

SMO1 - 12. cvičení

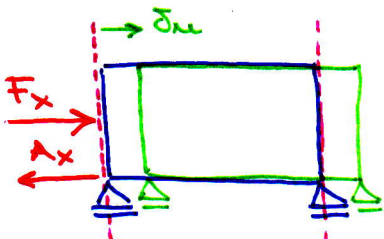
1.

ÚPOČET REAKCI KINEMATICKOU METODOU

- využíváme principu virtuálních přemístění (Lagrangeův princip), který říká, že

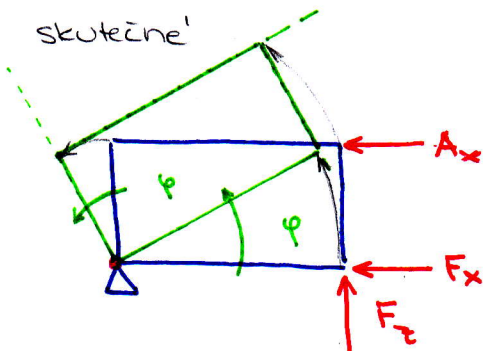
"Soustava sil působící na tuhý objekt nebo složenou soustavu je v rovnováze tehdy a jen tehdy, je-li při virtuálním přemístění objektu nebo složené soustavy součet virtuálních prací všech působících sil roven nule. Matematicky: $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \delta \vec{s}_i = 0$."

(Kufner, Kratěnová, Kuklíč: Technická mechanika - Příklady. ČVUT v Praze, 1994, str. 124.)

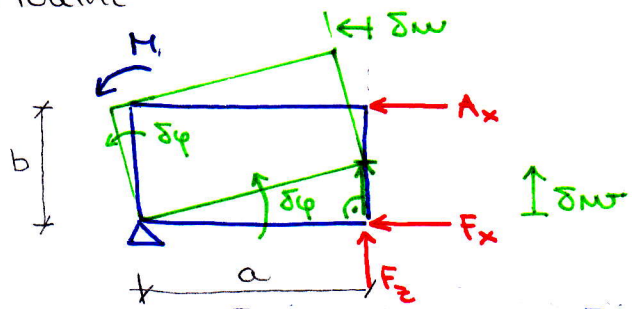


$$\delta W = F_x \cdot \delta u - A_x \cdot \delta u = 0$$

1x stat. převertita konstrukce, může se posouvat ve vodorovném směru

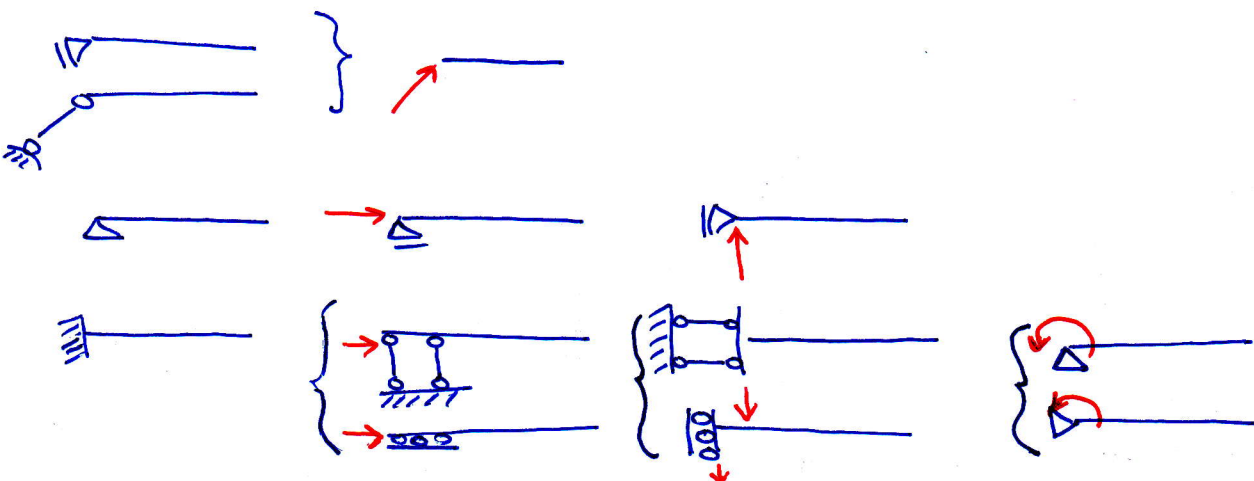


virtuální

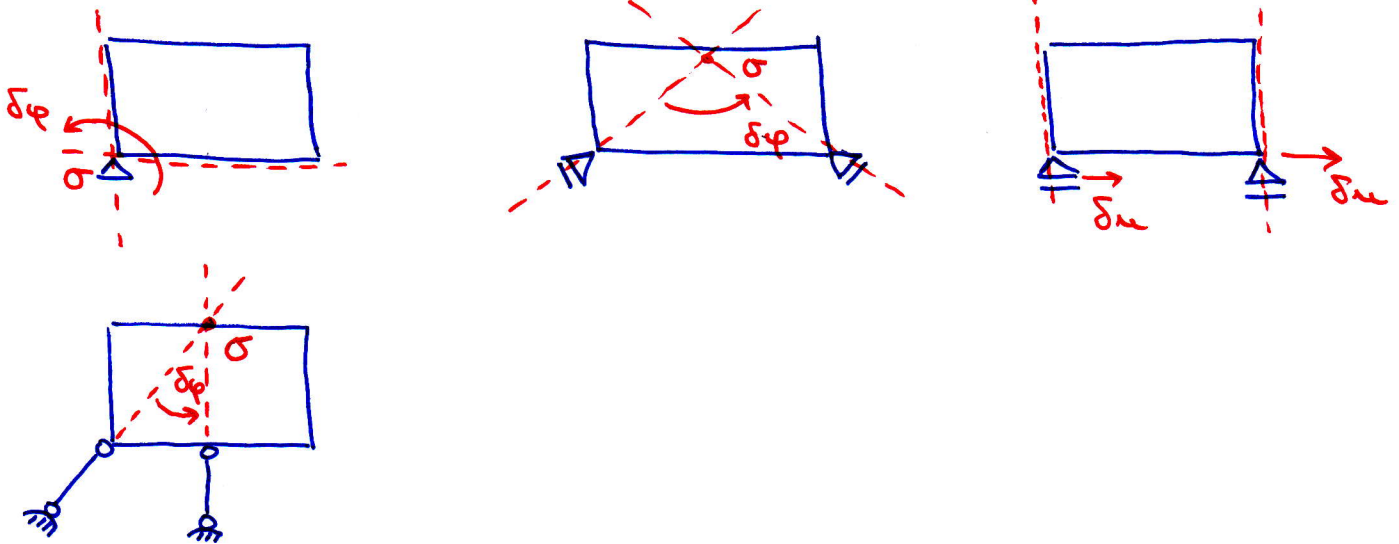


$$\delta W = F_z \cdot \delta w + A_x \cdot \delta w + M \cdot \delta \phi = 0$$

Uvolněné vazby:

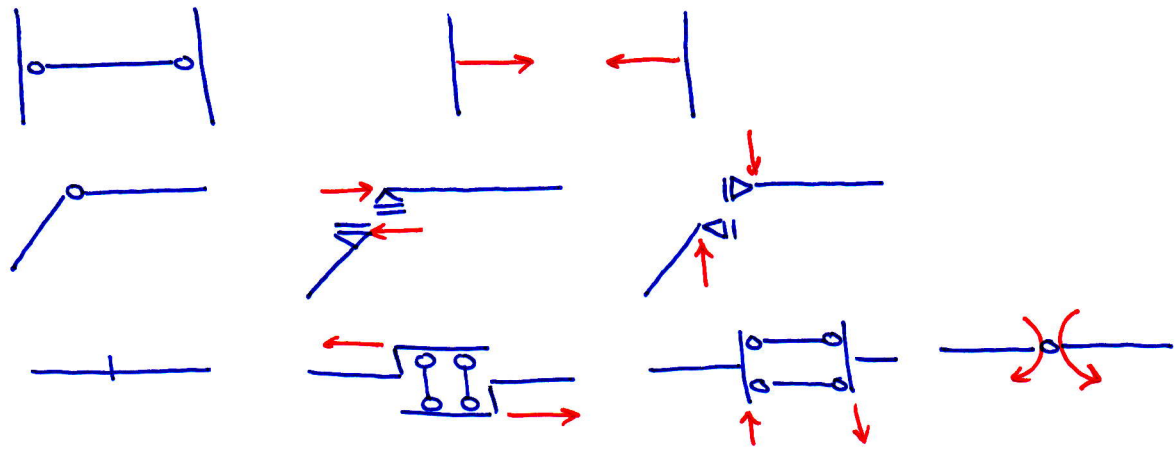


Střed y otačení :

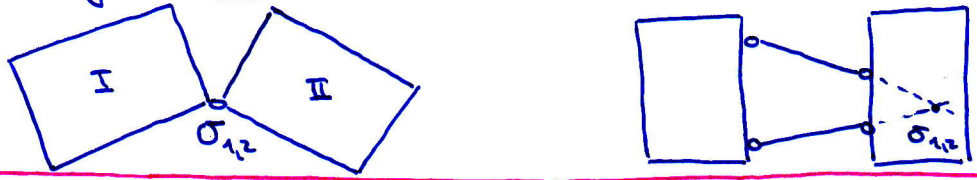


SLOŽENÉ SOUSTAVY

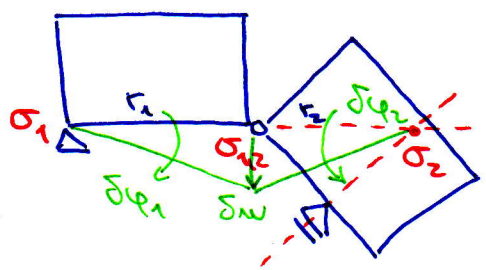
Uvolnění vnitřních vazeb :



Uzájemný střed otačení dvou desek



Pro uvolnění třípolového věta:
 Střed y otačení desky I (O_1) a desky II (O_2) leží na jedné přímce se vzájemným středem O_{12} .

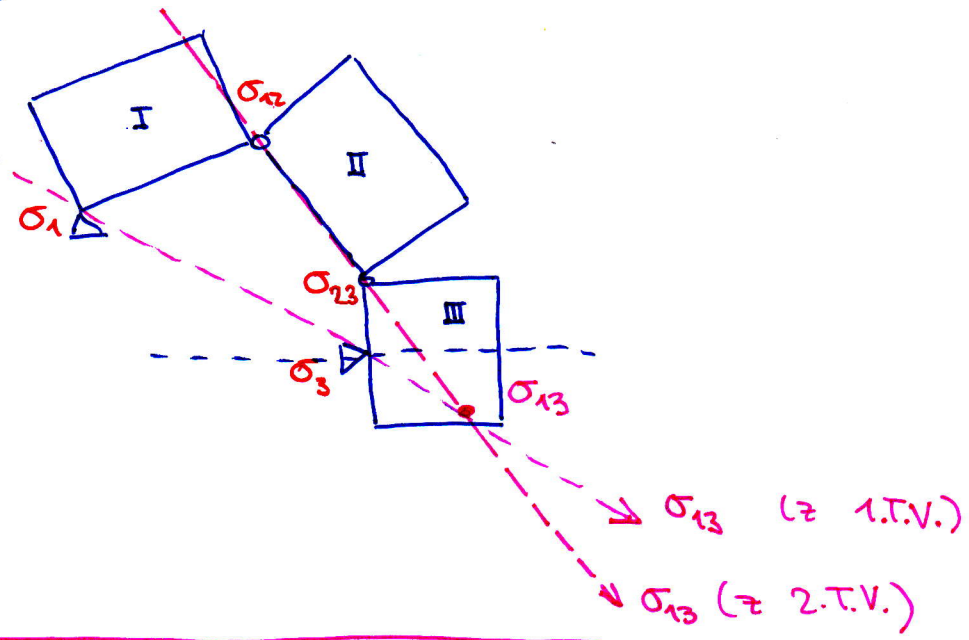


$$\left. \begin{aligned} \delta w &= r_1 \cdot \delta \varphi_1 && \text{z desky I} \\ \delta w &= r_2 \cdot \delta \varphi_2 && \text{z desky II} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow r_1 \delta \varphi_1 = r_2 \delta \varphi_2$$

$$\delta \varphi_2 = \frac{r_1}{r_2} \delta \varphi_1$$

Vzájemné středy otáčení tří těles

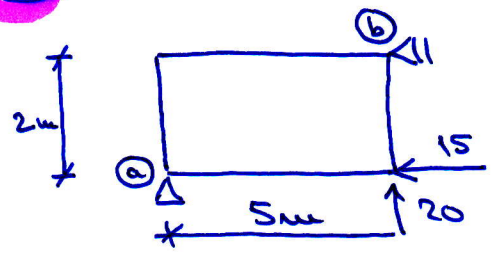


Druhá třípolová věta
Tři vzájemné středy otáčení tří těles leží na jedné přímce.

Možný výpočet postup pro tuhá tělesa.

- 1) Zkontroluji, je-li konstrukce staticky určita.
- 2) Pro výpočet určité reakce uvolním příslušnou vazbu a zavedu do ní reakci (neznámou sílu, která je skutečná).
- 3) Konstrukci udelím virtuální přemístění ve shodě se zbylými reakcemi.
- 4) Síly konají práci na posunech a momenty na potočeních.
- 5) $\sum \vec{F}_{xi} \cdot \delta \vec{u}_i + \sum \vec{F}_{zj} \cdot \delta \vec{w}_j + \sum \vec{M}_k \cdot \delta \vec{\varphi}_k = 0$
- 6) Provedu kontrolu přes podmínky rovnováhy.

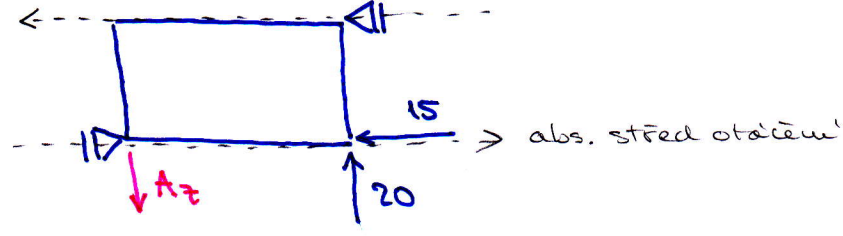
Př. kinematickou metodou spočítejte všechny reakce.



1) $s = 3 - 2 - 1 = 0 \checkmark$ st. urč. těl. (t. nem. mechanismus)

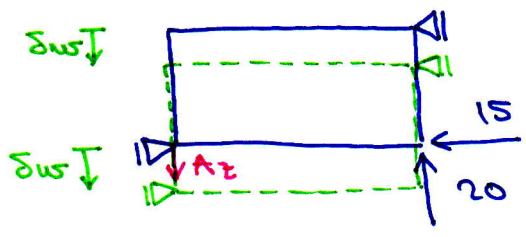
Výpočet reakce A_z :

2) Uvolním vazbu a zavedu reakci A_z (s libovolnou orientací)
abs. střed otáčení



těleso se posune

3) Virtuální přemístění v souladu se zbylými vazbami.



původní lokace posunuté těleso o δw (těleso je tuhé a nijak se nezdeformuje)

4) Síla A_z koná práci na virtuálním posunu δw v kladném směru (v souladu se směrem posunutí). Síla 20kN koná zápornou práci na posunu δw . Síla 15kN práci netkoná, protože se těleso neposunulo vodorovně (ve směru působení síly 15kN).

5) $\delta W = A_z \cdot \delta W - 20 \cdot \delta W = 0$

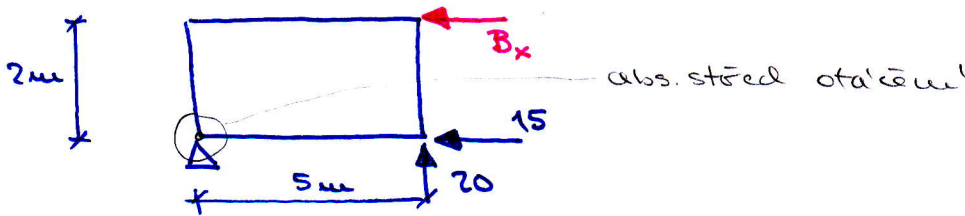
rovnici mohu virtualně posunout δW ucytřit:

$A_z - 20 = 0$

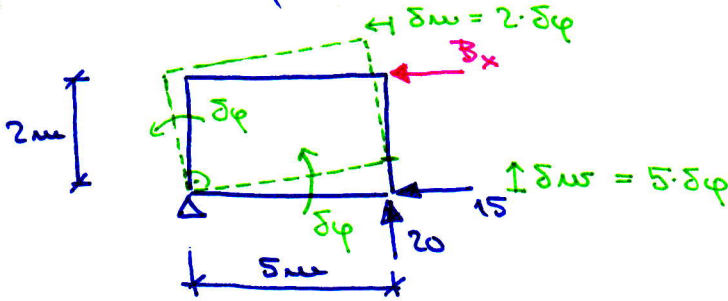
$A_z = 20 \text{ kN}$

Uypočet reakce B_x :

2) Uvolním vazbu v b a zavedu reakci B_x .



3) Virtualně přemístění v souladu se zbylymi vazbami.



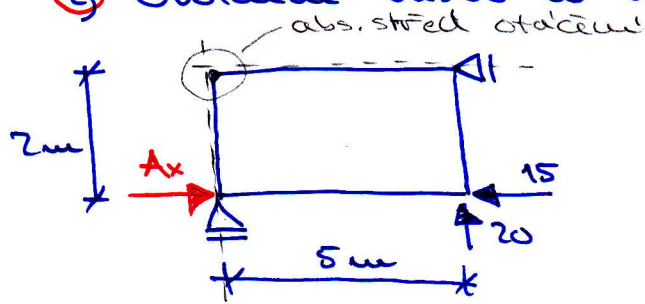
! aby se dala rovnice $\delta W = 0$ ucytřit virtualně přemístěním, musíme δW a δW převést přes pootočení $\delta \varphi$ a tím získáme jen 1 přemístění!

- 4) Síla 20 kN působí na posunutí δW , které je rovno $5 \cdot \delta \varphi$. Síla 15 kN nepracuje na žádném posunutí (zanedbáváme ho). Síla B_x pracuje na kladném posunutí δW rovně $2 \cdot \delta \varphi$.

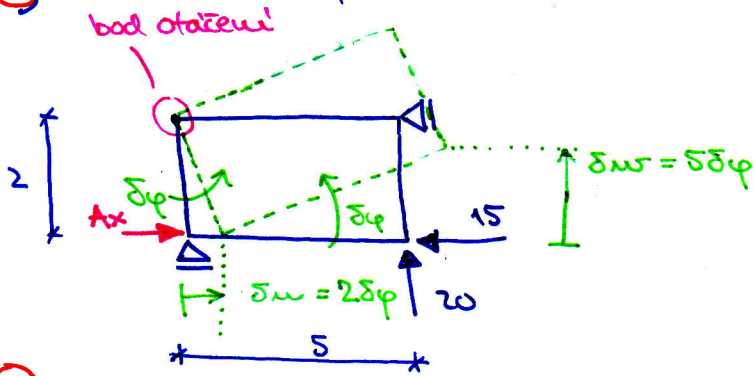
5) $\delta W = 20 \cdot 5 \delta \varphi + B_x \cdot 2 \delta \varphi = 0 \quad | : \delta \varphi$
 $100 + 2B_x = 0$
 $B_x = -50 \text{ kN}$

Uypočet reakce A_x :

2) Uvolním vazbu a ve vodorovném směru a zavedu reakci A_x .



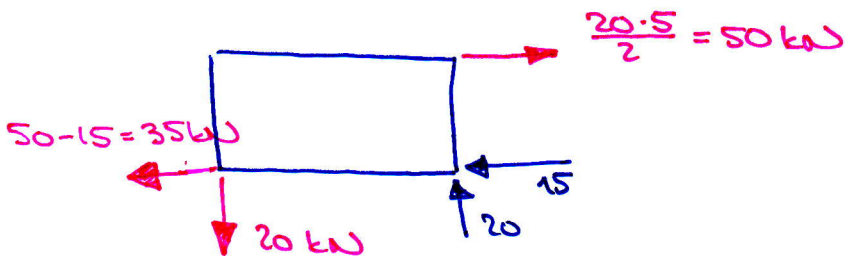
3) Virtuální přemístění u souladu s uvažovaní.



4) Síla A_x pracuje na kladném posunu $2\delta\varphi$, síla 20kN pracuje na kladném posunu $5\delta\varphi$ a síla 15kN pracuje na záporném posunu $2\delta\varphi$.

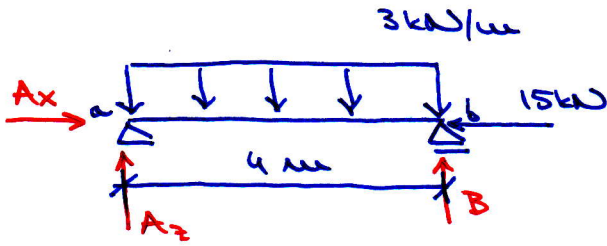
$$\begin{aligned} \delta W &= A_x \cdot 2\delta\varphi + 20 \cdot 5\delta\varphi - 15 \cdot 2\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi \\ 2A_x + 100 - 30 &= 0 \\ \boxed{A_x = -35\text{kN}} \end{aligned}$$

6) kontrola:



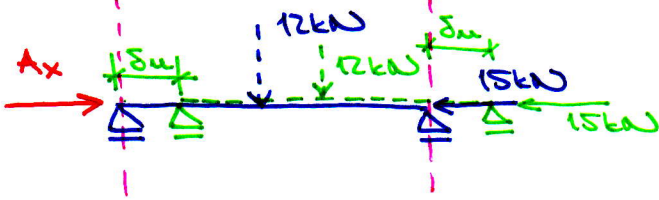
PF

kinematickou metodou použijte všechny uvažité reakce. Výsledné reakce zkontrolujte pomocí statických podmínek rovnováhy.

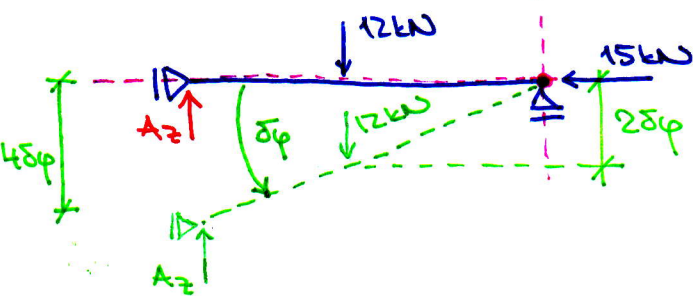


$$S = 3 - 2 - 1 = 0$$

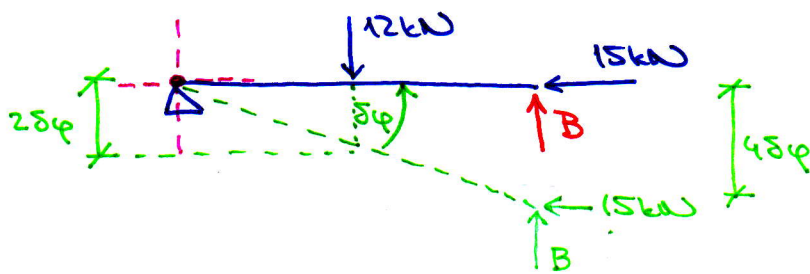
Vypočet reakce Ax



Vypočet reakce Az



Vypočet reakce B



Statické rovnice

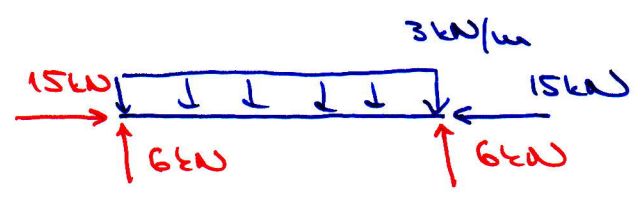
$$\begin{aligned} \rightarrow : A_x - 15 \text{ kN} & \stackrel{?}{=} 0 \checkmark \\ \curvearrowleft : -12 \cdot 2 + B \cdot 4 & \stackrel{?}{=} 0 \checkmark \\ \uparrow : A_z + B - 12 & \stackrel{?}{=} 0 \checkmark \end{aligned}$$

pozna. kladne posuny a otaceni v souřadném systému x-z

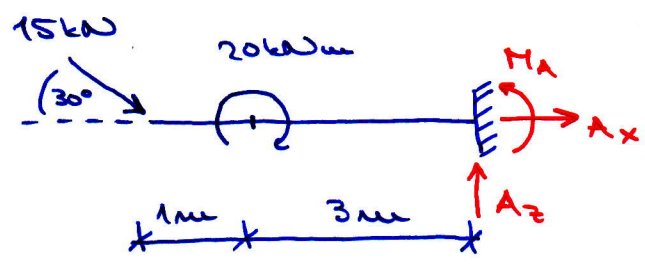
Ax je ve směru kladného posunu, proto ⊕
 $\delta W = A_x \cdot \delta u - 15 \cdot \delta u = 0 \quad | : \delta u$
 síla 15 působí proti kladnému posunu, proto ⊖
Ax = 15 kN

uvažované břemeno otáčí souhlasně s kladným pootočením delta phi, proto ⊕
 $\delta W = 12 \cdot 2\delta\phi - A_z \cdot 4\delta\phi = 0 \quad | : \delta\phi$
 reakce Az (tak, jak je zavedena) otáčí proti kladnému pootočení, proto ⊖
Az = 6 kN

zavedená reakce B otáčí shodně s kladně definovaným úhlem delta phi, proto ⊕
 $\delta W = B \cdot 4\delta\phi - 12 \cdot 2\delta\phi = 0 \quad | : \delta\phi$
 síla 12 otáčí proti kladnému úhlu delta phi, proto ⊖
B = 6 kN

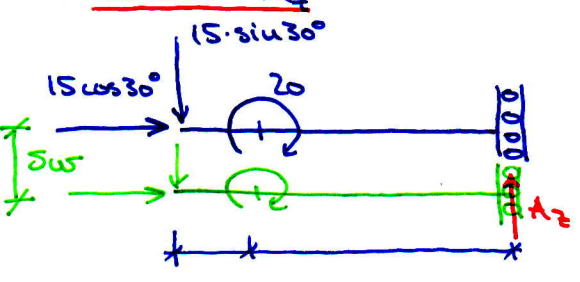


Př. kinematickou metodou spočítejte všechny uvažované reakce.
 Výsledné reakce zkontrolujte statickými podmínkami rovnováhy.



$S = 3 - 3 = 0$

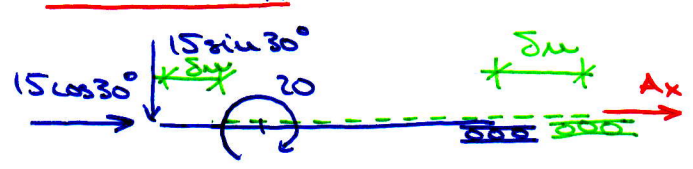
Reakce A_z



$\delta W = 15 \sin 30^\circ \delta w - A_z \delta w = 0 \quad | : \delta w$
 $A_z = 7,5 \text{ kN}$

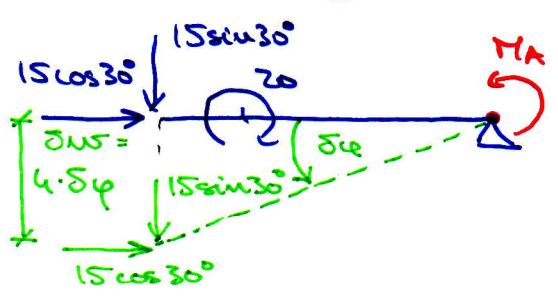
*Az působí proti klack-
 němu posunu δw*

Reakce A_x



$\delta W = A_x \delta u + 15 \cos 30^\circ \cdot \delta u = 0 \quad | : \delta u$
 $A_x = -12,99 \text{ kN}$

Reakce M_A



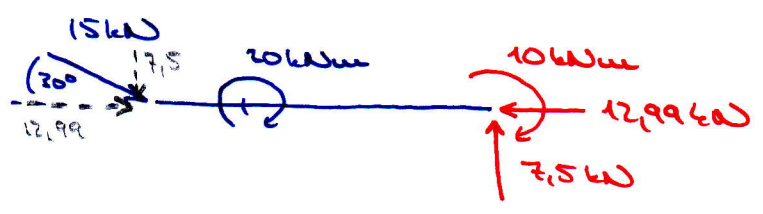
$\delta W = 15 \sin 30^\circ \cdot 4 \delta \varphi - 20 \delta \varphi + M_A \delta \varphi = 0 \quad | : \delta \varphi$
 $M_A = -10 \text{ kNm}$

NEBO:
 $\delta W = 15 \cdot \sin 30^\circ \cdot \delta w - 20 \cdot \frac{\delta w}{4} + M_A \cdot \frac{\delta w}{4} = 0 \quad | : \delta w$
 $M_A = -10 \text{ kNm}$

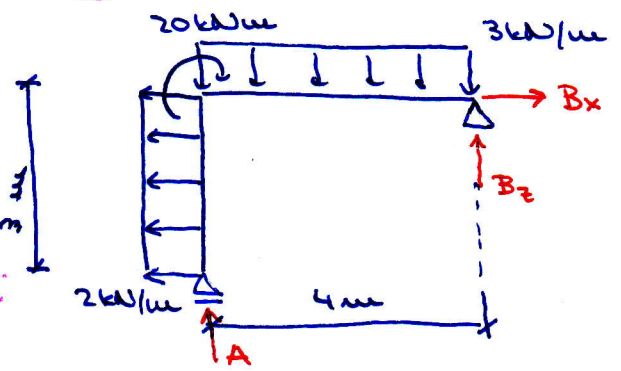
$\delta w = 4 \delta \varphi$
 $\delta \varphi = \frac{\delta w}{4}$

kontrola:

$\rightarrow : + 15 \cdot \cos 30^\circ + A_x \stackrel{?}{=} 0 \quad \checkmark$
 $\uparrow : - 15 \sin 30^\circ + A_z \stackrel{?}{=} 0 \quad \checkmark$
 $\curvearrowright : 15 \sin 30^\circ \cdot 4 - 20 + M_A \stackrel{?}{=} 0 \quad \checkmark$

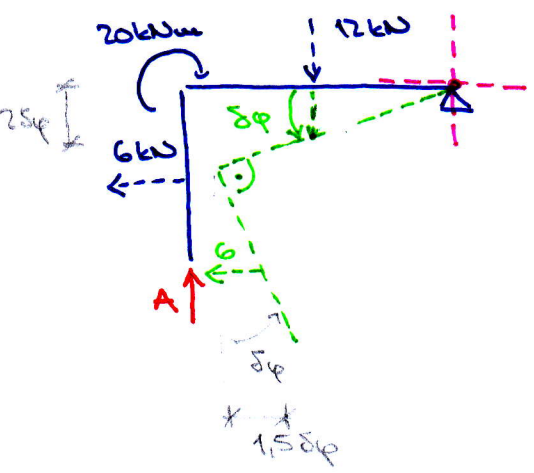


9. Kinetickou metodou spočítejte všechny reakce. Proveďte kontrolu.



$$s = 3 - 2 - 1 = 0$$

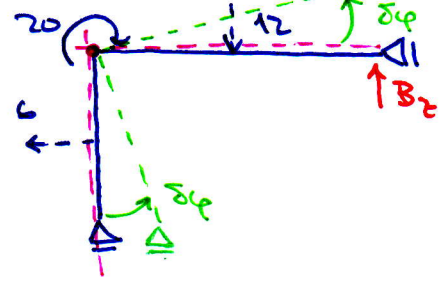
Reakce A



$$\delta W = 12 \cdot 2\delta\varphi - 6 \cdot 1,5\delta\varphi - A \cdot 4\delta\varphi - 20\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$\boxed{A = -1,25 \text{ kN}}$$

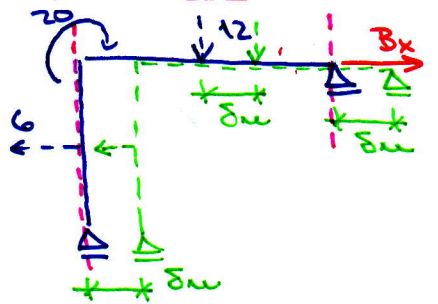
Reakce Bz



$$\delta W = -20\delta\varphi - 12 \cdot 2\delta\varphi - 6 \cdot 1,5\delta\varphi + B_z \cdot 4\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$\boxed{B_z = 13,25 \text{ kN}}$$

Reakce Bx:



$$\delta W = B_x \cdot \delta u - 6 \cdot \delta u = 0 \quad | : \delta u$$

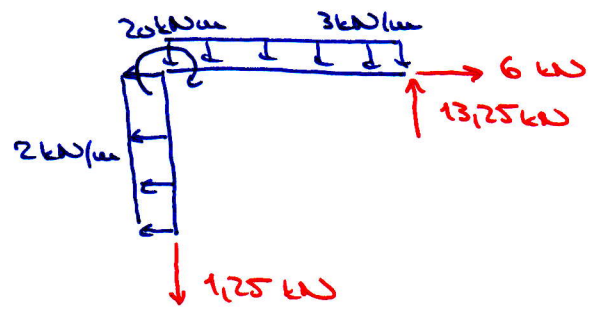
$$\boxed{B_x = 6 \text{ kN}}$$

kontrola:

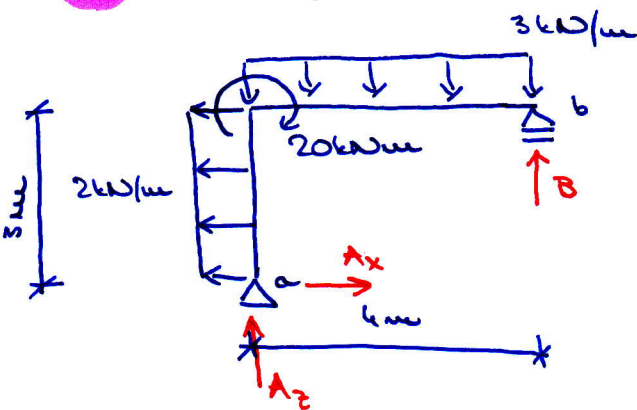
$$\rightarrow : -6 + B_x \stackrel{?}{=} 0$$

$$\curvearrow : -A \cdot 4 + 12 \cdot 2 - 6 \cdot 1,5 - 20 \stackrel{?}{=} 0$$

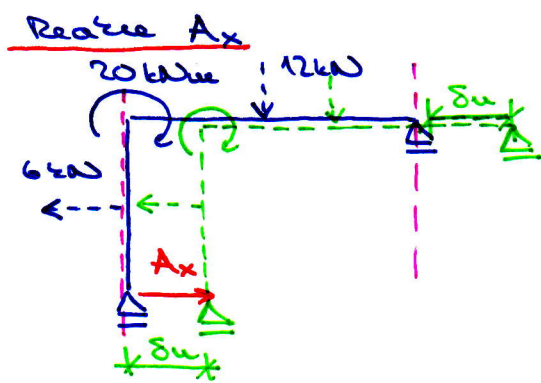
$$\uparrow : A + B_z - 12 \stackrel{?}{=} 0$$



Pf. Spočítejte reakce kinematickou metodou. Proveďte kontrolu.

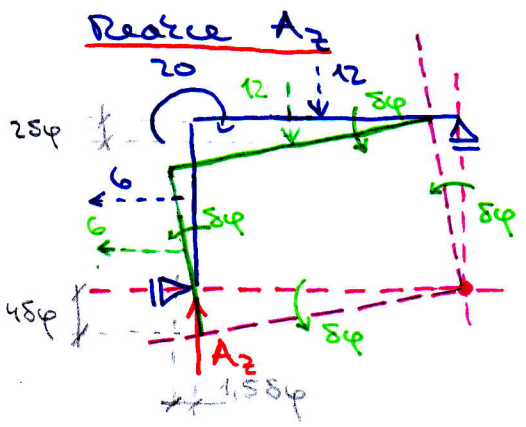


$$s = 3 - 2 - 1 = 0$$



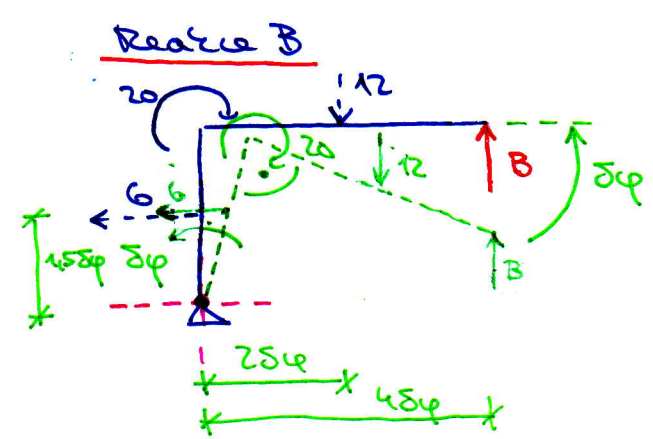
$$\delta W = A_x \cdot \delta u - 6 \cdot \delta u = 0 \quad | : \delta u$$

$$A_x = 6 \text{ kN}$$



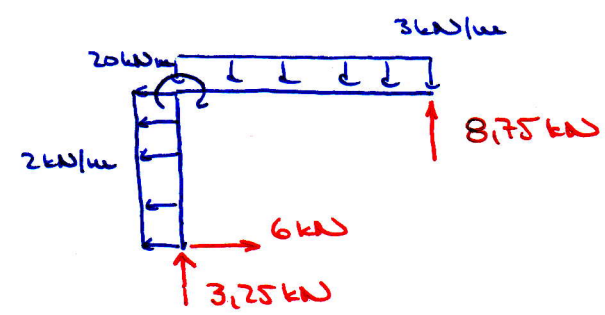
$$\delta W = -A_z \cdot 4\delta\varphi + 6 \cdot 1,5\delta\varphi + 12 \cdot 2\delta\varphi - 20\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$A_z = 3,25 \text{ kN}$$



$$\delta W = +6 \cdot 1,5\delta\varphi - 12 \cdot 2\delta\varphi + B \cdot 4\delta\varphi - 20\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$B = 8,75 \text{ kN}$$



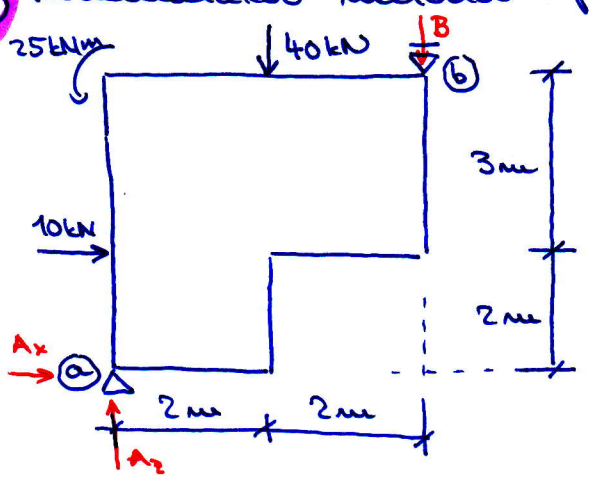
Kontrola:

$\rightarrow A_x - 6 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

$\circlearrowleft : -20 + 6 \cdot 1,5 - 12 \cdot 2 + B \cdot 4 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

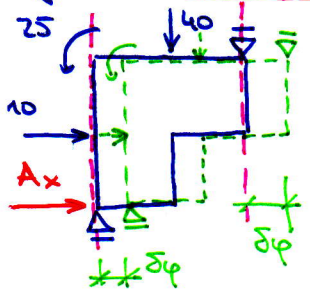
$\uparrow : A_z + B - 12 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$

Př. Kinematickou metodou spočítejte všechny reakce. Proveďte kontrolu.



$$S = 3 - 2 - 1 = 0$$

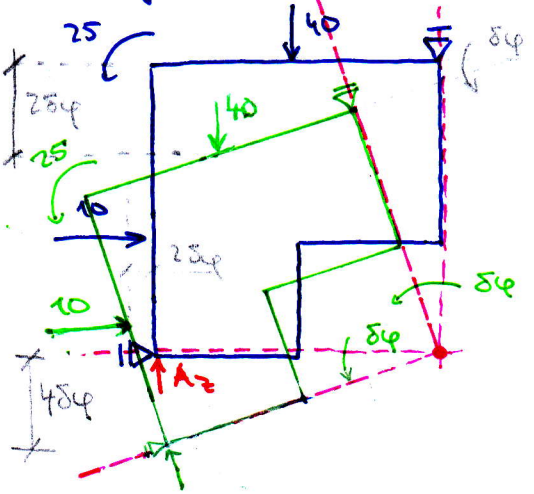
Uypočet reakce Ax



$$10 \cdot \delta\varphi + A_x \cdot \delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$A_x = -10 \text{ kN}$$

Uypočet reakce Az

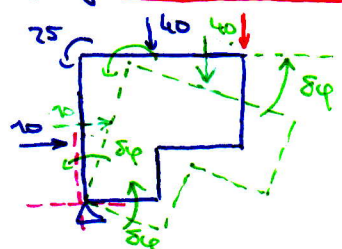


$$\delta W = 25 \delta\varphi + 40 \cdot 2 \delta\varphi - 10 \cdot 2 \delta\varphi - A_z \cdot 4 \delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$25 + 80 - 20 - A_z \cdot 4 = 0$$

$$A_z = 21,25 \text{ kN}$$

Uypočet reakce B



$$\delta W = 25 \delta\varphi - 10 \cdot 2 \delta\varphi - 40 \cdot 2 \delta\varphi - B \cdot 4 \delta\varphi = 0$$

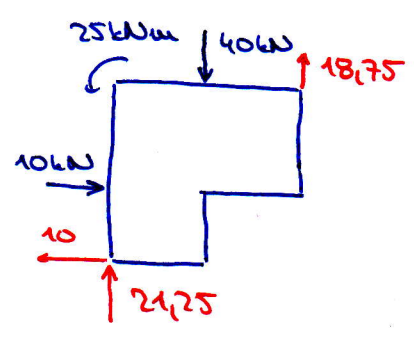
$$B = -18,75 \text{ kN}$$

kontrola:

$$\rightarrow : A_x + 10 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

$$\circlearrowleft : 25 - 10 \cdot 2 - 40 \cdot 2 - B \cdot 4 \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$

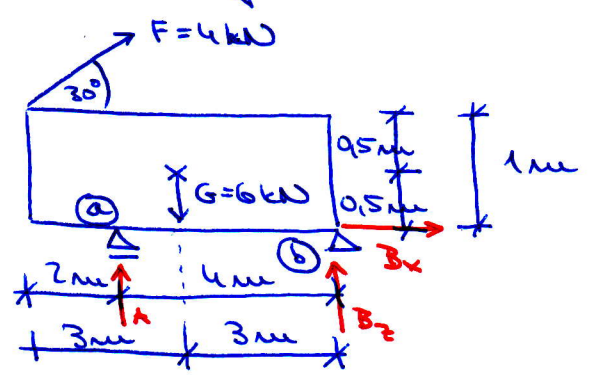
$$\uparrow : A_z - 40 - B \stackrel{?}{=} 0 \checkmark$$



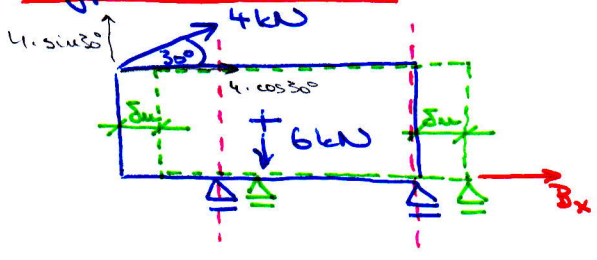
Př.

Kinematickou metodou spočítejte všechny uvažované reakce. U výsledků reakce zkontrolujte pomocí statických podmínek rovnováhy.

$$s = 3 - 2 - 1 = 0$$



Uypočet reakce B_x



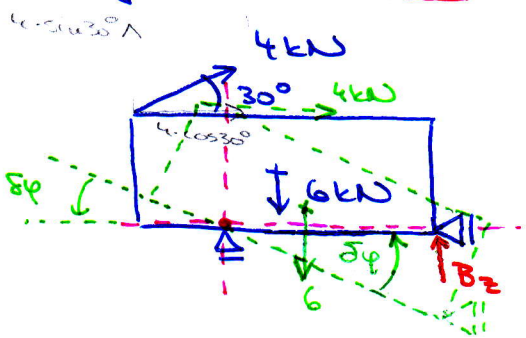
$$\delta W = B_x \cdot \delta u + 4 \cdot \cos 30^\circ \cdot \delta u = 0$$

$$(B_x + 4 \cdot \cos 30^\circ) \cdot \delta u = 0 \quad | : \delta u$$

$$B_x + 4 \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$B_x = -3,464 \text{ kN}$$

Uypočet reakce B_z

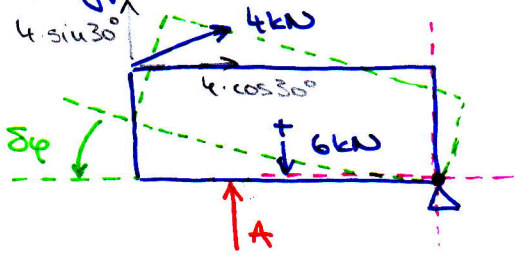


$$\delta W = +B_z \cdot 4\delta\varphi + 6 \cdot 1\delta\varphi - 4 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2\delta\varphi - 4 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi \quad | \cdot (-1)$$

$$-4B_z + 6 + 8 \sin 30^\circ + 4 \cos 30^\circ = 0$$

$$B_z = +3,366 \text{ kN}$$

Uypočet reakce A



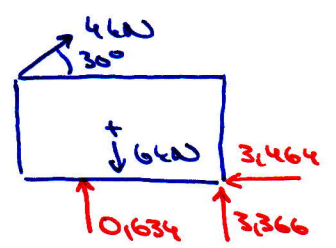
$$\delta W = -A \cdot 4 \cdot \delta\varphi + 6 \cdot 3\delta\varphi - 4 \cdot \sin 30^\circ \cdot 6\delta\varphi - 4 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1\delta\varphi = 0 \quad | : \delta\varphi$$

$$-A \cdot 4 + 18 - 24 \sin 30^\circ - 4 \cos 30^\circ = 0$$

$$A = 0,634 \text{ kN}$$

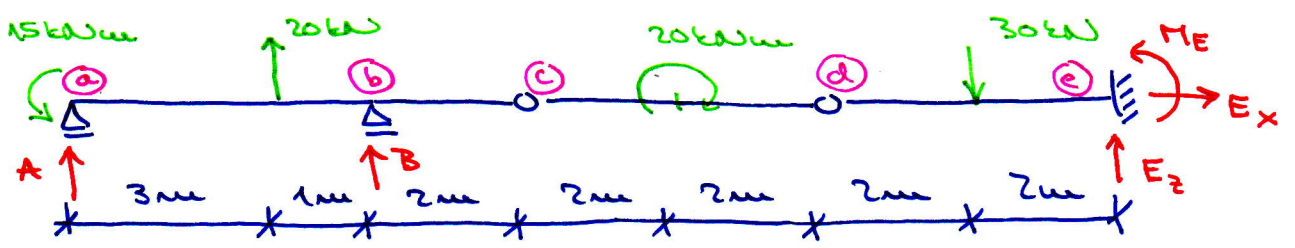
Statické podmínky rovnováhy:

- : $B_x + 4 \cdot \cos 30^\circ = 0, B_x = -3,464 \text{ kN} \checkmark$
- ⤵ : $-A \cdot 4 + 6 \cdot 3 - 4 \cdot \sin 30^\circ \cdot 6 - 4 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1 = 0, A = 0,634 \text{ kN} \checkmark$
- ↑ : $A + B_z - 6 + 4 \cdot \sin 30^\circ = 0, B_z = 3,366 \text{ kN} \checkmark$



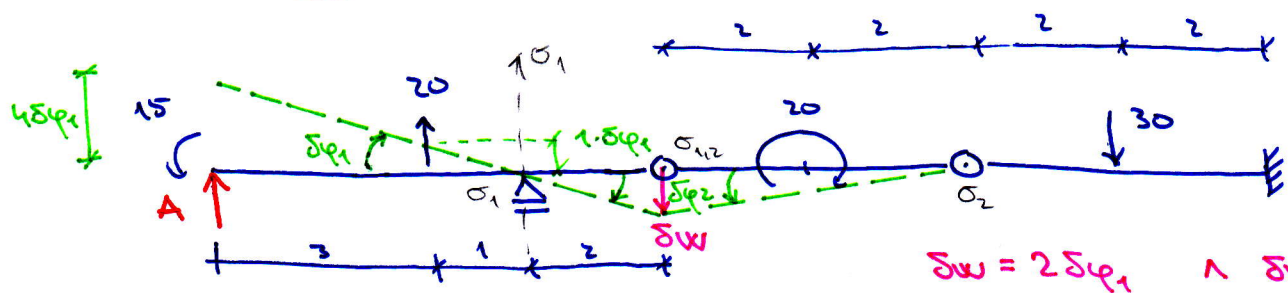
PF.

Kinematičnou metódou určete výsledný účejný reakce.



$$s = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 3 = 0$$

Reakce A_z :



$$\delta W = 2 \delta \varphi_1 \quad \wedge \quad \delta W = 4 \delta \varphi_2$$

$$2 \delta \varphi_1 = 4 \delta \varphi_2$$

$$\delta \varphi_1 = 2 \delta \varphi_2$$

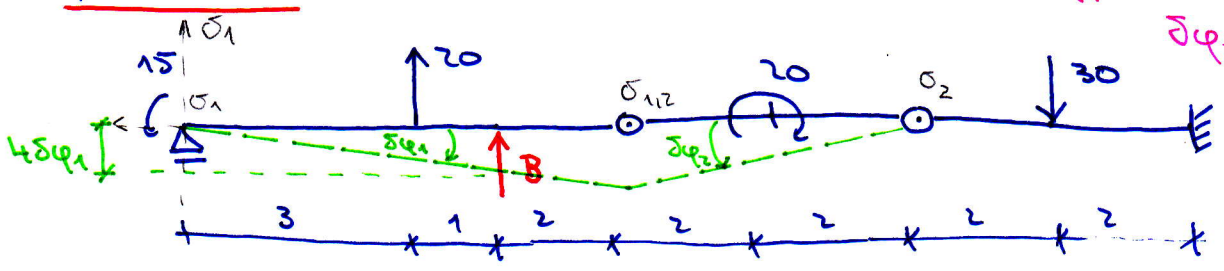
$$\delta W = -15 \delta \varphi_1 + A \cdot 4 \delta \varphi_1 + 20 \cdot 1 \delta \varphi_1 - 20 \delta \varphi_2 = 0$$

$$-15 \delta \varphi_1 + A \cdot 4 \delta \varphi_1 + 20 \delta \varphi_1 - 20 \cdot \frac{1}{2} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$-15 + 4A + 20 - 10 = 0$$

$$A = 1,25 \text{ kN}$$

Reakce B:



$$6 \delta \varphi_1 = 4 \delta \varphi_2$$

$$\delta \varphi_2 = \frac{6}{4} \delta \varphi_1$$

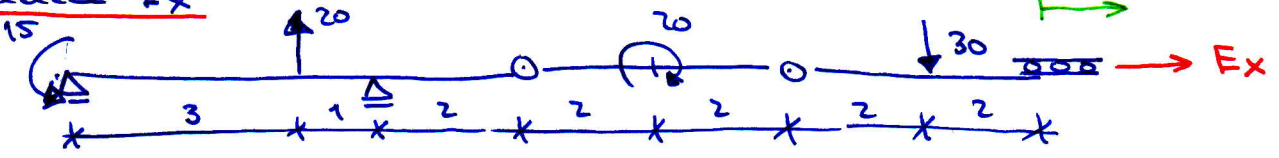
$$\delta W = -15 \delta \varphi_1 - 20 \cdot 3 \delta \varphi_1 - B \cdot 4 \delta \varphi_1 - 20 \delta \varphi_2 = 0$$

$$-15 \delta \varphi_1 - 20 \cdot 3 \delta \varphi_1 - B \cdot 4 \delta \varphi_1 - 20 \cdot \frac{6}{4} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$-15 - 60 - 4B - 30 = 0$$

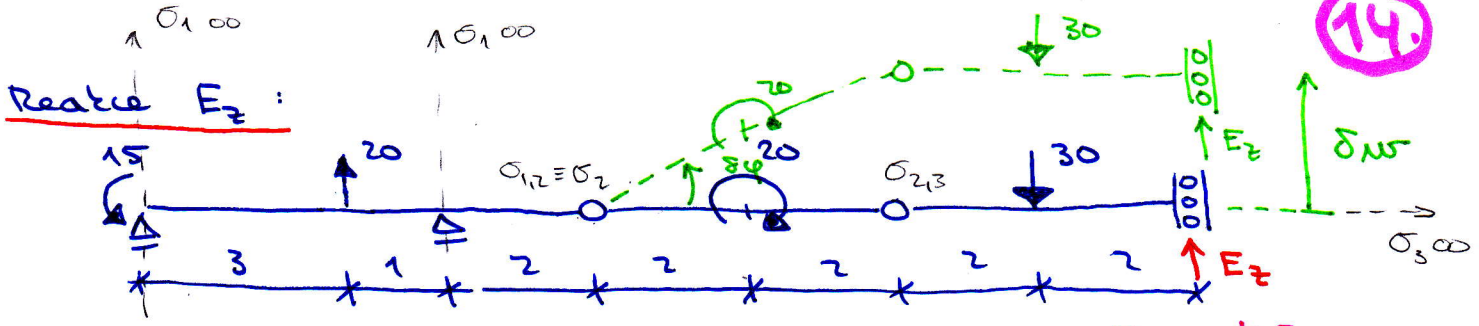
$$B = -26,25 \text{ kN}$$

Reakce F_x :



$$\delta W = F_x \cdot \delta W = 0$$

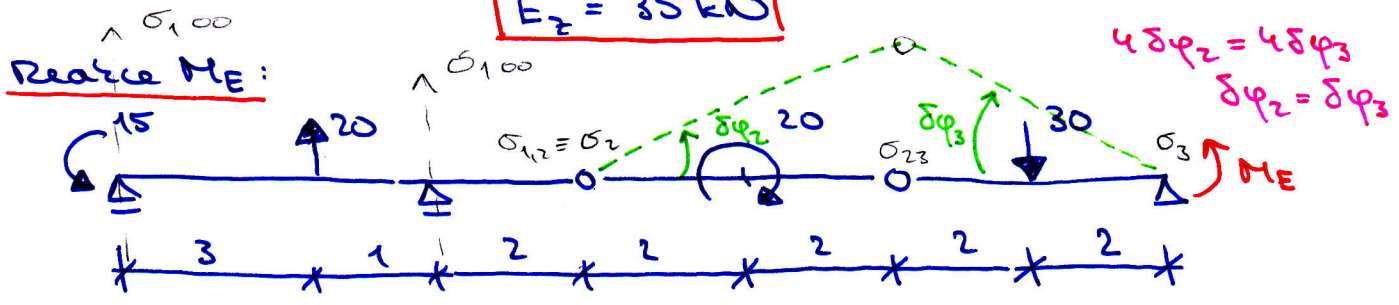
$$F_x = 0 \text{ kN}$$



$\delta w = 4 \delta \varphi$
 $\delta \varphi = \frac{1}{4} \delta w$

$\delta W = -30 \cdot \delta w + E_z \delta w - 20 \cdot \delta \varphi = 0$
 $-30 \delta w + E_z \delta w - 20 \cdot \frac{1}{4} \delta w = 0 \quad | : \delta w$
 $-30 + E_z - 5 = 0$

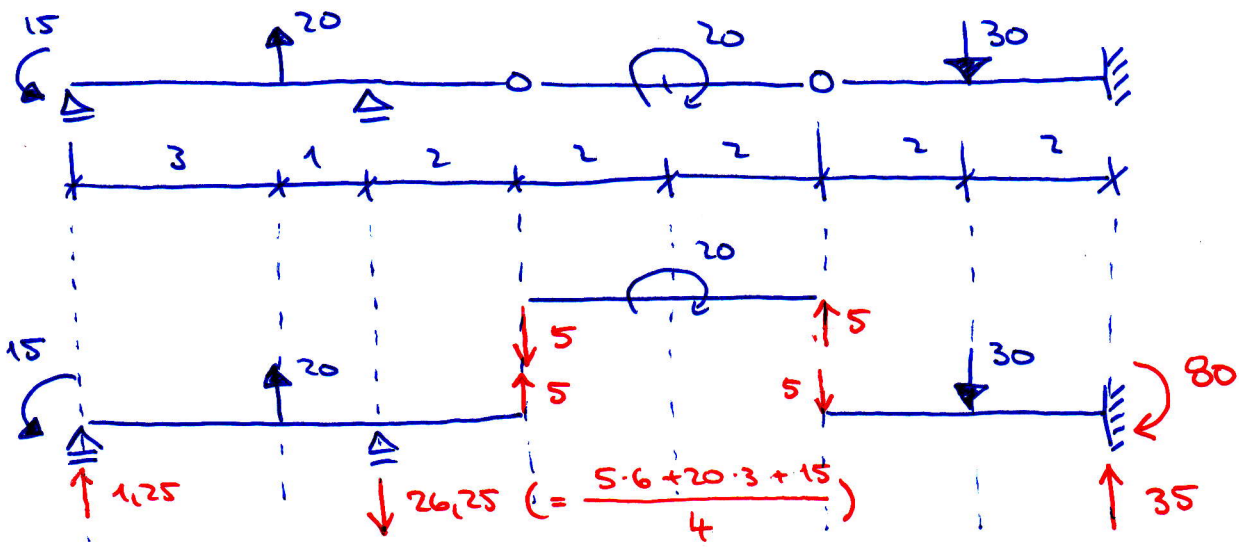
$E_z = 35 \text{ kN}$



$\delta W = -20 \delta \varphi_2 - 30 \cdot 2 \delta \varphi_3 - M_E \cdot \delta \varphi_3 = 0$
 $-20 \delta \varphi_3 - 60 \delta \varphi_3 - M_E \delta \varphi_3 = 0 \quad | : \delta \varphi_3$
 $-20 - 60 - M_E = 0$

$M_E = -80 \text{ kNm}$

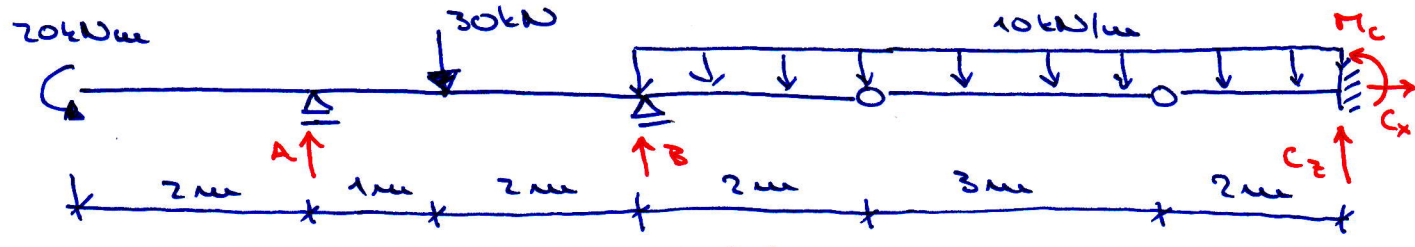
KONTROLA:



Příklad převzat od Davida Šedlbavera (společný úsek reakce).

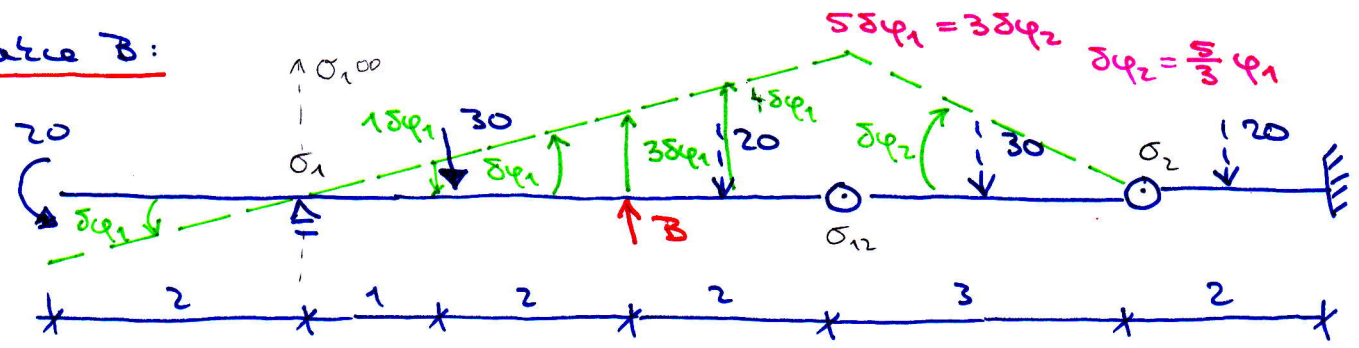
PF.

Kinematickou metodou určete účedny ušejší reakce.



$S = 3 \cdot 3 - 1 - 1 - 2 \cdot 2 - 3 = 0$ st. určita konstrukce

Reakce B:



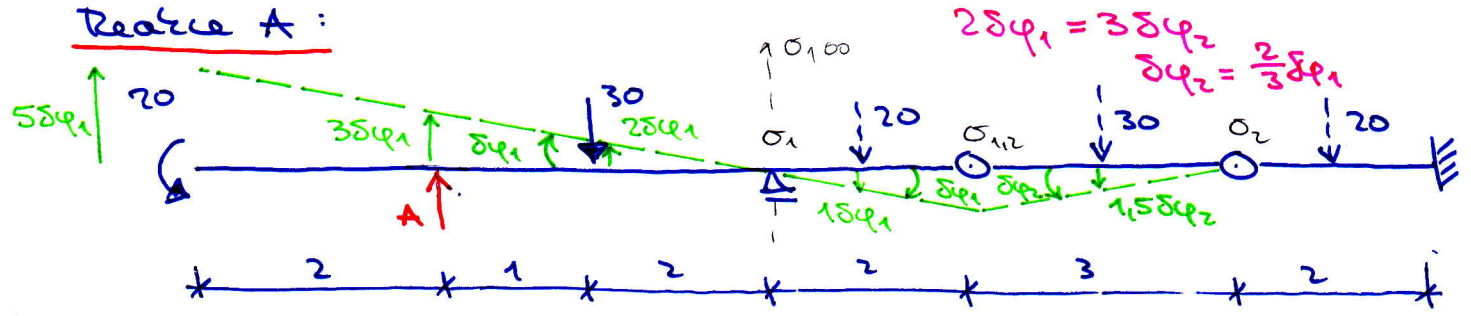
$$\delta W = 20 \delta \varphi_1 - 30 \cdot 1 \delta \varphi_1 + B \cdot 3 \delta \varphi_1 - 20 \cdot 4 \delta \varphi_1 - 30 \cdot 1,5 \delta \varphi_2 = 0$$

$$20 \delta \varphi_1 - 30 \delta \varphi_1 + B \cdot 3 \delta \varphi_1 - 80 \delta \varphi_1 - 30 \cdot 1,5 \cdot \frac{5}{3} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$20 - 30 + 3B - 80 - 75 = 0$$

$B = 55 \text{ kN}$

Reakce A:



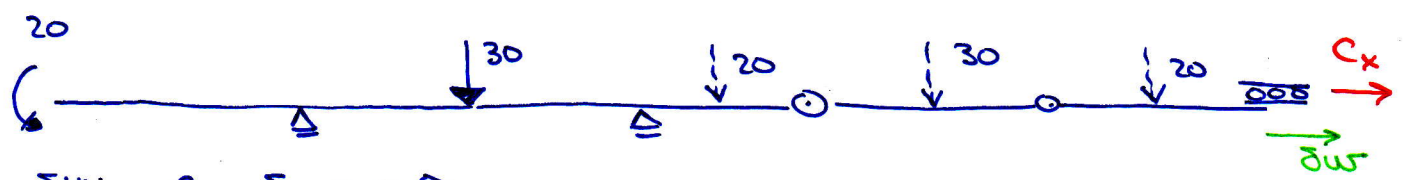
$$\delta W = -20 \delta \varphi_1 + A \cdot 3 \delta \varphi_1 - 30 \delta \varphi_1 \cdot 2 + 20 \cdot 1 \delta \varphi_1 + 30 \cdot 1,5 \delta \varphi_2 = 0$$

$$-20 \delta \varphi_1 + A \cdot 3 \delta \varphi_1 - 60 \delta \varphi_1 + 20 \delta \varphi_1 + 30 \cdot 1,5 \cdot \frac{2}{3} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$-20 + A \cdot 3 - 60 + 20 + 30 = 0$$

$A = 10 \text{ kN}$

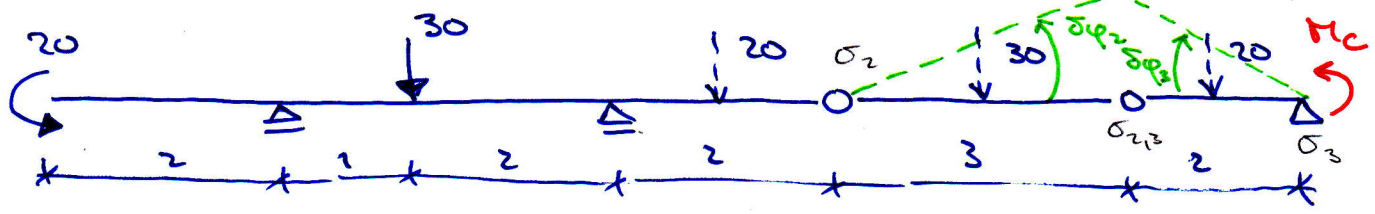
Reakce Cx:



$$\delta W = C_x \cdot \delta w = 0$$

$C_x = 0 \text{ kN}$

Reakce M_c :



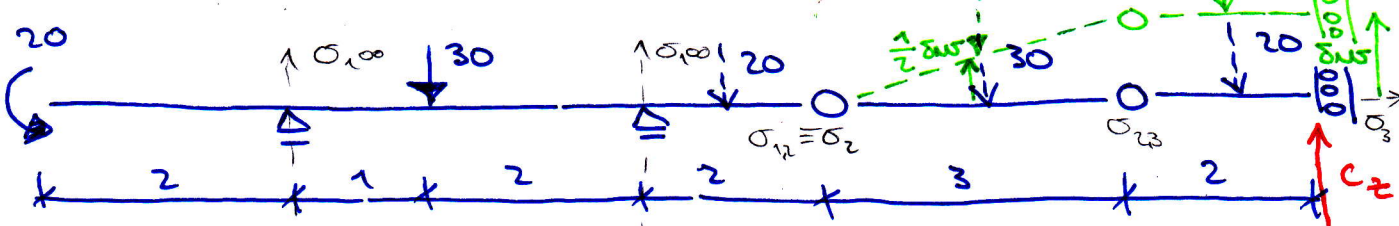
$$\delta W = -30 \cdot 1,5 \delta \varphi_2 - 20 \cdot 1 \delta \varphi_3 - M_c \cdot \delta \varphi_3 = 0$$

$$-30 \cdot 1,5 \delta \varphi_2 - 20 \cdot \frac{3}{2} \delta \varphi_2 - M_c \cdot \frac{3}{2} \delta \varphi_2 = 0 \quad | : \delta \varphi_2$$

$$-45 - 30 - 1,5 M_c = 0$$

$M_c = -50 \text{ kNm}$

Reakce C_z :

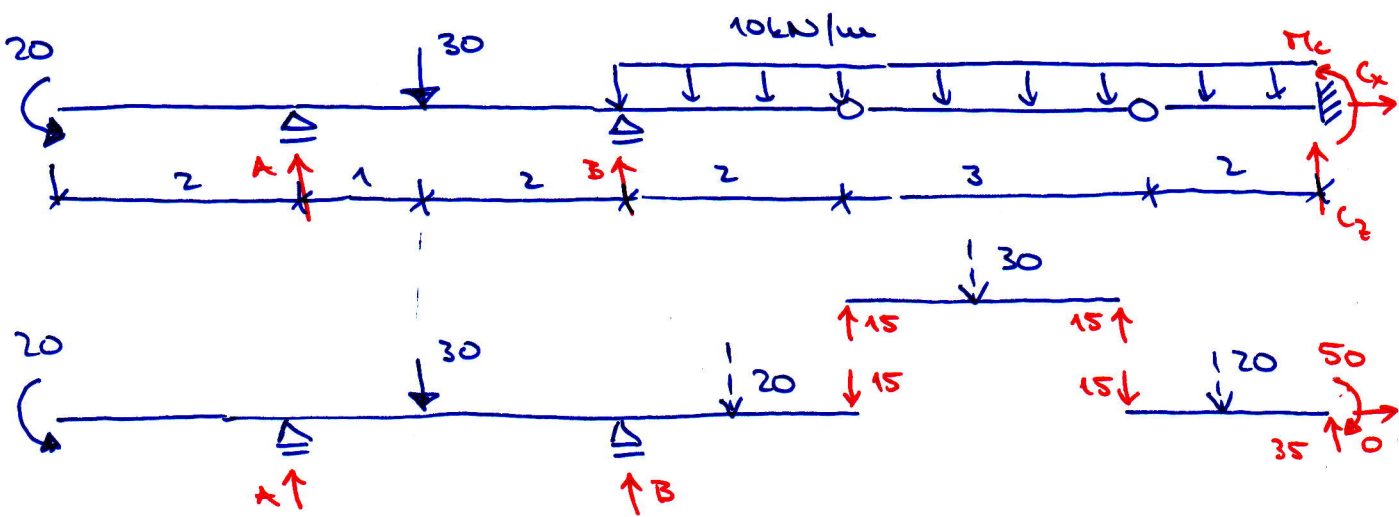


$$\delta W = -30 \cdot \frac{1}{2} \delta w - 20 \cdot \delta w + C \cdot \delta w = 0 \quad | : \delta w$$

$$-15 - 20 + C = 0$$

$C = 35 \text{ kN}$

KONTROLA:



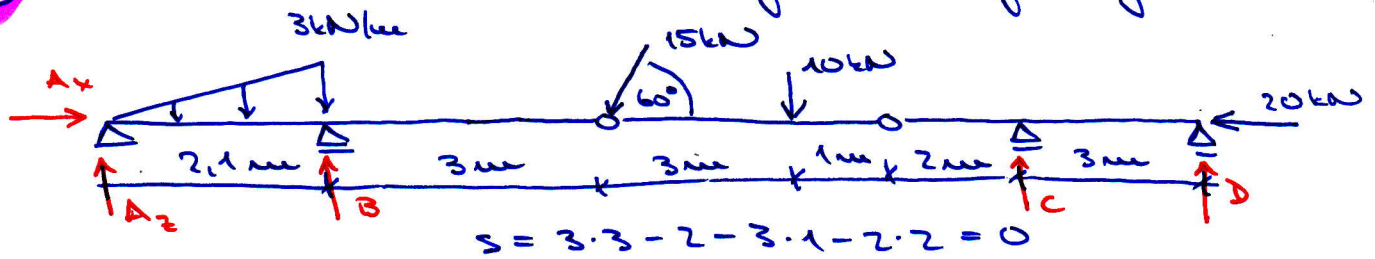
⊙ $\sum \mathcal{M} : 20 - 30 \cdot 1 + B \cdot 3 - 20 \cdot 4 - 15 \cdot 5 = 0, B = 55 \text{ kN}$

$\uparrow : A - 30 + B - 20 - 15 = 0, A = 10 \text{ kN}$

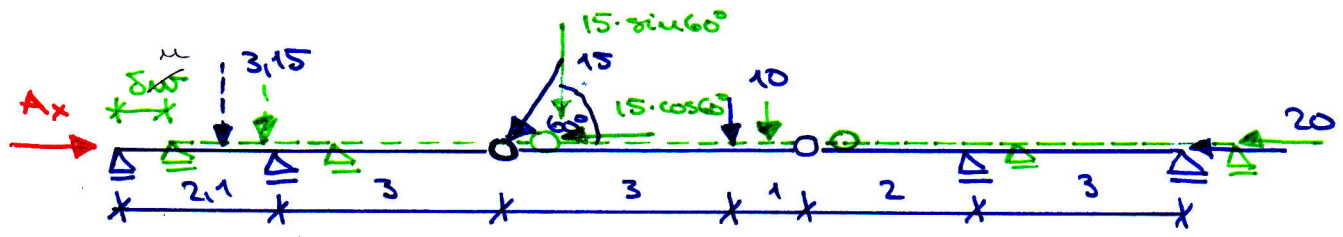
příklad převzat z kabele a kol. : Stavební mechanika I : Příklady (2009), str. 53, 54 ; dopočítány i ostatní reakce

Pf.

kinematickou metodu spočítajte všechny uvažt reakce.



Reakce Ax:

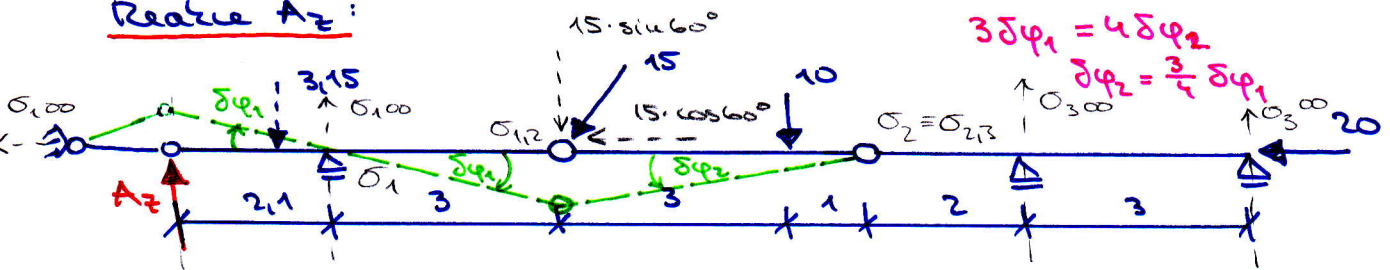


$$\delta W = -15 \cos 60^\circ \cdot \delta u \cdot \frac{3}{15} - 20 \delta u + A_x \cdot \delta u = 0 \quad | : \delta u$$

$$-7,5 - 20 + A_x = 0$$

$A_x = 27,5 \text{ kN}$

Reakce Az:



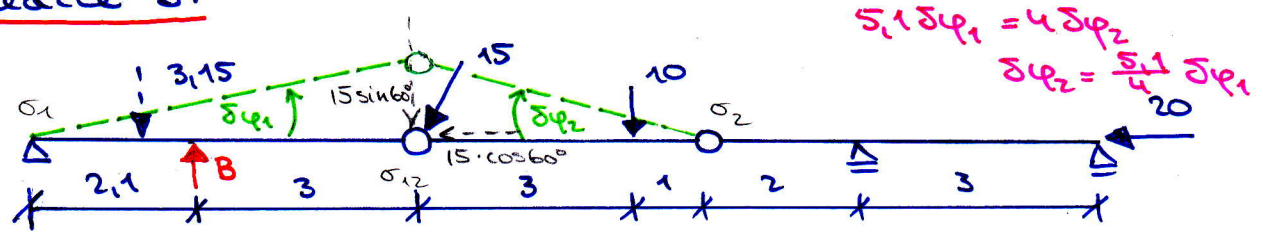
$$\delta W = A_z \cdot 2,1 \delta \varphi_1 - 3,15 \cdot 0,7 \delta \varphi_1 + 15 \cdot \sin 60^\circ \cdot 3 \delta \varphi_1 + 10 \cdot \delta \varphi_2 \cdot 1 = 0$$

$$2,1 A_z \delta \varphi_1 - 3,15 \cdot 0,7 \delta \varphi_1 + 15 \sin 60^\circ \cdot 3 \delta \varphi_1 + 10 \cdot \frac{3}{4} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$2,1 A_z - 3,15 \cdot 0,7 + 15 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ + 10 \cdot \frac{3}{4} = 0$$

$A_z = -21,079 \text{ kN}$

Reakce B:



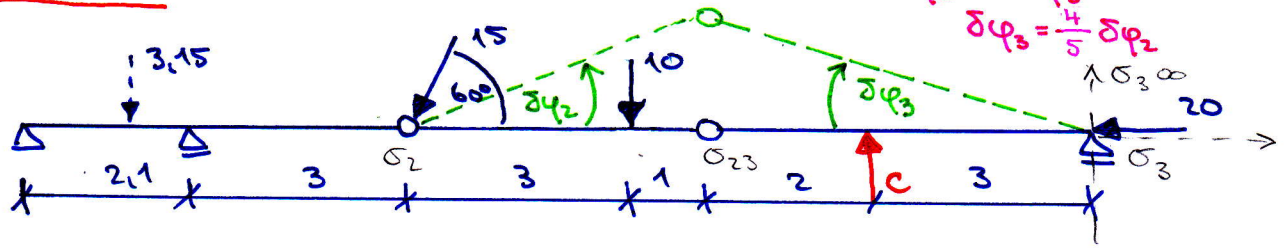
$$\delta W = -3,15 \cdot 1,4 \delta \varphi_1 + B \cdot 2,1 \delta \varphi_1 - 15 \cdot \sin 60^\circ \cdot 5,1 \delta \varphi_1 - 10 \cdot 15 \delta \varphi_2 = 0$$

$$-3,15 \cdot 1,4 \delta \varphi_1 + 2,1 B \delta \varphi_1 - 15 \cdot \sin 60^\circ \cdot 5,1 \delta \varphi_1 - 10 \cdot \frac{5,1}{4} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$-3,15 \cdot 1,4 + 2,1 B - 15 \cdot \sin 60^\circ \cdot 5,1 - 10 \cdot \frac{5,1}{4} = 0$$

$B = 39,719 \text{ kN}$

Reakce C:

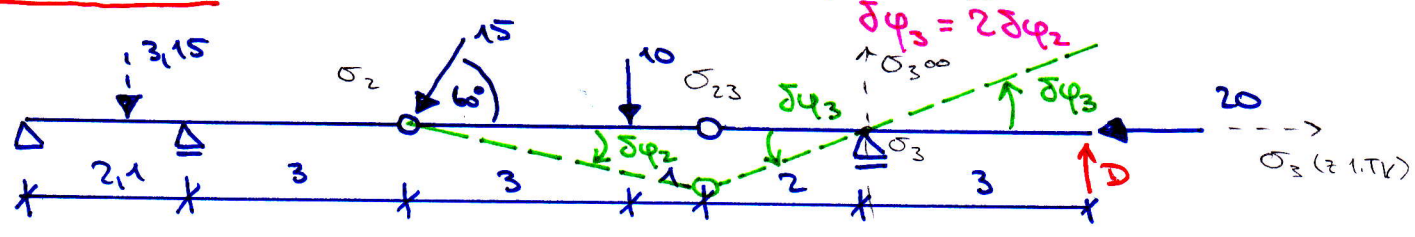


$4\delta\varphi_2 = 5\delta\varphi_3$
 $\delta\varphi_3 = \frac{4}{5}\delta\varphi_2$

$\delta W = -10 \cdot 3 \delta\varphi_2 + C \cdot 3 \delta\varphi_3 = 0$
 $-10 \cdot 3 \delta\varphi_2 + C \cdot 3 \cdot \frac{4}{5} \delta\varphi_2 = 0 \quad | : \delta\varphi_2$
 $-10 \cdot 3 + C \cdot 3 \cdot \frac{4}{5} = 0$

$C = 12,5 \text{ kN}$

Reakce D:

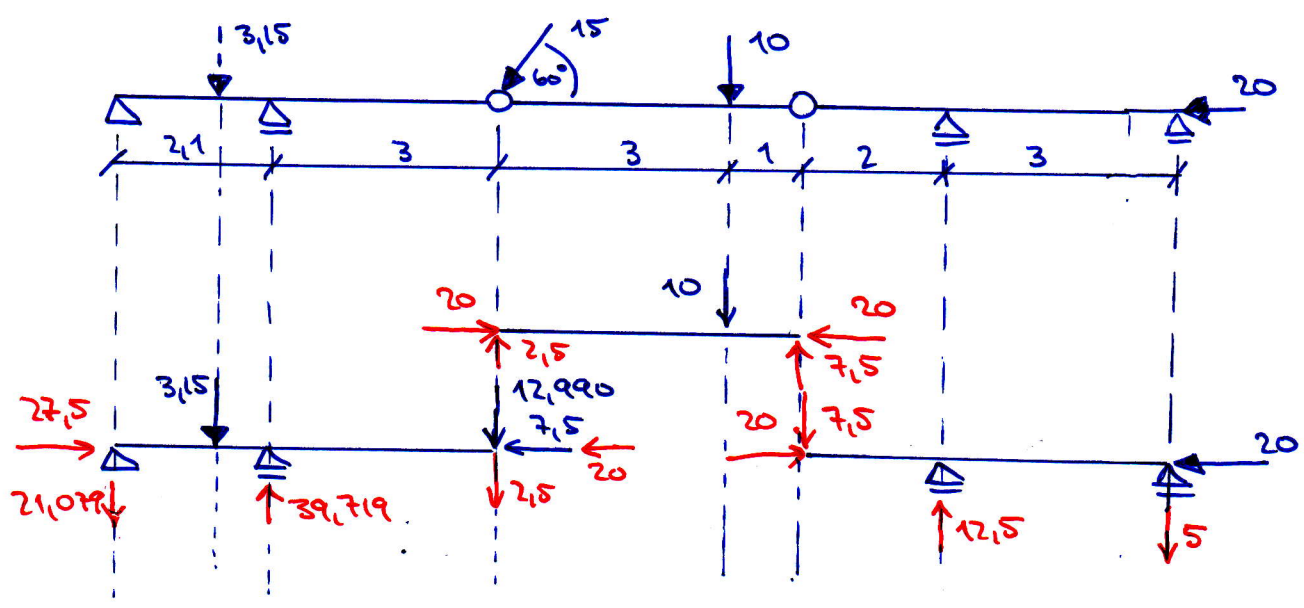


$4\delta\varphi_2 = 2\delta\varphi_3$
 $\delta\varphi_3 = 2\delta\varphi_2$

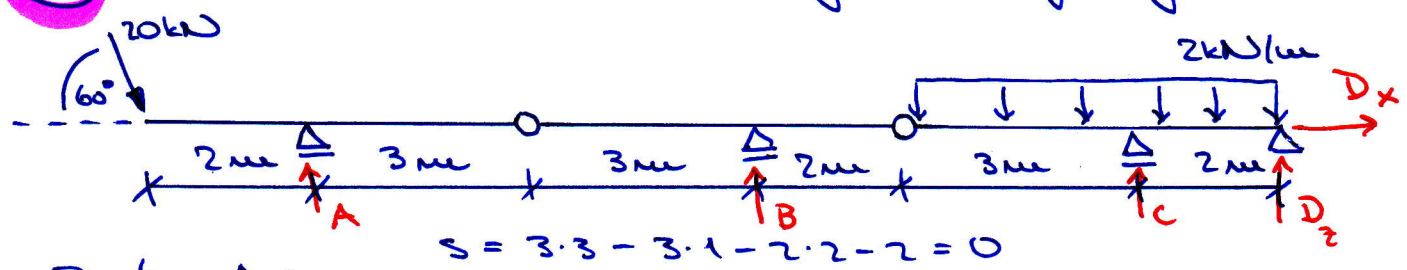
$\delta W = 10 \cdot 3 \delta\varphi_2 + D \cdot 3 \delta\varphi_3 = 0$
 $30\delta\varphi_2 + 3D \cdot 2\delta\varphi_2 = 0 \quad | : \delta\varphi_2$

$D = -5 \text{ kN}$

Kontrola:

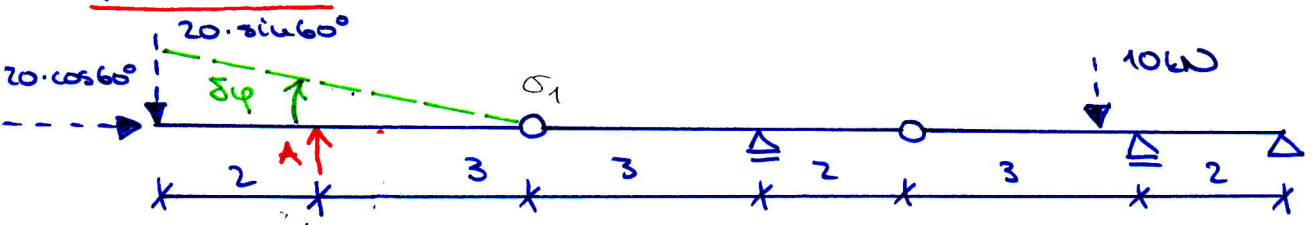


Př. Kinematickou metodou spočítejte účinný úsudek reakce.



$$S = 3 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 2 = 0$$

Reakce A:

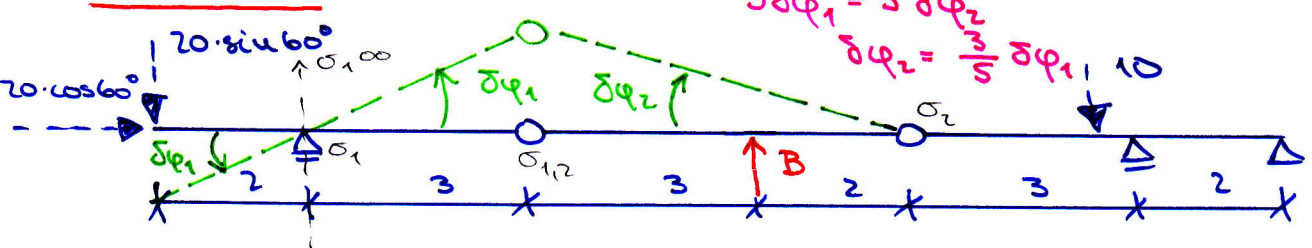


$$\delta W = -20 \cdot \sin 60^\circ \cdot 5 \delta \varphi + A \cdot 3 \delta \varphi = 0 \quad | : \delta \varphi$$

$$-20 \sin 60^\circ \cdot 5 + 3A = 0$$

$$A = 28,868 \text{ kN}$$

Reakce B:

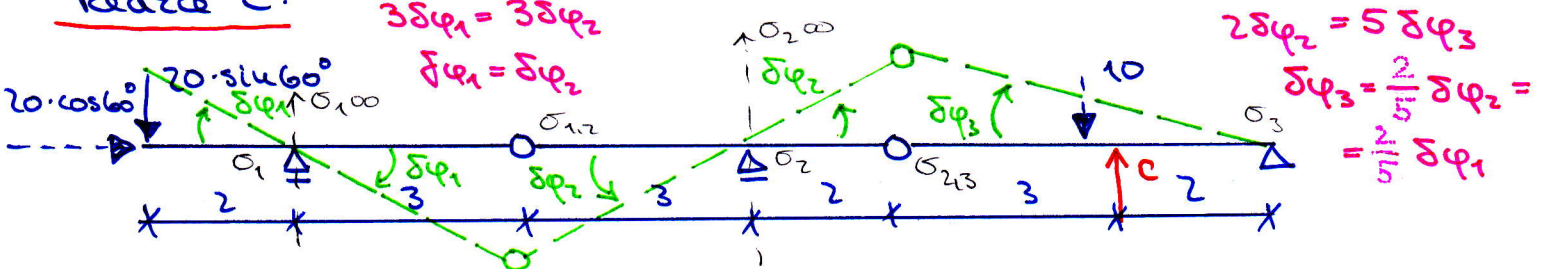


$$\delta W = 20 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 \delta \varphi_1 + B \cdot 2 \delta \varphi_2 = 0$$

$$20 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 \delta \varphi_1 + 2B \cdot \frac{3}{5} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$B = -28,868 \text{ kN}$$

Reakce C:

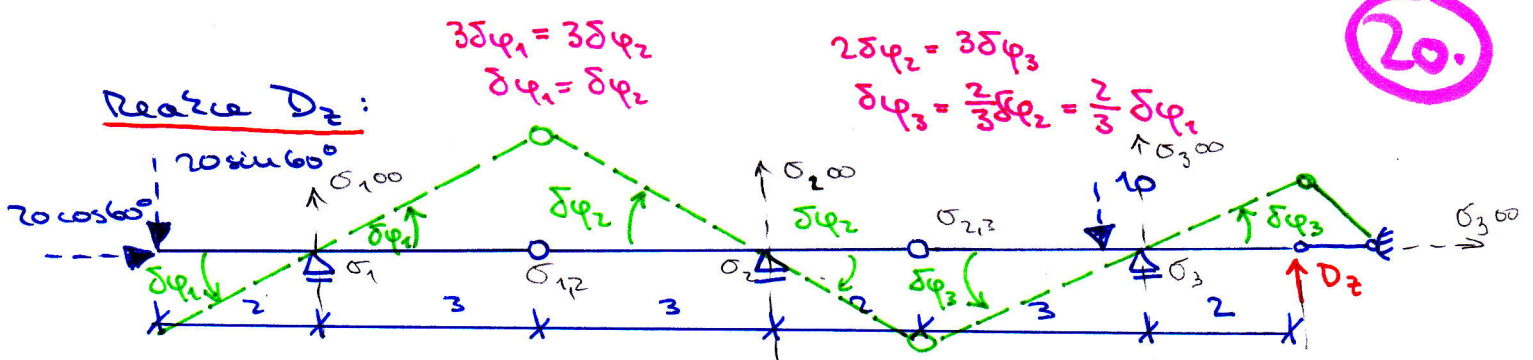


$$\delta W = -20 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 \delta \varphi_1 - 10 \cdot 2,5 \delta \varphi_3 + C \cdot 2 \delta \varphi_3 = 0$$

$$-20 \sin 60^\circ \cdot 2 \cdot \delta \varphi_1 - 25 \cdot \frac{2}{5} \delta \varphi_1 + 2C \cdot \frac{2}{5} \delta \varphi_1 = 0 \quad | : \delta \varphi_1$$

$$C = 55,802 \text{ kN}$$

Reakce D_z :



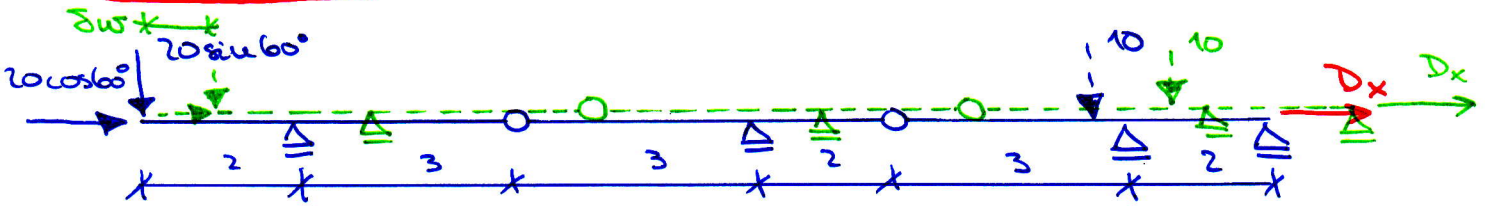
$3\delta\varphi_1 = 3\delta\varphi_2$
 $\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$

$2\delta\varphi_2 = 3\delta\varphi_3$
 $\delta\varphi_3 = \frac{2}{3}\delta\varphi_2 = \frac{2}{3}\delta\varphi_1$

$\delta W = 20 \sin 60^\circ \cdot 2\delta\varphi_1 + 10 \cdot 0,5\delta\varphi_3 + D_z \cdot 2\delta\varphi_3 = 0$
 $20 \sin 60^\circ \cdot 2\delta\varphi_1 + 5 \cdot \frac{2}{3}\delta\varphi_1 + 2D_z \cdot \frac{2}{3}\delta\varphi_1 = 0 \quad | : \delta\varphi_1$
 $40 \sin 60^\circ + \frac{10}{3} + \frac{4}{3} D_z = 0$

$D_z = -28,481 \text{ kN}$

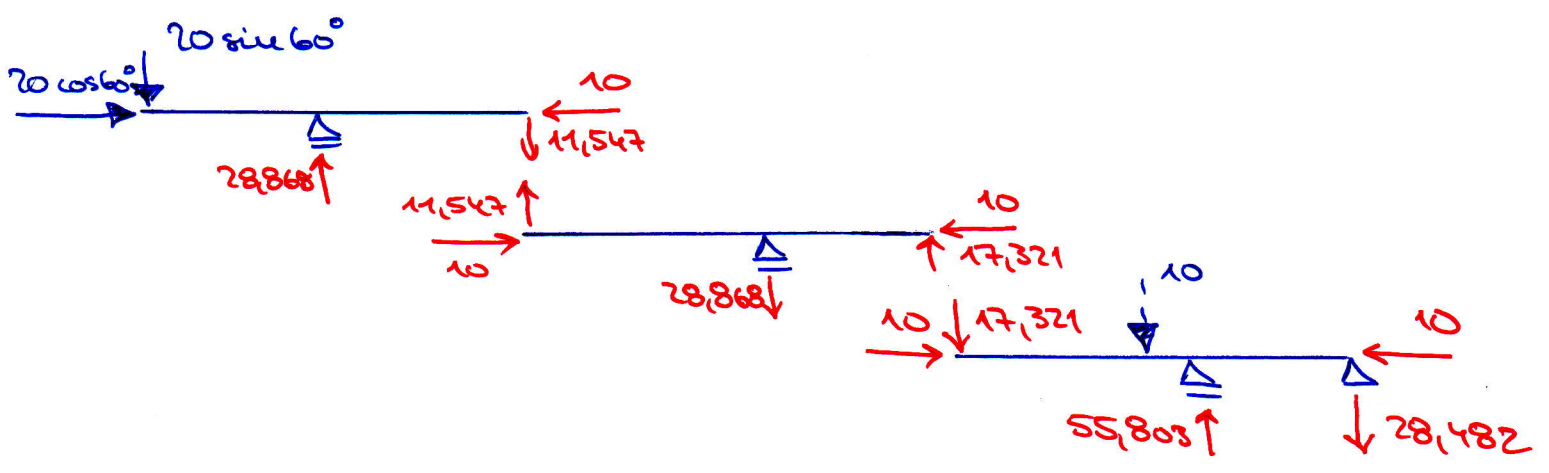
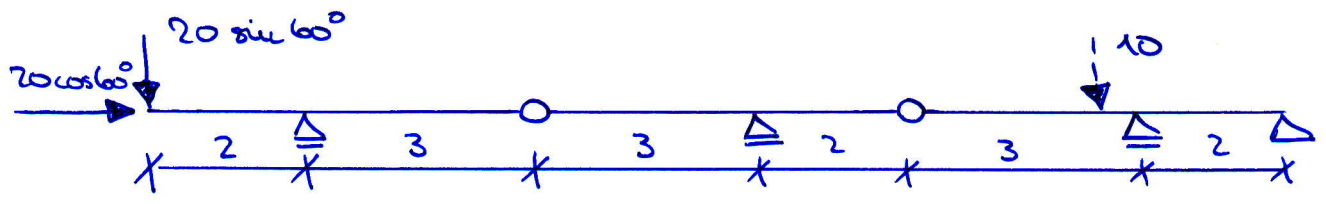
Reakce D_x :



$\delta W = 20 \cdot \cos 60^\circ \cdot \delta w + D_x \cdot \delta w = 0 \quad | : \delta w$

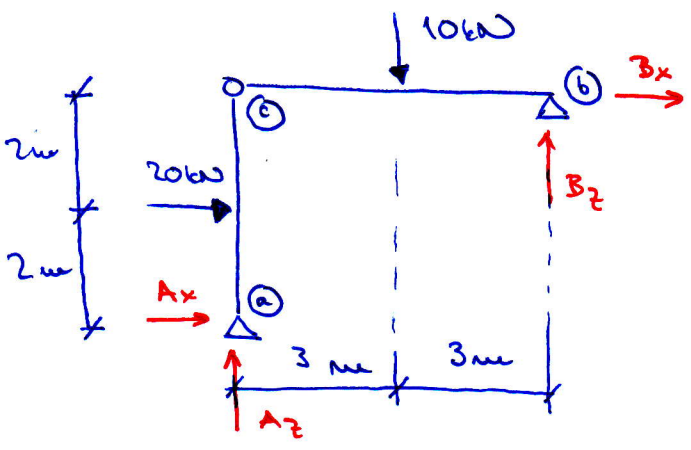
$D_x = -10 \text{ kN}$

Kontrola:



PF

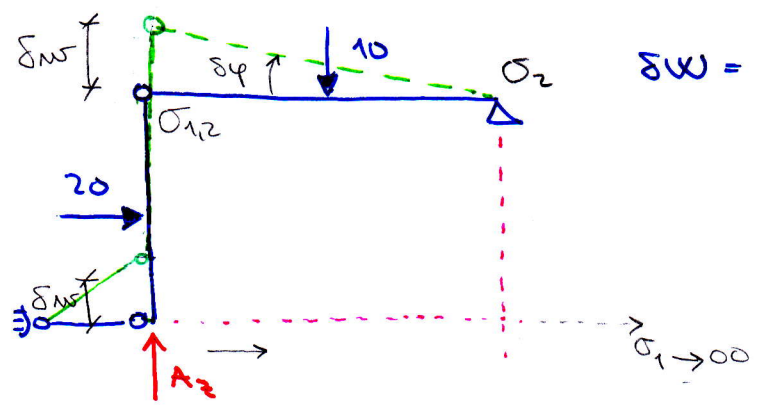
Kinematickou metodu spočítejte ušoruny reakce.



$$S = 3 \cdot 2 - 2 - 2 \cdot 2 = 0$$

$$r_{ext} = 2 + 2 \geq 3$$

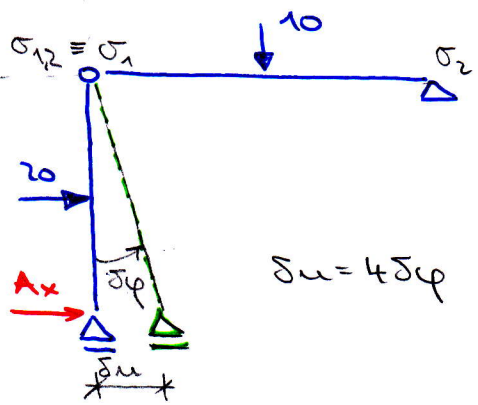
Reakce Az



$$\delta W = A_z \cdot \delta w - 10 \cdot \frac{1}{2} \delta w = 0 \quad | : \delta w$$

$$A_z = 5 \text{ kN}$$

Reakce Ax

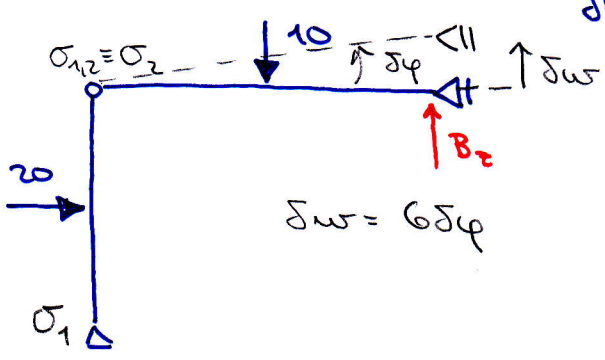


$$\delta W = A_x \cdot 4 \delta \varphi + 20 \cdot 2 \delta \varphi = 0 \quad | : \delta \varphi$$

$$4A_x + 40 = 0$$

$$A_x = -10 \text{ kN}$$

Reakce Bz



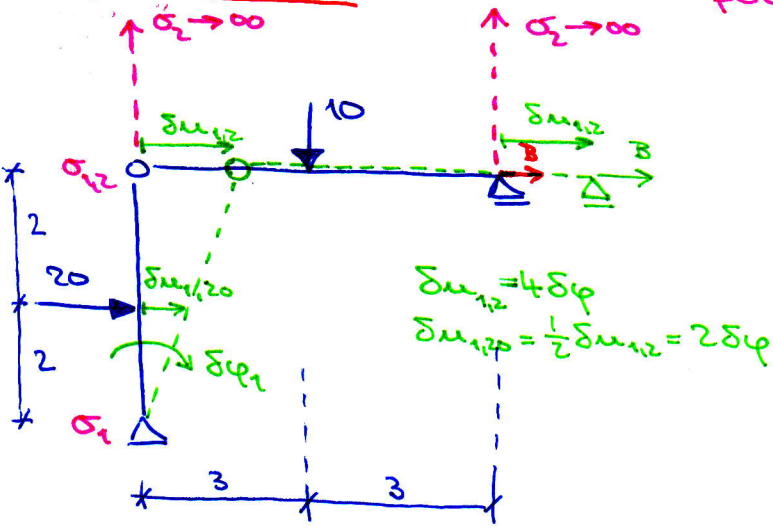
$$\delta W = B_z \cdot 6 \delta \varphi - 10 \cdot 3 \delta \varphi = 0 \quad | : \delta \varphi$$

$$6B_z - 30 = 0$$

$$B_z = 5 \text{ kN}$$

bod O_2 je v ∞ , proto se uvolnovuá deska pouze posune

Reakce B_x



$$\delta W = B_x \cdot \delta u_{1,2} + 20 \cdot \delta u_{1,20} = 0$$

$$B_x \cdot 4 \delta \varphi + 20 \cdot 2 \delta \varphi = 0 \quad | : \delta \varphi$$

$$4 B_x + 40 = 0$$

$$B_x = -10 \text{ kN}$$

NEBO:

$$\delta W = B_x \cdot \delta u_{1,2} + 20 \delta u_{1,20} = 0$$

$$B_x \cdot \delta u_{1,2} + 20 \cdot \frac{1}{2} \delta u_{1,2} = 0$$

$$B_x + 10 = 0$$

$$B_x = -10 \text{ kN}$$

kontrola:

