

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební Katedra mechaniky

Identifikace dynamických parametrů předpjatého mostu v Mělníku

Fitting Dynamical Parameters of Prestressed Bridge in Mělník

Diplomová práce

Studijní program: Stavební inženýrství Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

Vedoucí práce: Doc. Ing. Matěj Lepš, Ph.D.

Eva Pohlídalová



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební Thákurova 7, 166 29 Praha 6

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

studijní program:		Stavební inženýrství		
	studijní obor:	Konstrukce a dopravní stavby		
	akademický rok:	2014/2015		
Jméno a příjmení diplomanta:		Eva Pohlídalová		
Zadávající katedra:		K132 - katedra mechaniky		
Vedoucí diplomové práce:		doc. Ing. Matěj Lepš, Ph.D.		
Název diplomové práce: Název diplomové práce v anglickém jazyce		Identifikace dynamických parametrů předpjatého mostu v Mělníku		
		Fitting dynamical parameters of prestressed bridge in Mělník		
Rámcový obsah diplomové práce:		e: Rešerše dostupné literatury, vytvoření numerického konečně		
prvkového modelu, citlivostní analy		alýza s využitím návrhu experimentů, implementace optimalizační		
metody pro úlohu identifikace, zpracování výsledků.				
Datum zadá	iní diplomové práce:	24.9.2014 Termín odevzdání: 19.12.2014		

Diplomovou práci lze zapsat, kromě oboru A, v letním i zimním semestru.

Pokud student neodevzdal diplomovou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání diplomové práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat diplomovou práci podruhé. Studentovi, který při opakovaném zápisu diplomovou práci neodevzdal v určeném termínu a tuto skutečnost řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, se ukončuje studium podle § 56 zákona o VŠ č.111/1998 (SZŘ ČVUT čl 21, odst. 4).

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

.....

vedoucí diplomové práce

vedoucí katedry

(vyplňte poslední den výuky přísl. semestru)

Zadání diplomové práce převzal dne: 24.9.2014

diplomant

Formulář nutno vyhotovit ve 3 výtiscích – 1x katedra, 1x diplomant, 1x studijní odd. (zašle katedra) Nejpozději do konce 2. týdne výuky v semestru odešle katedra 1 kopii zadání DP na studijní oddělení a provede zápis údajů týkajících se DP do databáze KOS. DP zadává katedra nejpozději 1. týden semestru, v němž má student DP zapsanou. (Směrnice děkana pro realizaci stud. programů a SZZ na FSv ČVUT čl. 5, odst. 7)

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně pouze za odborného vedení vedoucího práce doc. Ing. Matěje Lepše, Ph.D.

Dále prohlašuji, že veškeré podklady, ze kterých jsem čerpala, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Datum:

Podpis:

Poděkování

V první řadě bych ráda poděkovala vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Matěji Lepšovi, Ph.D., za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Dále děkuji Ing. Davidu Šedlbauerovi za jeho cenné rady.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá identifikací parametrů výpočetního modelu předpjatého mostu v Mělníku na základě výsledků dynamické informativní zkoušky. Problematika identifikace představuje hledání parametrů modelu takových, aby se výsledky modální analýzy získané na modelu co nejvíce přibližovaly výsledkům získaných z experimentů na skutečné konstrukci. Při identifikaci složitější konstrukce je nezbytné ověřit celou řadu parametrů, které mohou výrazně ovlivnit výsledky. Stanovení nejdůležitějších parametrů a jejich identifikace často bývá obtížným úkolem.

V práci je užito návrhu experimentu pomocí metody LHS. Na základě výsledků je provedena citlivostní analýza vedoucí ke zjištění míry vlivu jednotlivých parametrů na odezvu modelu. Následně jsou na soubor parametrů aplikovány optimalizační algoritmy (simplexová metoda, simulované žíhání a genetický algoritmus). Tyto algoritmy slouží k nalezení kombinace parametrů s co nejlepšími výsledky.

Analýza je provedena na třech výpočetních modelech, jejichž výsledky jsou následně porovnány. Modely byly vytvořeny v komerčním statickém softwaru Scia Engineer. Implementace návrhu experimentu, citlivostní analýzy a optimalizačních procesů byla provedena v MATLABu.

Klíčová slova

identifikace parametrů, modální analýza, návrh experimentů, LHS, citlivostní analýza, optimalizace, most přes Labe v Mělníku

Abstract

This thesis focuses on parameter fitting of a finite element (FE) model of a prestressed bridge in Mělník in comparison to experimental results. Parameter fitting means finding set of parameters such that the modal analysis results obtained on the model are as closely as possible to the results obtained from experiments on a real structure. When updating a FE model of a complex structure it is necessary to verify a number of parameters which can significantly affect the results. Determination of the most important parameters and their identification is a difficult task.

We used Design of Experiments methodology utilizing popular LHS designs. Based on the results, sensitivity analysis was executed and measure of influence of each parameter on the response of the model was determined. Then optimization algorithms (simplex method, simulated annealing and genetic algorithm) were applied on the set of parameters. These algorithms were used to find the combination of parameters with the best possible results.

The analysis was performed on three computational models whose results where compared. Models were developed in the commercial structural analysis software Scia Engineer. Experimental design, sensitivity analysis and optimization processes were implemented in MATLAB.

Keywords

fitting parameters, modal analysis, design of experiments, LHS, sensitivity analysis, optimization, bridge in Mělník

Obsah

1	Úvo	od	11
	1.1	Identifikace parametrů	11
	1.2	Optimalizace	13
	1.3	Typy optimalizačních algoritmů	13
2	Dyı	namika stavebních konstrukcí	15
	2.1	Modální analýza	15
	2.2	Dynamické zkoušky	16
	2.3	Verifikace modelu	17
3	Mo	st přes Labe v Mělníku	19
	3.1	Popis konstrukce	19
		3.1.1 Návodní pilíř	20
		3.1.2 Krajní pilíř	21
	3.2	Výsledky dynamické zkoušky mostu	21
	3.3	Prutový model	23
	3.4	Sledované parametry	24
		3.4.1 Ostatní stálá zatížení	24
		3.4.2 Torzní tuhost ložisek	25
		3.4.3 Svislá tuhost ložisek	26
4	Ide	ntifikace parametrů	28
	4.1	Návrh experimentu	28
	4.2	Modální analýza na základě návrhu experimentu	29
	4.3	Citlivostní analýza	30
	4.4	Optimalizace úlohy	31
		4.4.1 Použité algoritmy	31
5	Imp	blementace	35

6	Výs	ledky		40
	6.1	Model	К	40
		6.1.1	Genetický algoritmus	42
	6.2	Model	A	43
		6.2.1	Genetický algoritmus	46
		6.2.2	Genetický algoritmus - víceúčelová optimalizace	48
		6.2.3	Simplexová metoda	48
		6.2.4	Simulované žíhání	51
		6.2.5	Závěr	51
	6.3	Model	B	53
7	Záv	ěr		54
\mathbf{A}	Star	novení	materiálových charakteristik pro prutový model	57
В	Uká	izka xr	nl dokumentu fr.xml	60
С	Uká	izka xr	nl dokumentu tv_1.xml	61
D	D Parametry použitého počítače a softwaru		62	
\mathbf{E}	Obs	ah při	loženého CD	63

Seznam tabulek

2.1	Limitní hodnoty $\Delta f_{(j)}$ [%]	17
3.1	Průřezové charakteristiky návodního pilíře	21
3.2	Průřezové charakteristiky krajního pilíře	21
3.3	První tři vlastní frekvence svislého ohybového kmitání	22
3.4	Vyčíslení ostatních stálých zatížení mostu	25
6.1	Parametry modelu K	40
6.2	Korelační koeficienty parametrů modelu K	40
6.3	Tabulka výsledných hodnot parametrů a koeficientů model u K $\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	43
6.4	Parametry modelu A	43
6.5	Korelační koeficienty parametrů modelu A	46
6.6	Tabulka hodnot parametrů a koeficientů jednotlivých běhů genetického algo-	
	ritmu na modelu A	48
6.7	Tabulka hodnot parametrů a ko eficientů pro prvních 10 kombinací $\ .\ .\ .$.	49
6.8	Tabulka hodnot parametrů a ko eficientů jednotlivých běhů algoritmu N-M . .	50
6.9	Tabulka hodnot parametrů a ko eficientů jednotlivých běhů algoritmu SA	51
6.10	Tabulka hodnot parametrů a koeficientů - nejlepší výsledky jednotlivých algo-	
	ritm ů	52
6.11	Výpočetní nároky jednotlivých algoritmů	52
6.12	Parametry modelu B	53
6.13	Korelační koeficienty parametrů modelu B	53
A.01	Materiálové charakteristiky z laboratorní zkoušky	57

Seznam obrázků

3.1	Podelný řez mostem)
3.2	Fotografie mostu)
3.3	Příčný řez návodním pilířem)
3.4	Příčný řez krajním pilířem	L
3.5	První vlastní tvar získaný dynamickou zkouškou 22	2
3.6	Druhý vlastní tvar získaný dynamickou zkouškou	2
3.7	Třetí vlastní tvar získaný dynamickou zkouškou	3
3.8	Prutový model mostu v programu Scia Engineer	3
3.9	Příčný řez mostem vč. mostního vybavení 24	ł
3.10	Detail podepření modelu A	3
3.11	Detail podepření modelu B	7
4 1		
4.1	Princip klasickeho LHS navrhu 28	5
4.2	Ukázka XML souboru 30)
4.3	Příklady souborů bodů a hodnoty korelačních koeficientů 31	L
4.4	Simplexy v $\mathbb{R}^1, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$	2
61	Craftelrá znázomění korelace porometnů modelu K	1
0.1	Grancke znazornem korerace parametru moderu K	-
6.2	Průběh výsledků genetického algoritmu na modelu K	2
6.3	Grafické znázornění korelace parametrů modelu A	Ś
6.4	Průběh výsledků genetického algoritmu - běh 1	3
6.5	Průběh výsledků genetického algoritmu - běh 2	7
6.6	Průběh výsledků genetického algoritmu - běh 3	7
6.7	Průběh výsledků 1 5. běhu algoritmu N-M)
6.8	Průběh výsledků 6 10. běhu algoritmu N-M)
6.9	Průběh výsledků 1. a 2. běhu algoritmu SA	L

Kapitola 1

Úvod

Výpočetní modely vytvořené v různých statických softwarech jsou v současné době hojně využívány ve většině statických kanceláří. Tyto modely mohou být také využity k predikci dynamického chování konstrukce. Výsledky z těchto modelů se však často od výsledků experimentů na skutečných konstrukcích liší. Odlišnosti mohou být způsobeny mnoha různými vlivy. Může docházet jednak k chybám v měření, ale častěji jsou nepřesnosti způsobeny výpočetním modelem. Ten může být buď příliš zjednodušený, nebo mohou být použity nesprávné vlastnosti materiálů či okrajových podmínek.

Při procesu vylepšování modelu je nejprve nutné stanovit parametry, které mají vliv na odezvu konstrukce. Takových parametrů bývá velké množství a následná identifikace by byla obtížná. Nástrojem, jak celý proces zjednodušit, je citlivostní analýza. Citlivostní analýza se zabývá zhodnocením vlivu jednotlivých parametrů zkoumaného modelu na jeho odezvu. Existuje mnoho různých postupů k vyhodnocení citlivostní analýzy. V této diplomové práci je použito stochastické citlivostní analýzy, která spočívá ve vyhodnocení korelace mezi vstupem a výstupem modelu na základě množiny numerických simulací. Kombinace vstupních parametrů představují návrhové body, které tvoří tzv. návrh experimentu [Janouchová, 2012]. Návrh experimentu je proces, při kterém se hledají kombinace parametrů jednotlivých návrhových bodů laboratorního nebo počítačem simulovaného experimentu. V této diplomové práci bylo použito návrhu experimentu metodou LHS (*Latin Hypercube Sampling*). Po vyhodnocení citlivostní analýzy je možno přistoupit k samotné identifikaci parametrů.

