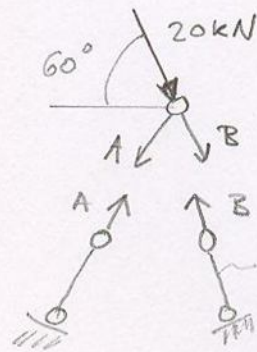
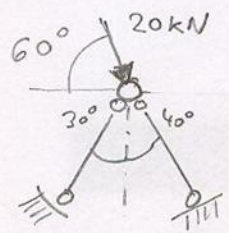


# Reakce hmotného bodu v rovině



tah ve vazbě je předpokládán kladně

$$\rightarrow : -A \sin 30^\circ + B \sin 40^\circ + 20 \cos 60^\circ = 0$$

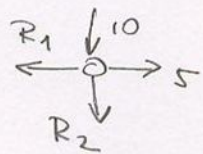
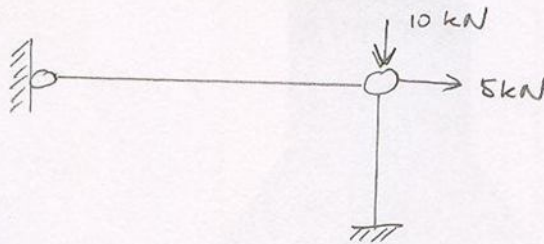
$$\uparrow : -A \cos 30^\circ - B \cos 40^\circ - 20 \sin 60^\circ = 0$$

$$A = -3,696 \text{ kN (tlak)}$$

$$B = -18,432 \text{ kN (tlak)}$$

PR 15

Určete reakce ve všech vazbách



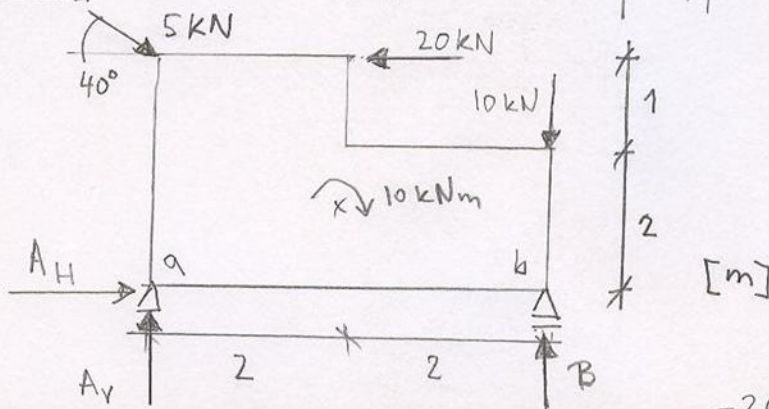
$$\rightarrow : -R_1 + 5 = 0 \quad \Rightarrow R_1 = 5 \text{ kN}$$

$$\uparrow : -R_2 - 10 = 0 \quad \Rightarrow R_2 = -10 \text{ kN}$$

# Reakce desky v rovině

PR 16

Určete reakce v podporách



$$m = 3$$

$$r = 2 + 1$$

$s = 0$  (staticky určitá kce.)

[m]

$$\rightarrow : A_H + 5 \cos 40^\circ - 20 = 0 \Rightarrow A_H = 16,170 \text{ kN}$$

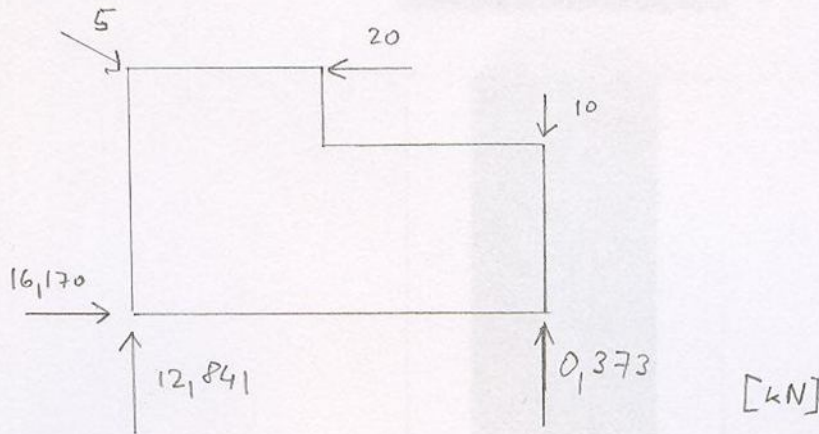
$$\uparrow : A_V + B - 5 \sin 40^\circ - 10 = 0$$

2 neznámé, nelze vyřešit

$$\curvearrow_a : B \cdot 4 - 10 \cdot 4 - 10 \cdot 4 + 20 \cdot 3 - 5 \cdot \cos 40^\circ \cdot 3 = 0 \Rightarrow B = 0,373 \text{ kN}$$

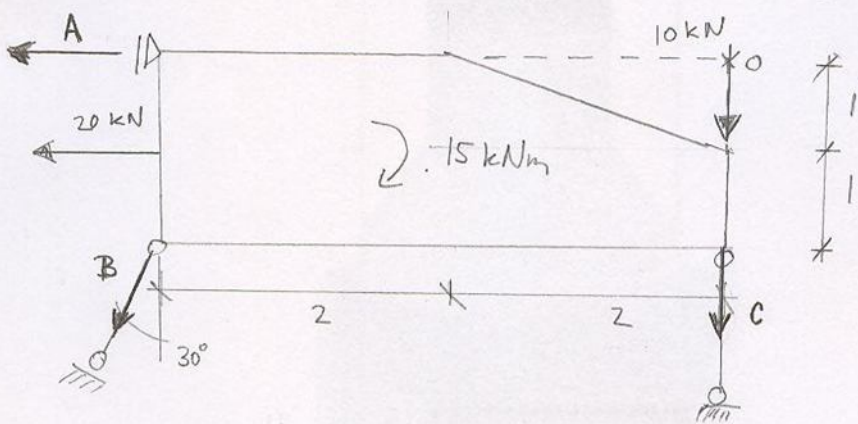
$$A_V = 12,841 \text{ kN}$$

(bylo by lepší začít momentovou podmínkou)



PR 17

Stanovte reakce tuhé desky



$$m=3$$

$$r=3$$

$$s=3-3=0$$

$$\rightarrow : -A - 20 - B \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$\uparrow : -B \cdot \cos 30^\circ - C - 10 = 0$$

$$\curvearrow_b : 2A + 20 \cdot 1 - 4 \cdot 10 - 4 \cdot C - 15 = 0$$

$$A = -27,102 \text{ kN}$$

$$B = 14,204 \text{ kN}$$

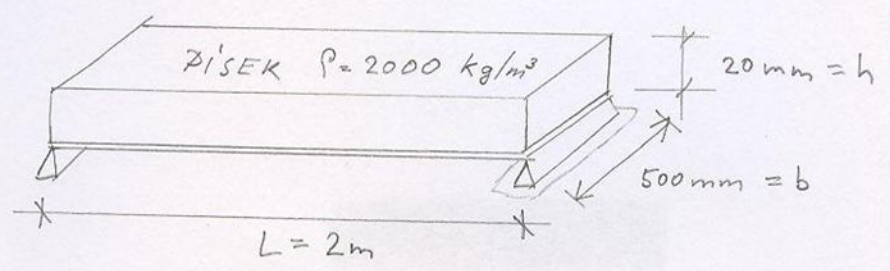
$$C = -20,301 \text{ kN}$$

3 rovnice, v každé  
2 neznámé v každé  
rovnici

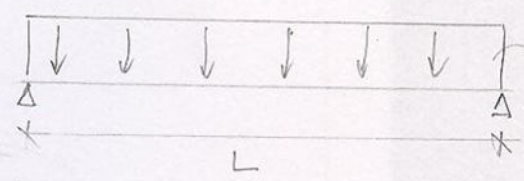
⇓  
vždy je lepší  
začít momentovou  
rovnováhou okolo  
průsečíku směrnic 2  
reakcí (bod O)

PR 18

Stanovte reakce na nosičku



v 1D:



(dispojitel) zatizeni  $f_z$   
(re smeru osy z)  $[kNm^{-1}]$

↑  
tiha na metr delky

u nosniku bezne pouzivany souřadny system

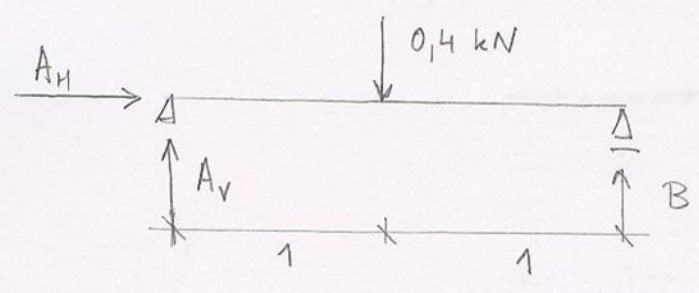
tiha pisku :  $W = \rho \cdot g \approx 2000 \cdot 10 = 20000 \text{ Nm}^{-3} = 20 \text{ kNm}^{-3}$   
 tiha pisku na metr delky nosiku :  
 $f_z = W \cdot b \cdot h = 20 \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 0,2 \text{ kNm}^{-1}$

↑  
kdyz mam metr krychlov pisku, musim ho zvednout silou 20 kN

nahrazeni distribovaného zatizeni 1 silou:  
(ciloha ekvivalence)

- težiste zatizeni je uprostred (v  $L/2$ )

$F = f_x \cdot L$  (= obsah zatěžovacího obdelniku) =  $0,2 \cdot 2 = 0,4 \text{ kN}$



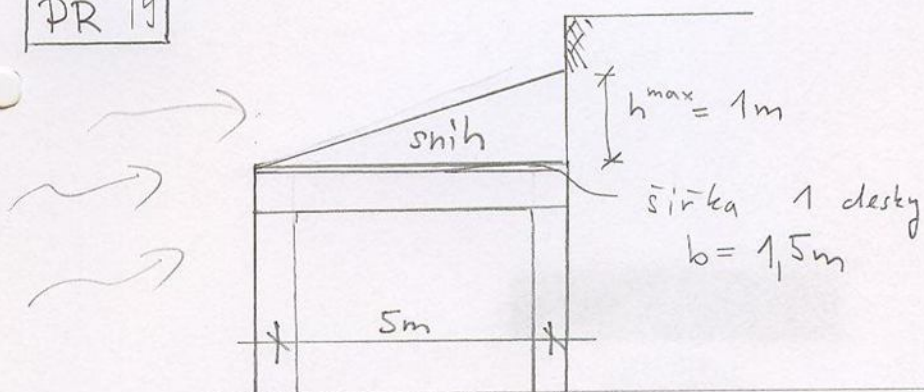
- začneme momentem okolo průsečiku směrnice 2 reakci:

$\sum \tau_a: 2B - 0,4 \cdot 1 = 0$   
 $\Rightarrow \underline{B = 0,2 \text{ kN}}$

$\rightarrow: A_H = 0$

$\uparrow: A_V + B - 0,4 = 0$   
 $\Rightarrow \underline{A_V = 0,2 \text{ kN}}$

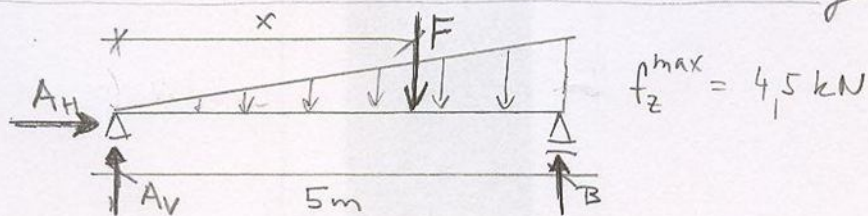
PR 19



$$\rho_s = 300 \text{ kg m}^{-3}$$
$$w_s \approx 3000 \text{ N m}^{-3} = 3 \text{ kN m}^{-3}$$

$$\downarrow f_z^{\max} = w_s \cdot b \cdot h^{\max} = 3 \cdot 1,5 \cdot 1 = 4,5 \text{ kN m}^{-1}$$

• velikost a umístění ekvivalentní síly:



a) velikost ekvivalentní síly = plocha zatížení (diagramu)

$$F = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4,5 = 11,25 \text{ kN}$$

b) umístění síly - v težišti diagramu zatížení

$$x = \frac{2}{3} L = \frac{2}{3} \cdot 5 = 3,33 \text{ m}$$

• rovnováha:

$$\rightarrow : A_H = 0$$

$$\curvearrow_a : 5B - 3,33 \cdot 11,25 = 0 \quad \Rightarrow B = 7,5 \text{ kN}$$

