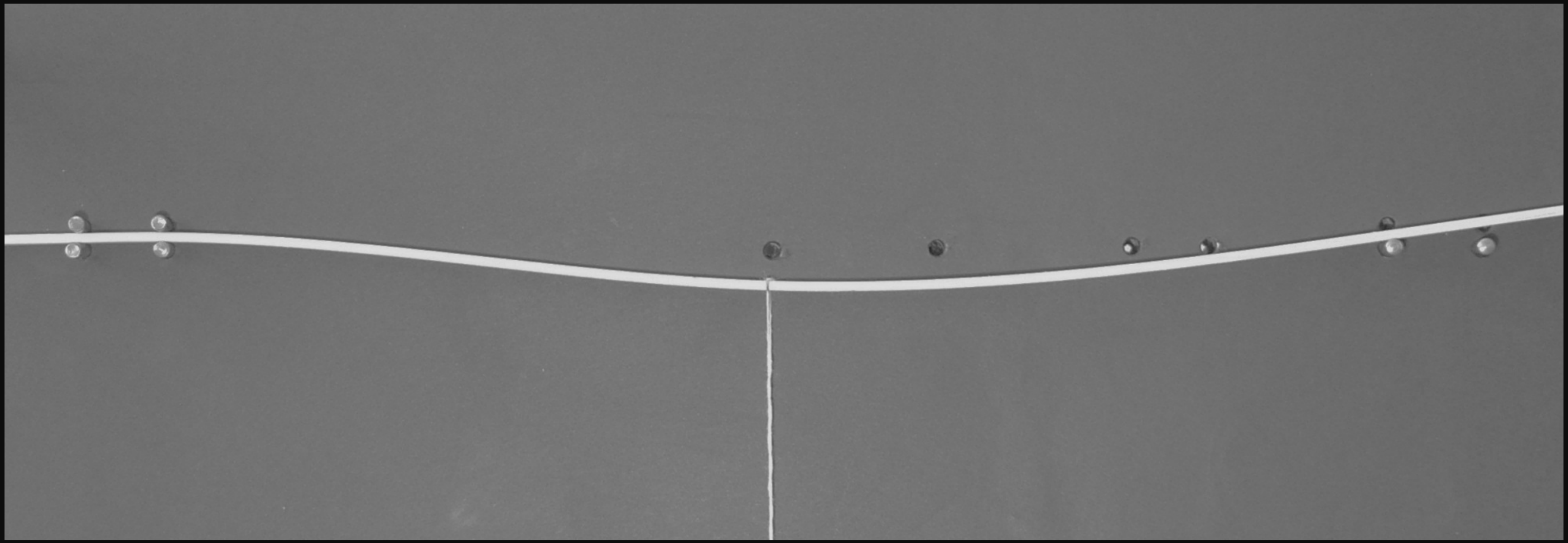
Vliv okrajových podmínek na tvar ohybové čáry

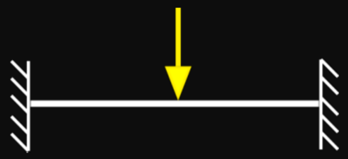


Co budeme zkoumat?

Tvar deformované střednice při zatížení osamělou silou v polovině rozpětí

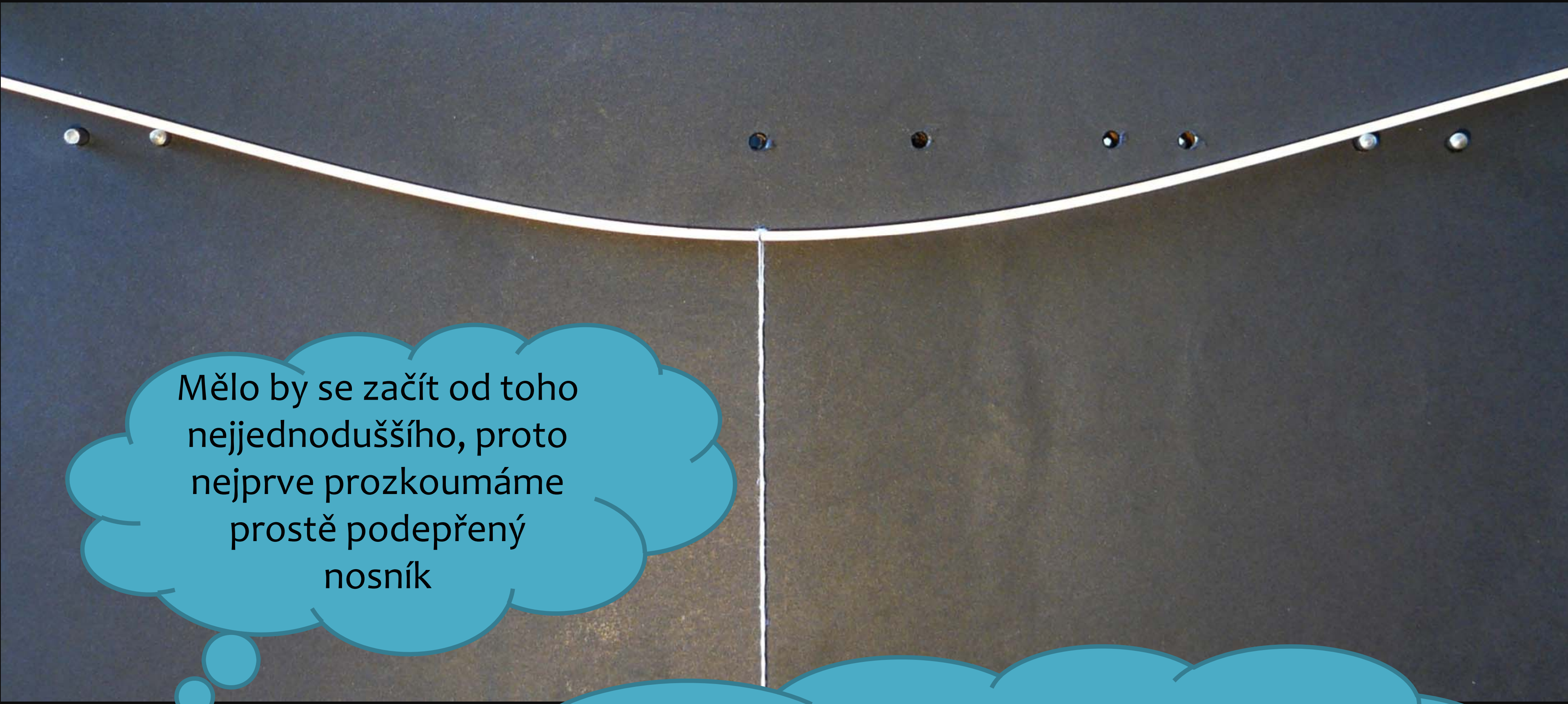
- prostě podepřeného nosníku (KK)

- oboustranně vetknutého nosníku (VV)



- nosníku s vetknutím na jednom konci a kloubovým podepřením na druhém konci (VK)

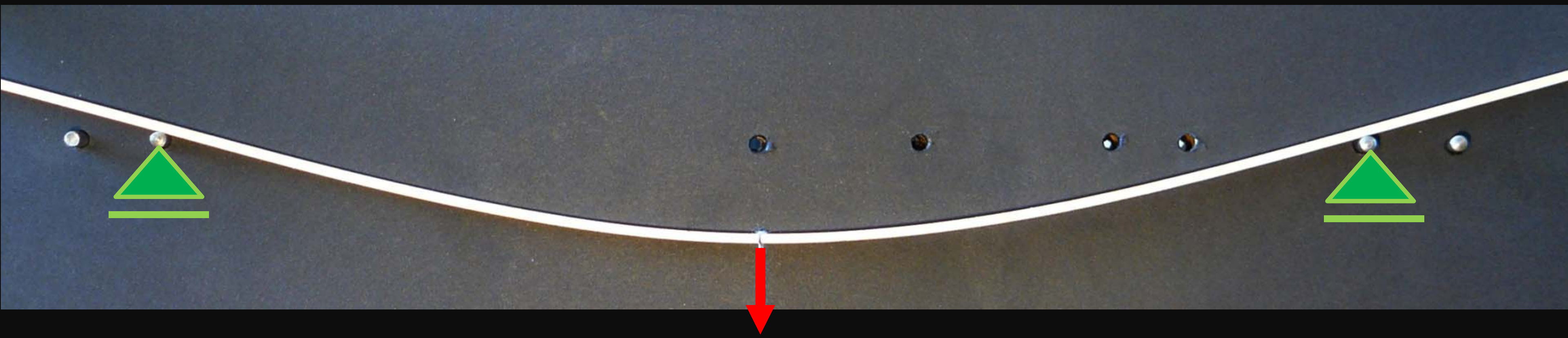
Prostě podepřený nosník



Mělo by se začít od toho nejjednoduššího, proto nejprve prozkoumáme prostě podepřený nosník

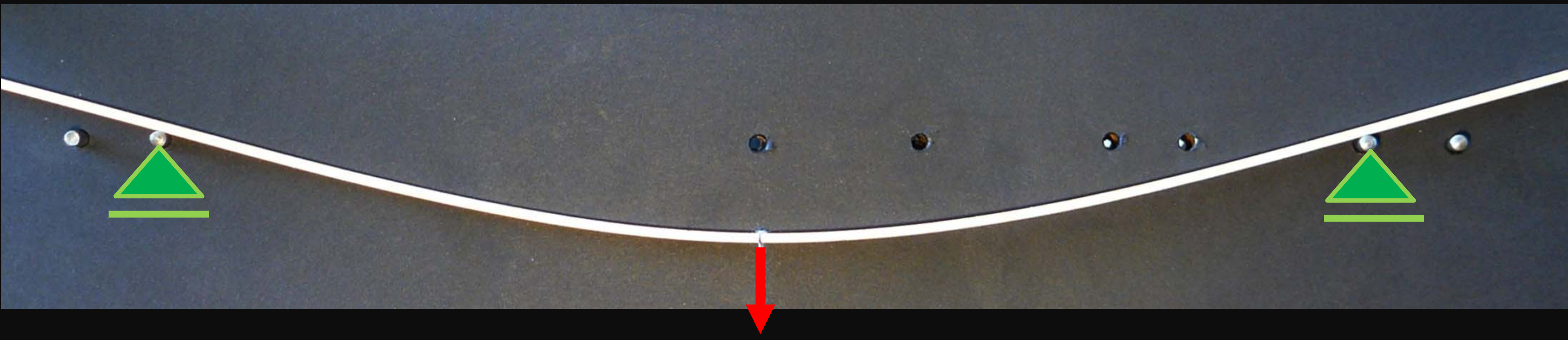
Vezmeme smrkovou lištu o průřezu 2 x 4 mm a položíme ji na ocelové válečky, které jsou od sebe vzdálené asi 300 mm. V polovině rozpětí zavěsíme závaží.

Prostě podepřený nosník



Závaží působí na nosník konstantní silou a nosník se prohne ve směru jejího působení.

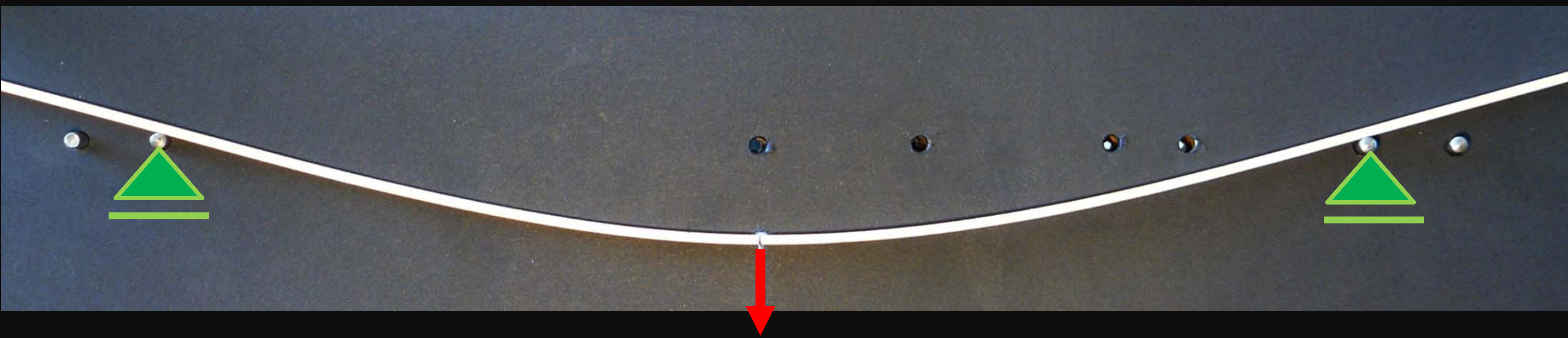
Prostě podepřený nosník



Válečky zabraňují svislému posunu nosníku dolů.

Nosník se ale v místě podpor může volně natáčet. Malé tření mezi dřevěným nosníkem a kovovými válečky umožňuje i (téměř) volný pohyb ve vodorovném směru.

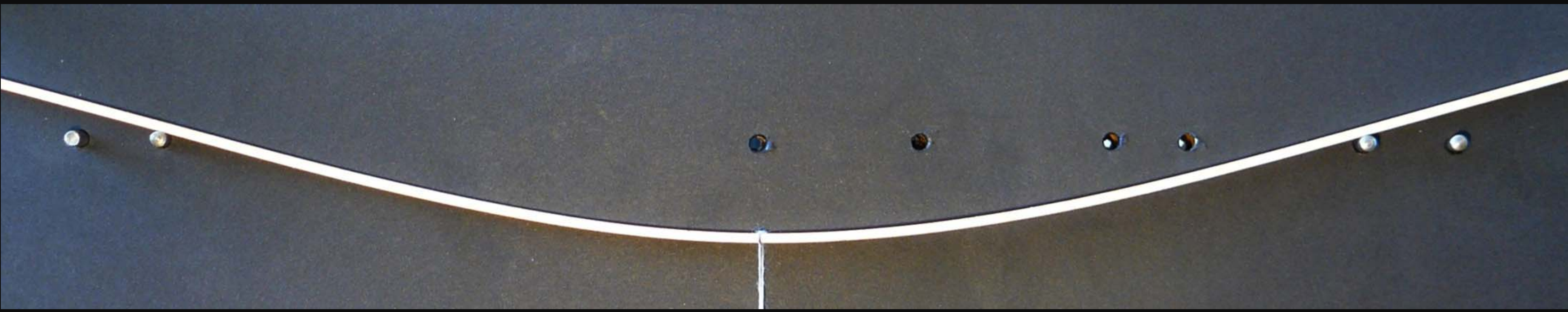
Prostě podepřený nosník



Každá podpora odebírá jeden stupeň volnosti.
Proto si musíme dávat pozor, zahráváme si totiž se staticky přeurčitou konstrukcí (neboli pohyblivým mechanismem).

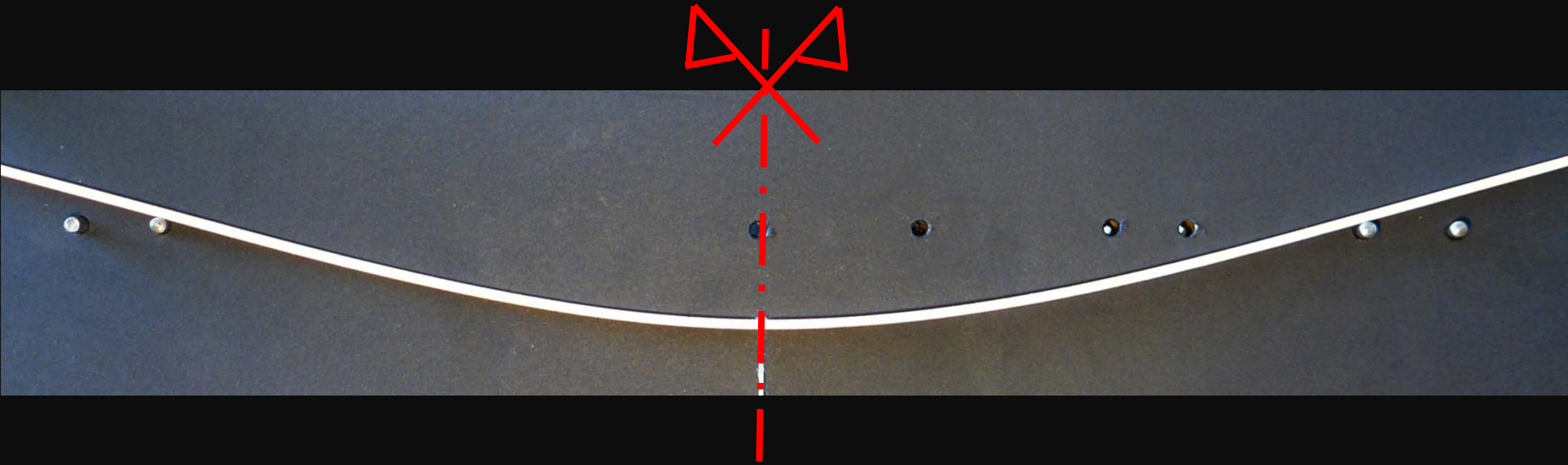
Při zatížení pouze shora je ale vše v pořádku ...

Prostě podepřený nosník



Tak teď hurá k vlastnostem
deformované střednice …

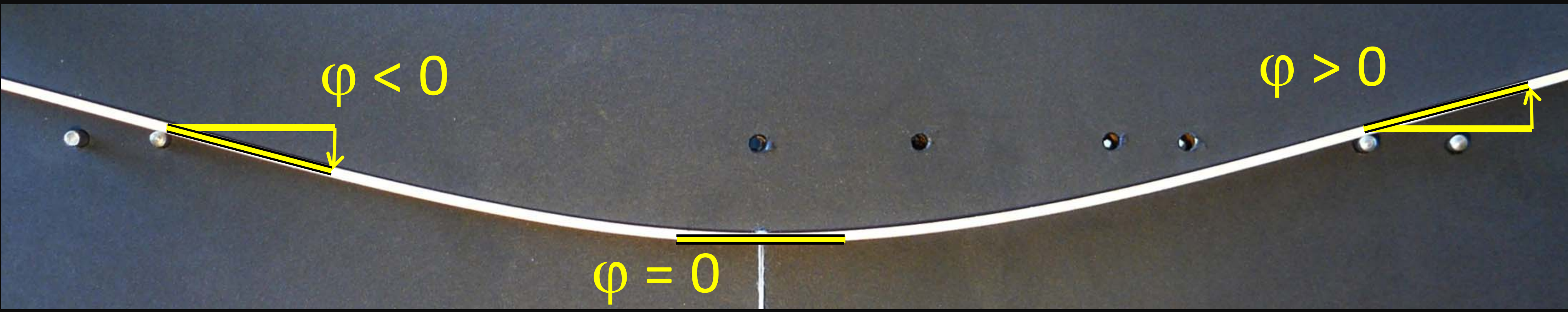
Prostě podepřený nosník

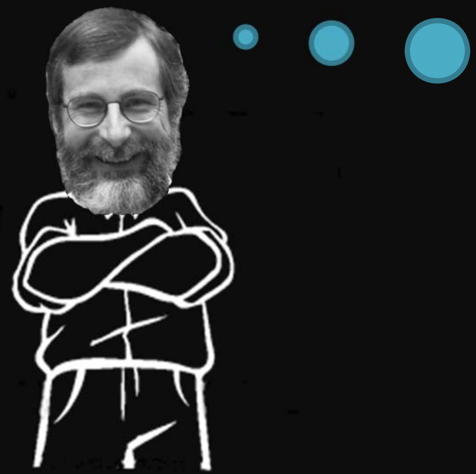


Na první pohled je vidět, že se nosník prohýbá symetricky. To platí pro všechny konstrukce, které jsou symetrické a symetricky zatížené.

Symetricky prohnutou střednici proto určitě uvidíme i u oboustranně vetknutého nosníku.

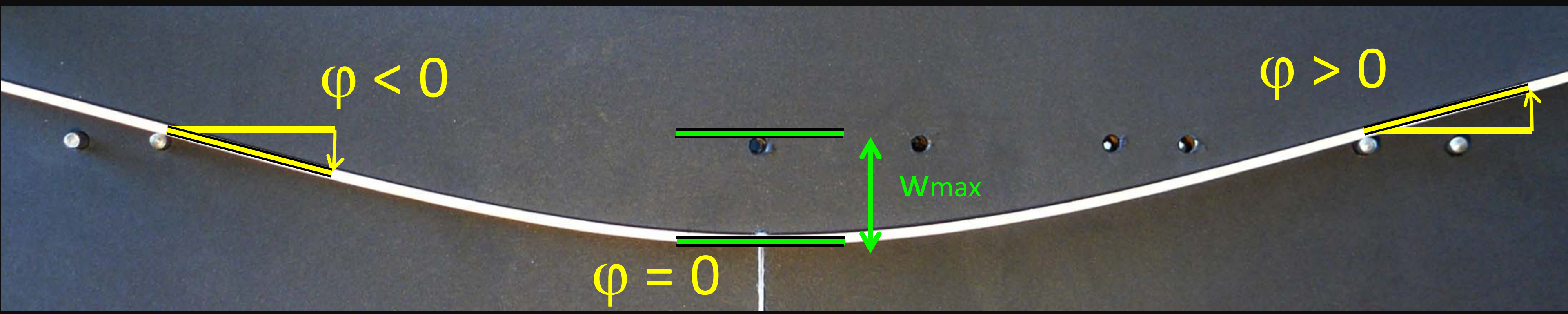
Prostě podepřený nosník





Pro symetrickou a symetricky zatíženou konstrukci je natočení vždy antisymetrické. Na ose symetrie tedy musí být natočení nulové.

Prostě podepřený nosník



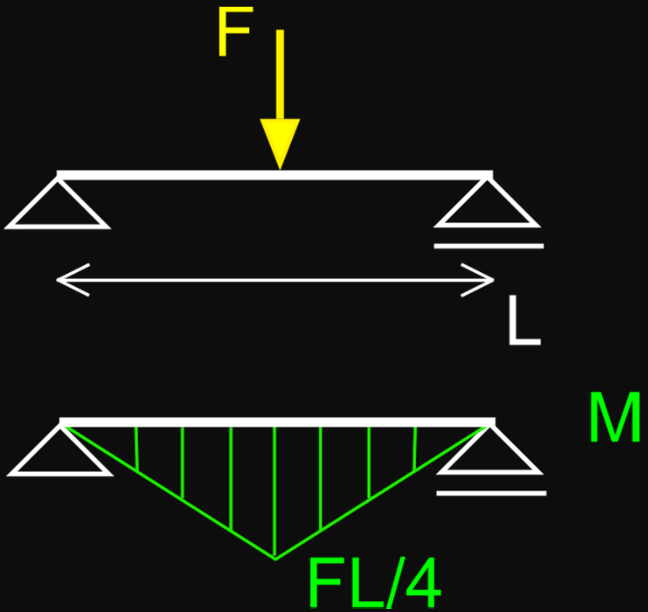
Pro symetrickou a symetricky zatíženou konstrukci je natočení vždy antisymetrické. Na ose symetrie tedy musí být natočení nulové.

Extrémní průhyb hledáme vždy v místě, kde je nulové natočení. Proto u našeho nosníku musí být maximální průhyb v polovině rozpětí.

Prostě podepřený nosník

Je nějaká souvislost mezi deformovaným tvarem a vnitřními silami?

Na našem nosníku ohybové momenty všude natahují spodní vlákna. Proto je tvar deformované střednice po celé délce konvexní.

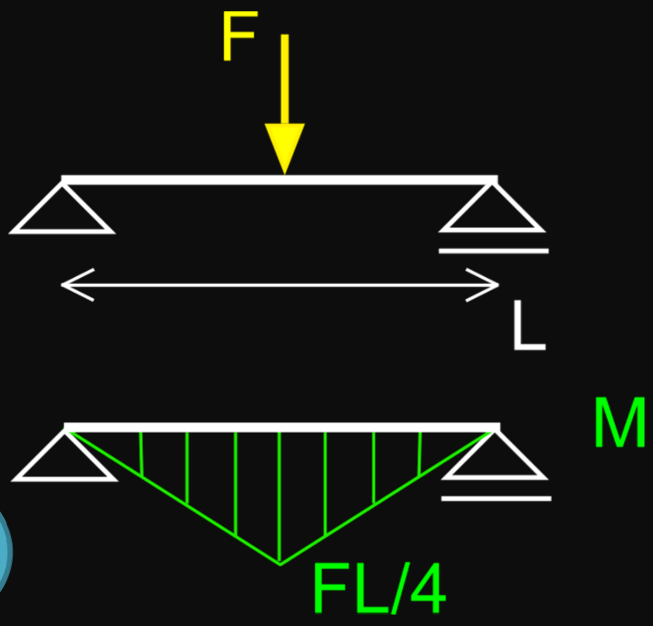


Prostě podepřený nosník

Je nějaká souvislost mezi deformovaným tvarem a vnitřními silami?

Při konstantním průřezu je ohybový moment přímo úměrný křivosti κ (čti kapa).

$$M(x) = EI\,\kappa(x)$$

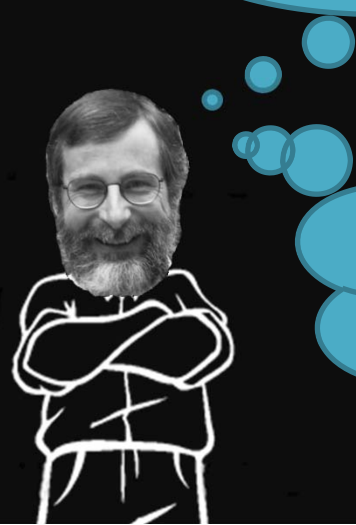


Střednice je proto nejvíce zakřivená uprostřed rozpětí. Nad podporami (a také na převislých koncích) zůstává prut přímý, nezdeformovaný.

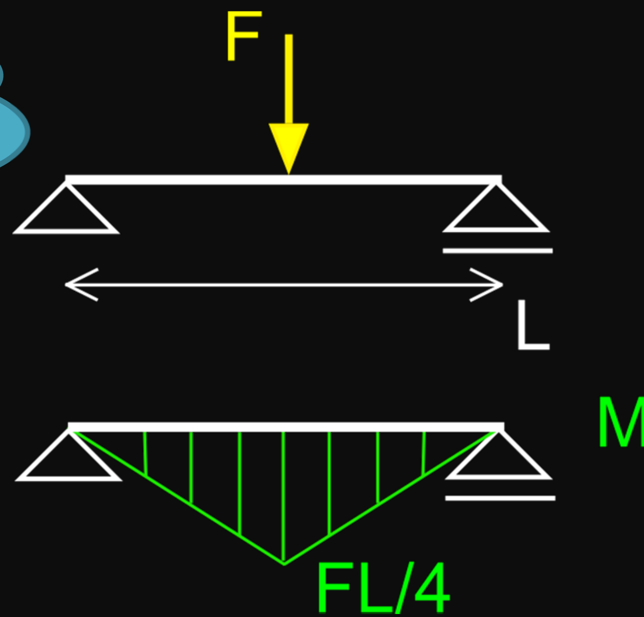
Prostě podepřený nosník

Je nějaká souvislost mezi deformovaným tvarem a vnitřními silami?

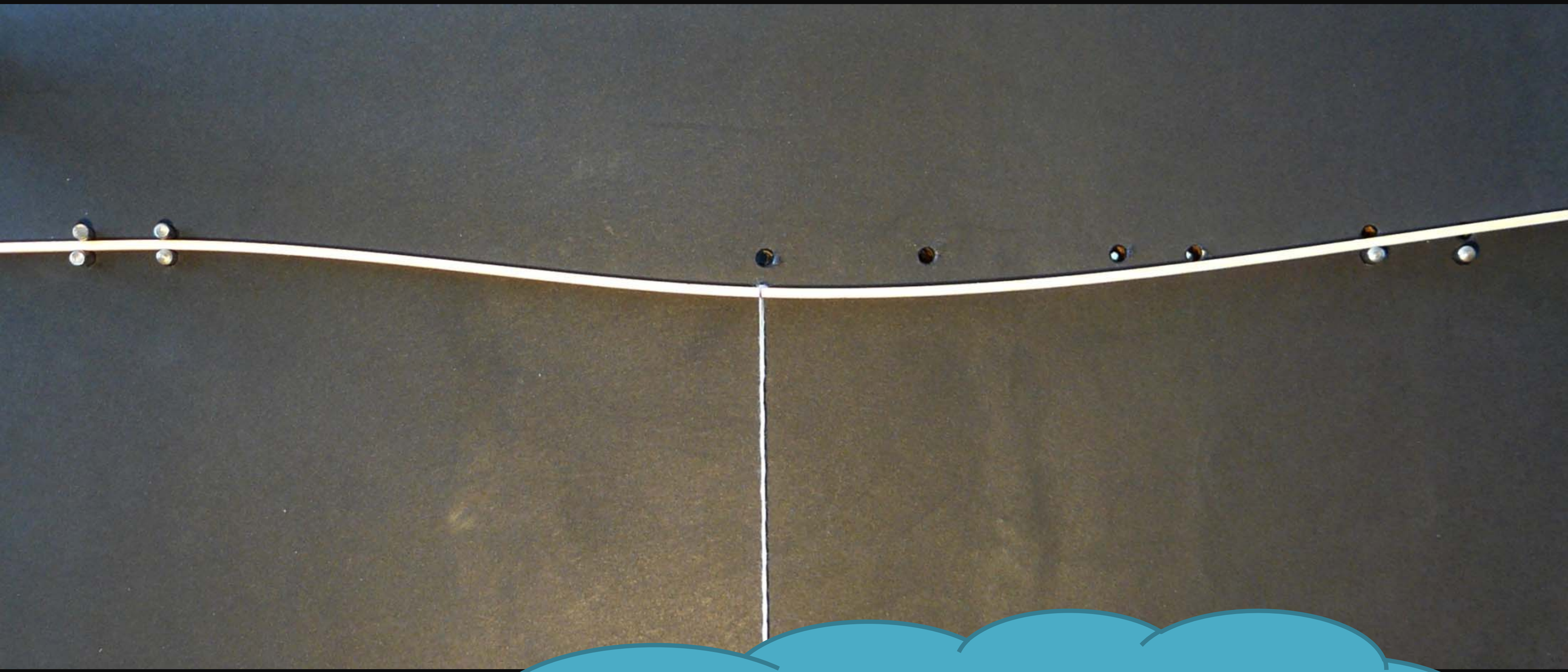
Při malých průhybech je křivost přibližně rovna záporně vzaté druhé derivaci průhybu: $\kappa(x) = -w''(x)$.

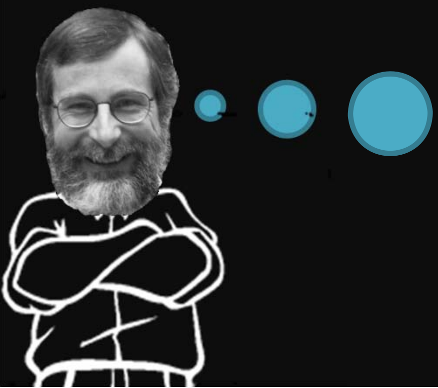


V úseku s lineárním průběhem momentu je křivost také lineární a průhybová funkce tedy musí být kubická.



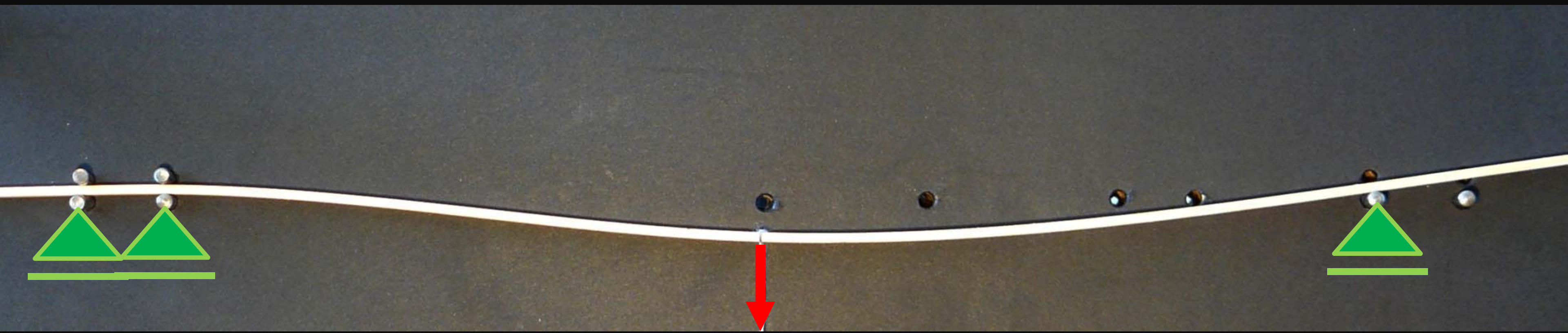
Nosník typu vetknutí - kloub



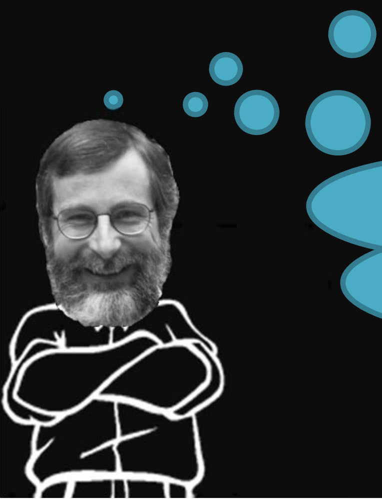


Půjdeme dál, přidáme ocelovéválečky na levou stranu nosníku. Tím změníme (staticky určitý) prostě podepřený nosník na staticky neurčitý nosník typu V-K (vetknutí–kloub).

Nosník typu vetknutí - kloub



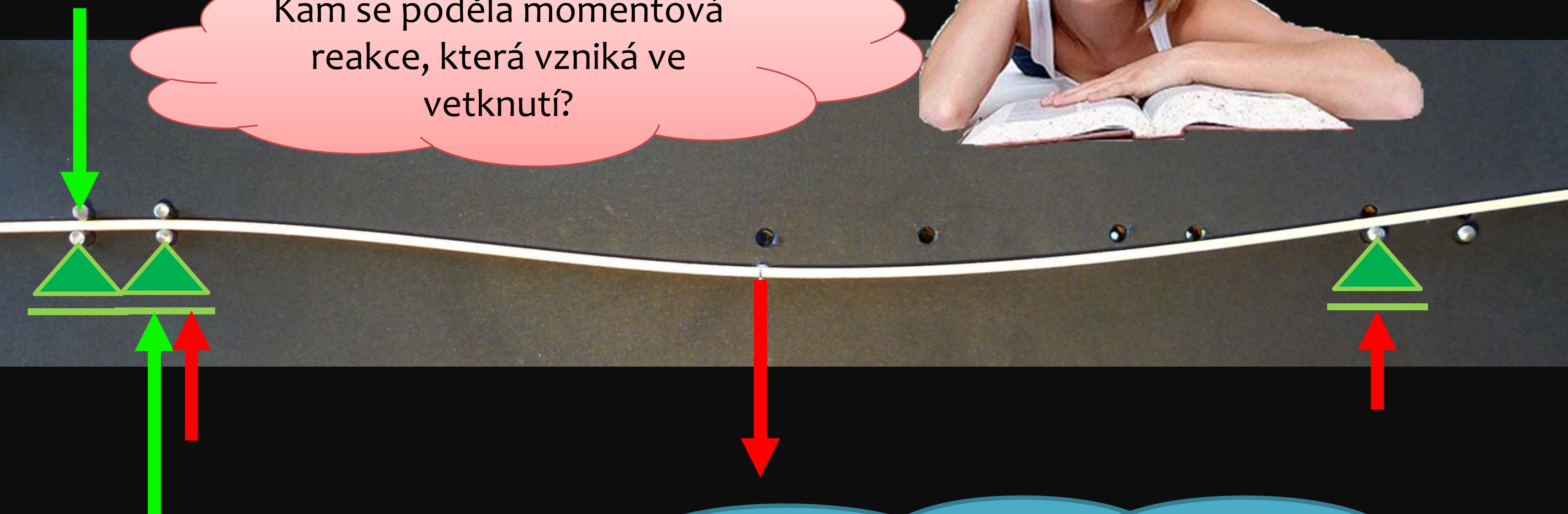
To vetknutí na levé straně musíme brát s rezervou. To, co jsme ve skutečnosti vytvořili, je spojitý nosník o dvou polích.



Levé pole má řádově větší ohybovou tuhost (EI/L) než pravé. Proto se levé pole téměř vůbec neprohne a nedojde ani k natočení nad prostřední podporou.

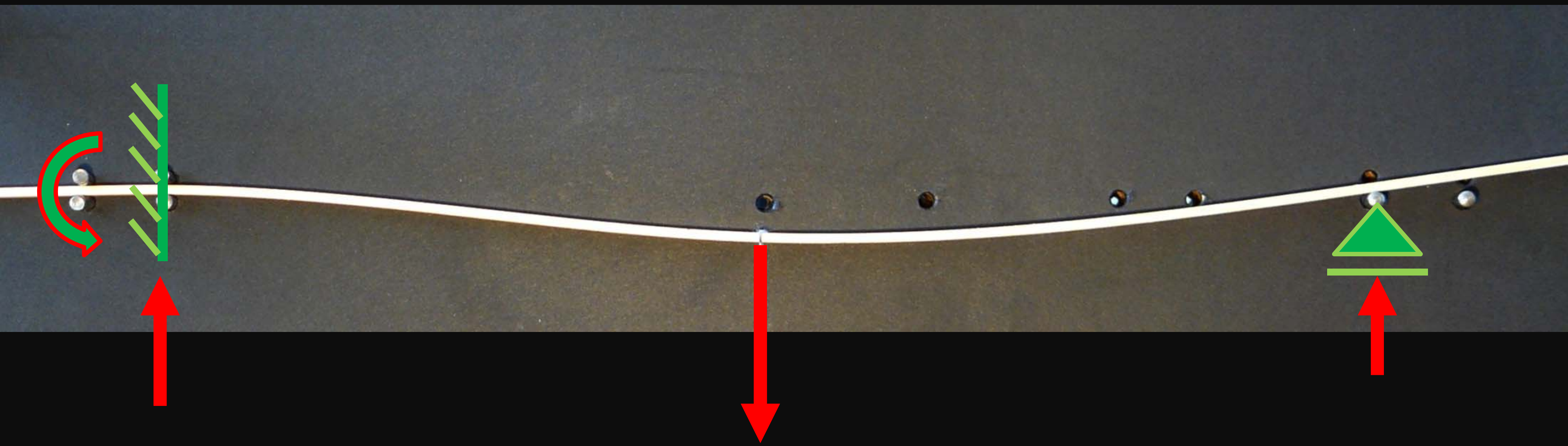
Nosník typu vetknutí - kloub

Kam se poděla momentová reakce, která vzniká ve vetknutí?

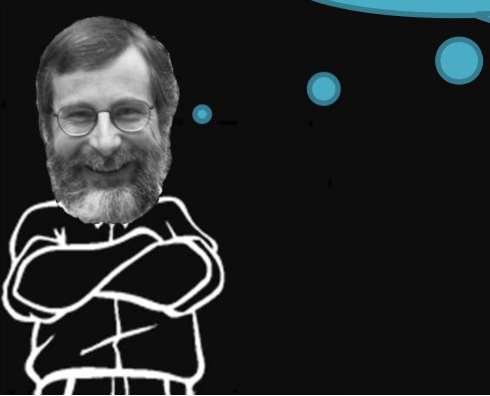


Z momentové reakce se stala dvojice sil, kterou v našem obrázku znázorňují zelené šipky.

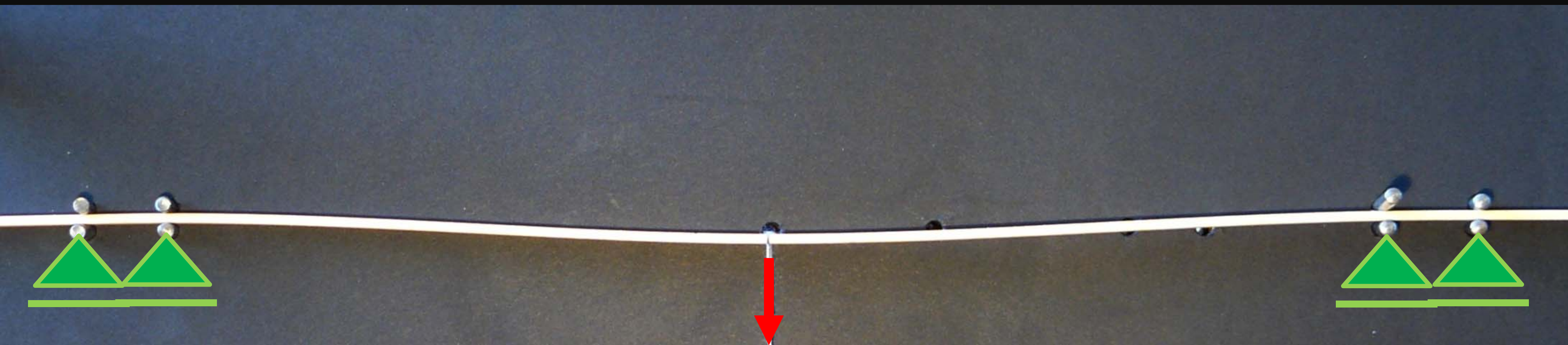
Nosník typu vetknutí - kloub



Stačí zredukovat svislou reakci v levé podpoře
vzhledem k prostřední podpoře a máme
momentovou reakci ve vetknutí ....

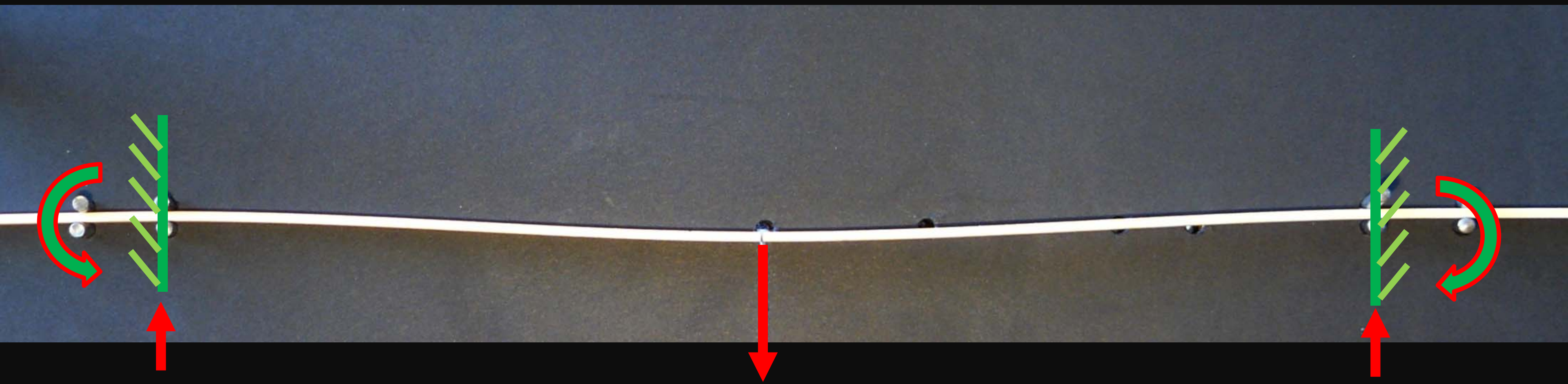


Oboustranně vetknutý nosník

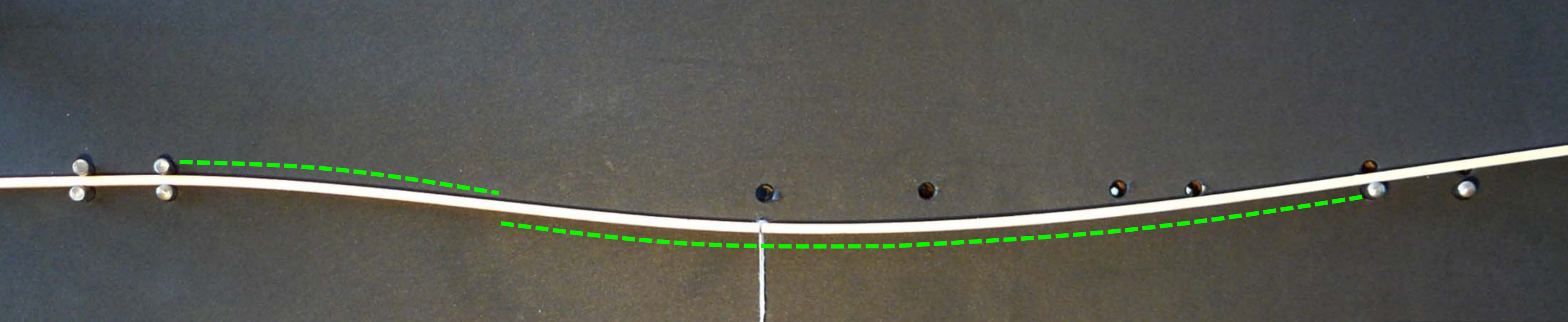


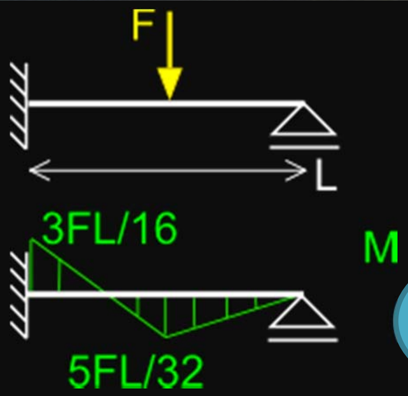
Přidáním dalších válečků vytvoříme poslední variantu, oboustranně vetknutý nosník (nosník typu VV).

Oboustranně vetknutý nosník

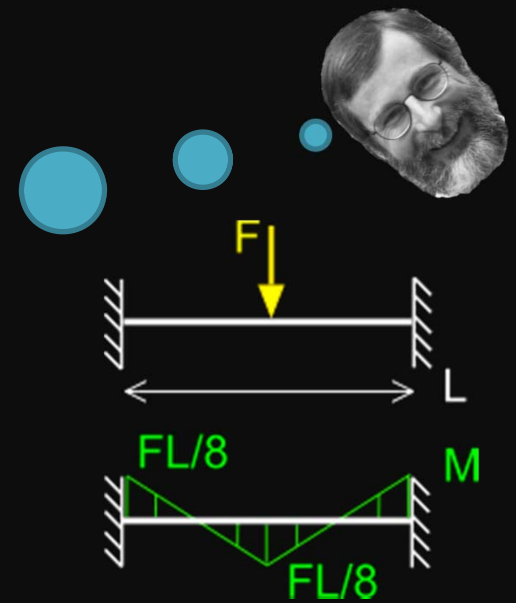


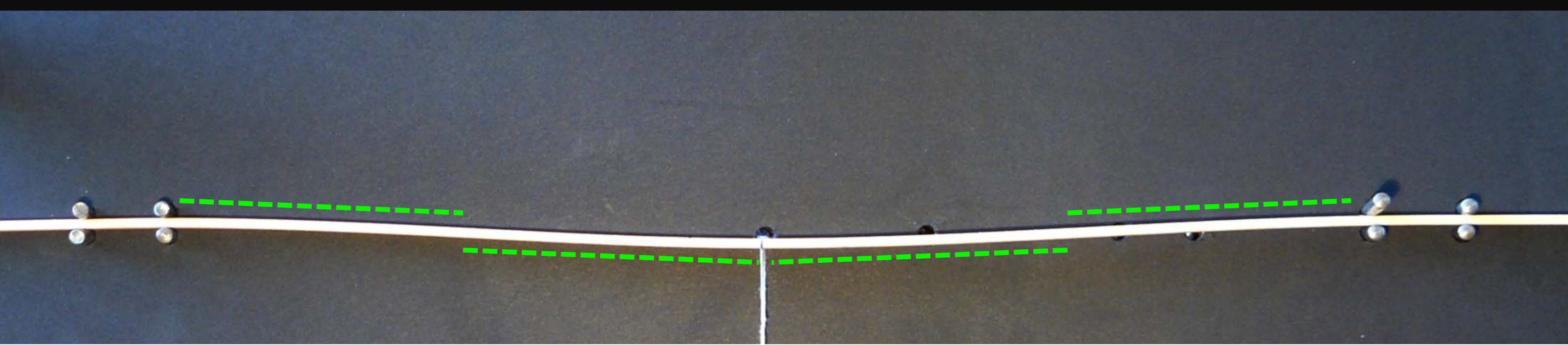
Přidáním dalších válečků vytvoříme poslední variantu, oboustranně vetknutý nosník (nosník typu VV).

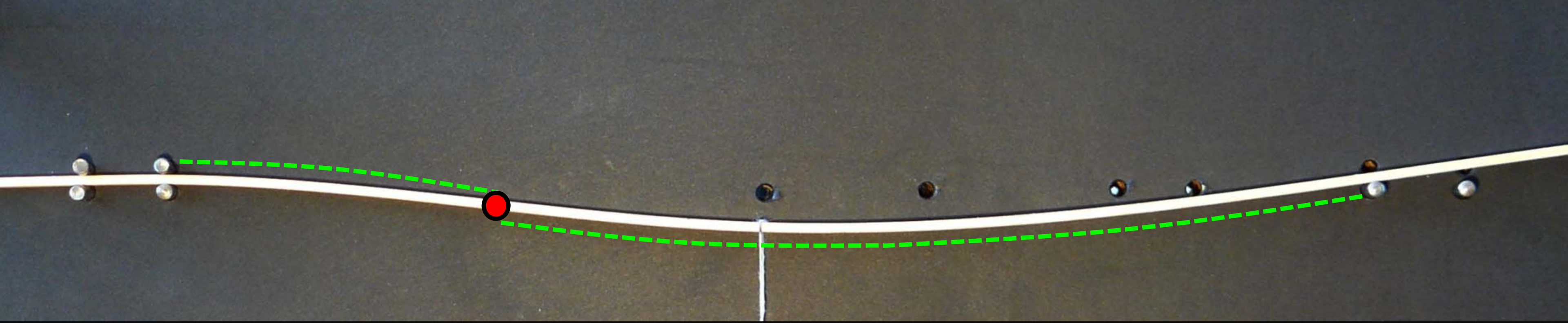


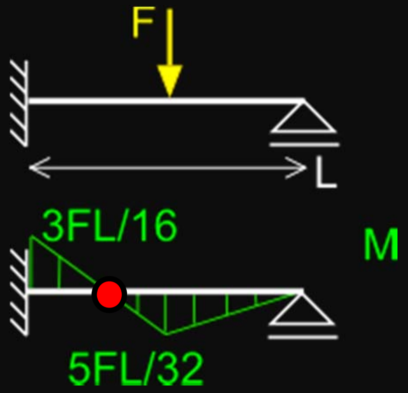


Podobně jako u prostého nosníku můžeme i teď podle konvexně/konkávně zdeformované střednice identifikovat kladné a záporné ohybové momenty

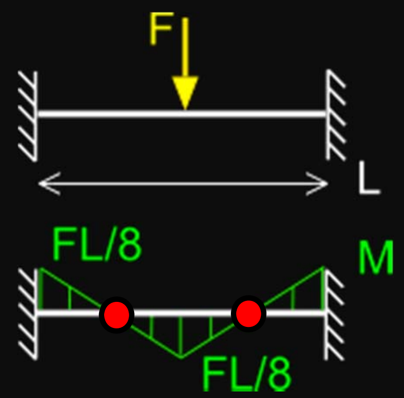


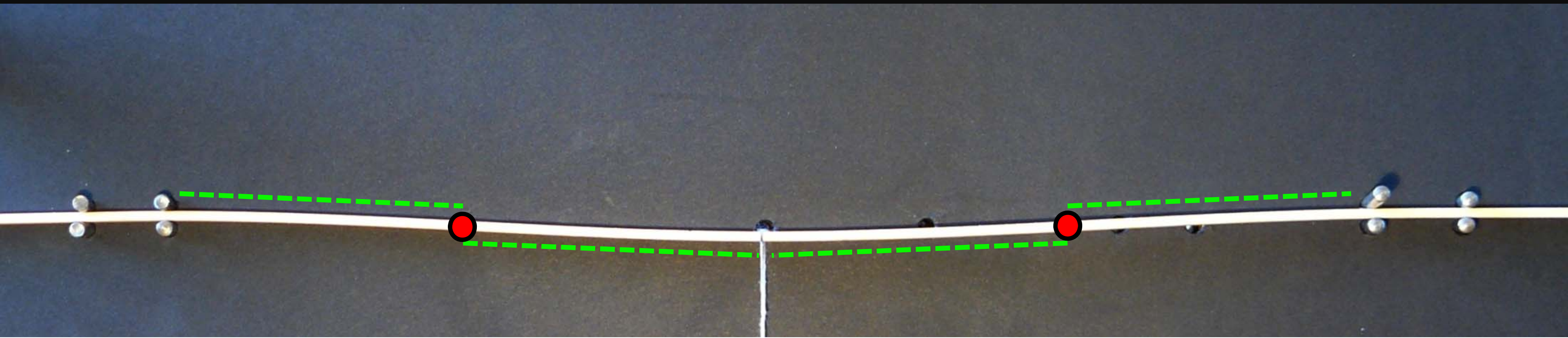


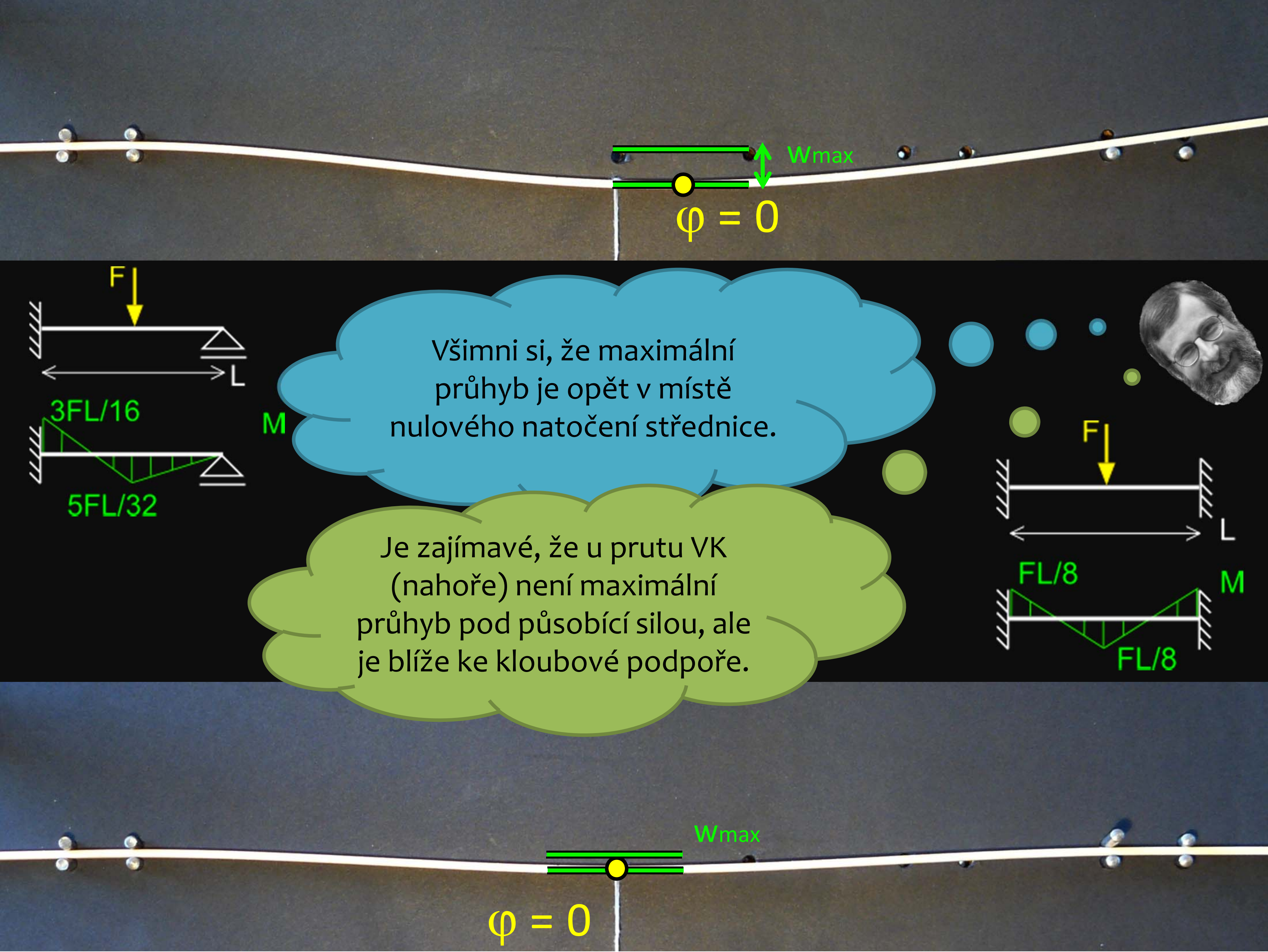




Inflexní body ohybové čáry odpovídají průřezům s nulovým ohybovým momentem





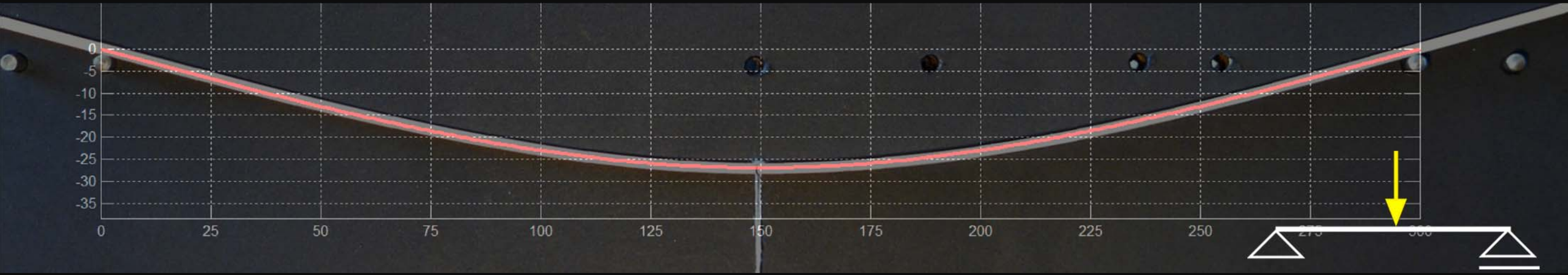


wmax
φ = 0
F
L
3FL/16
M
5FL/32
Všimni si, že maximální průhyb je opět v místě nulového natočení střednice.
Je zajímavé, že u prutu VK (nahoře) není maximální průhyb pod působící silou, ale je blíže ke kloubové podpoře.
F
L
FL/8
M
FL/8
wmax
φ = 0

Všimla jsem si, že se u jednotlivých druhů podepření lišil maximální průhyb. Souvisí to s okrajovými podmínkami, nebo jsi měnil závaží?

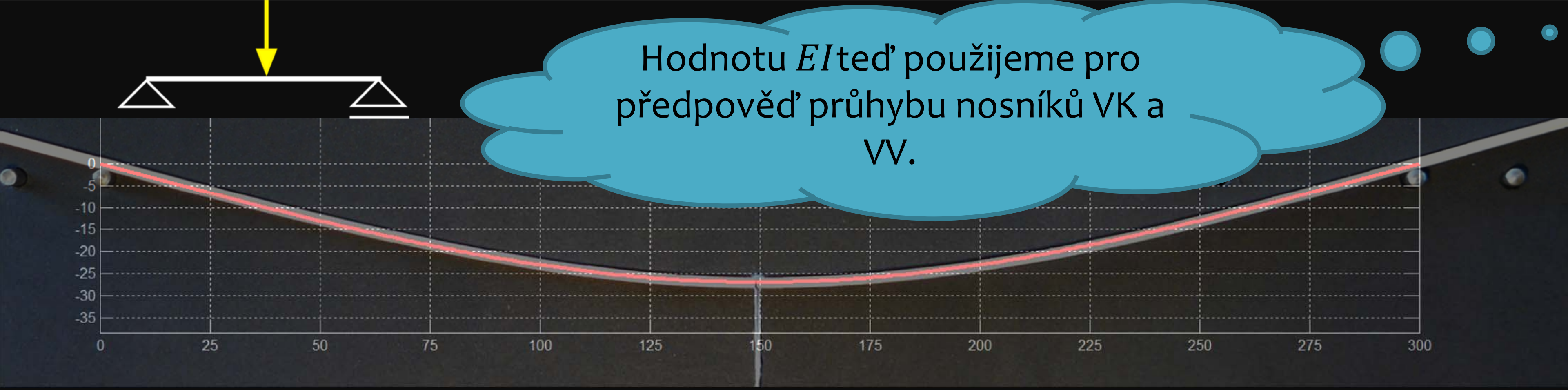
Závaží bylo ve všech případech stejné. Dá se říct, že čím více vazeb je předepsáno na okrajích nosníku, tím menší bude průhyb.

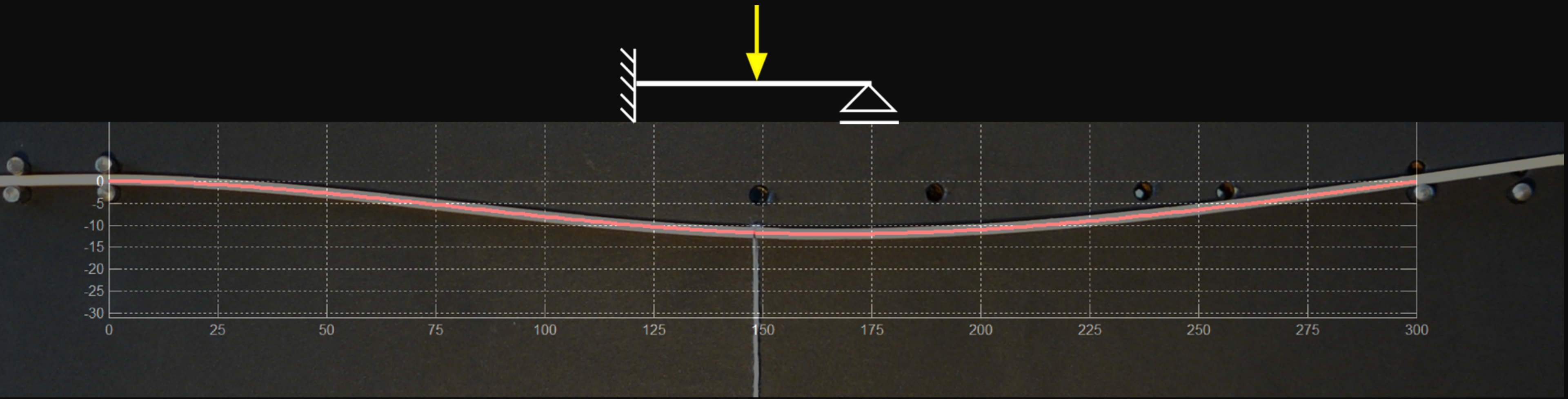
Ukážu ti grafické porovnání deformovaného nosníku s analytickým řešením.

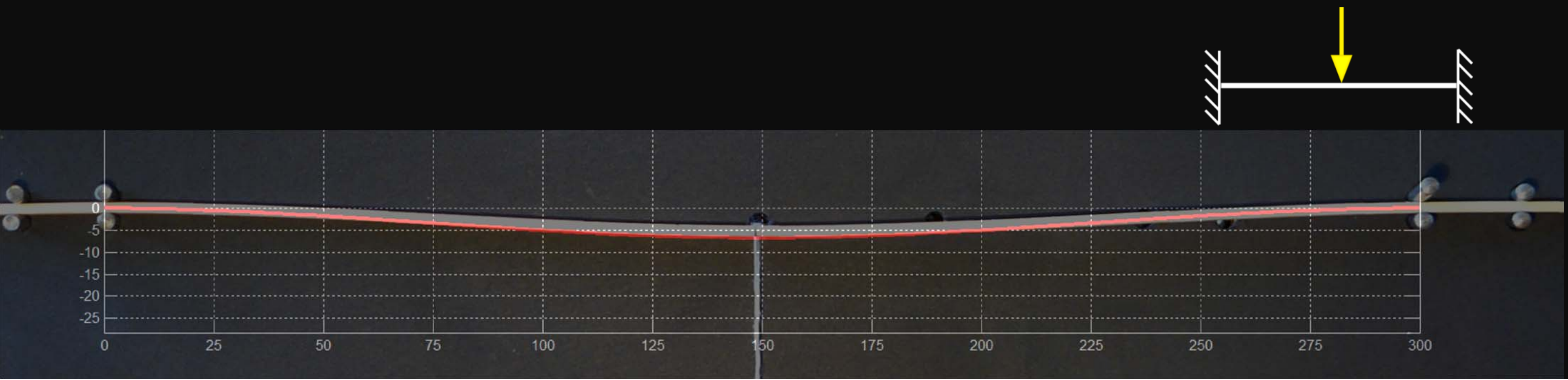


Nejprve ohybovou tuhost EI nakalibrujeme podle změřeného průhybu prostého nosníku.

Hodnotu EI teď použijeme pro předpověď průhybu nosníků VK a VV.

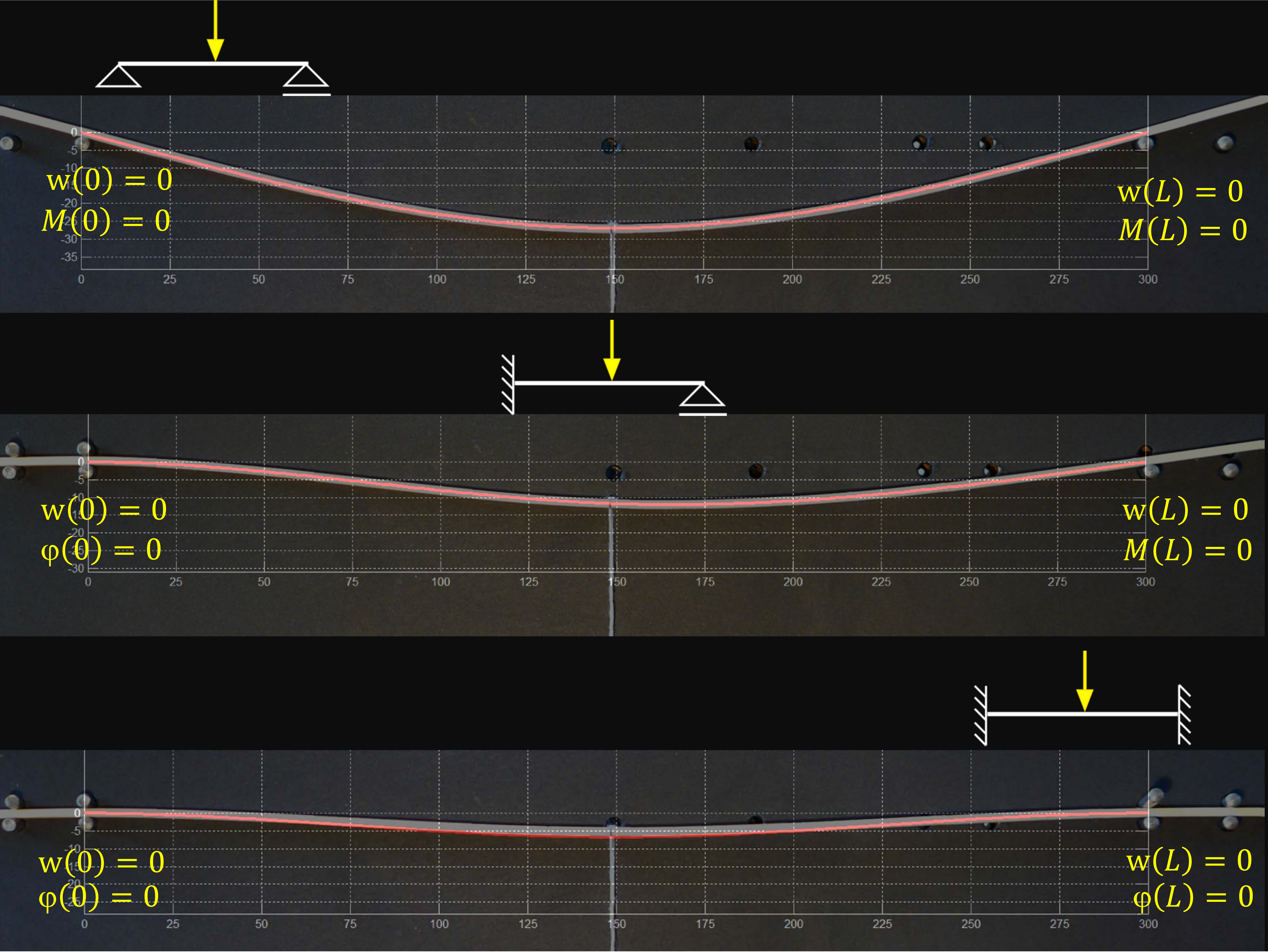


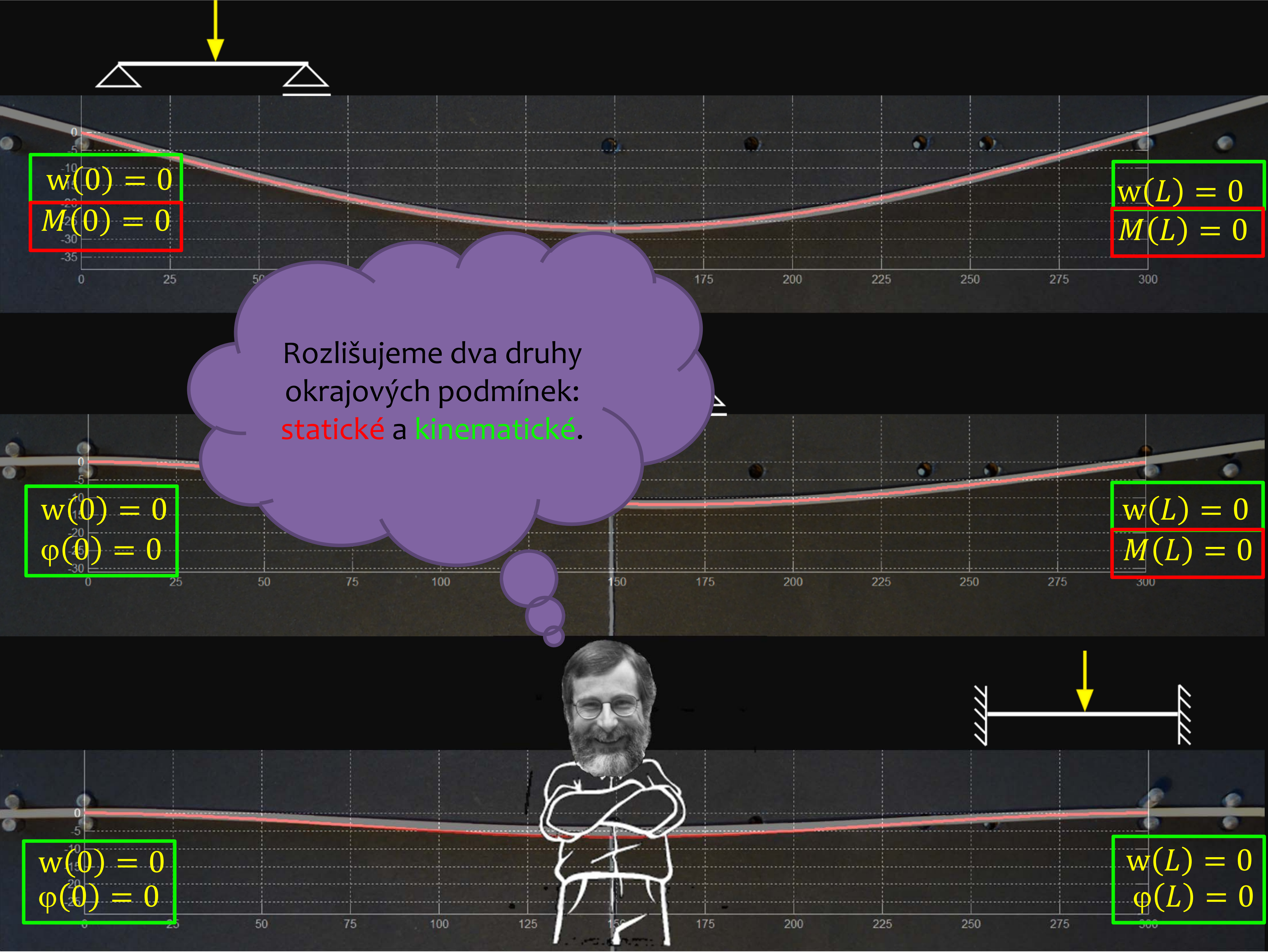


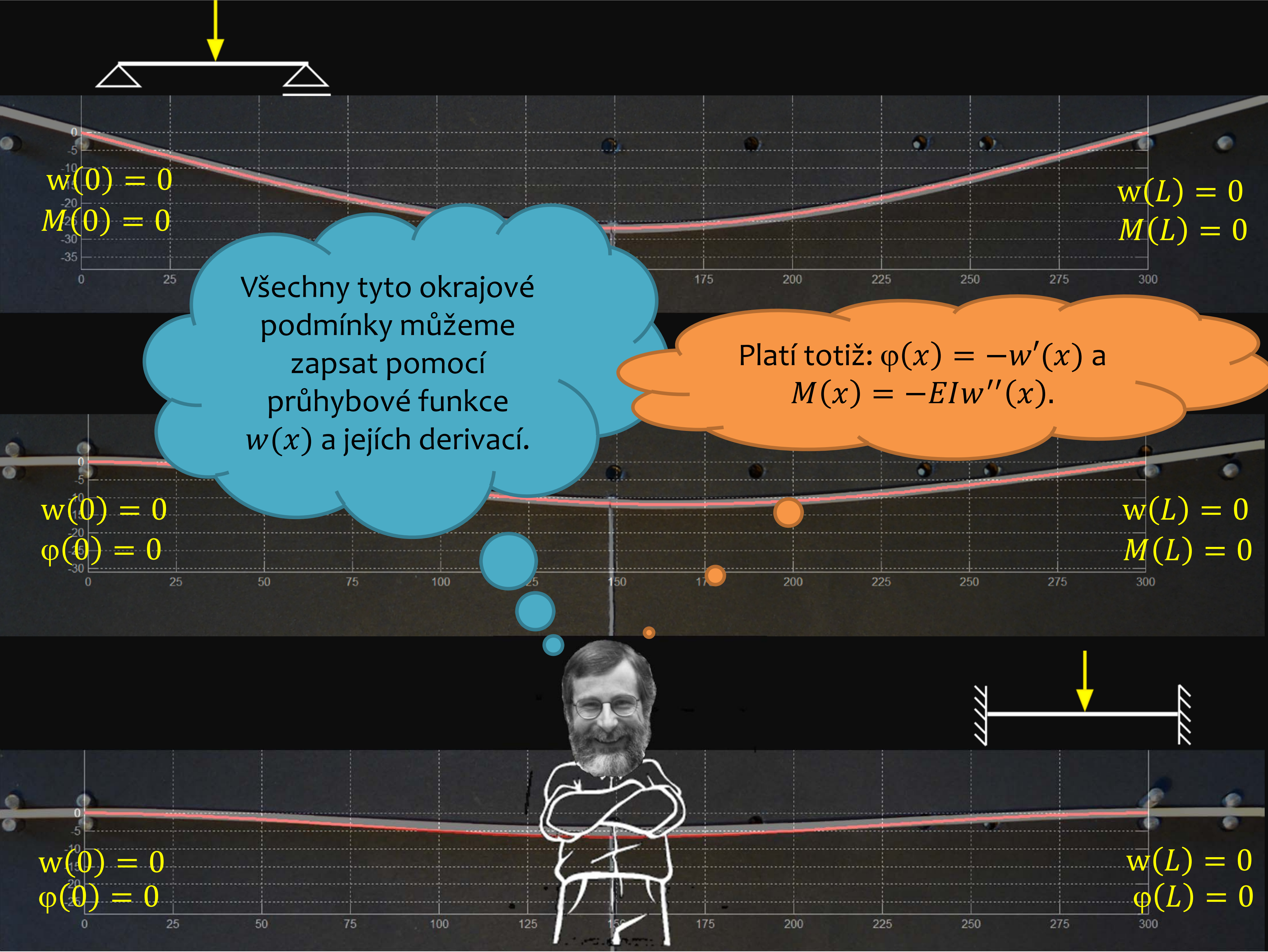


Hmmm… To není špatná přesnost, když si vezmu, že ohýbáš obyčejnou dřevěnou špejli.

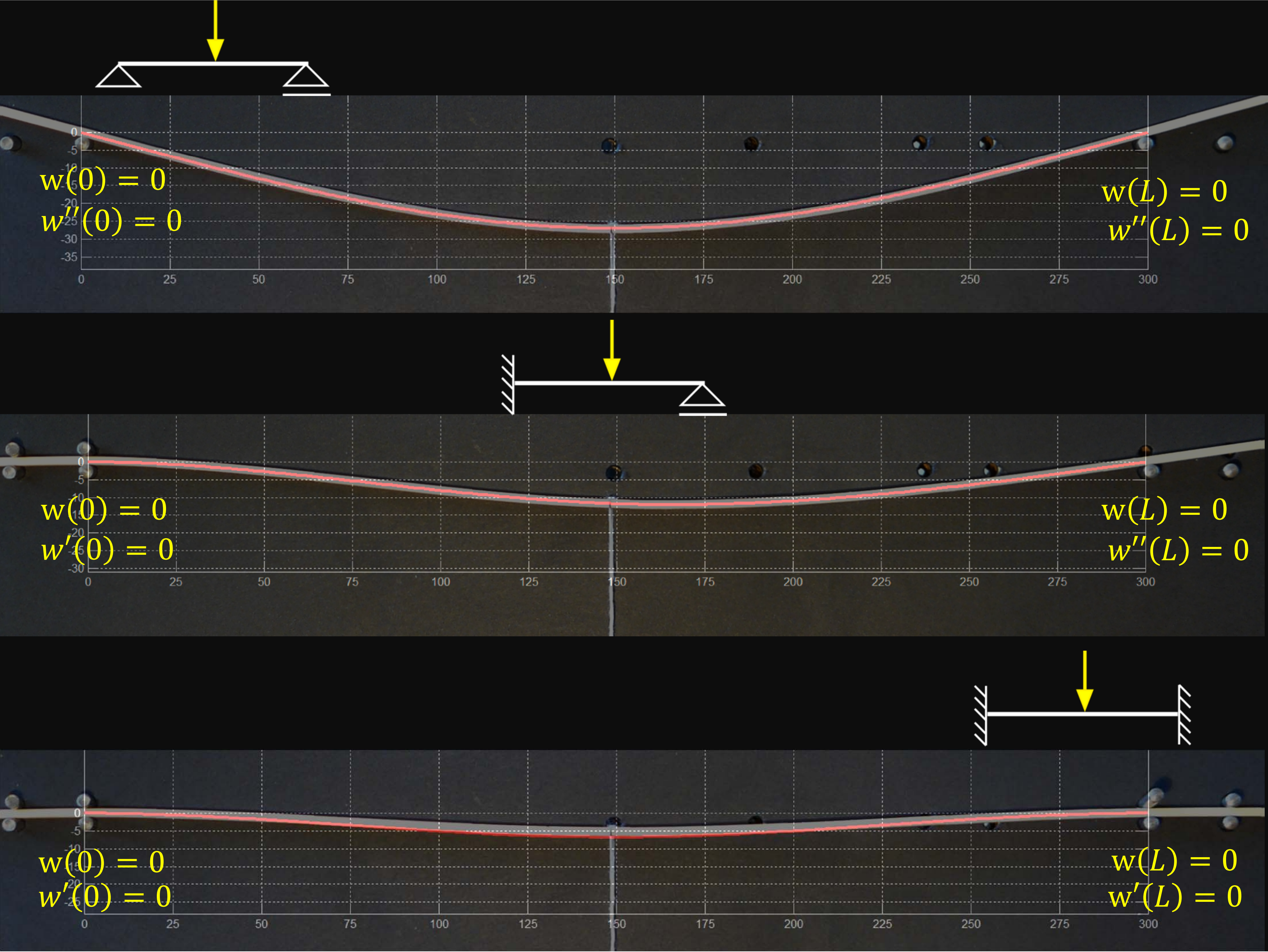
Na závěr bych ještě rád shrnul okrajové podmínky


w(0) = 0
M(0) = 0
w(L) = 0
M(L) = 0
w(0) = 0
φ(0) = 0
w(L) = 0
M(L) = 0
w(0) = 0
φ(0) = 0
w(L) = 0
φ(L) = 0


Rozlišujeme dva druhy
okrajových podmínek:
statické a kinematické.
$w(0) = 0$
$M(0) = 0$
$w(L) = 0$
$M(L) = 0$
$w(0) = 0$
$\varphi(0) = 0$
$w(L) = 0$
$M(L) = 0$
$w(0) = 0$
$\varphi(0) = 0$
$w(L) = 0$
$\varphi(L) = 0$



w(0) = 0
M(0) = 0
w(L) = 0
M(L) = 0
Všechny tyto okrajové podmínky můžeme zapsat pomocí průhybové funkce w(x) a jejích derivací.
Platí totiž: φ(x) = −w′(x) a M(x) = −EIw″(x).
w(0) = 0
φ(0) = 0
w(L) = 0
M(L) = 0
w(0) = 0
φ(0) = 0
w(L) = 0
φ(L) = 0


$w(0) = 0$
$w''(0) = 0$
$w(L) = 0$
$w''(L) = 0$
$w(0) = 0$
$w'(0) = 0$
$w(L) = 0$
$w''(L) = 0$
$w(0) = 0$
$w'(0) = 0$
$w(L) = 0$
$w'(L) = 0$

Těším se na vás u dalšího experimentu