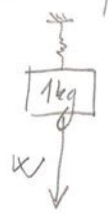
Síla = tendence posouvat nebo deformovat těleso, je to vektor



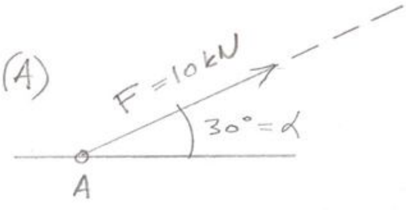
$g \approx 10\ ms^{-2}$

tíha $W \approx 10\ N$

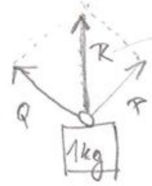
$m = 100\ kg$

$W = 100 \cdot 10 =$
$= 1000\ N = 1\ kN$

- síla charakterizována: bodem aplikace (A)
  velikostí (10 kN)
  směrem (30°)

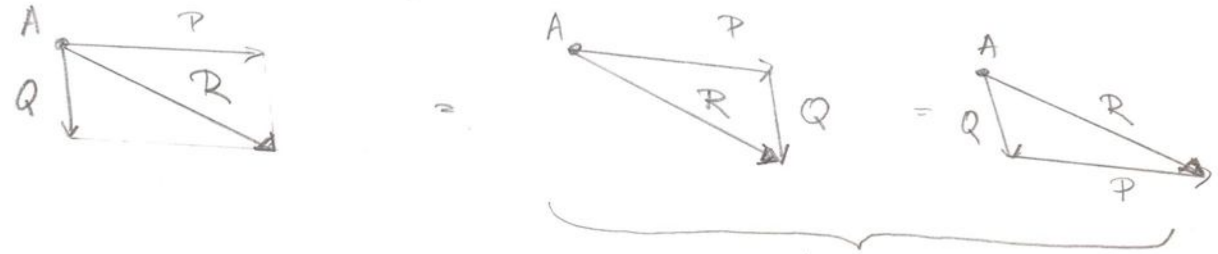


- 2 síly mohou být nahrazeny 1 výslednou silou (úloha ekvivalence)



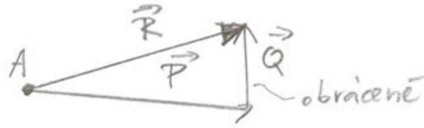
výslednice (resultant)
= diagonála rovnoběžníku

- sčítání vektorů je komutativní: $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$

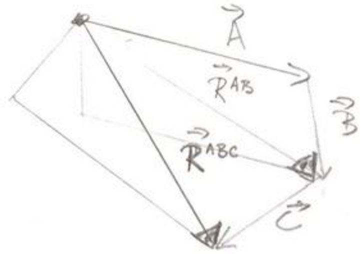


spojení "pata ke špicce"

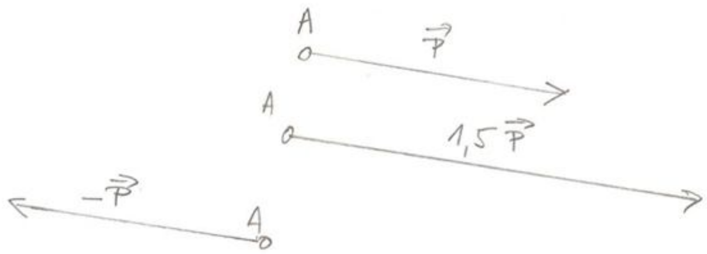
- odčítání $\vec{P} - \vec{Q}$:



- při sčítání 3 a více vektorů platí pořád stejná pravidla

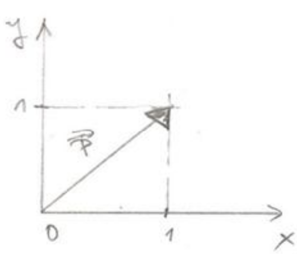


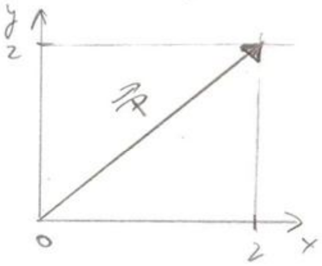
- skalár (číslo) vektor škáluje :



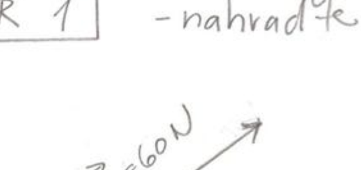
vynásobí se všechny (obě) složky

např. : $\underline{P} = (1; 1)$ $\qquad$ $Q = 2P = (2; 2)$

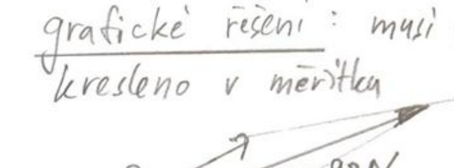




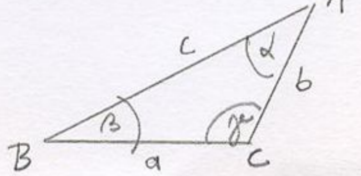
$\boxed{\text{PŘ 1}}$ - nahraďte 2 síly výslednicí se stejným účinkem



a) grafické řešení : musí být kresleno v měřítku



b) trigonometrické řešení



kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

sinová věta: $\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$

(z podobnosti trojúhelníků)

- známe 2 strany a protější úhel ⇒ použijeme kosinovou větu

$$R^2 = (40N)^2 + (60N)^2 - 2\cdot 40N\cdot 60N\cdot\cos(180° - 25°)$$

$$R = \sqrt{(40N)^2 + (60N)^2 \ldots}$$

$$\underline{\underline{R = 97{,}73\ N}}$$

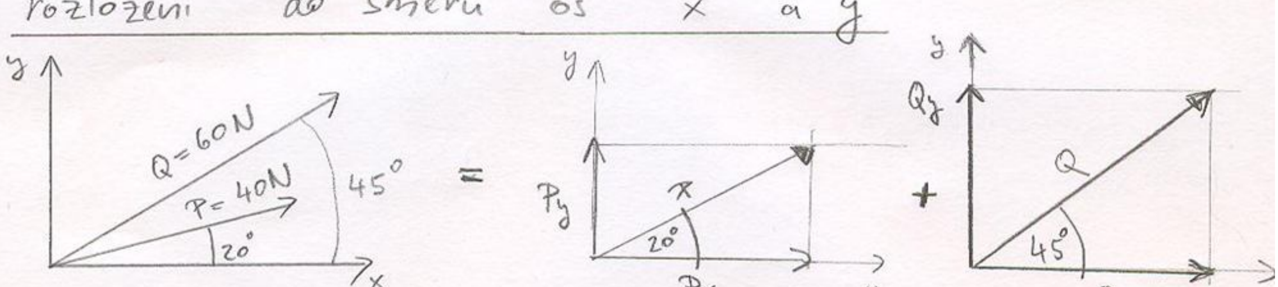
- známe 3 strany a 1 úhel ⇒ další dopočítáme pomocí sinovy věty

$$\frac{\sin\alpha}{60\ N} = \frac{\sin 155}{97{,}73\ N} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{60N\cdot\sin 155°}{97{,}73\ N}\right)$$

$$\alpha = 15{,}04°$$

$$\underline{\underline{\delta = 20° + \alpha = 35°}}$$

c) rozložení do směrů os x a y



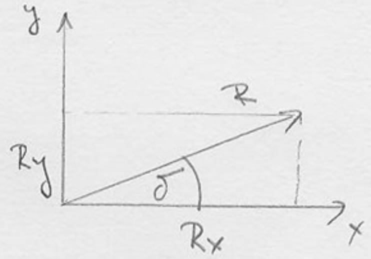
$$P_x = P \cdot \cos 20^\circ = 40 \cdot \cos 20^\circ = 37{,}59\ N$$
$$P_y = P \cdot \sin 20^\circ = 40 \cdot \sin 20^\circ = 13{,}68\ N$$

$$Q_x = Q \cdot \cos 45^\circ = 60\ \frac{\sqrt{2}}{2} = 42{,}43\ N$$
$$Q_y = Q \cdot \sin 45^\circ = 60\ \frac{\sqrt{2}}{2} = 42{,}43\ N$$

- sečteme jednotlivé složky:

$$R_x = P_x + Q_x = 80{,}01\ N$$
$$R_y = P_y + Q_y = 56{,}11\ N$$

$$\|R\| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{80{,}01^2 + 56{,}11^2} = \underline{\underline{97{,}73\ N}}$$



$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \left(\cos \delta = \frac{R_x}{R} \right)$$

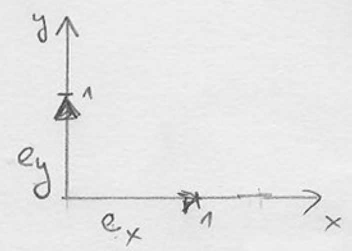
$$\operatorname{tg} \delta = \frac{80{,}01}{97{,}73} \Rightarrow \underline{\underline{\delta = 35{,}04^\circ}}$$

- při rozkladu do 2 kolmých směrů se využívá vektorů $\underline{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ a $\underline{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$:

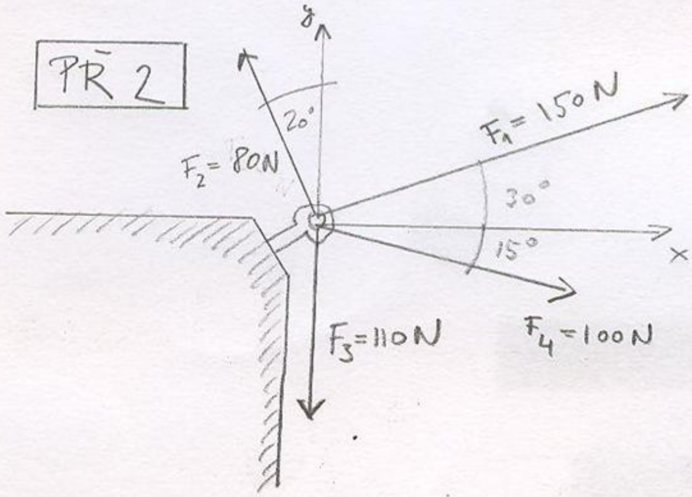
jednotkové vektory

$$\underline{R} = R_x \underline{e}_x + R_y \underline{e}_y = R_x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + R_y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \end{pmatrix}$$

skaláry



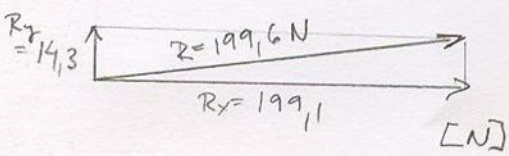
PŘ 2



$F_i \cdot \cos\theta_x$ $\quad$ $F_i \cdot \cos\theta_y$ $(= F_i \cdot \sin\theta_x)$

	síla [N]	složka x [N]	složka y [N]
F_1	150	129,9	75
F_2	80	−27,4	75,2
F_3	110	0	−110
F_4	100	96,6	−25,9
	Σ	199,1	14,3

$$\underline{R} = 199{,}1\,\underline{e}_x + 14{,}3\,\underline{e}_y$$



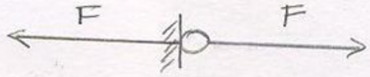
$$\|\underline{R}\| = \sqrt{199{,}1^2 + 14{,}3^2} = 199{,}6\,N$$

$$\alpha = tg^{-1}\left(\frac{14{,}3}{199{,}1}\right) = 4{,}1°$$

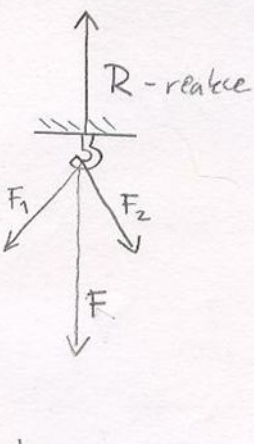
Rovnováha bodu

- vyplývá z 3. Newtonova zákona (akce a reakce)
- aby se soustava nehýbala (síly nekonaly práci) vše musí být v rovnováze = 1. Newtonův zákon

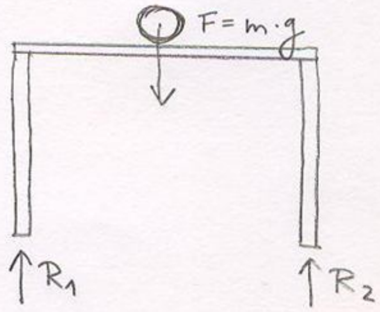
a)



b)



c)



$$R_1 + R_2 = F$$

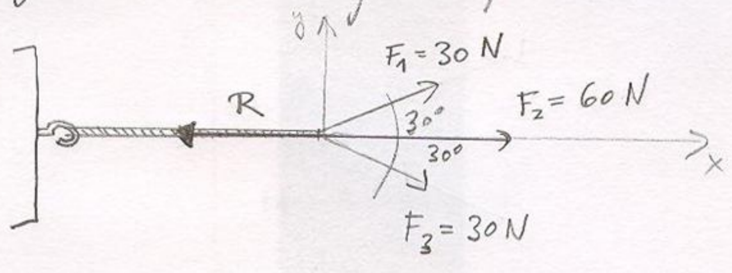
- obecně lze rovnovážný stav zapsat jako

$$\Sigma \underline{F}_i + \underline{R} = 0$$

- po rozložení všech sil do komponent dostaneme

$$\sum_i F_{i,x} + R_x = 0 \quad \text{a} \quad \sum_i F_{i,y} + R_y = 0$$

$\boxed{\text{PŘ 3}}$ Jakou silou je napínáno lano?

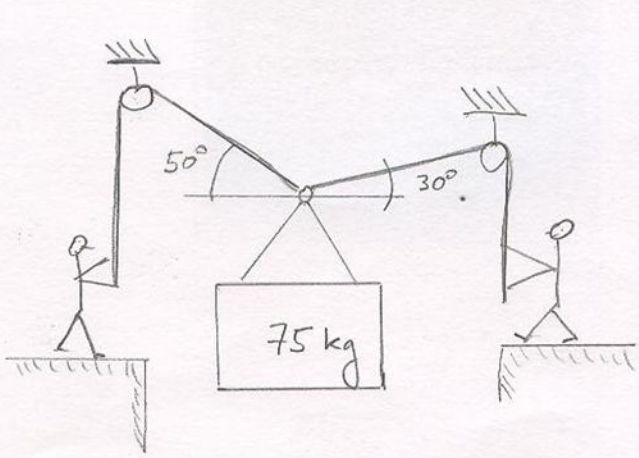


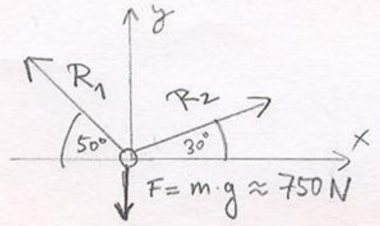
- soustava musí být v rovnováze:

$$\uparrow \sum F_y + R_y = 0 : \quad F_1 \cdot \sin 30° - F_3 \cdot \sin 30° = 0$$
$$30 \sin 30° - 30 \sin 30° = 0 \quad \checkmark$$

$$\rightarrow \sum F_x + R_x = 0 : \quad -R + 30 \cos 30° + 30 \cos 30° + 60 = 0$$
$$R = 60 + 2 \cdot 30 \cdot \cos 30° = \underline{\underline{111{,}96\ N}}$$

$\boxed{\text{PŘ 4}}$





- 2 neznámé (R_1, R_2)
- 2 rovnice (rovnováha ve směru x a y)

$\rightarrow$: $\quad -R_1 \cdot \cos 50° + R_2 \cdot \cos 30° = 0$

$$-0{,}643\, R_1 + 0.866\, R_2 = 0$$

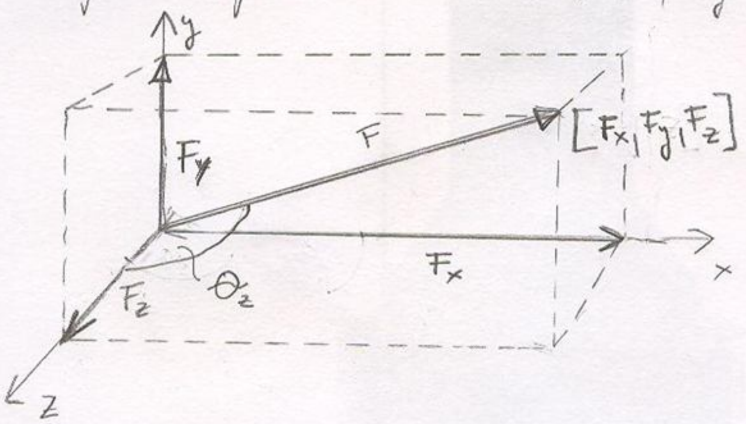
$\uparrow$: $\quad R_1 \cdot \sin 50° + R_2 \cdot \sin 30° - 750 = 0$

$$0{,}766\, R_1 + 0{,}5\, R_2 - 750 = 0$$

$$R_1 = 659{,}5\ N$$
$$R_2 = 489{,}7\ N$$

Rovnováha ve 3D

- rozložení do 3 složek (x, y, z), směr definován kosiny úhlů mezi vektorem (např. silou) a jednotlivými osami $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$