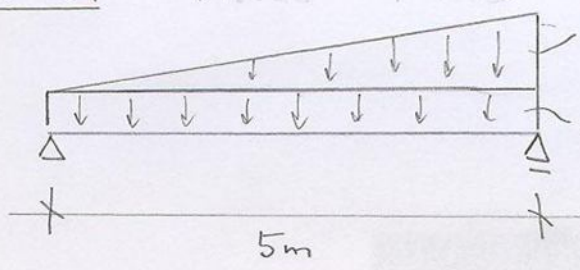
$$\uparrow : A_V + \underset{7,5}{B} - 11,25 = 0 \quad \Rightarrow A_V = 3,75 \text{ kN}$$

• kontrola:

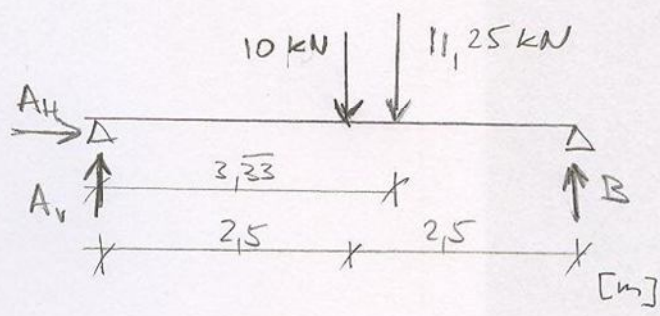
$$\curvearrow_b : -5 \cdot 3,75 + 1,66 \cdot 11,25 = 0 \quad \checkmark$$

PŘ 20

Válcová tyč



$f_{22}^{\max} = 4,5 \text{ kNm}^{-1}$  (např. snih)  
 $f_{12} = 2 \text{ kNm}^{-1}$  (např. střecha krytina)



$$F_1 = f_{12} \cdot L = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{1}{2} f_{22}^{\max} \cdot L = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 5 = 11,25 \text{ kN}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot L = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{2}{3} \cdot L = \frac{2}{3} \cdot 5 = 3,33 \text{ m}$$

$$\rightarrow : A_H = 0$$

$$\curvearrow_a : -2,5 \cdot 10 - 3,33 \cdot 11,25 + 5B = 0 \Rightarrow B = 12,5 \text{ kN}$$

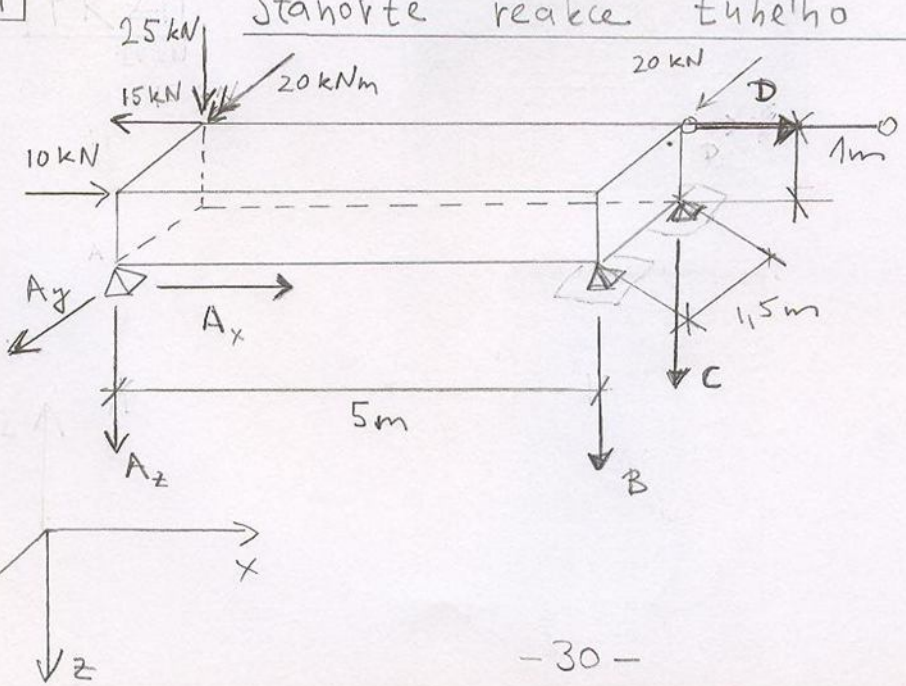
$$\uparrow : A_V - 10 - 11,25 + B = 0 \Rightarrow A_V = 8,75 \text{ kN}$$

kontrola:

$$\curvearrow_b : -5 \cdot 8,75 + 2,5 \cdot 10 + 1,66 \cdot 11,25 = 0 \quad \checkmark$$

PŘ 21

Stanovte reakce tuhého tělesa



$m = 6$   
 $r = 6$   
 $s = 0$

• jen 1 neznámá ve směru y:  
 $\leftarrow : A_y + 20 = 0 \Rightarrow \underline{A_y = -20 \text{ kN}}$

• ve směru osy x jsou 2 neznámé, je vhodné zjistit sílu D z momentové rovnováhy v bodě a ve směru osy z:

$$\downarrow a : D \cdot 1,5 - 15 \cdot 1,5 + 20 \cdot 5 = 0 \Rightarrow \underline{D = -51,66 \text{ kN}}$$

• podobným způsobem se zjistí reakce C:

$$\rightarrow a : -C \cdot 1,5 - 25 \cdot 1,5 + 20 \cdot 1 = 0 \Rightarrow \underline{C = -11,66 \text{ kN}}$$

• ve směru osy x známe D a zbyvá  $A_x$ :

$$\rightarrow : A_x + 10 - 15 + \overset{-51,66}{D} = 0 \Rightarrow \underline{A_x = 56,66 \text{ kN}}$$