1.1 Identifikace parametrů

Identifikace parametrů je speciálním typem inverzní analýzy, kdy se hledají neznámé vstupní parametry modelu x^E pro známé výstupní hodnoty y^E . Problém je možné formálně

zapsat jako

$$y^E = E(x^E) \tag{1.1}$$

kde y^E je výsledek experimentu E pro vstupní hodnoty parametrů x^E . V tomto případě je experiment E nahrazen výpočetním modelem M. Cílem inverzní analýzy je potom nalezení parametrů modelu x^M takových, aby výstupní hodnoty z modelu a experimentu byly co nejbližší.

$$y^E = y^M = M(x^M) \tag{1.2}$$

Rozlišují se čtyři metody identifikace parametrů [Vittingerová, 2010]:

- "Ruční metoda", kterou lze použít v případě, kdy vstupní parametry jsou přímo závislé na výsledcích experimentu nebo lze identifikaci provést na základě zkušeností. Vliv jednotlivých parametrů je nezávislý, jejich hodnoty tedy mohou být určovány jednotlivě.
- Metoda "pokusu a omylu", která je ve většině případů časově náročná, algoritmus této metody je následující:

while zastavovací podmínka do odhad vstupních hodnot x; výpočet y; porovnání $y \neq y^E$; end

Algoritmus 1: Algoritmus metody "pokusu a omylu" v pseudokódu

• Inverzní metoda, která předpokládá existenci inverzního vztahu mezi výstupními a vstupními hodnotami, tedy modelu M^{INV} propojujícího výstupy y z modelu M s jeho vstupy:

$$x = M^{INV}(y). (1.3)$$

Pokud takový vztah existuje, lze hodnoty x^M získat zavedením hodnot y^E do inverzního modelu. V inženýrských výpočtech je však často nemožné nalézt takový, nebo alespoň přibližný, vztah.

• **Přímá metoda**, která je jakýmsi vylepšením metody "pokusu a omylu". Její princip spočívá v minimalizaci chybové funkce F(x), která představuje rozdíl mezi výsledky y^M z modelu a y^E z experimentu:

$$F(x) = \|y^E - y^M\| = \|y^E - M(x)\|.$$
(1.4)

V této práci byla pro identifikaci parametrů použita právě přímá metoda. Minimalizace chybové funkce může být provedena za pomoci optimalizačních algoritmů.

1.2 Optimalizace

Optimalizační úlohy jsou úlohy založené na hledání extrémů určitých funkcí. Prostor možných řešení je však často příliš veliký na to, aby bylo možno nalézt nejlepší z nich pomocí klasických metod. Z tohoto důvodu došlo po druhé světové válce k rozvoji optimalizačních metod, které původně sloužily k řešení úloh z oblasti ekonomie [Zelinka a kol., 2008]. Cílem optimalizační úlohy je nalezení extrému (minima nebo maxima) tzv. "účelové funkce". Je-li X nějaká neprázdná množina z N-rozměrného prostoru E_N , funkce f má v bodě x_0 lokální minimum, jestliže existuje okolí bodu x_0 takové, že platí

$$f(x) \ge f(x_0) \tag{1.5}$$

pro všechna x z tohoto okolí. Funkce má v bodě x_0 ostré lokální minimum, jestliže existuje okolí bodu x_0 takové, že platí

$$f(x) > f(x_0) \tag{1.6}$$

pro všechna x z tohoto okolí, vyjma bodu $x = x_0$.

Jestliže (1.5) platí pro všechna $x \in X$, pak má funkce f v bodě $x_0 \in X$ globální minimum. Platí-li navíc (1.6) pro všechna $x \in X$, s výjimkou $x = x_0$, má funkce f v bodě $x_0 \in X$ ostré globální minimum.

Počet dimenzí N představuje počet optimalizovaných argumentů účelové funkce, v případě identifikace počet parametrů. Účelová funkce může mít různou podobu. Od nejjednodušších, které mají právě jedno globální maximum a globální minimim, až po složitější, kde může být dosaženo více stejných globálních extrémů pro různé souřadnice, nebo těchto extrémů může být nekonečně mnoho. Potom je problém vhodné přeformulovat.

1.3 Typy optimalizačních algoritmů

Metod, které lze použít k nalezení extrému, je celá řada a existuje také mnoho přístupů, jak lze tyto algoritmy rozdělit. Dle [Zelinka a kol., 2008] můžeme dělit algoritmy do těchto kategorií:

 Enumerativní algoritmus provede výpočet všech možných kombinací daného problému. Z toho vyplývá, že tento typ algoritmu je vhodný pouze pro řešení problémů, u nichž jsou argumenty účelové funkce diskrétního charakteru a nabývají malého množství hodnot. Pro řešení praktických úloh je tento algoritmus nevhodný.

- Deterministické. Tato skupina algoritmů je založena na metodách klasické matematiky a jejich výsledkem je jediné řešení. Tyto algoritmy jsou spíše vhodné k řešení lineárních a konvexních problémů s malým a souvislým prostorem možných řešení. Mezi tyto metody patří například horolezecké algoritmy nebo simplexový algoritmus (Nelder-Mead).
- Stochastické. Tento typ algoritmů je založen na využití náhody. Výsledkem je vždy to nejlepší řešení, které bylo získáno testováním náhodných hodnot argumentů účelové funkce. Do této skupiny patří například simulované žíhání, metoda Monte Carlo nebo Tabu search.
- Smíšené algoritmy v sobě kombinují principy deterministických a stochastických algoritmů. Algoritmy jsou díky tomu robustní, efektivní a výkonné. Patří mezi ně například genetické algoritmy, rojení částic a jiné.

V této práci bude ukázána aplikace třech rozdílných optimalizačních metod na úloze identifikace dynamických vlastností předpjatého mostu. Konkrétně je tato práce zaměřena na skutečnou konstrukci mostu přes Labe v Mělníku. Kapitola 2 přináší obecné informace o problematice modální analýzy, dynamických zkoušek konstrukcí a verifikaci výpočetních modelů. Cílem práce je vytvoření výpočetního modelu ve statickém softwaru, určení klíčových parametrů a jejich zavedení do modelu. Touto problematikou se zabývá Kapitola 3, kde je proveden popis konstrukce a jejího výpočetního modelu s popisem sledovaných parametrů. Jsou zde také shrnuty výsledky dynamické informativní zkoušky. Dalším cílem diplomové práce je provedení návrhu experimentu pomocí metody LHS (*Latin Hypercube Sampling*), citlivostní analýzy a aplikace optimalizačních algoritmů k nalezení kombinací parametrů s co nejlepšími výsledky. Tato témata jsou shrnuta v Kapitole 4. V Kapitole 5 jsou popsány postupy implementace metod v prostředí MATLABu. Výsledky jsou uvedeny v Kapitole 6.

Kapitola 2

Dynamika stavebních konstrukcí

Některé typy stavebních konstrukcí je nutné kromě vlivu statických účinků zatížení posoudit také z hlediska vlivu účinků dynamických. Obvyklé konstrukce pozemních staveb jsou zpravidla hodnoceny pouze z hlediska statiky, protože dynamické účinky, například větru či pohybujících se osob, mají v porovnání s účinky statického zatížení zanedbatelný vliv. Vliv dynamických účinků je zahrnut např. pomocí dynamických součinitelů a součinitelů bezpečnosti. Konstrukce, u nichž nelze vliv dynamických účinků takto zjednodušeně zohlednit, jsou například konstrukce v seismických oblastech, konstrukce ovlivněné pohybem rotačních strojů a v neposlední řadě také dopravní stavby, které jsou zatíženy pohybem silničních a železničních vozidel a osob. Nejběžnějším typem takovýchto staveb jsou mosty.

2.1 Modální analýza

V každém bodě a v každém okamžiku musí být v konstrukci splněny podmínky rovnováhy sil. Při dynamickém namáhání to znamená rovnováhu sil budících, setrvačných, tlumících a vratných. Pohybová rovnice popisující stav soustavy v daném okamžiku je vyjádřena:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{f}(t)$$
(2.1)

kde \mathbf{M} je matice hmotnosti \mathbf{C} je matice tlumení \mathbf{K} je matice tuhosti $\mathbf{r}(t)$ je vektor posunutí $\mathbf{f}(t)$ je vektor budících sil

Při modální analýze hledáme základní dynamické charakteristiky konstrukce - vlastní frekvence a příslušné tvary vlastního kmitání.

Pohybová rovnice vlastního netlumeného kmitání má tvar:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = 0 \tag{2.2}$$

Partikulární řešení rovnice (2.2) má tvar:

$$\mathbf{r}(t) = \phi_n(A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \tag{2.3}$$

Dvojnásobnou derivací partikulárního řešení získáme:

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \phi_n \omega_n (-A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t) \tag{2.4}$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = \phi_n \omega_n^2 (-A_n \cos \omega_n t - B_n \sin \omega_n t)$$
(2.5)

Dosazením rovnic (2.4) a (2.5) do základní pohybové rovnice (2.2) získáme:

$$\underbrace{(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})\phi_n}_{=0} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) = 0$$
(2.6)

$$(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})\phi_n = 0 \tag{2.7}$$

Rovnice (2.7) je z matematického hlediska problémem vlastních čísel, kde ϕ_n jsou tvary vlastního kmitání (vlastní vektory) a ω_n vlastní kruhové frekvence. Rovnice má netriviální řešení tehdy, když je determinant výrazu v závorce roven nule [Máca, 2014]:

$$\det(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}) = 0 \tag{2.8}$$

2.2 Dynamické zkoušky

Dynamické zkoušky slouží k experimentálnímu ověřování stavebních konstrukcí. K tomu se přistupuje zpravidla tehdy, je-li potřeba ověřit spolehlivost nově postavených, či stávajících konstrukcí, u nichž nejsou potřebné záznamy, nebo je-li potřeba ověřit platnost předpokladů zavedených do výpočtu, případně ověřit výstižnost výpočetního modelu konstrukce nebo stanovit parametry konstrukce. Úroveň dynamického kmitání stavby se posuzuje také z důvodu jeho vlivu na strojní technologii nebo lidský organismus [Polák, 1999]. Dynamické zkoušky se z hlediska [ČSN 73 2044, 1983] dělí na tyto typy:

• Dynamická informativní zkouška, při které se stanovují frekvence vlastního kmitání,

tvary vlastního kmitání a útlum kmitání. Přistupuje se k ní, je-li třeba provést porovnání s dynamickým výpočtem nebo pokud není možné tyto charakteristiky určit teoreticky.

 Dynamická zatěžovací zkouška, při které se zpravidla vyhodnocují frekvence a tvary vynuceného kmitání, amplitudy vynuceného kmitání a vyčísluje se také dynamický součinitel. K tomuto typu zkoušek se přistupuje tehdy, když je nutné posoudit dynamickou odezvu konstrukce, anebo u speciálních typů konstrukcí, jako jsou vysoké budovy, komíny, stropní konstrukce velkých rozpětí apod.

2.3 Verifikace modelu

Verifikace výpočetního modelu, v případě této práce modelu mostu, představuje porovnání výsledků z něj získaných s výsledky dynamické zkoušky na skutečné konstrukci. Podle [ČSN 73 6209, 1996] je shody mezi zkouškou zjištěnými a teoreticky stanovenými veličinami dosaženo tehdy, když [Polák, 1999]:

• Experimentálně zjištěné frekvence vlastního kmitání se neliší od teoretických více, než je uvedeno v tabulce 2.1, odchylka $\Delta f_{(j)}$ se určí ze vztahu:

$$\Delta f_{(j)} = \frac{f_{(j),teor} - f_{(j),obs}}{f_{(j),teor}} \cdot 100 \ [\%]$$
(2.9)

kde $f_{(j),teor}$ je j-tá vypočtená vlastní frekvence a $f_{(j),obs}$ odpovídající změřená vlastní frekvence.

• Zkouškou zjištěné vlastní tvary mají shodný počet uzlových bodů, jako odpovídající teoretické tvary kmitání, a uzly leží ve shodných polích konstrukce.

Frekvence	$f_{(1)}$	$f_{(2)}$	$f_{(3)}$	$f_{(4)}$	$f_{(5)}$
Mezní odchylka $\Delta f_{(j)}$	$\langle -15; +5 \rangle$	$\langle -15; +10 \rangle$	$\langle -15; +15 \rangle$	$\langle -20;+20\rangle$	$\langle -25; +25 \rangle$

Tabulka 2.1: Limitní hodnoty $\Delta f_{(j)}$

Dále se doporučuje posoudit shodu tvarů vlastního kmitání, což se provádí pomocí koeficientu korelace modální analýzy MAC. Vztah pro j-tý vlastní tvar je následující:

$$MAC_{(j)} = \frac{|\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{teor}^{T}\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{obs}|^{2}}{(\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{teor}^{T}\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{teor})(\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{obs}^{T}\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{obs})}$$
(2.10)

kde $\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{teor}$ je vektor vypočteného vlastního tvaru $\{\mathbf{r}_{(j)}\}_{obs}$ je vektor odpovídajícího změřeného vlastního tvaru. Dokonalé shodě vlastních tvarů odpovídá hodnota koeficientu $MAC_{(j)} = 1$, naprosté neshodě $MAC_{(j)} = 0$. Norma neudává pevné kritérium posouzení zkoušené konstrukce na základě hodnoty $MAC_{(j)}$. Nicméně při dobré shodě by měl ležet v intervalu $\langle 0, 95; 1, 00 \rangle$ [Plachý, 2003].

Kapitola 3

Most přes Labe v Mělníku

3.1 Popis konstrukce

Řešenou konstrukcí je most v Mělníku, který převádí přes Labe a přilehlé inundační území komunikaci č. I/16 ve směru Slaný-Česká Lípa [Baťa a kol., 1994]. Objekt je součástí estakády o celkové délce 738 m. Řešený objekt označovaný jako Mělník II je spojitá konstrukce o třech polích s rozpětím 72,05 + 146,20 + 72,05 m, podélný řez mostem je na Obrázku 3.1. Celková délka mostu je 292 m. Šířkové uspořádání příčného řezu mostu je dáno třídou S11,5 převáděné komunikce - šířka mezi svodidly je 11,25 m, celková šířka včetně chodníkové římsy a odvodňovacího žlabu je 16,13 m. Jedná se o dodatečně předpjatý most z betonu B 45 prováděný technologií letmé betonáže. Průřez mostu je komorový, proměnný po celé délce. Maximální výšku má průřez nad návodními pilíři - 9 m, s tloušťkou spodní desky 1,3 m a bočních stěn 0,8 m. Ve středu hlavního pole je průřez nejsubtilnější s výškou 2,65 m, tloušťkou spodní desky 0,21 m a bočních stěn 0,45 m. Systém podélného předpětí tvoří soustava dodatečně předpínaných kabelů se soudržností.

Nosná konstrukce je uložena na návodních pilířích na hrncových ložiskách GTL 45,0 MN f, ge, na krajních pilířích na ložiskách GTL 5,0 MN ge a ga. Letmobetonovaná část je od navazujících konstrukcí oboustranně oddělena pomocí dilatací [Baťa a kol., 1994]. Založení návodních pilířů je provedeno na podzemních stěnách, krajních pilířů na pilotách [Vachtl, 2011].



Obrázek 3.1: Podelný řez mostem, rozměry uvedeny v mm



Obrázek 3.2: Fotografie mostu

3.1.1 Návodní pilíř

Návodní pilíře mostu jsou výrazně mohutnější, než pilíře krajní. Protože bezprostředně sousedí s korytem řeky, mají hydrodynamický tvar. Zhlaví je vytvarované do špice z kruhových segmentů. Pohledově jsou pilíře tvořeny ze žulových bloků. Průřez návodního pilíře je na Obrázku 3.3. Tabulka 3.1 uvádí průřezové charakteristiky návodního pilíře.

Obrázek 3.3: Příčný řez návodním pilířem, rozměry uvedeny v mm

Plocha A $[m^2]$	$70,\!353$
Moment setrvačnosti $I_y[m^4]$	$178,\!480$
Moment setrvačnosti $I_z[m^4]$	$875,\!400$
Průřezový modul $W_y[m^3]$	$59,\!432$
Průřezový modul $W_z[m^3]$	$123,\!230$

Tabulka 3.1: Průřezové charakteristiky návodního pilíře

3.1.2 Krajní pilíř

Krajní pilíře jsou železobetonové a mají půdorys ve tvaru písmene I. Průřez krajního pilíře je na Obrázku 3.4. Tabulka 3.2 uvádí průřezové charakteristiky krajního pilíře.

Obrázek 3.4: Příčný řez krajním pilířem, rozměry uvedeny v mm

Plocha A $[m^2]$	22,321
Moment setrvačnosti $I_y[m^4]$	18,008
Moment setrvačnosti $I_z[m^4]$	170,900
Průřezový modul $W_y[m^3]$	$10,\!380$
Průřezový modul $W_z[m^3]$	40,116

Tabulka 3.2: Průřezové charakteristiky krajního pilíře

3.2 Výsledky dynamické zkoušky mostu

Před uvedením mostu do provozu byla v roce 1994 provedena dynamická zatěžovací zkouška. Kromě dynamické zatěžovací zkoušky silničními vozidly byl most zatěžován dynamickým budičem pro zjištění vlastních frekvencí a tvarů kmitání. Z výsledků zkoušky byly mimo jiné získány první tři frekvence a tvary vlastního kmitání. Zkouška byla zaměřena na stanovení tvarů svislého ohybového kmitání. K zatěžování bylo použito elektrodynamického

budiče, který byl umístěn v podélné ose mostu ve vzdálenosti 6 m od středu mostu. Tímto umístěním bylo zajištěno, že byly vybuzeny základní tři ohybové tvary, které jsou na Obrázcích 3.5 - 3.7. Změřené vlastní frekvence jsou v Tabulce 3.3.

Pořadí	Hodnota [Hz]
1	$1,\!125$
2	1,795
3	$2,\!650$

Tabulka 3.3: První tři vlastní frekvence svislého ohybového kmitání

Obrázek 3.5: První vlastní tvar získaný dynamickou zkouškou, $f_{(1)}{=}1{,}125~{\rm Hz}$

Obrázek 3.6: Druhý vlastní tvar získaný dynamickou zkouškou, $f_{(2)}{=}1{,}795~{\rm Hz}$

Obrázek 3.7: Třetí vlastní tvar získaný dynamickou zkouškou, $f_{(3)}$ =2,650 Hz

3.3 Prutový model

Pro účely identifikace parametrů výpočetního modelu byl vytvořen prutový model v programu Scia Engineer. Model je vytvořen tak, aby co nejvíce odpovídal skutečné konstrukci. Pro vytvoření prutového modelu byly použity podklady z prutového modelu z roku 2006 - těžišťová osa a příčné řezy mostem v jednotlivých lamelách. Model je v podélném směru rozdělen na 70 lamel, každá z lamel je modelována jako prut s proměnným průřezem. V místech, kde byly během experimentu umístěny snímače, byly do modelu vloženy vnitřní uzly. V těchto uzlech pak byly sledovány hodnoty pořadnic vlastních tvarů. Podpory jsou v první fázi výpočtu modelovány jako kloubové. Modul pružnosti betonu byl získán z laboratorní zkoušky [Stavby silnic a železnic n. p. Praha, 1991], kde jsou uvedeny změřené hodnoty modulu pružnosti na třech tělesech z betonu stáří 31 dní, a proveden přepočet dle Přílohy A.

Obrázek 3.8: Prutový model mostu v programu Scia Engineer

Následně bylo použito nástroje programu Scia Engineer pro parametrizaci modelu. Podpory byly upraveny na pružné a pro jejich tuhosti byly použity vytvořené parametry. Vliv ostatních stálých zatížení byl do modelu zahrnut jako parametrizovaná spojitá hmota v každém poli mostu. Výpočet byl proveden postupně na třech typech podepření:

- Model K je model s kloubovým podepřením a parametry Ost_stala1 Ost_stala3 představující proměnnou složku ostatních stálých zatížení v jednotlivých polích mostu.
- Model A se od předchozího liší přidáním pružných podpor ke kloubům s parametry Tuhost_sv1 - Tuhost_sv4, čímž je simulována nenulová torzní tuhost ložisek. Detail podepření je na Obrázku 3.10.
- Model B má narozdíl od modelu A nahrazeny kloubové podpory podporami pružnými ve svislém směru s parametry Tuhost_sv5 Tuhost_sv8. Detail podepření je na Obrázku 3.11.

3.4 Sledované parametry

3.4.1 Ostatní stálá zatížení

Obrázek 3.9: Příčný řez mostem vč. mostního vybavení, rozměry uvedeny v mm

Jedním z typů parametrů, na kterých je sledován jejich vliv na modální charakterisky konstrukce, jsou ostatní stálá zatížení v jednotlivých polích mostu. Parametry ovlivňují globální matici hmotnosti konstrukce. Ostatní stálá zatížení představují spojité liniové zatížení zahrnující tíhu mostního svršku (vozovka, chodníky, římsy, odvodňovací žlab) a mostního vybavení (zachytná a ochranná zařízení, dopravní značení). Pro přibližný výpočet ostatních stálých zatížení v Tabulce 3.4 byl použit příčný řez mostu dle Obrázku 3.9. Ostatní stálá zatížení jsou zde tvořena vyrovnávací vrstvou z betonu, vozovkovým souvrstvím, římsami, odvodňovacím žlabem, svodidly a zábradlím. Jako parametrizovaná složka ostatních stálých zatížení bylo zvoleno zatížení od vyrovnávacího betonu a to parametry Ost_stala1, Ost_stala2 a Ost_stala3 pro jednotlivá pole mostu. Předpokládáme stejné objemové hmotnosti betonu i konstrukce vozovky (2200 kg/m^3), takže hodnota parametru v sobě může zahrnovat nepřesnosti při provádění obou vrstev. Meze pro tento parametr jsou zvoleny od 0 do 1980 kg/m (vrstva betonu šíře 15 m, tloušťky 6 cm).

	Plocha $[m^2]$	$ ho[kg/m^3]$	g $[kg/m]$
Římsa	1,086	2500	2715
Odv. žlab	0,484	2500	1211
Vozovka	$1,\!689$	2200	3716
Vyrovnávací beton	-	2200	0 - 1980
Svodidla	-	-	100
Zábradlí	-	-	100
Celkem			7842 - 9822

Tabulka 3.4: Vyčíslení ostatních stálých zatížení mostu

3.4.2 Torzní tuhost ložisek

Dále se předpokládalo, že významnou roli na výsledky modální analýzy bude mít torzní tuhost ložisek umístěných na pilířích mostu, tedy jejich odpor vůči pootočení. Dolní mezí pro tento parametr je nulová tuhost, což odpovídá kloubovému uložení, jako horní mez byla zvolena ohybová tuhost příslušného pilíře. Tato mez je sice výrazně vzdálená skutečné tuhosti ložisek, slouží ale pouze jako ohraničení při návrhu experimentu. Ohybová tuhost prutu je dána vztahem:

$$k_{\varphi} = \frac{4EI}{l} \tag{3.1}$$

kde E představuje Youngův modul pružnosti, I moment setrvačnosti a l je délka prutu. Ohybové tuhosti návodního pilíře odpovídá hodnota:

$$k_{\varphi,n} = \frac{4EI_n}{l_n} = \frac{4 \cdot 32500 \cdot 178, 48}{10,3} = 2252660 \ MNm \tag{3.2}$$

a ohybové tuhosti krajního pilíře hodnota:

$$k_{\varphi,k} = \frac{4EI_k}{l_k} = \frac{4 \cdot 32500 \cdot 18,008}{10,6} = 220853 \ MNm \tag{3.3}$$

Vzhledem k faktu, že program Scia Engineer neumožňuje parametrizovat přímo rotační

tuhost podpor, bylo podepření modelováno jako pevný kloub v ose uložení a dvojice podpor pružných ve svislém směru (Obrázek 3.10), což alespoň částečně umožňuje sledovat vliv odporu podpor vůči pootočení. Pružiny byly umístěny ve vzdálenosti 0,125 m od kloubu. Horní meze tuhostí pro návrh experimentu byly stanoveny dle vztahu:

$$k_{\varphi} = 2k_1 s^2 \Rightarrow k_1 = \frac{k_{\varphi}}{2s^2} \tag{3.4}$$

Pro parametry Tuhost_sv2 a Tuhost_sv3 odpovídající tuhostem pružin u návodních pilířů byla stanovena horní mez tuhosti hodnotou:

$$k_{2,3} = \frac{k_{\varphi,n}}{2s^2} = \frac{2252660}{2 \cdot 0, 125^2} = 72085126 \ MN/m \tag{3.5}$$

Pro parametry Tuhost_sv1 a Tuhost_sv4 odpovídající tuhostem pružin u krajních pilířů byla stanovena horní mez tuhosti hodnotou:

$$k_{1,4} = \frac{k_{\varphi,k}}{2s^2} = \frac{220853}{2 \cdot 0, 125^2} = 7067296 \ MN/m \tag{3.6}$$

Obrázek 3.10: Detail podepření modelu A

3.4.3 Svislá tuhost ložisek

Dalším ze sledovaných parametrů byly svislé tuhosti ložisek mostu - Tuhost_sv5 - Tuhost_sv8. Horní mezí pro identifikaci těchto parametrů je tuhost odpovídající normálové tuhosti mostních pilířů. Příčné řezy návodním a krajním pilířem jsou na obrázcích 3.3 a 3.4. Oba pilíře pokládáme za homogenní železobetonové.

Obrázek 3.11: Detail podepření modelu B

Normálovou tuhost pilířů k_z získáme zjednodušeně ze vztahu pro normálovou tuhost tlačeného homogenního prutu konstantního průřezu vycházejícího z Hookova zákona:

$$k_z = \frac{EA}{l} \tag{3.7}$$

kdeE představuje Youngův modul pružnosti, Aplochu příčného řezu alje délka prutu.

Normálové tuhosti návodního pílíře odpovídá hodnota:

$$k_{z,n} = \frac{EA_n}{l_n} = \frac{32500 \cdot 70,353}{10,3} = 222057 \ MN/m \tag{3.8}$$

a normálové tuhosti krajního pílíře hodnota:

$$k_{z,k} = \frac{EA_k}{l_k} = \frac{32500 \cdot 22,321}{10,6} = 68437 \ MN/m \tag{3.9}$$

Kapitola 4

Identifikace parametrů

4.1 Návrh experimentu

Jak plyne z předchozí kapitoly, byl sledován vliv *n* paramentů na charakteristiky vlastního kmitání. Všechny přípustné kombinace vstupních parametrů vytváří *n*-dimenzionální návrhový prostor. Jednotlivé souřadnice návrhových bodů pak představují konkrétní hodnoty parametrů. Jelikož není možné provést výpočet pro všechny možné kombinace parametrů, je potřeba nalézt určitý omezený počet kombinací, které budou dostatečně rovnoměrně rozmístěné v návrhovém prostoru a budou jej tak co nejlépe vystihovat. Z výsledků experimentu je pak možné určit vliv jednotlivých parametrů na odezvu.

Pro návrh experimentů byla pro tuto práci použita metoda Latin Hypercube Sampling (LHS) s výměnami. Metoda vychází ze standardního LHS návrhu, kdy je každá proměnná

rozdělena na n intervalů. V každém intervalu je pak bod umístěn nezávisle na ostatních proměnných (nejčastěji do jeho středu). Ukázka výsledku návrhu experimentu ve 2-dimenzionálním prostoru pro 5 návrhových bodů je na Obrázku 4.1. Výsledkem klasického LHS však často bývá nekvalitní, nerovnoměrně rozdělený návrh. Možným způsobem vylepšení takto provedeného návrhu jsou například výměny.

V této metodě jsou hledány body s nejmenší vzájemnou vzdáleností a následně je měněna jedna souřadnice bodu z dvojice s jiným, náhodně zvoleným bodem. Kritériem hodnocení je v tomto případě *Euklidovská maximin vzdálenost* (EMM). EMM je nejkratší ze všech vzájemných vzdáleností mezi návrhovými body:

$$E^{EMM} = min\{\dots, L_{ij}, \dots\}, i = 1, \dots, np; j = (i+1), \dots, np,$$
(4.1)

kde np je počet návrhových bodů a L_{ij} euklidovská vzdálenost mezi body i a j. Cílem návrhu je tedy maximalizovat hodnotu EMM [Myšáková, 2012].

4.2 Modální analýza na základě návrhu experimentu

K modální analýze na prutovém modelu pro jednotlivé kombinace parametrů bylo využito možnosti programu Scia Engineer komunikovat s jinými programy prostřednictvím souborů ve značkovacím jazyce XML (*Extensible Markup Language*). Tento jazyk byl vyvinut pro výměnu dat mezi aplikacemi. Ukázka struktury dokumentu vygenerovaného programem Scia Engineer je na Obrázku 4.2. Dokument (v tomto případě dokument in.xml) je možno modifikovat pomocí funkcí MATLABu přepsáním hodnoty parametru na požadovanou novou hodnotu a odeslat zpět k výpočtu modální analýzy. V případě změny parametru Ost_stala1 z ukázky to znamená vyhledat druhý výskyt parametru p0 a v něm změnit hodnotu pro v.

Soubor in.xml je následně odeslán do programu Scia Engineer k modální analýze pomocí příkazu zapsaného obecně [Šedlbauer, 2013]:

```
dos('"ESA_XML.exe" CALCULATIONTYPE "ProjectFile" ["XMLUpdateFile"]
[switches]').
```

V příkazu je v první řadě definována cesta k programu ESA_XML.exe, který umožňuje dálkové ovládání projektu pomocí XML souborů. Následně je potřeba definovat typ výpočtu argumentem CALCULATIONTYPE. Pro modální analýzu bylo použito typu EIG (*Eigen frequencies calculation*). Část příkazu ProjectFile obsahuje cestu k projektu, který má být změněn a přepočítán. Argument [XMLUpdateFile] obsahuje cestu k XML souboru, který slouží k aktualizaci modelu. Poslední část příkazu [switches] slouží k nastavení dodatečných operací, například uložení výstupních souborů [Scia Engineer, 2014].

Obrázek 4.2: Ukázka XML souboru

Výstupem jsou xml soubory obsahující hodnoty vlastních frekvencí a pořadnice jednotlivých vlastních tvarů, které mohou být následně načteny do prostředí MATLABu. Struktura výstupních souborů je obdobná jako struktura vstupního souboru. Náhled výstupního souboru obsahujícího vlastní frekvence je v Příloze B, souboru obsahujícího pořadnice prvního vlastního tvaru v jednotlivých uzlových bodech konstrukce v Příloze C. Modální analýza byla provedena vždy pro 250 kombinací parametrů, jejím výstupem byly hodnoty koeficientů $\Delta f_{(j)}$ a $MAC_{(j)}$ pro jednotlivé kombinace.

4.3 Citlivostní analýza

Na základě výsledků modální analýzy na jednotlivých kombinacích parametrů byla provedena citlivostní analýza, za účelem stanovení míry vlivu jednotlivých parametrů na odezvu modelu, konkrétně na koeficienty $\Delta f_{(j)}$ a $MAC_{(j)}$. Citlivostní analýza byla provedena pomocí Spearmannova koeficientu pořadové korelace (*Spearman's rank correlation coefficient* -SRCC). Existuje-li numerický model

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \tag{4.2}$$

s odezvou z a parametry x_1, x_2, \ldots, x_k , vliv parametru x_i na odezvu modelu z lze hodnotit Spearmannovým koeficientem pořadové korelace $\rho_{x_i,z}$ podle

$$\rho_{x_i,z} = 1 - \frac{6\sum_{a=1}^n (r(x_{a,i}) - r(z_a))^2}{n(n^2 - 1)}$$
(4.3)

kde $x_{a,i}$ jsou hodnoty parametrů modelu a z_a jsou hodnoty odezvy modelu odpovídající těmto parametrům. Hodnotám $x_{a,i}$ a z_a náleží pořadí $r(x_{a,i})$ a $r(z_a)$, z nichž je vypočítána příslušná citlivost [Janouchová, 2012]. Korelační koeficient nabývá hodnot v intervalu $\langle -1; 1 \rangle$, kde hodnota -1 odpovídá nepřímo úměrnému vztahu a hodnota 1 přímo úměrnému vztahu. Grafické znázornění souborů bodů a příslušné hodnoty korelačních koeficientů jsou znázorněny na Obrázku 4.3 [Math is fun, 2014].

Obrázek 4.3: Příklady souborů bodů a hodnoty korelačních koeficientů

4.4 Optimalizace úlohy

Pro nalezení nejlepšího řešení bylo postupně použito několik optimalizačních algoritmů. Všechny jsou součástí optimalizačního toolboxu MATLABu. V Kapitole 6 jsou pak porovnány výsledky jednotlivých metod a výpočetní nároky.

4.4.1 Použité algoritmy

Simplexový algoritmus (Nelder-Mead)

Simplexová metoda při minimalizaci v *n*-rozměrném prostoru pracuje se simplexem *n* bodů. Simplex je zobecněním trojúhelníku do libovolného *n*-rozměrného prostoru. Geometrické znázornění simplexů pro $n = \{1, 2, 3\}$ je na Obrázku 4.4. V tomto simplexu se metoda snaží nahradit bod s "nejhorší" (v případě minimalizace největší) funkční hodnotou novým bodem s "lepší", tedy menší, funkční hodnotou. Tento nový bod se získá buď pomocí tzv. zrcadlení, prodloužení nebo zkrácení simplexu podél přímky dané "nejhorším" vrcholem a těžištěm zbylých bodů simplexu. Pokud se takto nepodaří najít "lepší" bod, pak se zachová bod s "nejlepší" (nejmenší) funkční hodnotou a zúží se celý simplex posunutím všech zbylých vrcholů směrem k tomuto bodu [Dostál and Beremlijski, 2012]. Algoritmus je implementován v MATLABu jako funkce fminsearch.

Obrázek 4.4: Simplexy v $\mathbb{R}^1, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$

Simulované žíhání (Simulated annealing)

Simulované žíhání patří mezi algoritmy, které připouští kroky, při kterých dojde ke zhoršení hodnoty účelové funkce. Princip metody je založen na fyzikálním principu žíhání kovů, kdy se kov s nestabilní krystalovou mřížkou nejprve zahřeje na vysokou teplotu až k bodu tání a pak je velmi pomalu ochlazen. Dochází tak k přesunu částic a k vytvoření stabilní krystalové mřížky. Materiál se dostane na svoji energeticky nejnižší hodnotu, což v optimalizační úloze představuje globálním minimum [Lepš, 2012]. Princip algoritmu je znázorněn v pseudokódu:

```
T = T_{max};
while zastavovací podmínka do
    \operatorname{count} = 0;
    succ = 0;
    while count < countMax \& suss < succMax do
        \operatorname{count} = \operatorname{count} + 1;
        změň hodnoty parametrů P o náhodné číslo, získáš N;
        spočti hodnotu cílové funkce f(x);
        spočti p = exp((f(N) - f(P))/T);
        if náhodné číslo u \in [0; 1] < p then
            \operatorname{succ} = \operatorname{succ} + 1;
            P = N;
        end
    end
    Sniž T;
end
```

Algoritmus 2: Algoritmus simulovaného žíhání v pseudokódu

Na začátku je třeba stanovit počáteční teplotu T_{max} , countMax udává maximální počet iterací a succMax maximální počet úspěšných iterací na dané teplotní hladině. Ke snižování

teploty dochází nejčastěji přenásobením teploty T_i součinitelem T_{mult} , tedy

$$T_{i+1} = T_{mult}T_i \tag{4.4}$$

Hodnota T_{mult} je obvykle 0,99 nebo 0,999. Simulované žíhání je součástí MATLABu jako funkce simulannealbnd.

Genetický algoritmus (Genetic Algorithm)

Posledním použitým algoritmem byl genetický algoritmus (GA), který je z prostředí MATLABu spustitelný jako funkce ga. GA jsou založeny na principech evoluce, proto terminologie použitá k popisu principu algoritmu (populace, jedinec, generace) vychází z biologie. GA pracuje paralelně s N řešeními daného problému, jednotlivá řešení jsou označována jako jedinci, společně tvoří populaci. K ohodnocení kvality každého řešení se používá tzv. vhodnost (fitness function).

```
iter = 0;

vytvoření počáteční populace P_0 (obvykle náhodná);

výpočet vhodnosti každého jedince z P_0;

while zastavovací podmínka do

iter = iter + 1;

vytvoření nové prázdné populace P_i;

výběr jedinců z P_{i-1}, aplikace genetických operátorů, uložení do P_i;

výpočet vhodnosti jedinců P_i;

nahrazení staré populace P_{i-1} populací P_i;

end
```

Algoritmus 3: Algoritmus genetického algoritmu v pseudokódu

Výběr nejlepších jedinců pro tvorbu nové populace probíhá pomocí různých metod (ruleta, turnajový výběr, elitismus). Řešení je tradičně reprezentováno binárními čísly (řetězci nul a jedniček). Každá proměnná je zakódována do binárního čísla (gen), skupina genů tvoří chromozom (jedince, řešení).

Po výběru rodičů následuje reprodukce, kdy dochází ke křížení a mutaci. Za účelem křížení je nejprve nutné vybrané jedince spárovat. Na každý pár je pak aplikováno křížení. To představuje prohození částí chromozómů rodičů v určitém bodě [Levin and Lieven, 1998]. Následuje mutace, což je inverze určitých (obvykle náhodně vybraných) bitů. To znamená, že z nuly se stane jednička a naopak [Zelinka a kol., 2008].

Takto se získá nová generace řešení a celý proces se opakuje tak dlouho, dokud není splněna ukončovací podmínka (maximální počet generací, nalezení uspokojivého řešení, maximální čas atd.).

Víceúčelová optimalizace (Multi-Objective Optimization Problem)

Alternativou k funkci ga je funkce gamultiobj, která umožňuje použít genetický algoritmus pro víceúčelovou optimalizaci (*Multi-Objective Optimization Problem*, MOOP). Ta je založena na optimalizaci více účelových funkcí než jedné. Obecně je MOOP definována soustavou vztahů [Zelinka a kol., 2008]:

$$f_{m}(x) \qquad m = 1, 2, ..., M$$

$$g_{j}(x) \ge 0 \qquad j = 1, 2, ..., J$$

$$h_{k}(x) = 0 \qquad m = 1, 2, ..., K$$

$$x_{i}^{L} \le x_{i} \le x_{i}^{U} \qquad i = 1, 2, ..., n$$
(4.5)

Proměnná \mathbf{x} je vektor $\mathbf{x} = (x_i, \ldots, x_n)$. Funkce g_j a h_k jsou omezující funkce a poslední podmínka představuje omezení pro argumenty účelové funkce.

Výsledkem optimalizace je tzv. Paretova hranice. Tu lze definovat jako množinu bodů, které reprezentují takové kombinace $f_1, f_2, \ldots f_n$, že nelze snížit hodnotu žádné účelové funkce f_i , aniž by se zvýšila hodnota některých jiných funkcí f_j .

Kapitola 5

Implementace

Do prostředí MATLABu byly nejprve načteny hodnoty vlastních frekvencí a pořadnice vlastních tvarů z provedené zatěžovací zkoušky a byly uloženy do paměti, aby s nimi bylo možno dále pracovat.

Řádky 8-11 kódu

Modální analýza byla nejprve provedena na modelu o statickém schématu spojitého nosníku o třech polích s kloubovými podporami. Byly nalezeny první čtyři vlastní frekvence a příslušné vlastní tvary. Pro export výsledků do MATLABu byly vytvořeny XML soubory fr.xml, tv_1.xml, tv_2.xml, tv_3.xml a tv_4.xml, z nichž pak byly načteny potřebné údaje pro porovnání s hodnotami z experimentu:

```
Řádky 13-40 kódu
     %% NAČTENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ A TVARŮ Z .xml SOUBORU
13
14
15
     N_{teor} = 4;
                           %počet vypočtených vlastních frekvencí
16
     % Vlastní frekvence
17
     freq = zeros (1,N_teor);
                                   %vytvoření prázdného vektoru
18
19
     fr = xmlread ('xml_nepruzne\ fr.xml');
20
21
     elements = fr.getElementsByTagName('p1');
22
^{23}
     % Načtení vl. frekvencí z xml souboru
     for i = 1:N teor
24
         freq(i) = str2double(elements.item(i-1).getAttribute('v'));
25
     end
26
27
^{28}
     % Vlastní tvary
     Tvary_teor = zeros (25,N_teor);
                                            % vytvoření prázdné matice
29
     nodes = [72:1:77 19 78:1:82 36 83:1:87 53 88:1:93];
                                                              % sledované uzly
30
31
     % Načtení pořadnic vl. tvarů z xml souboru
32
33
     for j = 1 : N_teor
         nazev=['xml_nepruzne\ tv_' num2str(j) '.xml'];
34
35
         tv = xmlread (nazev);
         elements_tv = tv.getElementsByTagName('p11');
36
```

```
37 for i = 1 : length(nodes)
38 Tvary_teor(i,j) = str2double(elements_tv.item(nodes(i)-1).getAttribute('v'));
39 end
40 end
```

Ze čtyř vlastních tvarů byly následně odfiltrovány ty tři, jež odpovídají prvním třem tvarům svislého ohybového kmitání, protože výpočtem z programu Scia Engineer byl získán také tvar vodorovného ohybového kmitání. Vlastní tvary byly následně normovány tak, aby absolutní hodnota největší pořadnice byla rovna 1.

Porovnání vlastních frekvencí hodnotou $\Delta f_{(j)}$ bylo provedeno dle vztahu (2.9). Porovnání vlastních tvarů pomocí součinitele shody vlastních tvarů bylo provedeno pomocí funkce, která do matice $n \times n$, kde n představuje počet vlastních tvarů, uloží hodnoty součinitele MAC. Na hlavní diagonále je tedy součinitel porovnávající dva vzájemně si odpovídající vlastní tvary z experimentu a výpočtu:

```
– Řádky 1-16 kódu funkce funMAC
     function MAC = MAC(m, wEXP, wTEOR)
1
2
     %%--
     % m...pocet vlastnich tvaru
3
4
     % wEXP...modalni matice namerenych vl. tvaru
\mathbf{5}
     % wTEOR...modalni matice vypoctenych vl. tvaru
     %%-
6
7
     MAC=zeros(m.m):
8
9
     for n=1:m
10
11
         for i=1:m
              citatel1=(wEXP(:,i)'*wTEOR(:,n))^2;
12
13
              jmenovatel1=(wEXP(:,i)'*wEXP(:,i))*(wTEOR(:,n)'*wTEOR(:,n));
14
              MAC(i,n)=citatel1/jmenovatel1;
15
          end
16
     end
```

Výpočetní model byl následně zparametrizován tak, že část ostatních stálých zatížení byla nahrazena parametry Ost_stala1 - Ost_stala3, jak je uvedeno v podkapitole 3.4 (Model K). Pro tyto tři parametry byl proveden návrh experimentu pro 250 návrhových bodů. Funkce vymena_Cmin_nahodny pro tvorbu návrhu experimentu metodou LHS s výměnami byla převzata z [Myšáková, 2012].

```
Řádky 1-14 kódu funkce

1 %% Návrh experimentu pro citlivostní analýzu

2 clc;

3 clear variables;

4 %% Návrh experimentu

5 parNum = 3; %počet parametrů

6 DPNum = 250; %počet návrhových bodů
```

```
7  DoE = vymena_Cmin_nahodny(DPNum,parNum,5000,'smooth_on');
8  maxVal = [1980 1980 1980];
9  
10  for i = 1:parNum
11     des(:,i) = DoE(:,i).*maxVal(i);
12  end
13  
14  save('des.mat');
```

Všechny kombinace byly následně odeslány k modální analýze do programu Scia Engineer. Tentokrát bylo spočítáno prvních 10 vlastních tvarů tak, aby se předešlo případným chybám, pokud by modální analýza vrátila větší množství tvarů vodorovného ohybového, případně torzního kmitání.

```
Řádky 84-105 kódu skriptu Identifikace.m
 84
      %% Načtení návrhových bodů experimentu
      parNum = 3;
                       %počet parametrů
 85
      DPNum = 250;
                       %počet návrhových bodů
 86
      load('des.mat');
 87
      %% Modální analýza v návrhových bodech
 88
 89
      for j = 1:DPNum
 90
          %% PŘEPSÁNÍ HODNOT PARAMETRŮ V .xml SOUBORU
 91
          Doc = xmlread ('xml\ in.xml');
 92
          elements = Doc.getElementsByTagName('p0');
 93
                                                            %nalezne daný element
 94
          for i = 1:parNum
                                                            %přepsání hodnot parametrů
              par = num2str(des(j,i));
 95
 96
              elements.item(2*i-1).setAttribute('v',par);
          end
 97
          xmlwrite('xml\ in.xml',Doc);
 98
          %% VÝPOČET
99
          dos('"c:\ Program Files (x86)\ Scia\ Engineer14\ ESA_XML.exe" EIG
100
           ..\ ModelK.esa xml\ in.xml -lxml\ log.txt
101
102
          -x#xml\ fr.xml; xml\ tv_1.xml; xml\ tv_2.xml; xml\ tv_3.xml;
          xml\ tv_4.xml; xml\ tv_5.xml; xml\ tv_6.xml; xml\ tv_7.xml;
103
          xml\ tv_8.xml; xml\ tv_9.xml; xml\ tv_10.xml
104
          -m#fr;tv_1;tv_2;tv_3;tv_4;tv_5;tv_6;tv_7;tv_8;tv_9;tv_10')
105
```

Vypočtené vlastní frekvence a příslušné vlastní tvary byly následně načteny do prostředí MATLABu, podobně jako v případě modelu bez parametrů. Odfiltrování hledaných prvních třech tvarů vlastního kmitání bylo provedeno nejprve odstraněním vlastních tvarů s příliš malou maximální výchylkou ve směru osy z (to odpovídá tvarům vodorovného ohybového a torzního kmitání). Ze zbylých vlastních tvarů byly hledané první tři tvary svislého ohybového kmitání vybrány pomocí koeficientu MAC s předpokladem, že tvary s největší hodnotou koeficientu k určitému tvaru naměřenému, jsou odpovídajícím vypočteným tvarem.

```
Řádky 131-174 kódu skriptu Identifikace.m
       %% Odfiltrování tvarů jiného, než svislého ohybového kmitání
131
132
133
          Tvary_teor_abs = abs (Tvary_teor_xml);
          max_w = max(Tvary_teor_abs, [], 1);
                                                   % nalezení max. výchylek jednotlivých vl. tvarů
134
          Tvary_teor_c = [];
135
          freq_c = [];
136
137
          citac = 1;
          for i = 1 : N_teor
138
              if (max_w (i) > 1e-7)
                                            % výběr vhodných vlastních tvarů
139
                  Tvary_teor_c(:,citac) = Tvary_teor_xml (:,i);
140
                  freq_c(citac) = freq_c_xml (i);
141
```

```
142
                  citac = citac+1;
143
              end
144
          end
          N_teor = citac-1;
145
146
          %% Odfiltrování prvních třech tvarů svislého ohybového kmitání
147
148
          %%NORMOVÁNÍ VLASTNÍCH TVARŮ (w_max = 1)
149
          Tvary_teor_c_abs = abs (Tvary_teor_c);
150
          max_w = max(Tvary_teor_c_abs, [], 1);
151
          del = 1./max_w;
152
                              %stanovení dělitelů
153
          for i = 1:N_teor
154
              Tvary_teor_c(:,i) = Tvary_teor_c(:,i).*del(i);
155
156
          end
157
158
          Sort = zeros(N_teor,3);
                                       %vytvoření prázdných matic
          wTEOR_c = zeros (25,3);
159
          fqTEOR_c = zeros (1,3);
                                       %vytvoření prázdného vektoru
160
161
          MAC=zeros(3,3);
162
          start = 1;
163
          for n=1:3
              for m=start:N_teor
164
                  Sort(m,n) = ((wEXP(:,n)'*Tvary_teor_c(:,m))^2)/
165
                  ((wEXP(:,n)'*wEXP(:,n))*(Tvary_teor_c(:,m)'*Tvary_teor_c(:,m))) %výpočet MAC koeficientů
166
                                                           %stanovení maximální hodnoty MAC koeficientu
167
                  max_MAC = max(Sort(:,n));
                  MAX = max_MAC;
168
                                                        %nalezení polohy tvaru s max. MAC
                  [row,col] = find(Sort(:,n) == MAX);
169
                  fqTEOR_c(n) = freq_c(row);
                                                           %uložení vlastní frekvence
170
171
                  wTEOR_c(:,n) = Tvary_teor_c(:,row);
                                                           %uložení vlastního tvaru
172
                  start = row;
173
              end
          end
174
```

Následně byly stanoveny hodnoty koeficientů $MAC_{(j)}$ a $\Delta f_{(j)}$ a ty pak byly uloženy do souboru results.xls pro následující analýzu.

175 %% VÝPOČET KOEFICIENTŮ	
176	
<pre>177 MAC = funMAC(3,wEXP,wTEOR_c);</pre>	
<pre>178 deltaf = (fqTEOR_c-fEXP)*100./fqTEOR_c;</pre>	

Citlivostní analýza byla provedena načtením návrhových bodů a příslušných koeficientů $MAC_{(j)}$ a $\Delta f_{(j)}$ ze souboru **xls** do funkce get_SRCC. Výstupem funkce je tabulka korelačních koeficientů a grafické znázornění závislosti.

```
– Řádky 1-20 kódu funkce get_SRCC.m –
     load('des.mat');
1
                                            %načtení návrhových bodů
\mathbf{2}
      load('results_ModelK.mat');
                                           %načtení koeficientů
      results = [dF1 dF2 dF3 MAC1 MAC2 MAC3];
3
4
      parNum = 3;
5
      critNum = 3;
6
\overline{7}
      SRCC_tab = zeros(critNum,parNum); %vytvoření prázdné matice
yL = {'dF1', 'dF2', 'dF3', 'dF1', 'dF2', 'dF3', 'dF1', 'dF2', 'dF3', 'dF1', 'dF2',
8
9
          'dF3', 'dF1', 'dF2', 'dF3', 'dF1', 'dF2', 'dF3', 'dF1', 'dF2', 'dF3'};
10
11
      for i = 1:parNum
12
          for j = 1:critNum
               SRCC = corr(des(:,i),results(:,j),'type', 'Spearman') ; %výpočet korelačního koeficientu
13
14
               SRCC_tab(j,i) = SRCC;
```

```
15 subplot(parNum,critNum,(i-1)*critNum+j,'FontName','Times New Roman'); %vykreslení
16 scatter(des(:,i),results(:,j),'Marker','.');
17 ylabel(yL((i-1)*critNum+j),'FontName','Times New Roman','FontAngle','italic');
18 hold on;
19 end
20 end
```

Pro optimalizaci byly použity algoritmy, které jsou součástí MATLABu jako funkce fminsearch, simulannealbnd, ga a gamultiobj.

Obdobně bylo postupováno v případě modelu A i B.

Kapitola 6

Výsledky

Modální analýza byla provedena postupně na třech typech modelů. Geometrie modelů byla stejná, lišily se pouze typem podepření. Na každém modelu byla nejprve provedena citlivostní analýza pro jednotlivé parametry, následně byly aplikovány optimalizační algoritmy k nalezení kombinací parametrů, pro které výsledky modální analýzy co nejvíce odpovídají výsledkům experimentu na skutečné konstrukci.

6.1 Model K

Prvním modelem, na němž byla provedena citlivostní analýza, byl model podepřený pevnými klouby. Model má 3 paramery představující proměnnou část ostatních stálých zatížení ohraničené následujícími mezemi:

Parametr	Spodní mez $[kg/m]$	Horní mez $[kg/m]$
Ost_stala1	0	1980
Ost_stala2	0	1980
Ost_stala3	0	1980

	Ost_stala1	Ost_stala2	Ost_stala3
$\Delta f_{(1)}$	-0,09558	-0,99600	-0,03859
$\Delta f_{(2)}$	-0,60656	-0,56005	-0,56721
$\Delta f_{(3)}$	-0,60656	-0,56005	-0,56721
MAC (1)	-0,24235	0,89886	-0,34504
MAC (2)	0,39273	0,40706	-0,81114
MAC (3)	-0,02290	0,85393	-0,38352

Tabulka 6.1: Parametry modelu K

Tabulka 6.2: Korelační koeficienty parametrů modelu K

Obrázek 6.1: Grafické znázornění korelace parametrů modelu K

Z citlivostní analýzy v Tabulce 6.2 a na Obrázku 6.1 je patrný významný vliv všech parametrů na hodnoty jednotlivých koeficientů. Nejvýraznější vliv je u parametru Ost_stala2 , kde je téměř lineární, nepřímo úměrný vztah mezi hodnotou parametru a koeficientem $\Delta f_{(1)}$. Také je zde patrná protichůdnost vlivu na koeficient $\Delta f_{(1)}$ a na $MAC_{(1)}$. K dosažení nulové hodnoty $\Delta f_{(1)}$ by bylo nutné minimalizovat parametr Ost_stala2 až ke spodní mezi. Naopak k přiblížení $MAC_{(1)}$ co nejblíže hodnotě 1, tedy naprosté shodě vlastních tvarů by byla nutná hodnota parametru v úrovni jeho horní meze.

6.1.1 Genetický algoritmus

K optimalizaci byl použit genetický algoritmus, jeho kritériem byla minimalizace cílové funkce:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{3} |\Delta f_{(i)}| = |\Delta f_{(1)}| + |\Delta f_{(2)}| + |\Delta f_{(3)}|$$
(6.1)

kde $|\Delta f_{(i)}|$ představuje absolutní hodnotu koeficientu $\Delta f_{(i)}$ ze vztahu 2.9 v podkapitole 2.3.

Obrázek 6.2: Průběh výsledků genetického algoritmu na modelu K

	Ost_stala1	Ost_stala2	Ost_stala3				
	[kg/m]	[kg/m]	[kg/m]				
	$\Delta f_{(1)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (2)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (3)}[\%]$	$\Sigma \Delta f $ [%]	MAC (1)	MAC (2)	MAC (3)
Běh 1	0	0	0				
	-2,766	-6,456	-1,177	10,399	0,99651	0,99726	0,99324

Tabulka 6.3: Tabulka výsledných hodnot parametrů a koeficientů modelu K. V prvním řádku jsou hodnoty parametrů, ve druhém hodnoty koeficientu $\Delta f_{(j)}$ [%] a $MAC_{(j)}$ [-]

Výsledky genetického algoritmu na Obrázku 6.2 a v Tabulce 6.3 potvrzují poznatky z citlivostní analýzy. Algoritmus pracoval s omezením pro hodnoty parametrů, proto nebylo možno jejich hodnotu více snižovat, takže koeficient $\Delta f_{(2)}$ nemá dostatečně uspokojivou hodnotu, přesto je ale v mezích stanovených normou.

6.2 Model A

Druhým typem podepření bylo přidání dvou pružin shodné tuhosti k pevnému kloubu v každé podpoře. Tento typ podepření měl nahradit torzní pružinu, která v programu Scia Engineer nelze parametrizovat, a simulovat tak odpor ložiska mostu vůči pootočení. Pro tento model byl vytvořen návrh experimentu se 7 parametry:

Parametr	Spodní mez $[kg/m]$	Horní mez $[kg/m]$
Ost_stala1	0	1980
Ost_stala2	0	1980
Ost_stala3	0	1980
Parametr	Spodní mez $[MN/m]$	Horní mez $[MN/m]$
Tuhost_sv1	10^{-5}	7067296
Tuhost_sv2	10^{-5}	72085126
Tuhost_sv3	10^{-5}	72085126
Tuhost_sv4	10^{-5}	7067296

Tabulka 6.4: Parametry modelu A

Jednotlivé kombinace byly odeslány k modální analýze v programu Scia Engineer a provedena citlivostní analýza k určení míry vlivu jednotlivých parametrů na hodnoty koeficientů $\Delta f_{(j)}$ a $MAC_{(j)}$.

Obrázek 6.3: Grafické znázornění korelace parametrů modelu A

	Ost_stala1	Ost_stala2	Ost_stala3	Tuhost_sv1	Tuhost_sv2	Tuhost_sv3	Tuhost_sv4
$\Delta f_{(1)}$	-0,08207	-0,69904	-0,01938	0,12346	0,43485	0,36233	0,09263
$\Delta f_{(2)}$	-0,17317	-0,41119	-0,10083	0,26446	0,49971	0,46562	0,22938
$\Delta f_{(3)}$	-0,37097	-0,23541	-0,31805	0,45310	0,27463	0,25138	0,40849
<i>MAC</i> (1)	0,12289	-0,25649	0,07115	-0,44244	-0,19734	-0,10915	-0,35576
MAC (2)	0,18074	-0,33868	0,10674	-0,31032	-0,07110	0,22932	-0,30760
MAC (3)	0,22208	-0,52932	0,13852	-0,13045	-0,05414	0,02987	-0,18464

Tabulka 6.5: Korelační koeficienty parametrů modelu A

Z citlivostní analýzy v Tabulce 6.5 a na Obrázku 6.3 je patrné, že vliv na výsledky modální analýzy má všech 7 parametrů. Nejznatelnější je vliv parametru Ost_stala2 představující přídatná zatížení v prostředním poli konstrukce. Identifikace byla nejprve spuštěna třikrát pro genetický algoritmus (ga), následně pro algoritmus Nelder-Mead (fminsearch) pro 10 různých počátečních vektorů a simulované žíhání (simulannealbnd) pro 2 různé počáteční vektory.

6.2.1 Genetický algoritmus

Genetický algoritmus byl spuštěn třikrát, konvergence jednotlivých běhů jsou v grafech 6.4-6.6. Výsledné kombinace a hodnoty koeficientů shrnuje tabulka 6.6.

Obrázek 6.4: Průběh výsledků genetického algoritmu - běh 1

Obrázek 6.5: Průběh výsledků genetického algoritmu - běh2

Obrázek 6.6: Průběh výsledků genetického algoritmu - běh 3

	Ost_stala1	tala1 Ost_stala2 Os		Ost_stala3 Tuhost_sv1 7		Tuhost_sv3	Tuhost_sv4
	[kg/m]	[kg/m]	[kg/m] [kg/m]		[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]
	$\Delta f_{(1)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (2)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (3)}$ [%]	$\Sigma \Delta f $ [%]	MAC (1)	MAC (2)	MAC (3)
D×h 1	0	757	0	0	45207973	0	0
Dell 1	0,311	-0,855	-0,542	1,709	0,98229	0,95564	0,98685
Böh 9	0	197	0	0	72085126	0	0
Ben 2	1,179	-0,212	-0,236	1,626	0,98133	0,95285	0,98655
Běh 3	2	272	234	0	3221313	0	616710
	0,064	-2,240	0,152	2,456	0,99662	0,99063	0,99037

Tabulka 6.6: Tabulka hodnot parametrů a koeficientů jednotlivých běhů genetického algoritmu na modelu A. V prvním řádku jsou vždy hodnoty parametrů, ve druhém hodnoty koeficientu $\Delta f_{(j)}[\%]$ a $MAC_{(j)}[-]$

6.2.2 Genetický algoritmus - víceúčelová optimalizace

Dále byla spuštěna víceúčelová optimalizace pomocí funkce gamultiobj. Cílem bylo minimalizovat následující účelové funkce:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \left[|\Delta f_{(1)}|; \ |\Delta f_{(2)}|; \ |\Delta f_{(3)}|; \ \left(1 - MAC_{(1)}\right); \ \left(1 - MAC_{(2)}\right); \ \left(1 - MAC_{(3)}\right) \right]$$
(6.2)

kde $|\Delta f_{(i)}|$ představuje absolutní hodnotu ko
eficientu $\Delta f_{(i)}$ ze vztahu 2.9 v podkapitole 2.3.

Tabulka 6.7 shrnuje nejlepších 10 výsledků optimalizačního algoritmu. Kritériem výběru byla hodnota:

$$H = |\Delta f_{(1)}| + |\Delta f_{(2)}| + |\Delta f_{(3)}| + 100 \cdot \left(\left(1 - MAC_{(1)} \right) + \left(1 - MAC_{(2)} \right) + \left(1 - MAC_{(3)} \right) \right) (6.3)$$

Z výsledků je zjevná tendence algoritmu umisťovat větší hodnoty ostatních stálých zatížení do středního pole mostu. Také je patrný nepoměr mezi hodnotami parametru Tuhost_sv1 a Tuhost_sv4.

6.2.3 Simplexová metoda

Simplexová metoda byla spuštěna desetkrát pomocí funkce fminsearch. Počáteční vektory byly stanoveny návrhem experimentů pro 10 návrhových bodů o 7 parametrech. Grafy 6.7-6.8 znázorňují konvergenci jednotlivých běhů algoritmu. Je z nich patrné, že při jednotlivých bězích je dosaženo různých lokálních minim. Tabulka 6.8 shrnuje výsledky. Funkce fminsearch neumožňuje nastavení mezí pro jednotlivé parametry, proto nekteré z parametrů nesplňují meze stanovené na začátku této podkapitoly.

	Ost_stala1	Ost_stala2	Ost_stala3	$\texttt{Tuhost_sv1}$	Tuhost_sv2	Tuhost_sv3	$\texttt{Tuhost}_{\texttt{sv4}}$	
	[kg/m]	[kg/m]	[kg/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]	
	$\Delta f_{(1)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (2)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (3)} [\%]$	$\Sigma \Delta f $ [%]	MAC (1)	MAC (2)	MAC (3)	
1	202	1854	169	117632	2549173	6286871	16764	
1	1,400	-0,139	-0,248	1,787	0,99917	0,99743	0,99565	
9	753	1778	336	170565	2904266	5952571	22812	
2	1,706	0,086	-0,265	2,057	0,99941	0,99759	0,99564	
3	458	1020	129	124091	1953407	3985016	66921	
5	1,598	-0,486	-0,062	2,145	0,99913	0,99754	0,99619	
4	407	1237	292	271511	1736407	4864699	456	
4	1,476	-0,450	-0,099	2,025	0,99919	0,99774	0,99430	
5	1906	1640	1	322080	2885823	5205239	24190	
0	1,847	0,142	-0,187	2,175	0,99950	0,99757	0,99562	
6	909	1650	148	301778	3776975	2857997	79175	
0	1,491	-0,015	0,323	1,829	0,99916	0,99552	0,99415	
7	1282	1307	792	544570	1102221	2747939	111716	
'	0,328	-1,573	-0,099	2,000	0,99917	0,99763	0,99339	
8	632	1110	244	126815	2005258	4963044	47980	
0	1,770	-0,281	-0,206	2,257	0,99895	0,99730	0,99631	
0	723	743	83	208370	1498322	5215690	16762	
5	1,968	-0,244	-0,028	2,240	0,99864	0,99723	0,99592	
10	1388	1048	66	540647	1739031	4513602	1434	
10	1,828	-0,160	0,150	2,138	0,99934	0,99758	0,99367	

Tabulka 6.7: Tabulka hodnot parametrů a koeficientů pro prvních 10 kombinací. V prvním řádku jsou vždy hodnoty parametrů, ve druhém hodnoty koeficientu $\Delta f_{(j)}[\%]$ a $MAC_{(j)}[-]$

Obrázek 6.7: Průběh výsledků 1. - 5. běhu algoritmu N-M

Obrázek 6.8: Průběh výsledků 6. - 10. běhu algoritmu N-M

	Ost_stala1	Ost_stala2	Ost_stala3	Tuhost_sv1	Tuhost_sv2	Tuhost_sv3	Tuhost_sv4
	[kg/m]	[kg/m]	[kg/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]
	$\Delta f_{(1)}$ [%]	$\Delta f_{(2)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (3)}$ [%]	$\Sigma \Delta f $ [%]	MAC (1)	MAC (2)	MAC (3)
Běh 1	4032	2053	356	210550	16316855	374	4111010
Dell 1	0,118	-0,486	0,000	0,604	0,99268	0,98288	0,97971
D×h 9	1	3700	3254	5004964	1935502	10008550	79625
Dell 2	0,000	-0,142	0,000	0,142	0,99873	0,99435	0,96745
D×h 9	1131	2746	2106	585	878223	66373512	1081731
Dell 9	0,001	-0,082	0,000	0,082	0,98645	0,96581	0,97406
Bčh 4	3058	1318	1704	889989	60614012	69	125064
Dell 4	-0,001	-0,083	0,000	0,085	0,98644	0,96580	0,97406
D×h F	596	2706	2434	5048282	2505588	1419912	5507107
Dell 3	0,000	0,000	2,525	2,525	0,99831	0,99034	0,98199
Bčh 6	2053	1012	1325	5861789	15327744	117	3
Den 0	0,003	-0,568	0,645	1,216	0,93660	0,93660	0,95968
Bčh 7	389	583	1158	8255470	8383	1157173	3996863
Dell 7	0,000	-1,154	2,997	4,151	0,99388	0,99388	0,98515
Běh 8	240	2652	2182	680757	23763403	1018041	17218
Dell 0	0,000	-0,377	0,001	0,378	0,95945	0,95945	0,96260
D×h 0	1217	2088	1908	7338092	41116423	379768	10171
Den 9	-0,042	-0,003	0,878	0,923	0,93670	0,93670	0,94679
Bčh 10	1117	274	744	39470	56961265	116	123651
Béh 10	1,499	0,000	-0,324	1,823	0,95988	0,95988	0,98909

Tabulka 6.8: Tabulka hodnot parametrů a koeficientů jednotlivých běhů algoritmu N-M. V prvním řádku jsou vždy hodnoty parametrů, ve druhém hodnoty koeficientu $\Delta f_{(j)}[\%]$ a $MAC_{(j)}[-]$

6.2.4 Simulované žíhání

Metoda simulovaného žíhání byla spuštěna dvakrát pomocí funkce simulannealbnd. Počátečními vektory byly kombinace parametrů, které dosáhly v citlivostní analýze nejlepších výsledků. Jak dokazují výsledky jednotlivých běhů algoritmu v grafu 6.9, není metoda simulovaného žíhaní tak, jak je implementována v MATLABu, pro optimalizaci tohoto problému příliš vhodná, protože konverguje příliš pomalu a její časová náročnost je značná.

Obrázek 6.9: Průběh výsledků 1. a 2. běhu algoritmu SA

	Ost_stala1 Ost_stala2		Ost_stala3	Tuhost_sv1	${\tt Tuhost_sv2}$	Tuhost_sv3	$\texttt{Tuhost_sv4}$
	[kg/m]	[kg/m]	[kg/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]
	$\Delta f_{(1)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (2)}$ [%]	$\Delta f_{(3)}$ [%]	$\Sigma \Delta f $ [%]	MAC (1)	MAC (2)	$MAC_{(3)}$
Bčh 1	1832	1974	1756	2090027	33238651	517640	31694
Dell 1	0,369	0,051	0,483	0,903	0,98352	0,94830	0,96306
Běh 2	1980	1980	1980	427657	616698	36009805	3301928
	1.470	1.489	1.912	4.871	0.98861	0.97094	0.97702

Tabulka 6.9: Tabulka hodnot parametrů a koeficientů jednotlivých běhů algoritmu SA. V prvním řádku jsou vždy hodnoty parametrů, ve druhém hodnoty koeficientu $\Delta f_{(j)}$ [%] a $MAC_{(j)}$ [–]

6.2.5 Závěr

Z výsledků genetického algoritmu, simplexové metody a simulovaného žíhání lze usoudit, že jednotlivé algoritmy, stejně jako jejich jednotlivé běhy, dosahují svých minim v různých bodech, tedy pro různé kombinace parametrů. Výsledky však příliš neodpovídají očekávaným hodnotám parametrů. Zejména hodnoty parametrů, které jsou z hlediska konstrukce symetrické, si nejsou blízké. Tabulka 6.10 shrnuje nejlepší výsledky z jednotlivých typů algoritmů. V Tabulce 6.11 jsou porovnány časové nároky. Jsou porovnány časy potřebné k dosažení nejlepšího výsledku, což nemusí nutně odpovídat času v ukončení algoritmu. Nejlepšího výsledku z hlediska minimalizace $\sum_{i=1}^{3} |\Delta f_{(i)}|$ bylo dosaženo simplexovou metodou (N-M), k jeho dosažení bylo také potřeba nejméně času. Je ale nutné podotknout, že simplexová metoda i simulované žíhání je závislé na volbě počátečního vektoru, což neplatí u genetického algoritmu. Genetický algoritmus ve víceúčelové formě je sice časově nejnáročnější, ale bylo v něm dosaženo výborné shody vlastních tvarů.

	Ost_stala1	Ost_stala2	Ost_stala3	Tuhost_sv1	Tuhost_sv2	Tuhost_sv3	$\texttt{Tuhost}_{\texttt{sv4}}$
	[kg/m]	[kg/m]	[kg/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]	[MN/m]
	$\Delta f_{(1)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (2)}$ [%]	$\Delta f_{\scriptscriptstyle (3)} [\%]$	$\Sigma \Delta f $ [%]	MAC (1)	MAC (2)	MAC (3)
	0	197	0	0	72085126	0	0
UA	1,179	-0,212	-0,236	1,626	0,98133	0,95285	0,98655
	202	1854	169	117632	2549173	6286871	16764
GA-MO	1,400	-0,139	-0,248	1,787	0,99917	0,99743	0,99565
NM	1131	2746	2106	585	878223	66373512	1081731
11-111	0,001	-0,082	0,000	0,082	0,98645	0,96581	0,97406
SA	1832	1974	1756	2090027	33238651	517640	31694
	0,369	0,051	0,483	0,903	0,98352	0,94830	0,96306

Tabulka 6.10: Tabulka hodnot parametrů a koeficientů - nejlepší výsledky jednotlivých algoritmů. V prvním řádku jsou vždy hodnoty parametrů, ve druhém hodnoty koeficientu $\Delta f_{(j)}[\%]$ a $MAC_{(j)}[-]$

Algoritmus	Počet iterací	Čas [s]
GA	400	13720
GA-MO	1060	36358
N-M	287	9844
\mathbf{SA}	736	25245

Tabulka 6.11: Výpočetní nároky jednotlivých algoritmů

6.3 Model B

Parametr	Spodní mez [kg/m]	Horní mez $[kg/m]$
Ost_stala1	0	1980
Ost_stala2	0	1980
Ost_stala3	0	1980
Parametr	Spodní mez $[MN/m]$	Horní mez $[MN/m]$
Tuhost_sv1	10^{-5}	7067296
Tuhost_sv2	10^{-5}	72085126
Tuhost_sv3	10^{-5}	72085126
Tuhost_sv4	10^{-5}	7067296
Tuhost_sv5	10^{-5}	68437
Tuhost_sv6	10^{-5}	222057
Tuhost_sv7	10^{-5}	222057
Tuhost_sv8	10^{-5}	68437

Model B se od předchozího modelu liší nahrazením tuhých kloubů pružnými podporami, a to přidáním parametrů Tuhost_sv5 - Tuhost_sv8. Jde o model s celkem 11 parametry:

Tabulka 6.12: Parametry modelu B

Z citlivostní analýzy v tabulce 6.13 je ale patrné, že parametry Tuhost_sv5 - Tuhost_sv8 nemají na hodnoty koeficientů $\Delta f_{(j)}$ a $MAC_{(j)}$ významný vliv.

	Ost_	Ost_	Ost_	\texttt{Tuhost}_{-}	\texttt{Tuhost}_{-}	Tuhost_	\texttt{Tuhost}_{-}	\texttt{Tuhost}_{-}	\texttt{Tuhost}_{-}	\texttt{Tuhost}_{-}	$\texttt{Tuhost}_$
	stala1	stala2	stala3	sv1	sv2	sv3	sv4	sv5	sv6	sv7	sv8
$\Delta f_{(1)}$	-0,10527	-0,61892	0,04351	-0,00988	0,37345	0,41930	0,07938	-0,04618	0,01184	-0,01707	-0,03049
$\Delta f_{(2)}$	-0,17700	-0,32855	-0,01454	0,15280	0,46672	0,49453	0,22256	-0,02528	-0,01578	-0,01873	-0,01932
$\Delta f_{(3)}$	-0,36969	-0,13095	-0,24055	0,37837	0,22527	0,28431	0,43566	0,03076	-0,01235	-0,04360	0,00805
MAC (1)	0,11446	-0,31231	0,08887	-0,45764	-0,15048	-0,10498	-0,31324	-0,09765	0,00801	0,02910	0,04750
MAC (2)	0,11607	-0,38472	0,19214	-0,36604	-0,03386	0,22284	-0,28471	-0,08383	-0,04646	0,07416	0,01490
MAC (3)	0,17172	-0,45910	0,17553	-0,17226	-0,05334	0,07948	-0,13986	-0,05504	-0,07379	0,07875	-0,03945

Tabulka 6.13: Korelační ko
eficienty parametrů modelu ${\rm B}$

Kapitola 7

Závěr

Cílem této diplomové práce bylo provedení identifikace parametrů výpočetního modelu mostu přes Labe v Mělníku na základě výsledků dynamické informativní zkoušky. Pro potřeby identifikace byly postupně vytvořeny tři výpočetní modely, které se lišily počtem a typem sledovaných parametrů. Bylo využito funkcionality programu Scia Engineer, která umožňuje zparamatrizovat určité vlastnosti modelu. Hodnoty parametrů byly měněny automaticky, pomocí XML souborů přepisovaných prostřednictvím MATLABu.

Pro každý z modelů byl proveden návrh experimentů a poté citlivostní analýza za účelem stanovení míry vlivu jednotlivých parametrů na výsledky dynamické analýzy. Výsledky potvrdily značný vliv parametrů představujících proměnnou hmotu v jednotlivých polích mostu i parametrů simulujících torzní tuhost podepření na výsledky modální analýzy na modelu. Naopak svislá tuhost podpor se v kombinaci s torzní tuhostí jako významný parametr neprojevila.

Následně byly aplikovány optimalizační algoritmy (simplexová metoda, simulované žíhání a genetický algoritmus) pro nalezení kombinací parametrů, které výsledky z modelu nejvíce přiblíží výsledkům z experimentu.

Optimalizačními metodami se podařilo nalézt řešení, která dosahují velmi dobré shody s výsledky z experimentu. Není ovšem jisté, že byly dostatečně postihnuty všechny důležité parametry. Obzvláště vliv Youngova modulu pružnosti, který není možno v programu Scia Engineer parametrizovat, nebylo možné analyzovat. Lze ale předpokládat, že především rozdílnosti mezi hodnotou Youngova modulu pružnosti mezi jednotlivými částmi konstrukce, které byly zapříčiněny technologií výstavby letmou betonáží, mohou být z hlediska modální analýzy významné.

Literatura

- [Baťa a kol., 1994] Baťa a kol., M. (1994). Dynamická zatěžovací zkouška mostu přes Labe v Mělníku - protokol. České vysoké učení technické v Praze.
- [Dostál and Beremlijski, 2012] Dostál, Z. and Beremlijski, P. (2012). Metody optimalizace interaktivní verze. http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metody_optimalizace_obr.pdf.
- [Šedlbauer, 2013] Šedlbauer, D. (2013). Optimalizace dynamických úloh ve stavebnictví. Seminární práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [Holmes, 2001] Holmes, P. (2001). Correlation: From picture to formula. *Teaching Statistics*, 23:67–71.
- [Janouchová, 2012] Janouchová, E. (2012). Návrh experimentů pro stochastickou citlivostní analýzu. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [Kučerová, 2007] Kučerová, A. (2007). Identification of nonlinear mechanical model parameters based on softcomputing methods. PhD thesis, ČVUT v Praze.
- [Lepš, 2012] Lepš, M. (2012). Přednáška k předmětu MMO Úvod do stochastických optimalizačních metod. http://klobouk.fsv.cvut.cz/~leps/teaching/mmo/prednasky/ prednaska04_intro_SA_TA.pdf.
- [Levin and Lieven, 1998] Levin, R. I. and Lieven, N. A. J. (1998). Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms. *Mechanical Systems* and Signal Processing, 12:91–120.
- [Math is fun, 2014] Math is fun (2014). Correlation. http://www.mathsisfun.com/data/correlation.html.
- [Máca, 2014] Máca, J. (2014). Přednáška k předmětu DYN1 dynamika stavebnách konstrukcí - soustavy s konečným počtem stupňů volnosti.

- [Montgomery, 2008] Montgomery, D. C. (2008). *Design and analysis of experiments*. John Wiley and Sons.
- [Mottershead and Friswell, 1993] Mottershead, J. E. and Friswell, M. I. (1993). Model updating in structural dynamics: A survey. *Journal of Sound and Vibration*, 167:347–375.
- [Myšáková, 2012] Myšáková, E. (2012). Metody pro tvorbu rovnoměrně rozprostřených návrhů. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [Plachý, 2003] Plachý, T. (2003). Dynamická studie železobetonového trámu poškozeného trhlinami. PhD thesis, ČVUT v Praze.
- [Polák, 1999] Polák, M. (1999). *Experimentální ověřování konstrukcí 10*. Skriptum. České vysoké učení technické v Praze.
- [Scia Engineer, 2014] Scia Engineer (2014). Manuál XML formát. NEMETSCHEK Scia.
- [ČSN 73 2044, 1983] ČSN 73 2044 (1983). Dynamické zkoušky stavebních konstrukcí. Československá státní norma. Úřad pro normalizaci a měření.
- [ČSN 73 6209, 1996] ČSN 73 6209 (1996). Zatěžovací zkoušky mostů. Česká technická norma. Český normalizační institut.
- [ČSN EN 1992-1-1, 2011] ČSN EN 1992-1-1 (2011). Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí; část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Česká technická norma. Český normalizační institut.
- [Stavby silnic a železnic n. p. Praha, 1991] Stavby silnic a železnic n. p. Praha, p. l. (1991). Zpráva o zkoušce válcové pevnosti a modulu pružnosti č. 57/93 - lamela č. 15. Stavby silnic a železnic n. p. Praha.
- [Vachtl, 2011] Vachtl, M. (2011). Numerická analýza dlouhodobých deformací předpjatých mostů. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [Vittingerová, 2010] Vittingerová, Z. (2010). Evolutionary algorithms for multi-objective parameter estimation Introduction. PhD thesis, ČVUT v Praze.
- [Vořechovský and Novák, 2009] Vořechovský, M. and Novák, D. (2009). Correlation control in small-sample monte carlo type simulations i: A simulated annealing approach. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24:452–462.
- [Zelinka a kol., 2008] Zelinka a kol., I. (2008). Evoluční výpočetní techniky Principy a aplikace. Nakladatelství BEN – technická literatura.
- [Zimmerman and Yap, 1999] Zimmerman, D. C. and Yap, K. (1999). Evolutionary approach for model refinement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13:609–625.

Příloha A

Stanovení materiálových charakteristik pro prutový model

Vzhledem k tomu, že v programu Scia Engineer není možná parametrizace modulu pružnosti, byla použita hodnota modulu pružnosti vycházející z provedených laboratorních zkoušek na tělesech z betonu použitého při letmé betonáži [Stavby silnic a železnic n. p. Praha, 1991].

	Objemová	Válcová	Modul j	pružnosti
Vzorek	hmotnost	pevnost	E_{ei}	E_e
	$[kg/m^3]$	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	2380	45,7	32760	32030
2	2380	42,9	32625	32420
3	2383	$45,\!8$	34050	33165
Průměr	2381	44,8	33145	32538

Tabulka A.01: Materiálové charakteristiky z laboratorní zkoušky

Z těchto třech zkoušek byly spočítány průměrné hodnoty jednotlivých materiálových charakteristik. Dále byl zohledněn vliv stáří betonu na modul pružnosti v době provádění zkoušky podle vztahu (A.1) dle [ČSN EN 1992-1-1, 2011]

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}}\right)^{0,3} \cdot E_{cm}$$
(A.1)

kde $E_{cm}(t)$ je sečnová hodnota modulu pružnosti ve stáří t dní, $f_{cm}(t)$ je průměrná hodnota pevnosti v tlaku ve stáří t dní a E_{cm} a f_{cm} jsou hodnoty stanovené ve stáří 28 dní.

Vztah mezi $f_{cm}(t)$ a f_{cm} vyplývá z výrazu:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \tag{A.2}$$

kde

s

$$\beta_{cc}(t) = \exp\left\{s\left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}$$
(A.3)

kde $\beta_{cc}(t)$ je součinitel závisící na stáří betonu t

t stáří betonu ve dnech

- koeficient závisící na druhu cementu:
- =0,20 pro cement pevnostní třídy CEM 42,5 R, CEM 52,5 N a CEM 52,5 R (třída R)

=0,25 pro cement pevnostní třídy CEM 32,5 R, CEM 42,5 N (třída N)

=0,38 pro cement pevnostní třídy CEM 32,5 N (třída S)

Pro stáří betonu v době provádění dynamické zkoušky (t=196 dní) je $\beta_{cc}(196 \text{ dn}i) = 1,128$, tomu odpovídá $f_{cm}(196 \text{ dn}i) = 50,535 MPa$ a $E_{cm}(196 \text{ dn}i) = 33735 MPa$.

PŘÍLOHA 2: Stavby silnic a železnic n.p. Praha 8.4.1993 OKRJ - podniková laboratoř betonu Datum ZPRÁVA O ZKOUŠCE VÁLCOVÉ PEVNOSTI A MODULU PRUŽNOSTI Č. 57 / 93 Stavba - výrobna Stavba Mělník, PJ 27, SB 20.1. Závod Stavby mostů nost přes Labe, letmá betonáž Objekt – konstrukce lamela č. 15 **Zkušební tělesa** válce ø 150 mm Znečka betonu - třídz B 35 Označení těles Mělník, 5.3.,15 Složení betonové směsi Zpracovatelnost měsi 135 mm PC 400 Beroun 440 kg/m³ Cement - druh. množství 0-4 Předonín 730 kg/m³ Kamenivo - druh, množství 8 - 15 Předonín 1000 kg/m³ Ligoplast R 3,5 kg/m³ Přísady - druh, množství 180 1/m³ vl. studna Voda

V příloze uveden pracovní diagram pro deformace pružné a celkové.

Označení	Objemová	Tlačná	Válcová	Ho	lul pružna	sti
těles	hmotnost (Lg/m3)	plocha (mm2)	pevnost (MPa)	Eai (MPa)	E (MPa)	Eef (MPa)
	2380	17730	45,7	32760	32030	
5.3.	2380	17724	42,9	32625	32420	
	2383	17736	45,8	34050	33165	

Závěr - zhodnocení : Pracovní diagramy jednotlivých zkušebních těles jsou naměřeny na 6 zatěžovacích stupních a uvedeny v obrázku. Výsledné moduly pružnosti E_e u jednotlivých válců jsou nižší než uvažuje ČSN 73 1251 (36 000 MPa).

Stavby silnic a železnic, a.s. Praha 1, Národní třída 10 Centrální laboratoře

Příloha B

Ukázka xml dokumentu fr.xml

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" standalone="true"?>
<project xmlns="http://www.scia.cz">
   <def uri="fr.xml.def"/>
  - <container t="BasicResults.EP_ResultsTable.1" id="{5E047655-38D6-11D5-A97E-00000000000}">
       000000000000000}"
         - 
             - <h>
                  <h0 t="Table"/>
               </h>
             - <obj>
                 - <p0 t="">
                    - <h>
                          <h0 t="N"/>
                          <h1 t="f [Hz]"/>
                          <h2 t="omega [1/sec]"/>
                          <h3 t="omega^2 /[1/sec^2]"/>
                          <h4 t="t [s]"/>
                       </h>
                     - <row id="0">
                          <p0 x="0" v="1"/>
                          <p0 x="1" v="2"/>
                          <p0 x="2" v="3"/>
                          <p0 x="3" v="4"/>
                          <p0 x="4" v="5"/>
                          <p0 x="5" v="6"/>
                          <p0 x="6" v="7"/>
                          <p0 x="7" v="8"/>
                          <p0 x="8" v="9"/>
                          <p0 x="9" v="10"/>
                          <pl><pl x="0" v="1.219302525312645"/>
                          <pl><pl x="1" v="1.9497130995243519"/>
                          <pl><pl x="2" v="2.2710163412979258"/>
                          <pl><pl x="3" v="2.8158558883864298"/>
                          <p1 x="4" v="3.4958610526534843"/>
                          <pl><pl x="5" v="4.7924003981268175"/>
                          <pl><pl x="6" v="5.1592232318963562"/>
                          <p1 x="7" v="6.8107048802139731"/>
                           <pl><pl x="8" v="6.8118994374055104"/>
                          <p1 x="9" v="6.9612324028432013"/>
```

Příloha C

Ukázka xml dokumentu tv_1.xml

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" standalone="true"?>
<project xmlns="http://www.scia.cz">
    <def uri="tv_1.xml.def"/>
  - <container t="BasicResults.EP_ResultsTable.1" id="{5E047655-38D6-11D5-A97E-00000000000}">
      - <table t="BasicResults.EP ResPropertyNodeDeformation.1" id="343D8BF9-1F6B-478D-8888-
        0DCCEB393B32" name="Přemístění uzlů">
           - <h>
                 <h0 t="Table"/>
             </h>
           - <obj id="7" nm="Přemístění uzlů">
              - <p0 t="">
                   - <h>
                          <h0 t="Stav"/>
                          <h1 t="Uzel"/>
                          <h2 t="Uzel sítě"/>
                          <h11 t="Uz"/>
                     </h>
                   - <row id="0">
                          <p0 v="CM1/1 - 1,22"/>
                         <p1 v="N1"/>
<p2 v=""/>
                          <pl1 v="4.8442157094541471e-006"/>
                     </row>
                   - <row id="1">
                          <p0 v="CM1/1 - 1,22"/>
                          <p1 v="N2"/>
                          <p2 v=""/>
                          <p11 v="-1.2229882031533634e-006"/>
                     </row>
                   - <row id="2">
                          <p0 v="CM1/1 - 1,22"/>
                          <p1 v="N3"/>
                          <p2 v=""/>
                          <p11 v="-1.1436363820394035e-005"/>
                     </row>
                   - <row id="3">
                          <p0 v="CM1/1 - 1,22"/>
                          <p1 v="N4"/>
                          <p2 v=""/>
                          <p11 v="-3.6455829103942961e-005"/>
                      </row>
```

Příloha D

Parametry použitého počítače a softwaru

MSI GX701X-093CZ					
Procesor	Intel Core 2 Duo T9300 s frekvencí 2,50 GHz				
Operační paměť	4 GB				
Grafická karta	NVIDIA GeForce 9600M GT s 512 MB vlastní paměti				
Operační systém	Microsoft Windows 7 Ultimate 64bit				
Verze MATLABu	R2012b				
Verze Scia Engineer	14				
Překladač LAT _F Xu	MiKTeX 2.9				

Příloha E

Obsah přiloženého CD

K diplomové práci je přiloženo CD se zdrojovými kódy v MATLABu. Obsahem jsou také projekty v programu Scia Engineer (soubory typu .esa) s jednotlivými modely mostu a fotodokumentace.