$$\cos \theta_z = \frac{F_z}{\|F\|}$$

$$\cos \theta_y = \frac{F_y}{\|F\|}$$

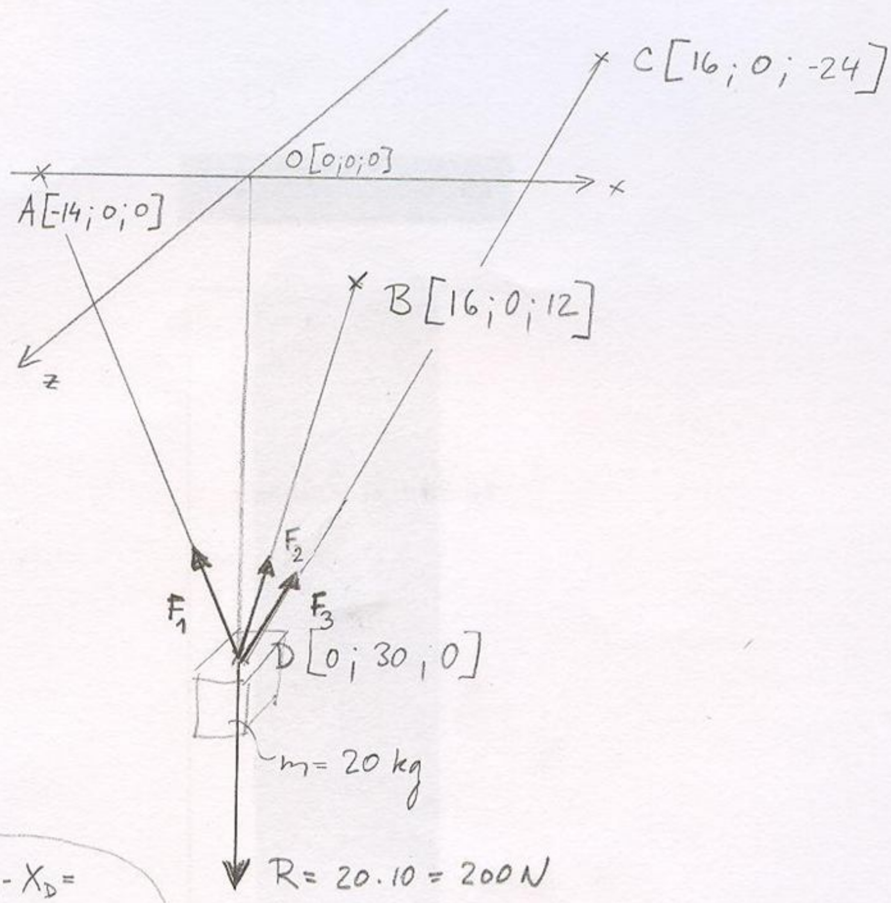
$$\cos \theta_x = \frac{F_x}{\|F\|}$$

např. $F = 500 N$
$\theta_x = 30°$
$\theta_y = 45°$
$\theta_z = 60°$

$\rightarrow$
$F_x = 500 \cdot \cos 30° = 433\ N$
$F_y = 500 \cdot \cos 45° = 354\ N$
$F_z = 500 \cdot \cos 60° = 250\ N$

- lze zapsat jako $\underline{F} = 433\, \underline{e}_x + 354\, \underline{e}_y + 250\, \underline{e}_z$ [N]

$\boxed{PŘ\ 5}$ Rozložte sílu R do 3 směrů:



např. $\Delta X_{DA} = X_A - X_D = -14 - 0 = -14$

směr	ΔX	Δy	Δz	$L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$	$\cos\theta_x = \frac{\Delta x}{L}$	$\cos\theta_y$	$\cos\theta_z$
DA	-14	-30	0	33,106	-0,423	-0,906	0
DB	16	-30	12	36,056	0,444	-0,832	0,333
DC	16	-30	-24	41,617	0,384	-0,721	-0,577

rovnováha ve 3 směrech (x, y, z):

$\vec{x}$: $\cos\theta_{1,x} F_1 + \cos\theta_{2,x} F_2 + \cos\theta_{3,x} F_3 + R_x = 0$

$-0{,}423\ F_1 + 0{,}444\ F_2 + 0{,}384\ F_3 + 0 = 0$

$\downarrow y$: $-0{,}906\ F_1 - 0{,}832\ F_2 - 0{,}721\ F_3 + 200 = 0$

$\swarrow z$: $0{,}333\ F_2 - 0{,}577\ F_3 + 0 = 0$

$F_1 = 117{,}704\ N \qquad F_2 = 74{,}801\ N \qquad F_3 = 43{,}170\ N$

- doposud byly řešeny příklady rovnováhy $(\sum \underline{F}_i + \underline{R} = 0)$ a ekvivalence, kde se více sil nahradilo jednou výslednou ekvivalentní silou $(\sum \underline{F}_i = \underline{R})$ - potřeba pro <u>DÚ</u>