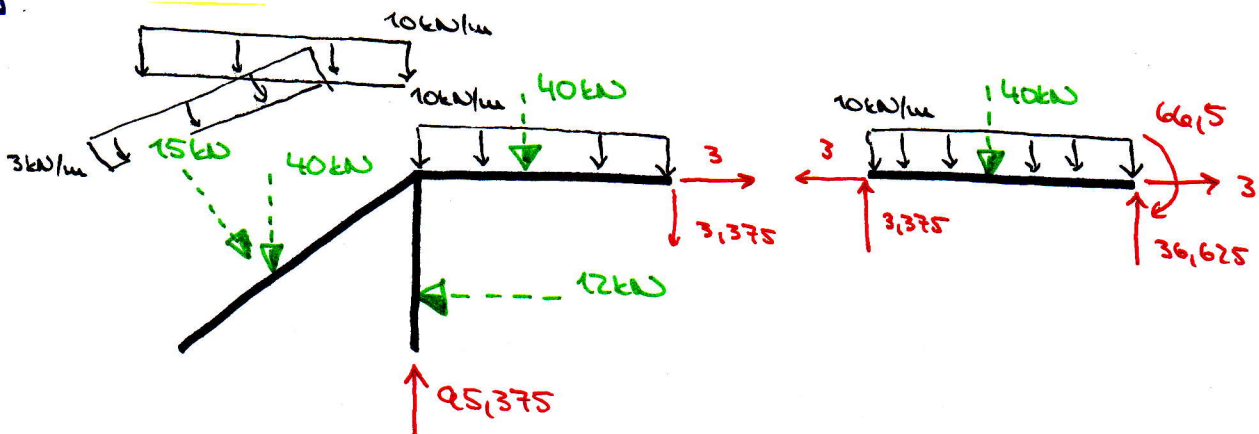
↳ tleu zkontroluji C_z a M_c , ale nikoliv C_x , nicméně tam je výpočet méně náročný a kontrola není tak nutná (provedu ale virtuální kontrolu, že sedí znaménko)

kontrola přes rovnováhu na celé konstrukci:

$$\uparrow : A + C_z - 40 - 12 - 40 - 40 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

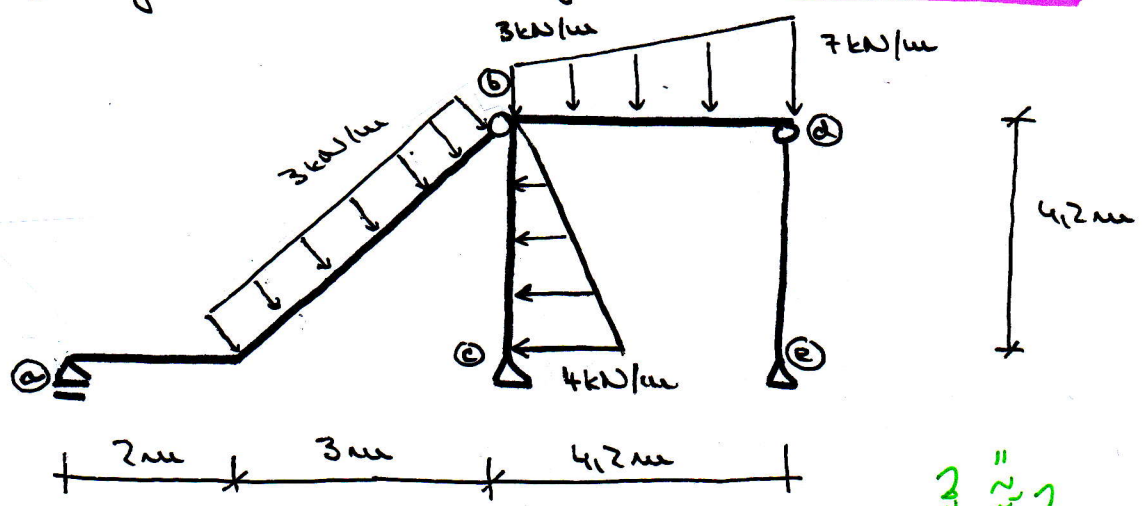
$$\rightarrow : Q - 12 - C_x \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

Výsledné reakce:



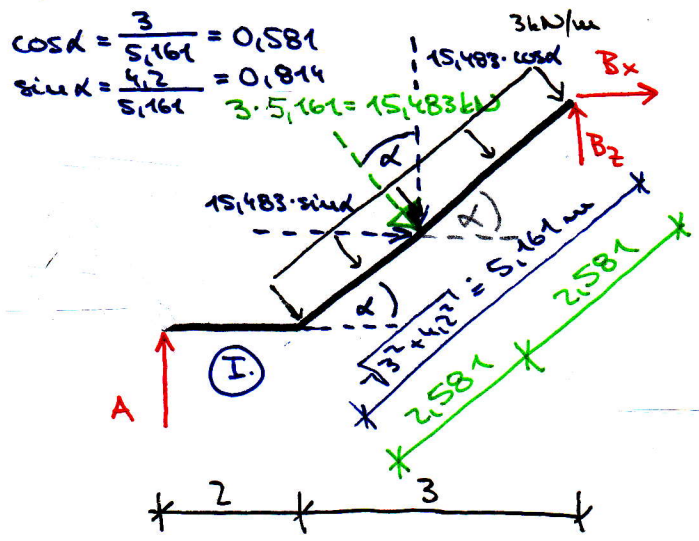
Pf.