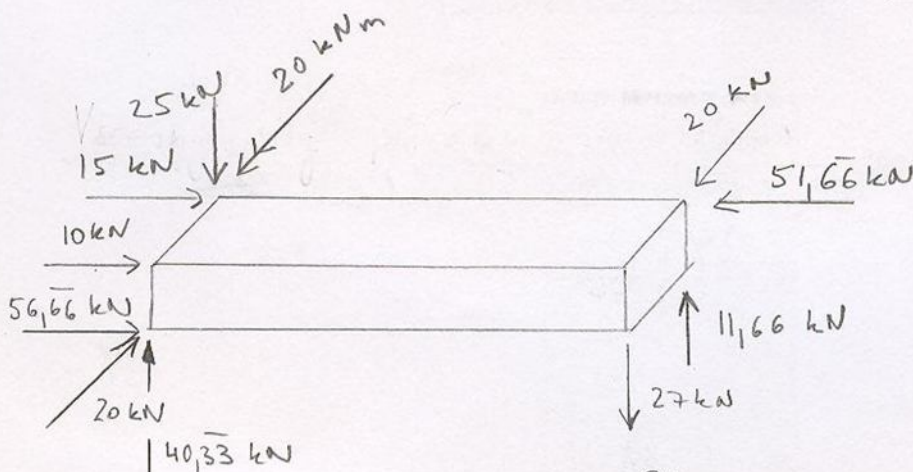
• pro zjištění reakce B využijeme momentové rovnováhy okolo osy y v bodě a:

$$\leftarrow a : -B \cdot 5 - \overset{-11,66}{C} \cdot 5 - \overset{-51,66}{D} \cdot 1 + 15 \cdot 1 - 10 \cdot 1 + 20 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{B = 27 \text{ kN}}$$

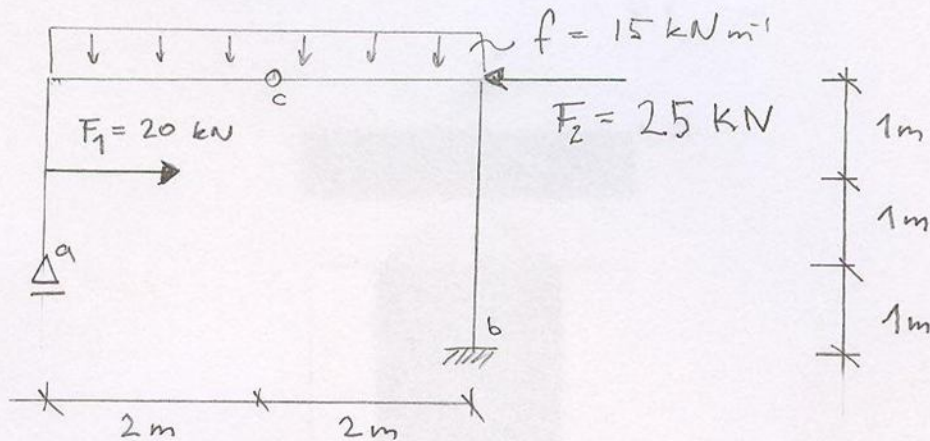
• ve směru osy z zbyvá poslední neznámá:

$$\downarrow : A_z + \overset{27}{B} + \overset{-11,66}{C} + 25 = 0 \Rightarrow \underline{A_z = -40,33 \text{ kN}}$$



PR 22

Určete reakce a sily ve vazbě složené soustavy

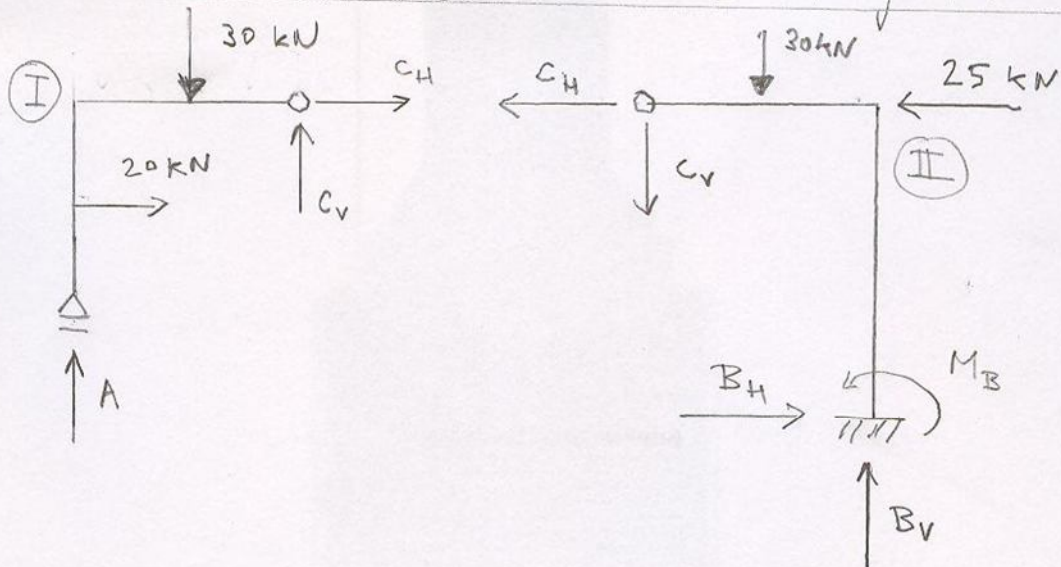


$$m = 2 \cdot 3 = 6$$

$$r = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$s = 6 - 6 = 0$$

• konstrukci (soustavy) rozdělíme na jednotlivé desky:



• podmínky rovnováhy

1) deska I:

$$\curvearrowleft : -2A + 20 \cdot 1 + 30 \cdot 1 = 0 \Rightarrow \underline{A = 25 \text{ kN}}$$

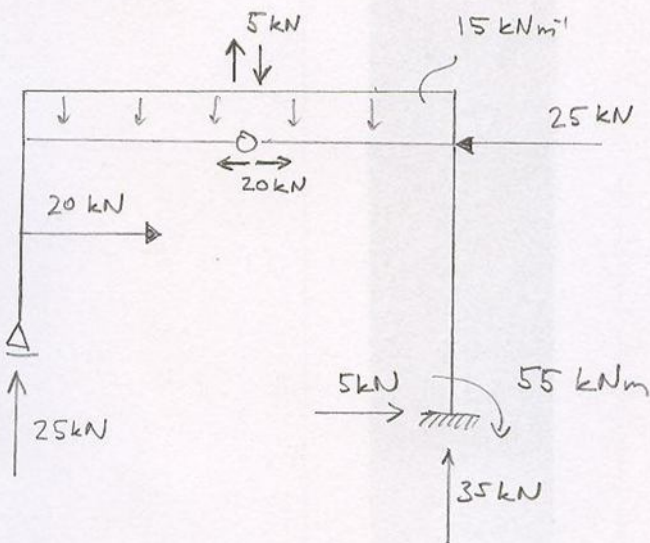
$$\uparrow : \overset{25}{A} + c_v - 30 = 0 \Rightarrow \underline{c_v = 5 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow : c_H + 20 = 0 \Rightarrow \underline{c_H = -20 \text{ kN}}$$

2) deska II:  $\uparrow: B_V - C_V - 30 = 0 \Rightarrow B_V = 35 \text{ kN}$   
 $\rightarrow: B_H - C_H - 25 = 0 \Rightarrow B_H = 5 \text{ kN}$

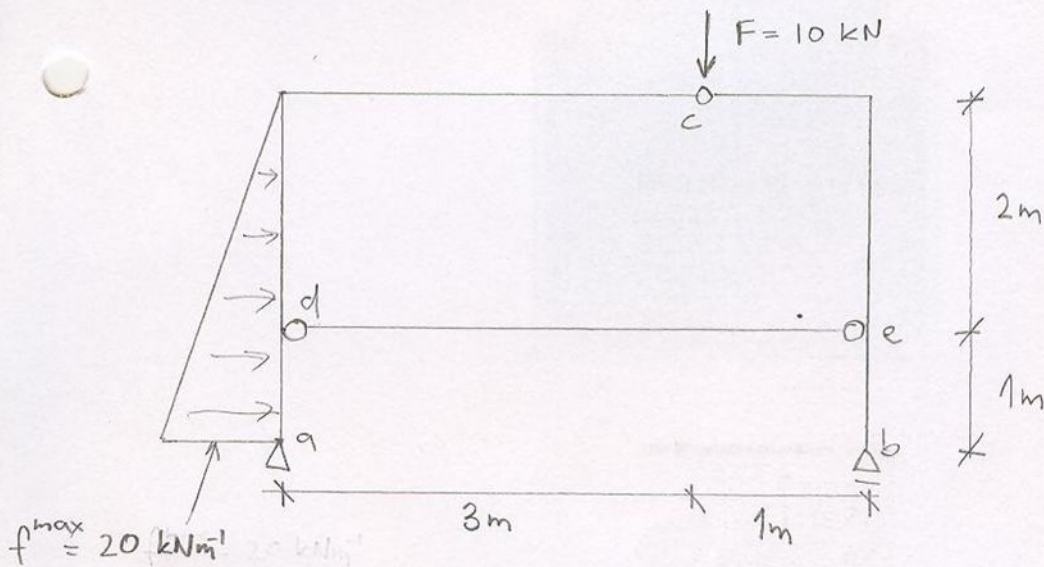
• když známe všechny síly, můžeme spočítat moment ve vřetnutí:

$\curvearrowright: B_V \cdot 2 + B_H \cdot 3 + M_B - 30 \cdot 1 = 0$   
 $\Rightarrow M_B = -55 \text{ kNm}$



PR 23

Stanovte reakce a síly ve vazbách



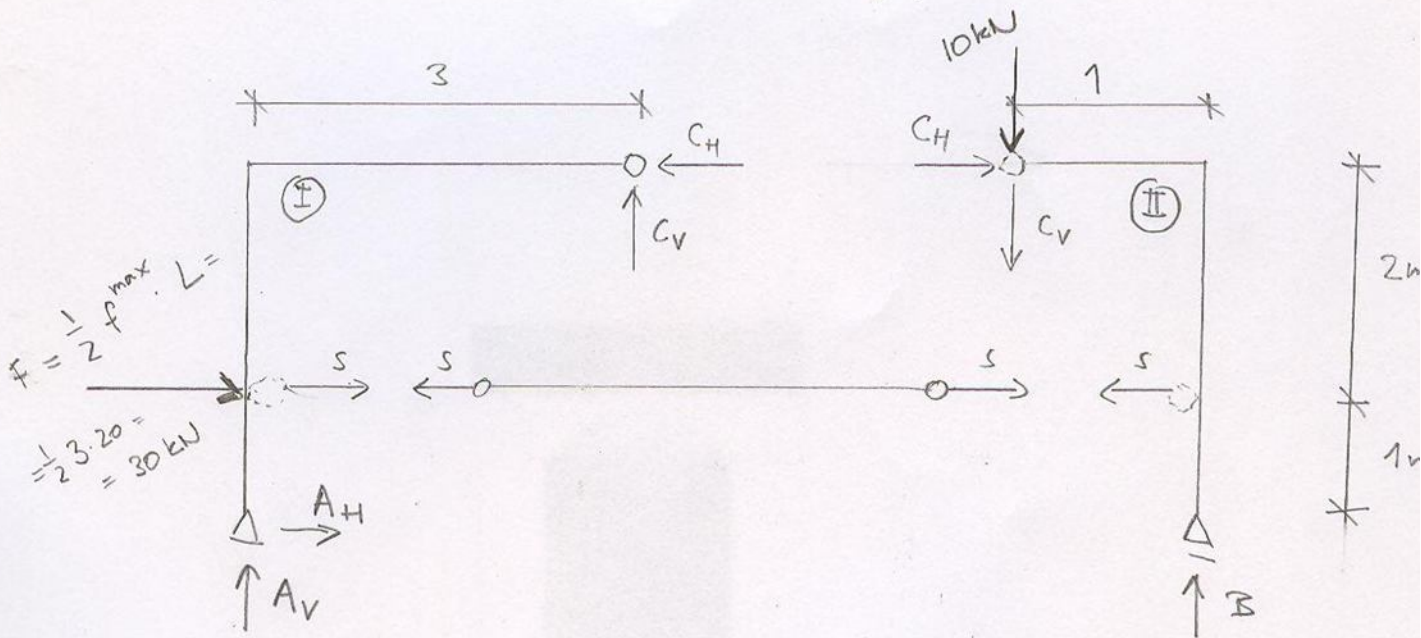
$f^{\max} = 20 \text{ kNm}^2$

$r = 2 + 1 + 2 + 1 = 6$

$m = 2 \cdot 3 = 6$  (kyvný prut nezabížený = vazba,  $r = 1$ )

$s = 0$





## Podminky rovnováhy

1) globální rovnováha:

$$\rightarrow : A_H + 30 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_H = -30 \text{ kN}$$

$$\uparrow : A_V + B - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_V = -5 \text{ kN}$$

$$\curvearrow a : B \cdot 4 - 3 \cdot 10 - 1 \cdot 30 = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 15 \text{ kN}$$

↳ je lepší začít s  $C_a$  a pak pokračovat s  $\uparrow$  rovnováhou, kde jsou 2 neznámé

2) část (deska) II:

$$\uparrow : 15 - C_V - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_V = 5 \text{ kN}$$

$$\rightarrow : C_H = S$$

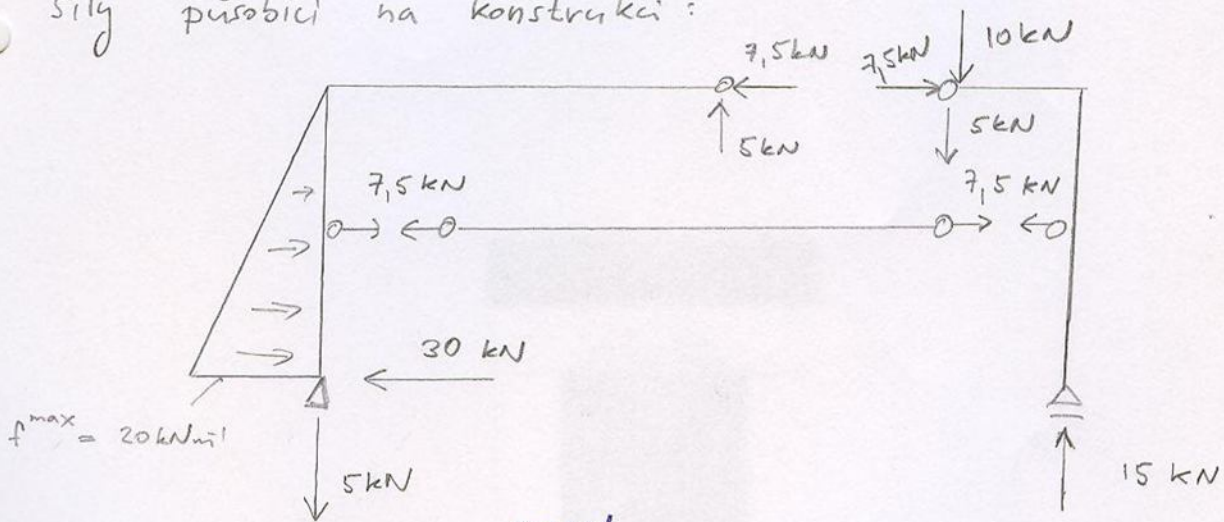
$$\curvearrow b : S + S + 10 - 3S = 0 \quad \Rightarrow \quad S = 7,5 \text{ kN}$$

(kyvný prut je tážený)

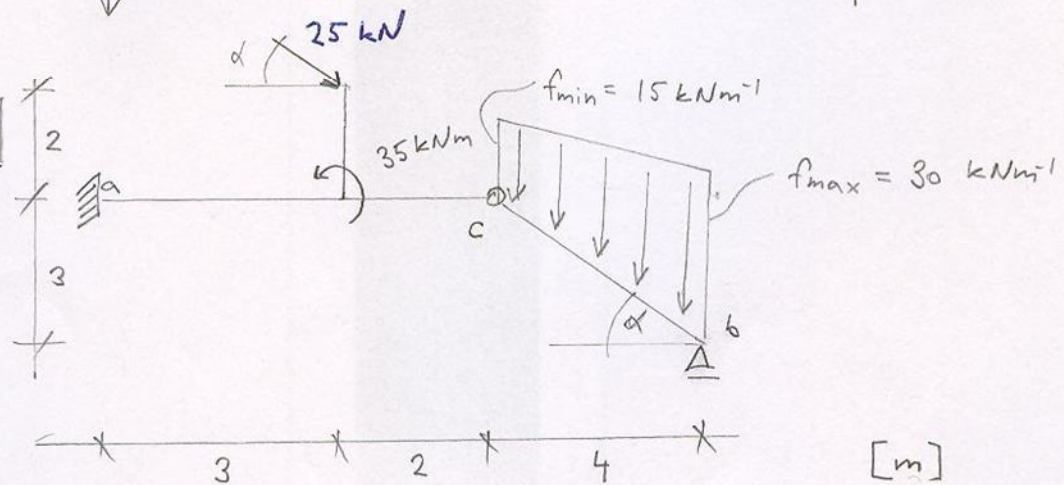
$$C_H = 7,5 \text{ kN}$$

- rovnováha desky I může být použita ke kontrole výsledků

sily působící na konstrukci:

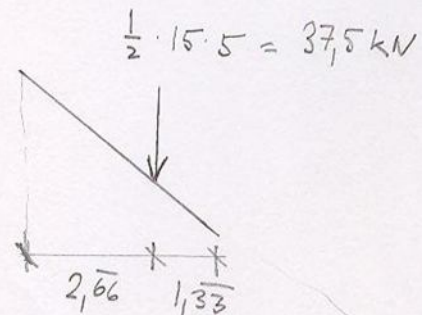
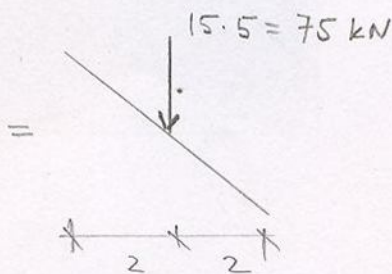
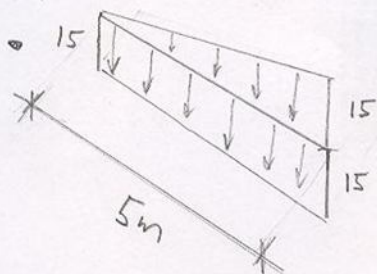


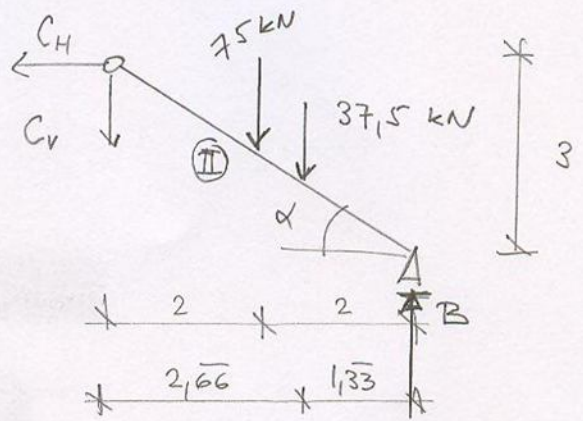
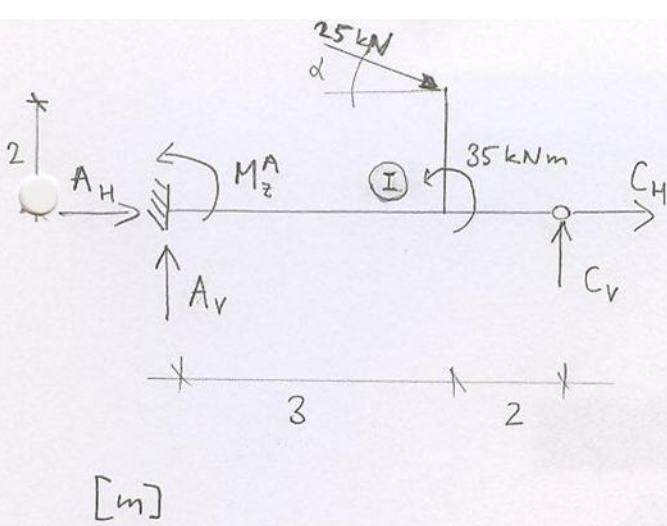
PR 24



$$\begin{aligned} m &= 2 \cdot 3 = 6 \\ r &= 3 + 2 + 1 = 6 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} m \\ r \end{aligned}} \right\} s = 6 - 6 = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{4}{5} = 0,8 \\ \sin \alpha &= \frac{3}{5} = 0,6 \end{aligned}$$



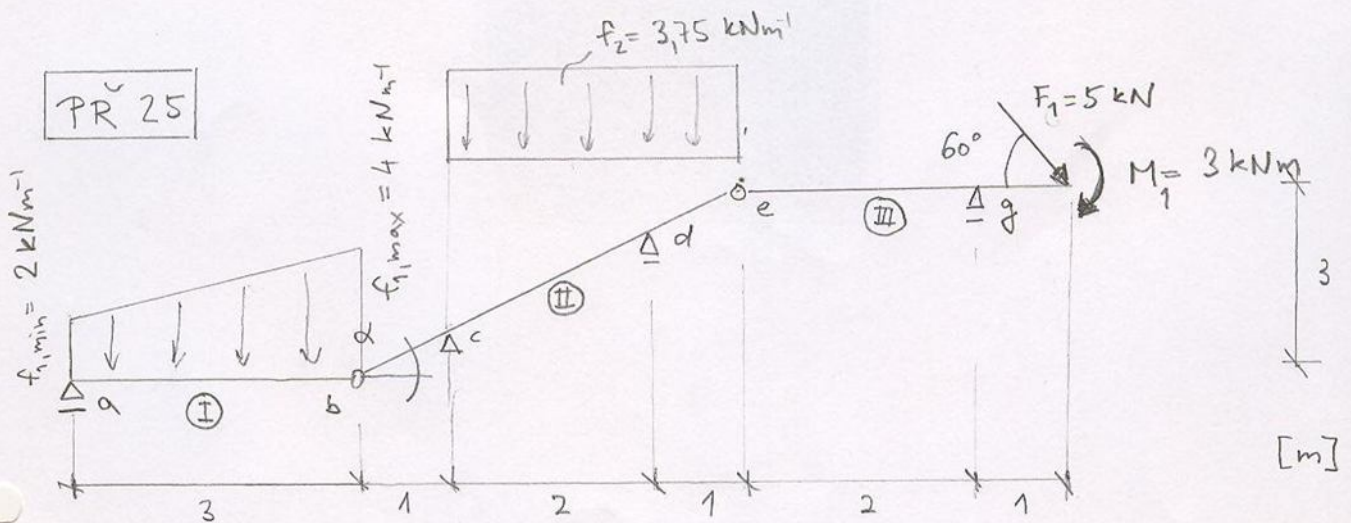


### rovnováha

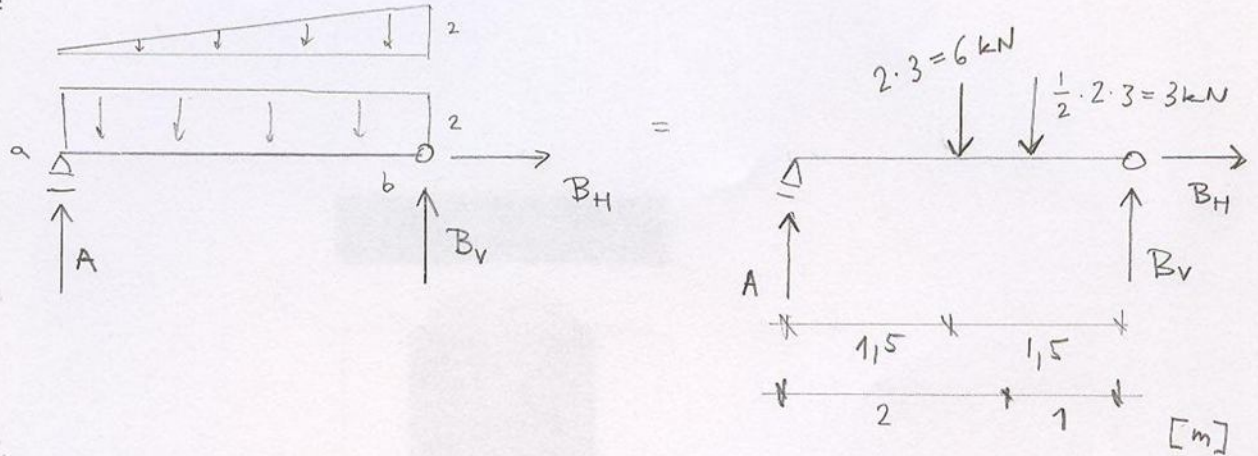
- globální rovnováha  $\rightarrow$  4 neznámé ( $A_H, A_V, M_A^A, B$ )  
 máme 3 rovnice, lepší začít s deskou (II)  
 (3 neznámé:  $C_H, C_V, B$ )

(II)  $\rightarrow$  :  $C_H = 0$   
 $\curvearrowright_c$  :  $4B - 2,66 \cdot 37,5 - 2 \cdot 75 = 0 \Rightarrow B = 62,5 \text{ kN}$   
 $\uparrow$  :  $-C_V - 75 - 37,5 + 62,5 = 0 \Rightarrow C_V = -50 \text{ kN}$

(I)  $\rightarrow$  :  $A_H + 25 \cdot 0,8 = 0 \Rightarrow A_H = -20 \text{ kN}$   
 $\uparrow$  :  $A_V - 25 \cdot 0,6 - 50 = 0 \Rightarrow A_V = 65 \text{ kN}$   
 $\curvearrowright_a$  :  $M_A + 35 - 0,8 \cdot 25 \cdot 2 - 0,6 \cdot 25 \cdot 3 + (-50) \cdot 5 = 0$   
 $\Rightarrow M_A = -300 \text{ kNm}$



Ⓘ :



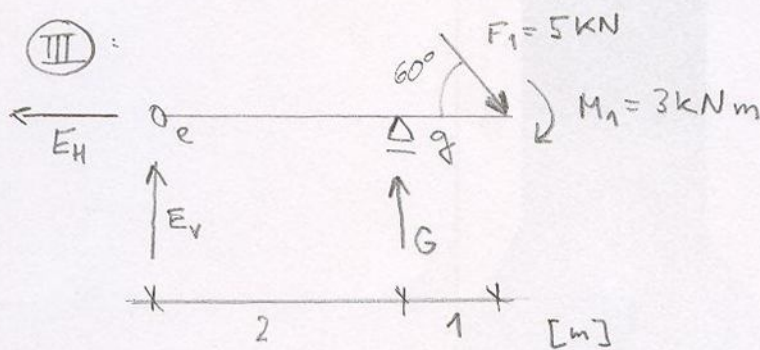
3 neznámé, 3 rovnice rovnováhy :

$$\text{I } \curvearrowleft : -1,5 \cdot 6 - 2 \cdot 3 + 3B_v = 0 \Rightarrow B_v = 5 \text{ kN}$$

$$\text{I } \uparrow : A + B_v - 6 - 3 = 0 \Rightarrow A = 4 \text{ kN}$$

$$\text{I } \rightarrow : B_H = 0$$

ⓓ :



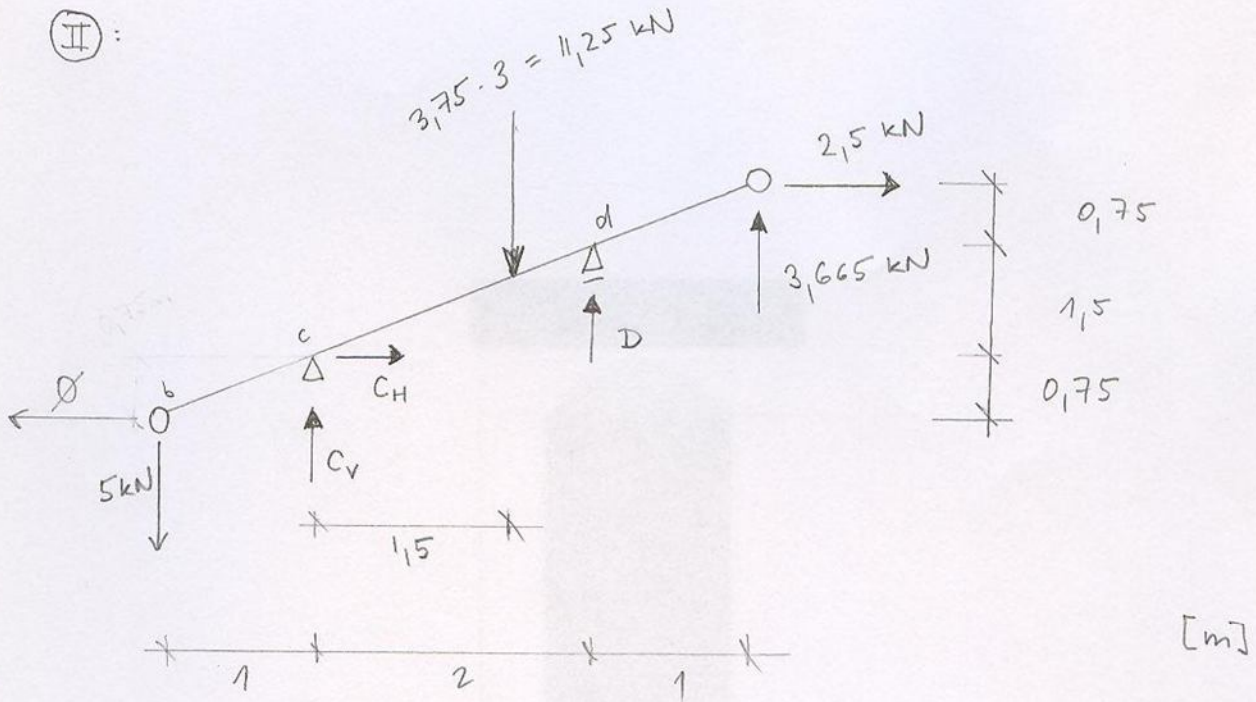
3 neznámé, 3 rovnice :

$$\text{III } \curvearrowleft : 2G - \sin 60^\circ \cdot 5 \cdot 3 - 3 = 0 \Rightarrow G = 7,995 \text{ kN}$$

$$\text{III } \rightarrow : -E_H + \cos 60^\circ \cdot 5 = 0 \Rightarrow E_H = 2,5 \text{ kN}$$

$$\text{III } \uparrow : E_v + G - \sin 60^\circ \cdot 5 = 0 \Rightarrow E_v = -3,665 \text{ kN}$$

II :



$$\text{II} \rightarrow : C_H + 2,5 = 0 \Rightarrow C_H = -2,5 \text{ kN}$$

$$\text{II} \curvearrow_b : 1 \cdot C_V - (-2,5) \cdot 0,75 - 2,5 \cdot 11,25 + 3D + 4 \cdot 3,665 - 3 \cdot 2,5 = 0$$

$$\Rightarrow C_V = 19,09 - 3D$$

$$\text{II} \uparrow : -5 + \overset{C_V}{19,09 - 3D} - 11,25 + D + 3,665 = 0$$

$$\Rightarrow D = 3,253 \text{ kN}$$

$$C_V = 9,333 \text{ kN}$$

Kontrola - G↑ :  $4 + 9,333 + 3,253 + 7,995 = 9 + 11,25 + \sin 60^\circ \cdot 5$

reakce
zatlžení

$$24,58 = 24,58 \quad \checkmark$$