stat. určitost, vypočítat reakce, rozkreslit na desky + zakreslit předpokl.
 směry a orientace reakcí, vytkedež do samost. obrátek

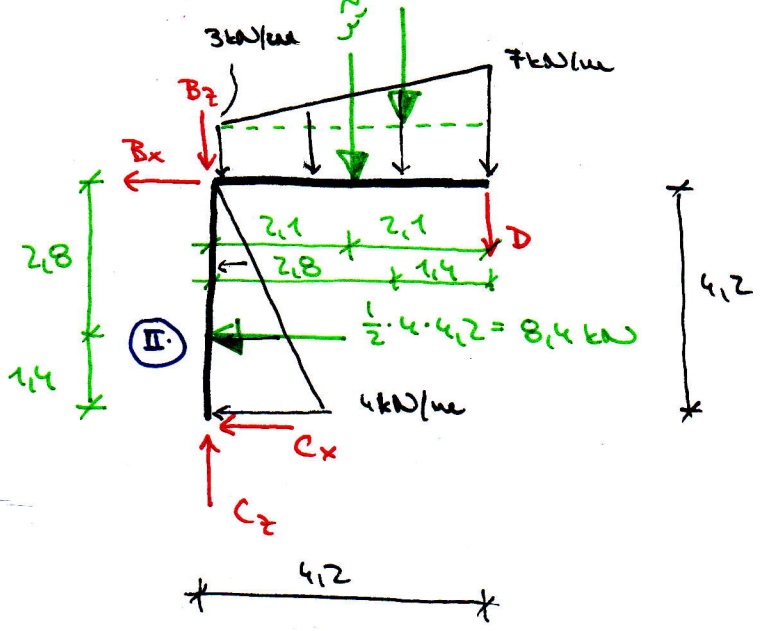


$$S = 2 \times 3 - 1 - 2 - 2 - 1 = 0$$

$$\Gamma_{ext} = 1 + 2 + 1 = 4 \geq 3 \checkmark$$



st. urč. kce



DESKA (I.)

$$\rightarrow : B_x + 15,483 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\curvearrowleft : -A \cdot 5 + 15,483 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5,161 = 0$$

$$\uparrow : A + B_z - 15,483 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$B_x = -12,603 \text{ kN}$$

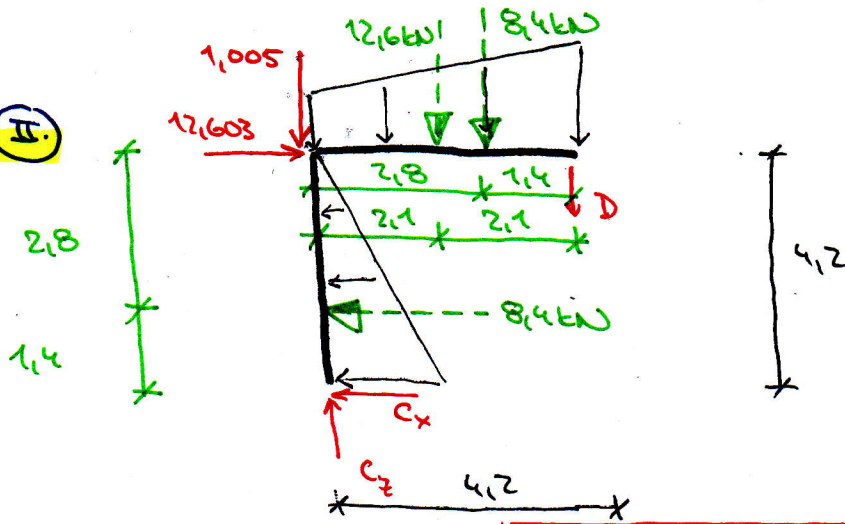
$$A = 7,991 \text{ kN}$$

$$B_z = 1,005 \text{ kN}$$

$$k.: \curvearrowright : -15,483 \cdot \sin \alpha \cdot 2,1 - 15,483 \cdot \cos \alpha \cdot 3,5 + B_z \cdot 5 - B_x \cdot 4,2 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

→ tme odkontroluji Bx a Bz přímno a A nepřímno, protože A používáme pro vypočet Bz z svisek podměrně rovnováhy

DESKA II.



$$\rightarrow : 12,603 - C_x - 8,4 = 0 \quad | \quad C_x = 4,203 \text{ kN}$$

$$\curvearrow : -12,6 \cdot 2,1 - 8,4 \cdot 2,8 + 8,4 \cdot 1,4 - 12,603 \cdot 4,2 - D \cdot 4,2 = 0$$

$$| \quad D = -21,703 \text{ kN}$$

$$\uparrow : C_z - 1,005 - 12,6 - 8,4 - D = 0 \quad | \quad C_z = 0,302 \text{ kN}$$

kontrola: $\curvearrow d : -C_z \cdot 4,2 - C_x \cdot 4,2 - 8,4 \cdot 2,8 + 1,005 \cdot 4,2 + 12,6 \cdot 2,1 + 8,4 \cdot 1,4 \stackrel{?}{=} 0$

↳ odkontrolovano C_x a C_z přímo a D nepřímo (C_x x počítal $\neq D$)

kontrola (I.+II.):

$$\uparrow : A + C_z - D - 15,483 \cdot 0,581 - 12,6 - 8,4 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

$$\rightarrow : -C_x + 15,483 \cdot 0,814 - 8,4 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

UŠLEDNĚ REAKCE:

