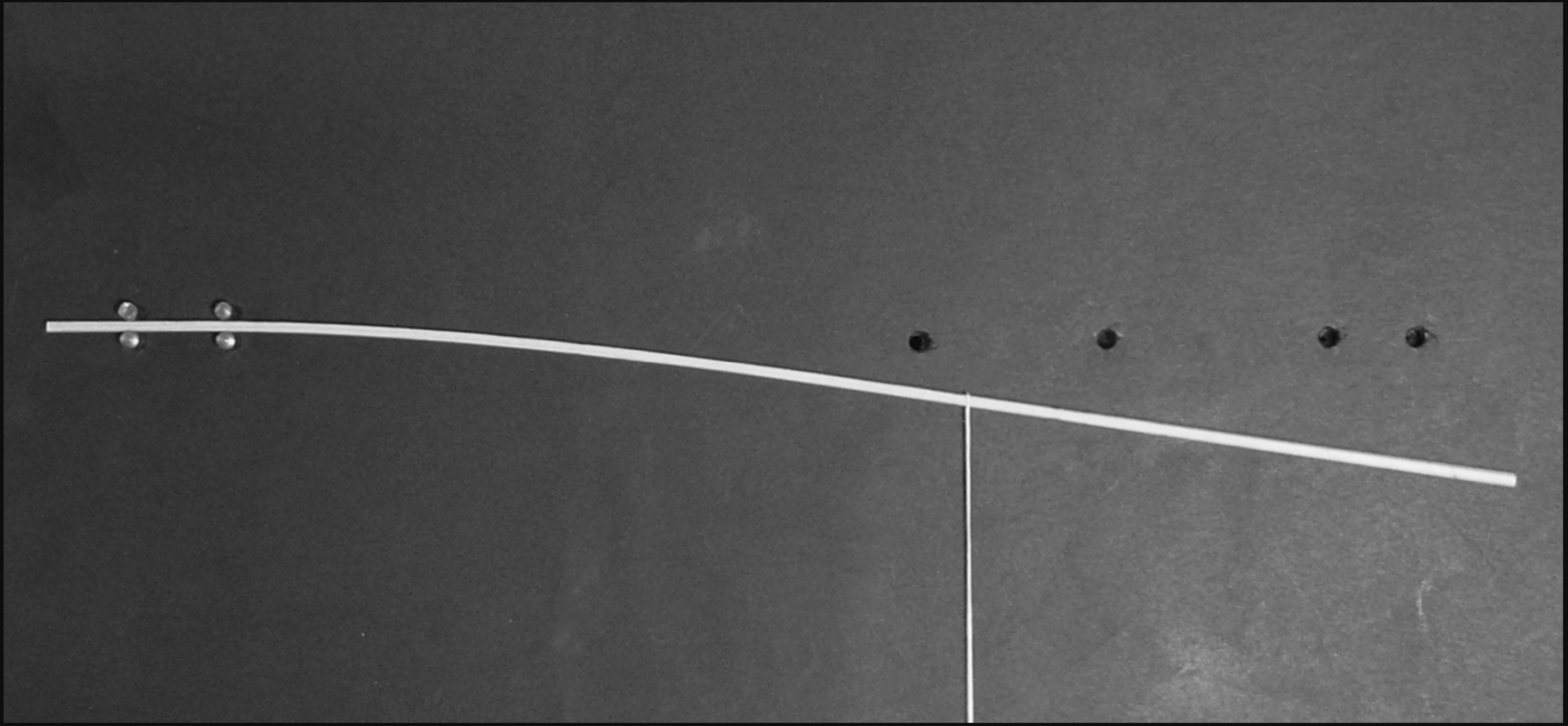
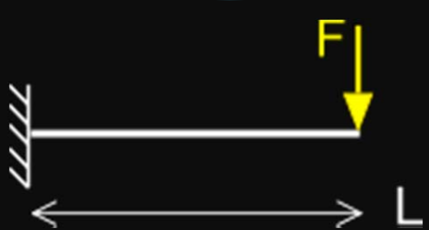
Vliv délky konzoly na průhyb

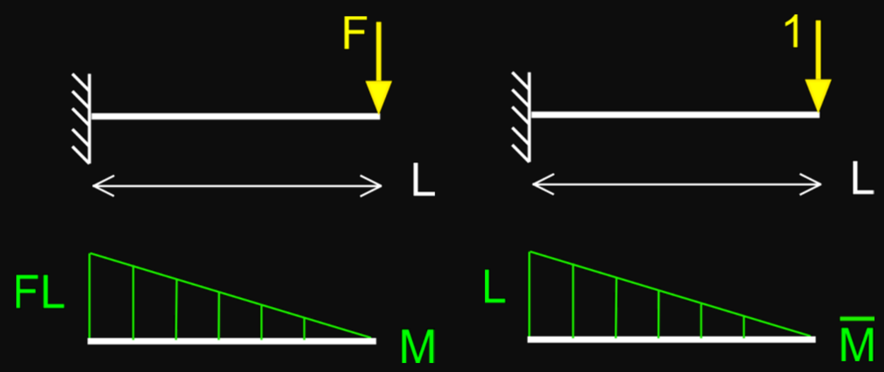


Co budeme zkoumat dnes?

Experimentálně ověříme analytický vztah pro průhyb konzoly od zatížení osamělou silou.



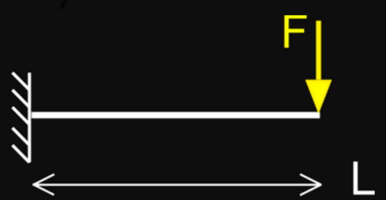
Pro výpočet průhybu na konci konzoly můžeme použít třeba princip virtuálních sil (učí se ve Stavební mechanice 3)



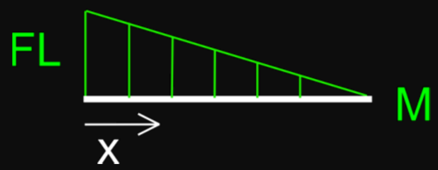
$$w = \int_0^L \frac{M(x)\bar{M}(x)}{EI}\,\mathrm{dx} =$$

$$= \frac{1}{3EI} \times (-\mathrm{FL}) \times (-L) \times \mathrm{L} = \frac{FL^3}{3EI}$$

Nebo můžeme vyjít z diferenciální rovnice ohybové čáry. Konstrukce je staticky určitá, postačí popsat průběh ohybových momentů a pak jenom dvakrát integrovat.



$$M(x) = -FL + Fx = F(x - L)$$



$$M(x) = EI\kappa(x) = -EIw''(x)$$

$$EIw'(x) = F\left(-\frac{x^2}{2} + Lx\right) + C_1$$

okrajové podmínky a integrační konstanty

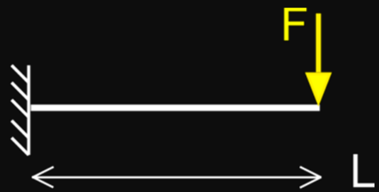
$$\varphi(0) = 0 \Rightarrow w'(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

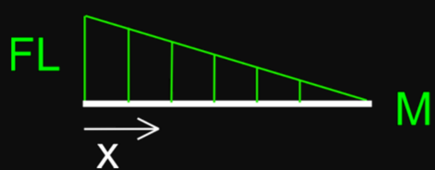
$$EIw(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + \frac{Lx^2}{2}\right) + C_2$$

$$w(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

Obecný vztah pro průhyb konzoly má tedy tvar

$$w(x) = \frac{F}{EI}\left(-\frac{x^3}{6} + \frac{Lx^2}{2}\right)$$



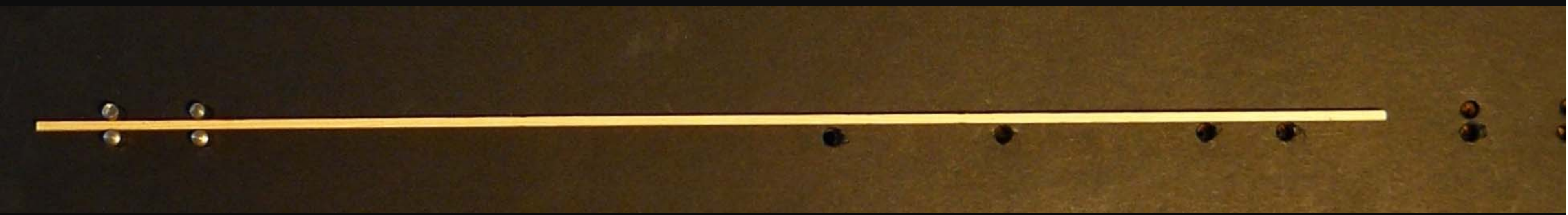


Pro průhyb konce konzoly položíme akorát $x = L$

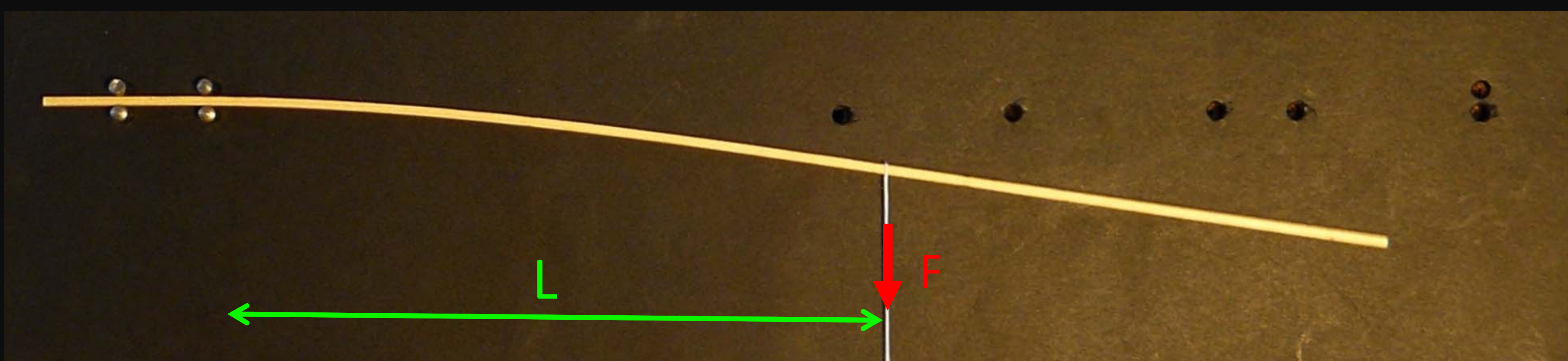
$$w(L) = \frac{F}{EI}\left(-\frac{L^3}{6} + \frac{L^3}{2}\right) = \frac{FL^3}{3EI}$$

Zpátky k našemu experimentu

Opět použijeme smrkovou lištu obdélníkového průřezu 2x4 mm. Ocelovými válečky na levé straně znemožníme natočení a nosník tak „vetkneme“.

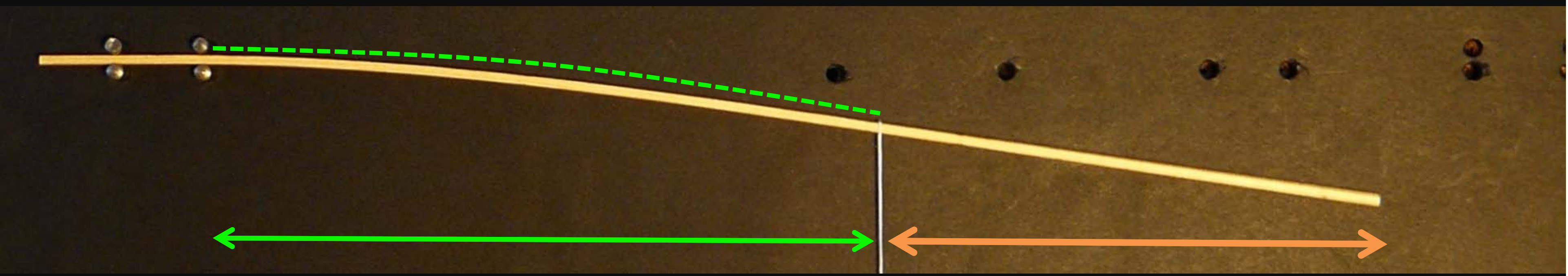


Nebudeme ale měnit délku konzoly,
budeme měnit pouze polohu závaží.
Teoreticky odvozený průhyb na konci
konzoly tedy bude v našem případě průhyb
v místě zatížení.



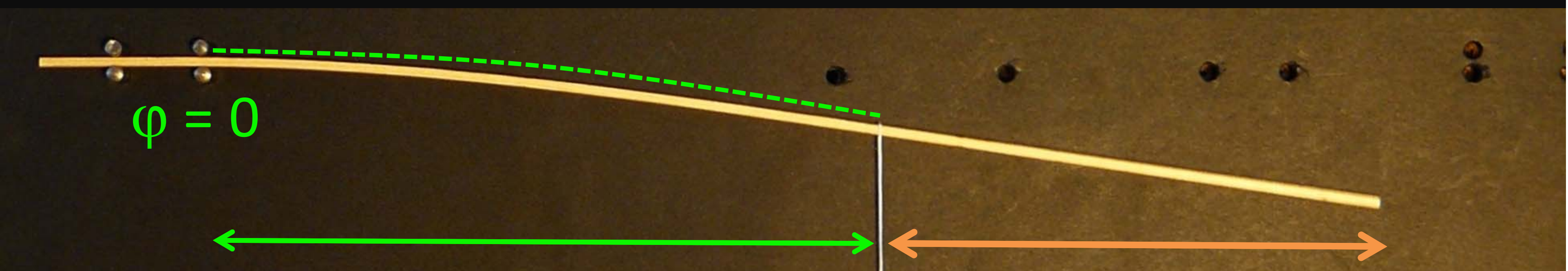
Dovolím si malou odbočku.

Na zatížené části konzoly se moment mění lineárně a táhne horní vlákna. Křivost se proto také mění lineárně.



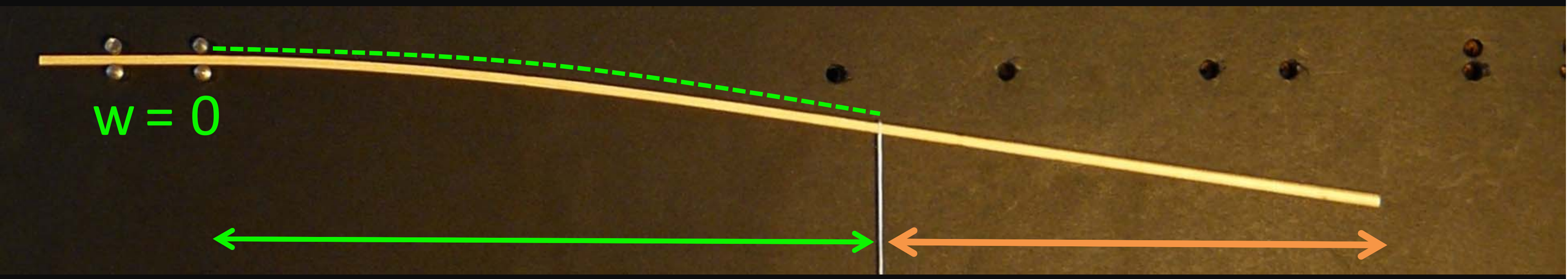
Na nezatížené části je moment nulový a křivost je také nulová.

Na zatížené části se natočení mění kvadraticky.
Na levém konci je natočení nulové.



Na nezatížené části je natočení
konstantní. To znamená, že
prut zůstává přímý, ale je
natočený jako celek.

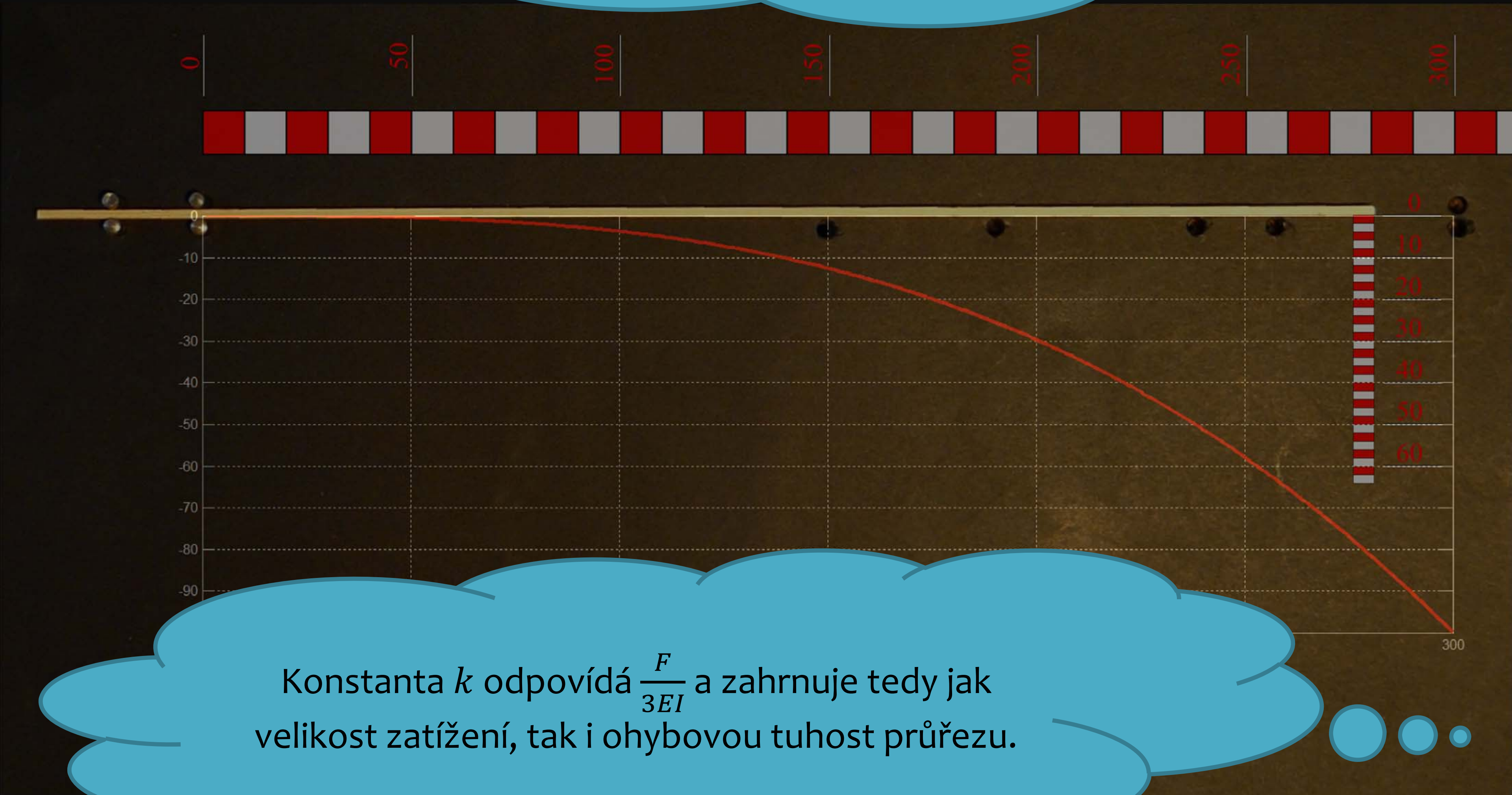
Na zatížené části se průhyb mění kubicky, na levém konci je nulový, maximální je v místě zatížení (v rámci zatíženého úseku).



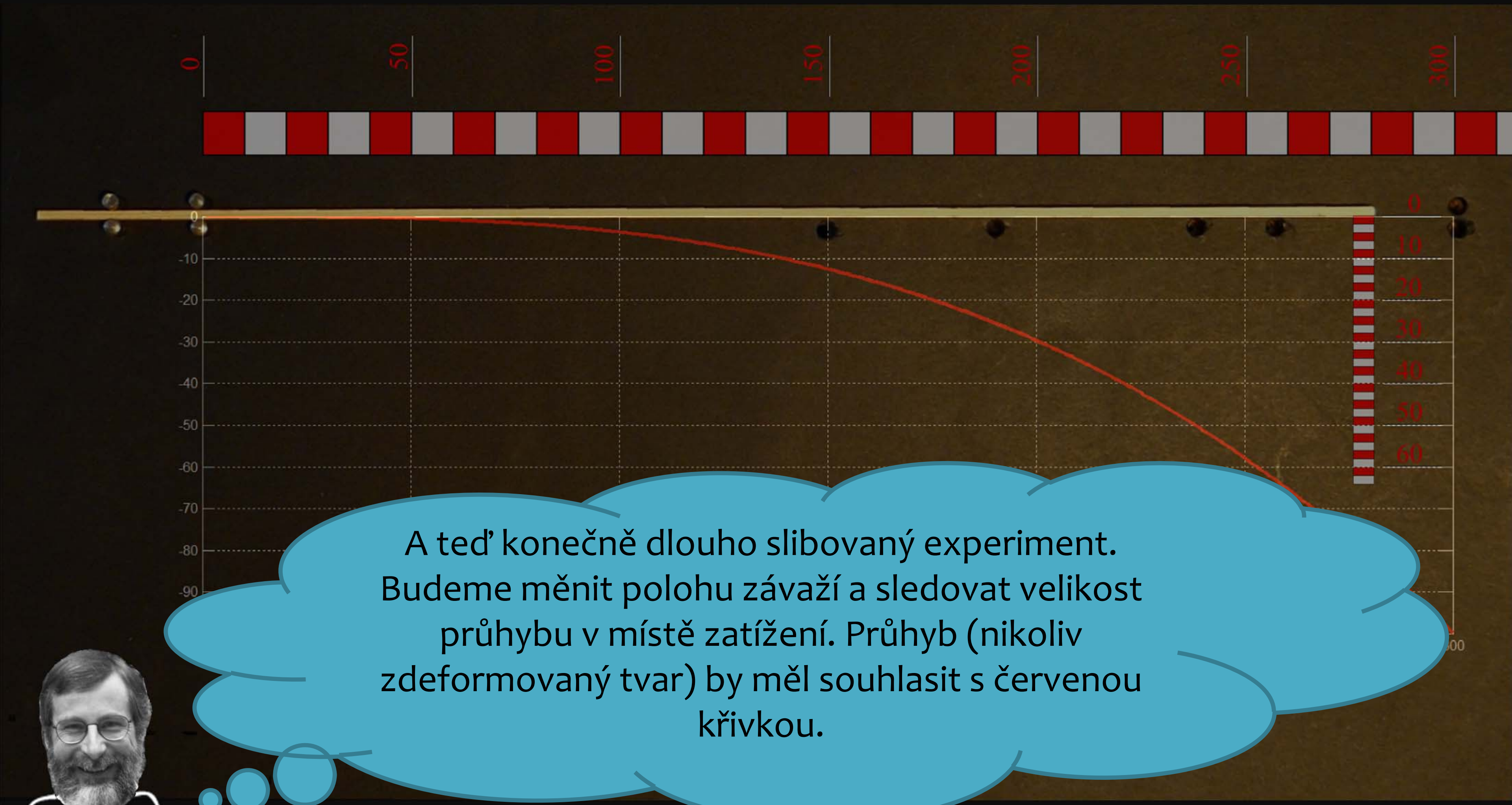
Na nezatížené části se průhyb mění lineárně.

Vynesli jsme graf funkce $w(L) = k\,L^3$. Konstantu k jsme určili podle průhybu pro L=260 mm.

$$k = \frac{w(260)}{L^3} = \frac{65}{260^3} = 3{,}6982 \times 10^{-6}\ \text{mm}^{-2}$$

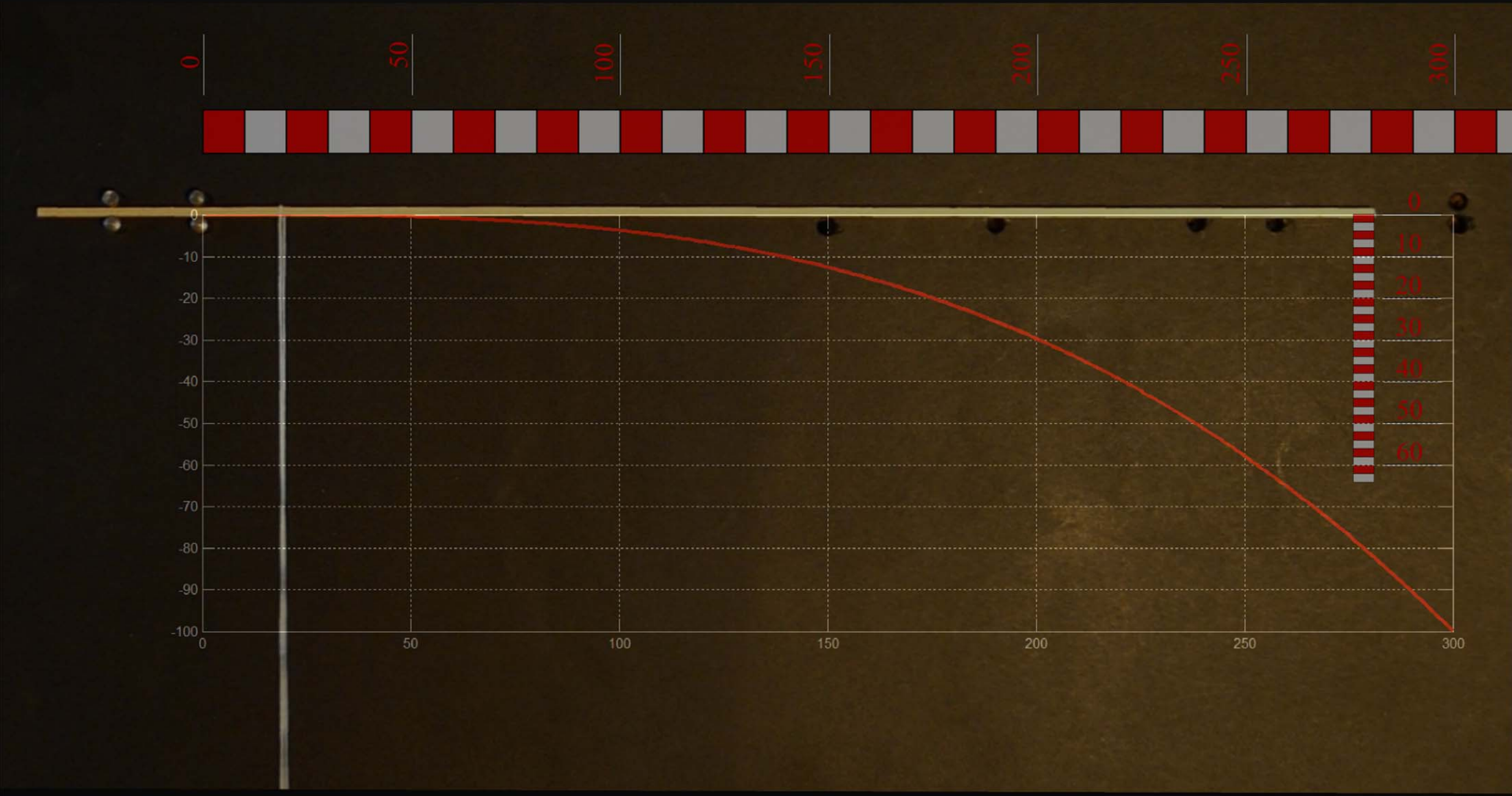


Konstanta k odpovídá $\frac{F}{3EI}$ a zahrnuje tedy jak velikost zatížení, tak i ohybovou tuhost průřezu.



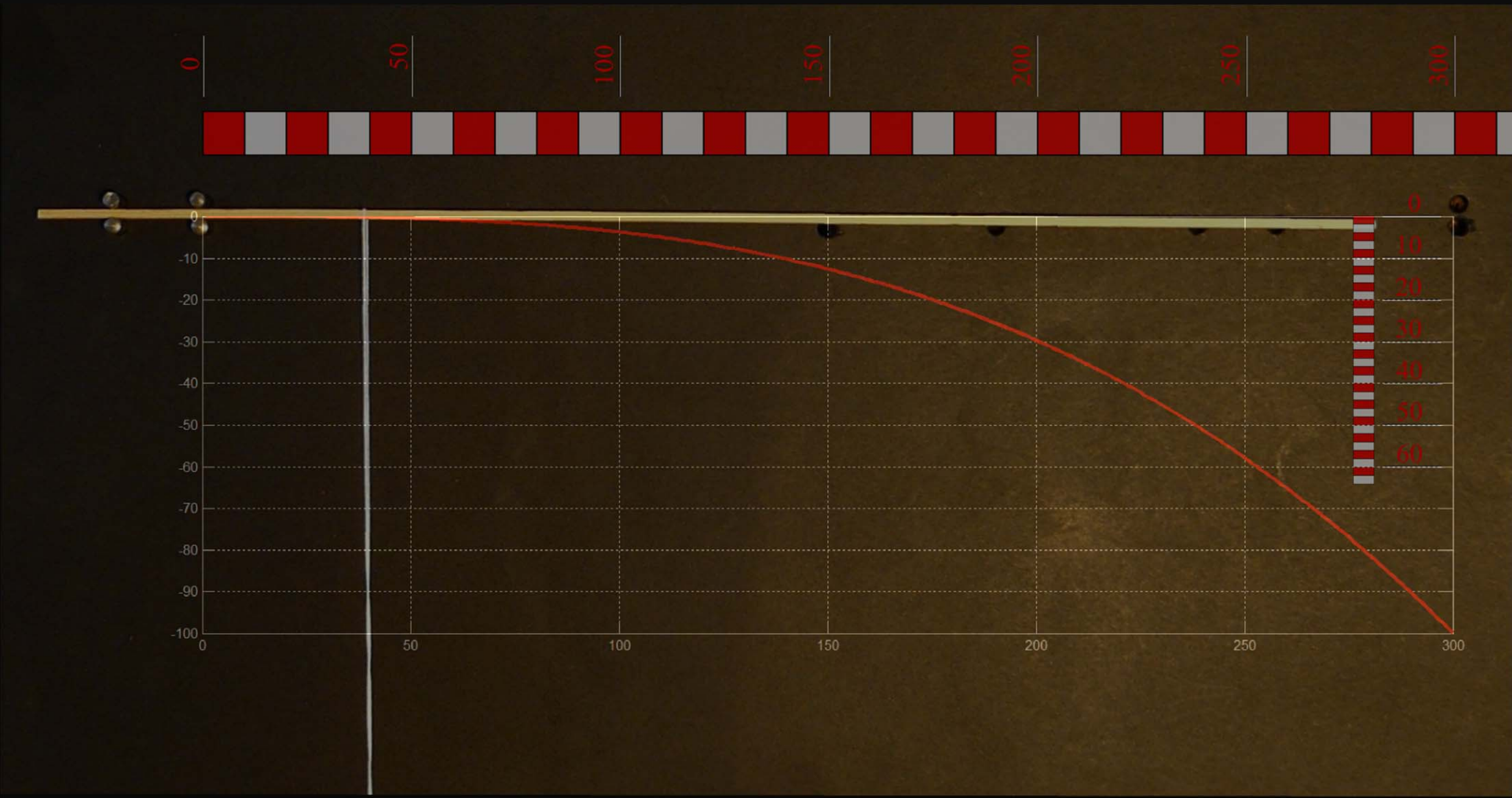
A teď konečně dlouho slibovaný experiment. Budeme měnit polohu závaží a sledovat velikost průhybu v místě zatížení. Průhyb (nikoliv zdeformovaný tvar) by měl souhlasit s červenou křivkou.

L = 20 mm



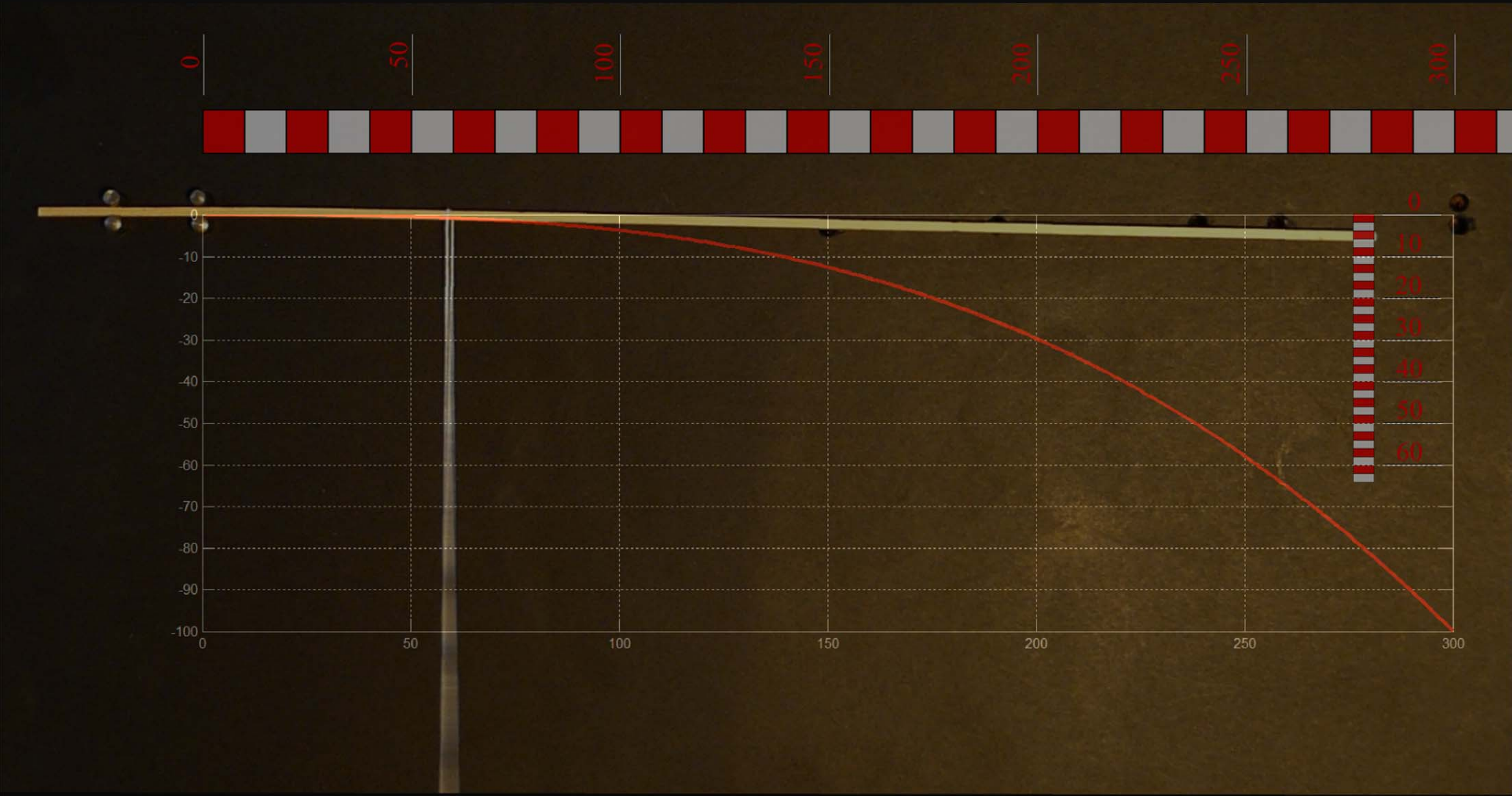
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300

L = 40 mm

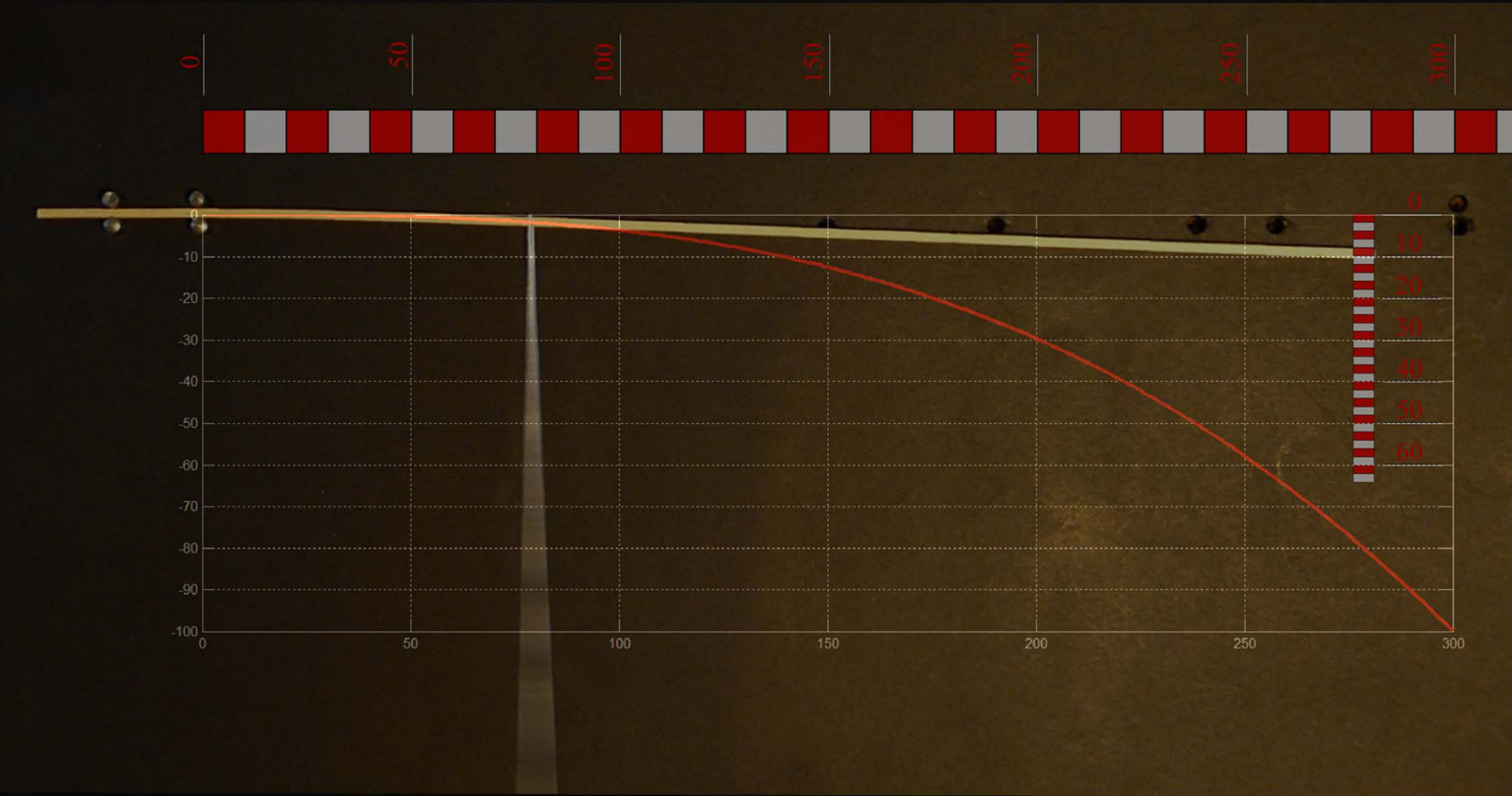


0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60

L = 60 mm

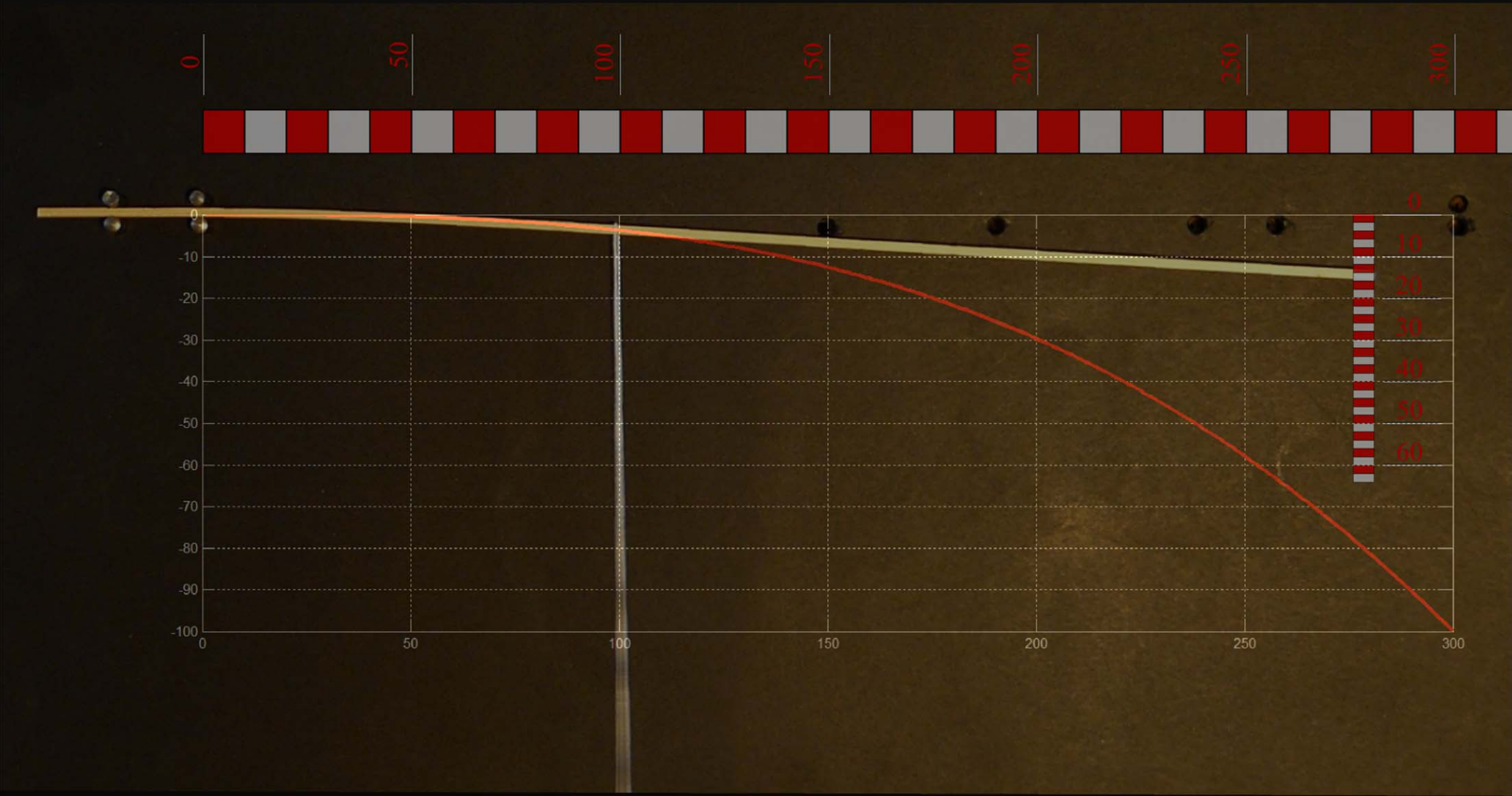

0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60

L = 80 mm

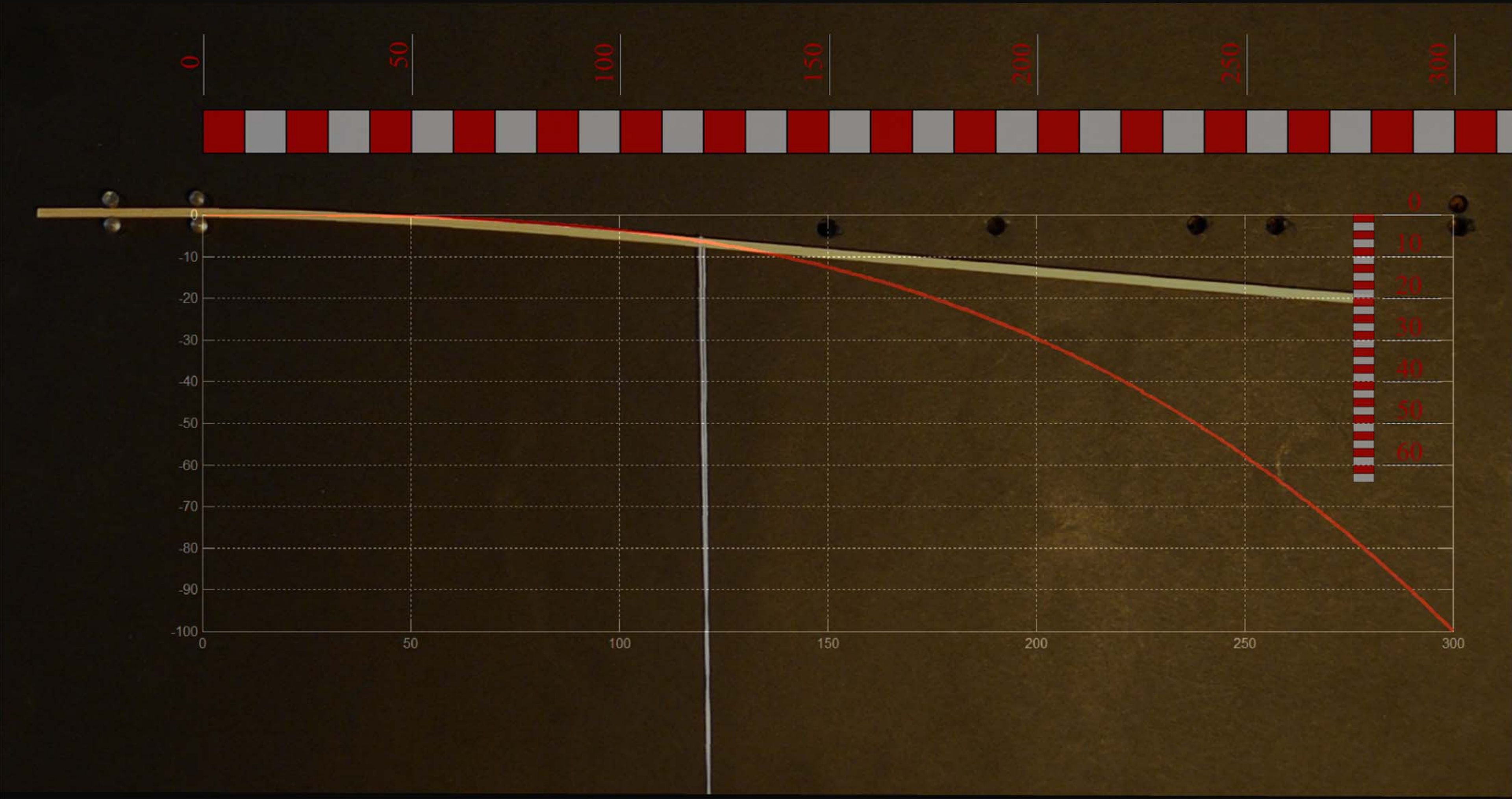


0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300

L = 100 mm

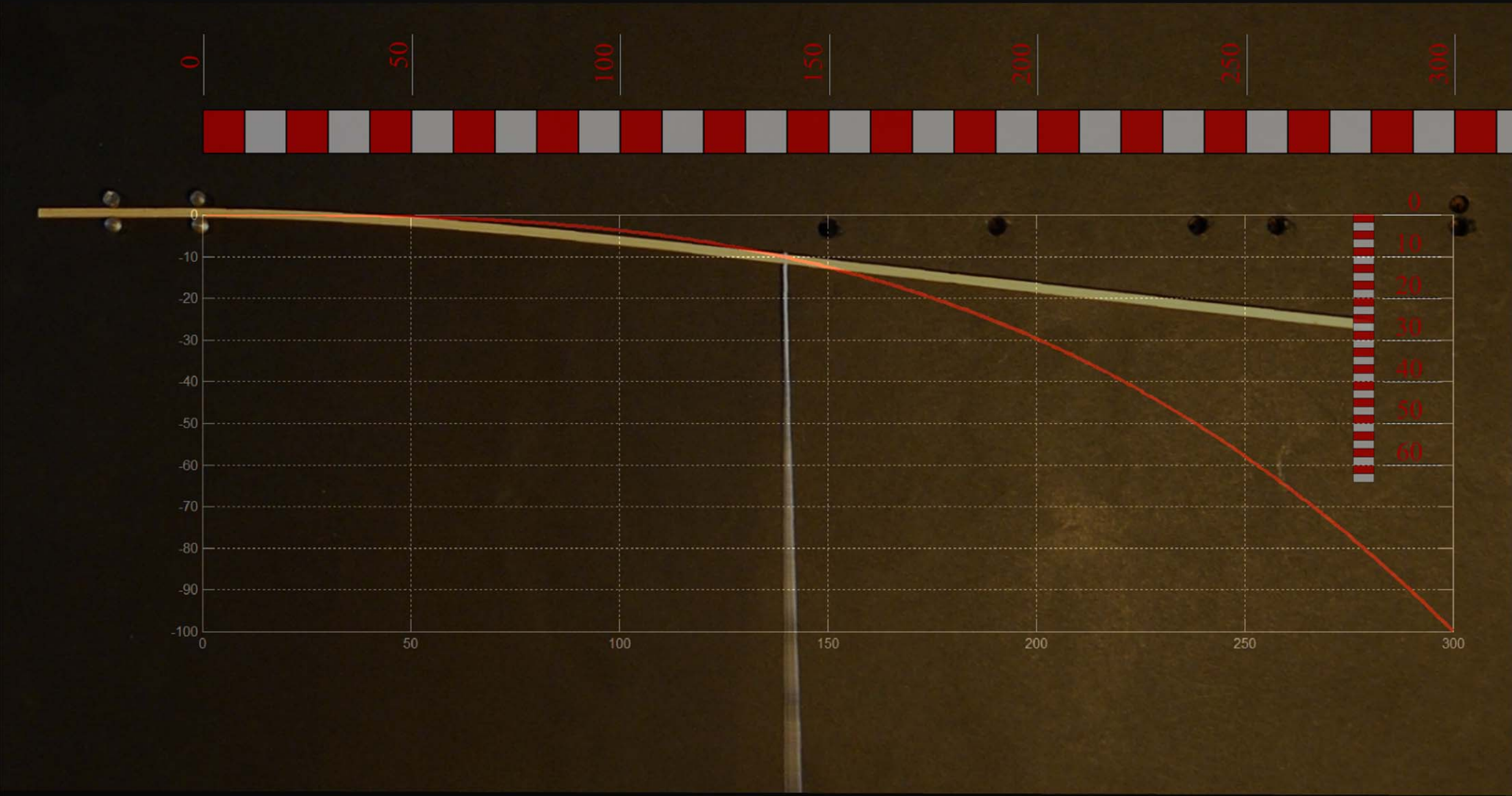

0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
10
20
30
40
50
60

L = 120 mm



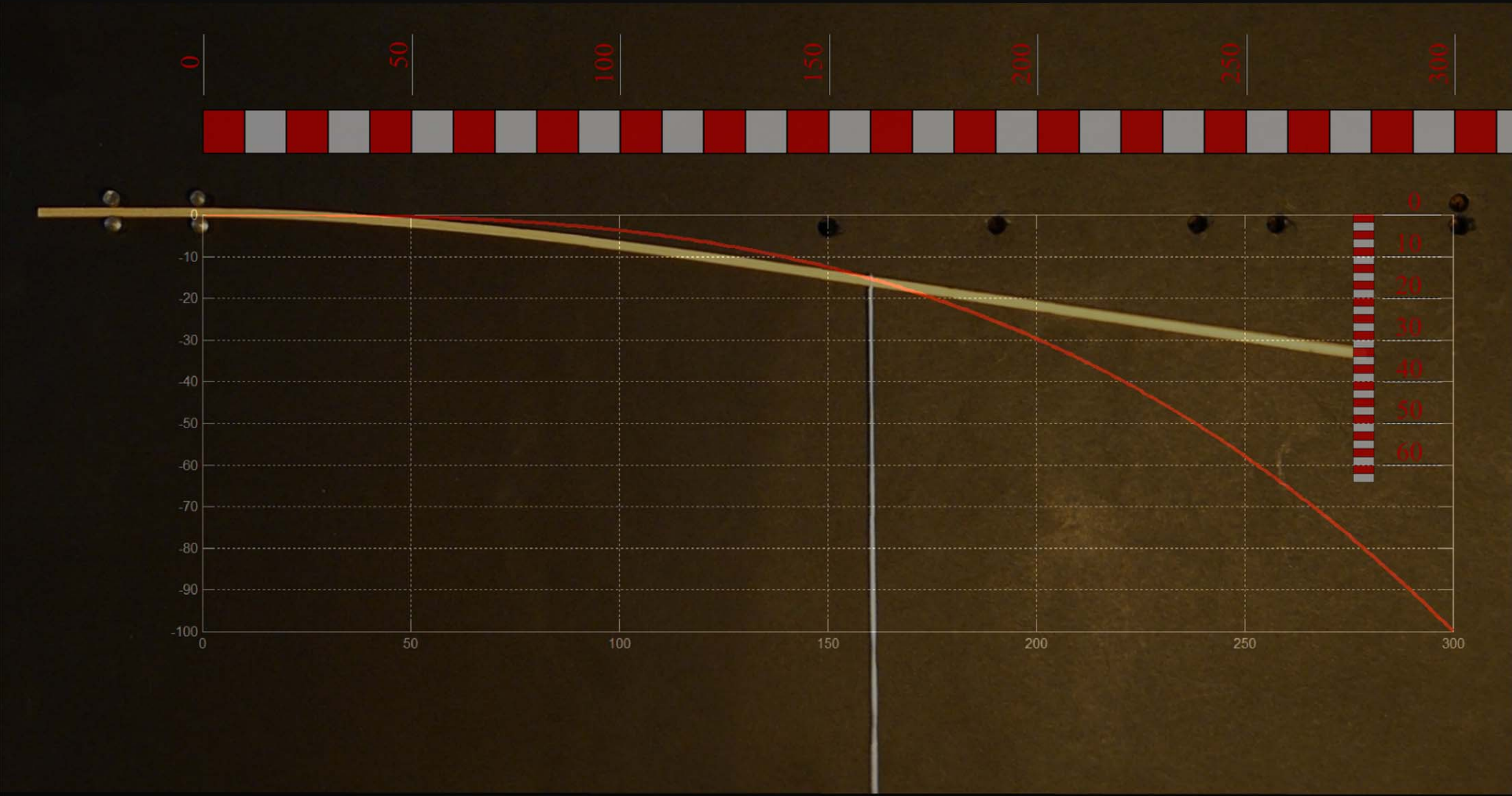
0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60

L = 140 mm



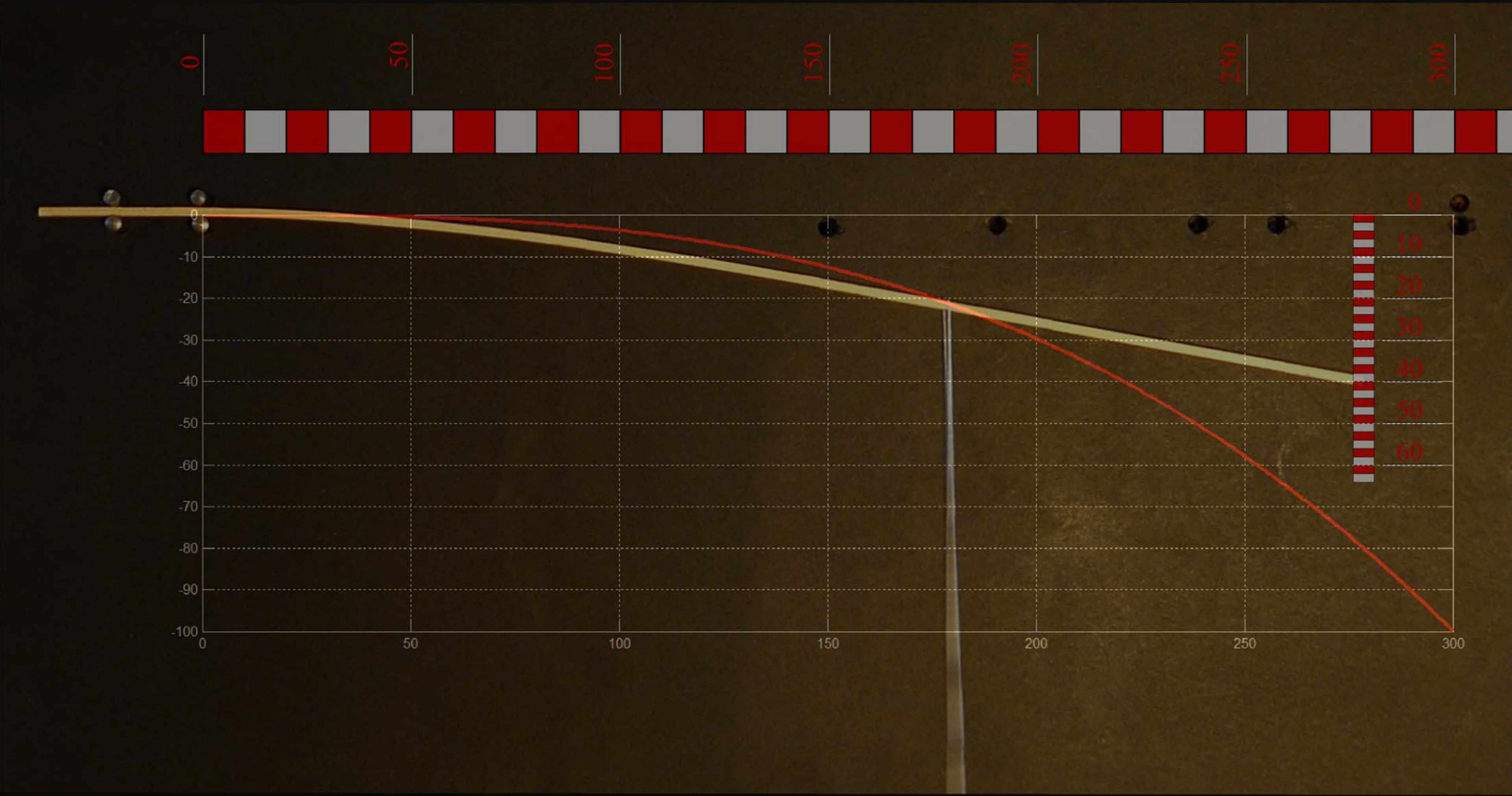
0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60

L = 160 mm



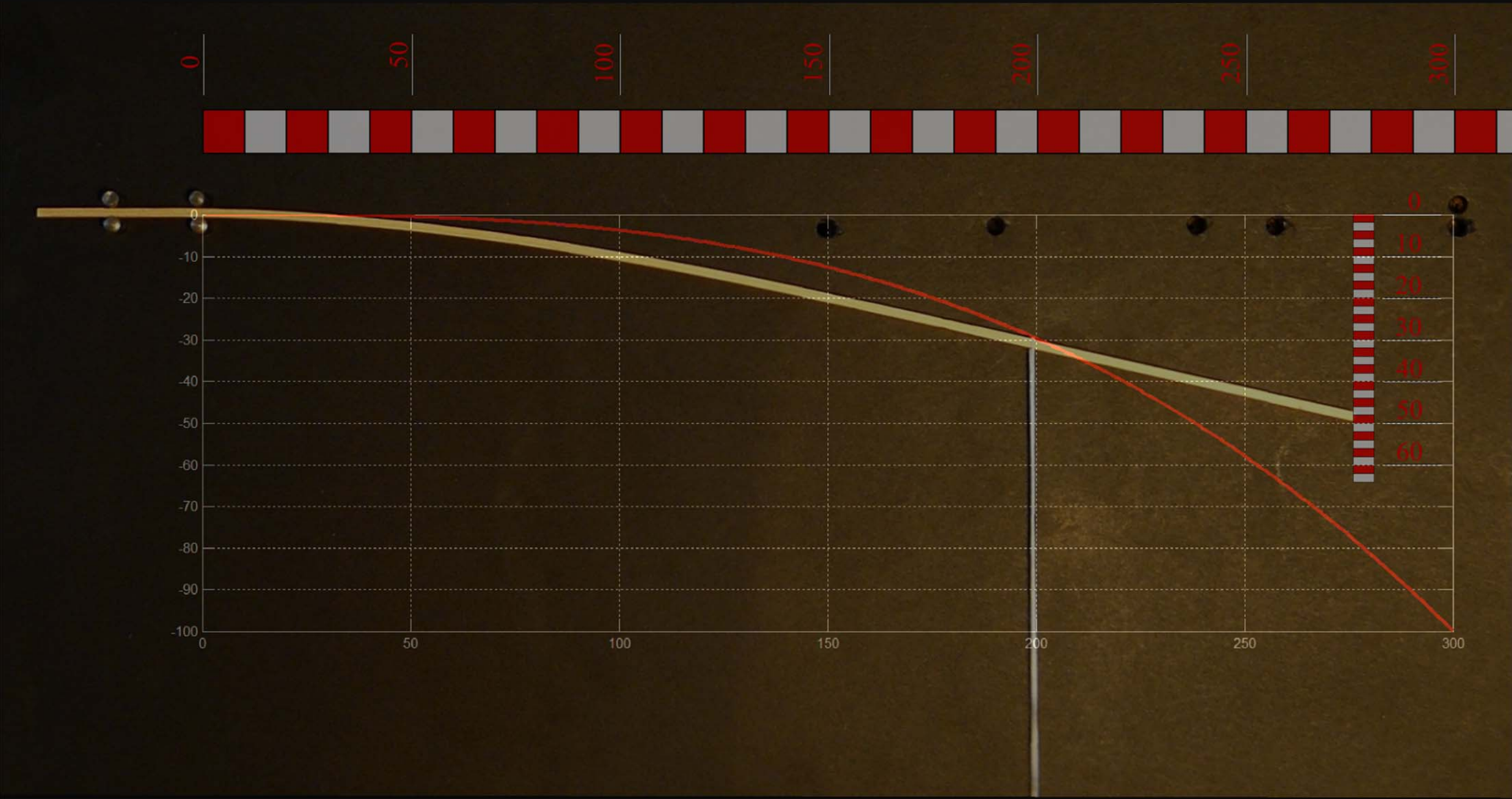
0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
10
20
30
40
50
60

L = 180 mm



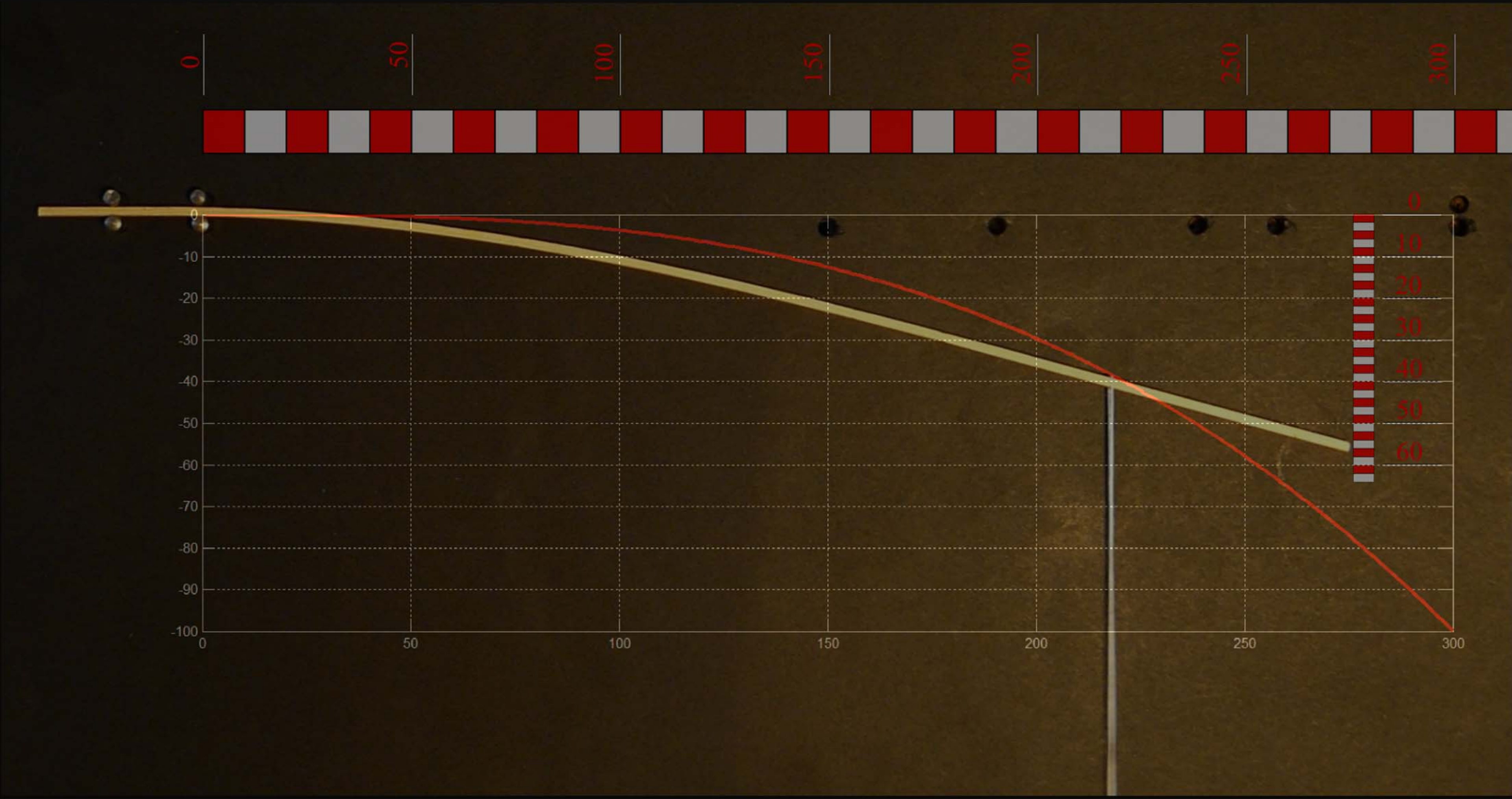
0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60

L = 200 mm



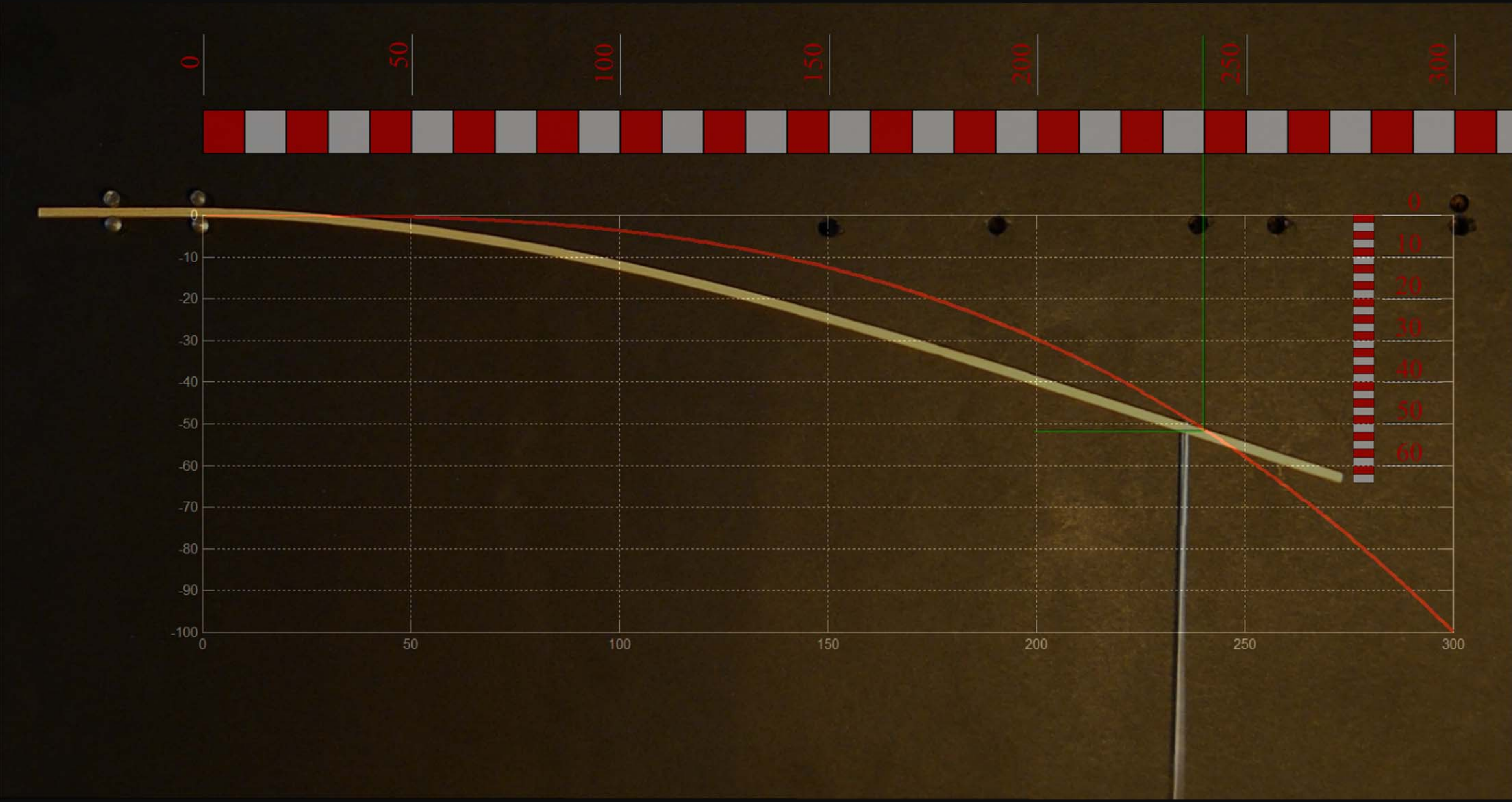
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300

L = 220 mm



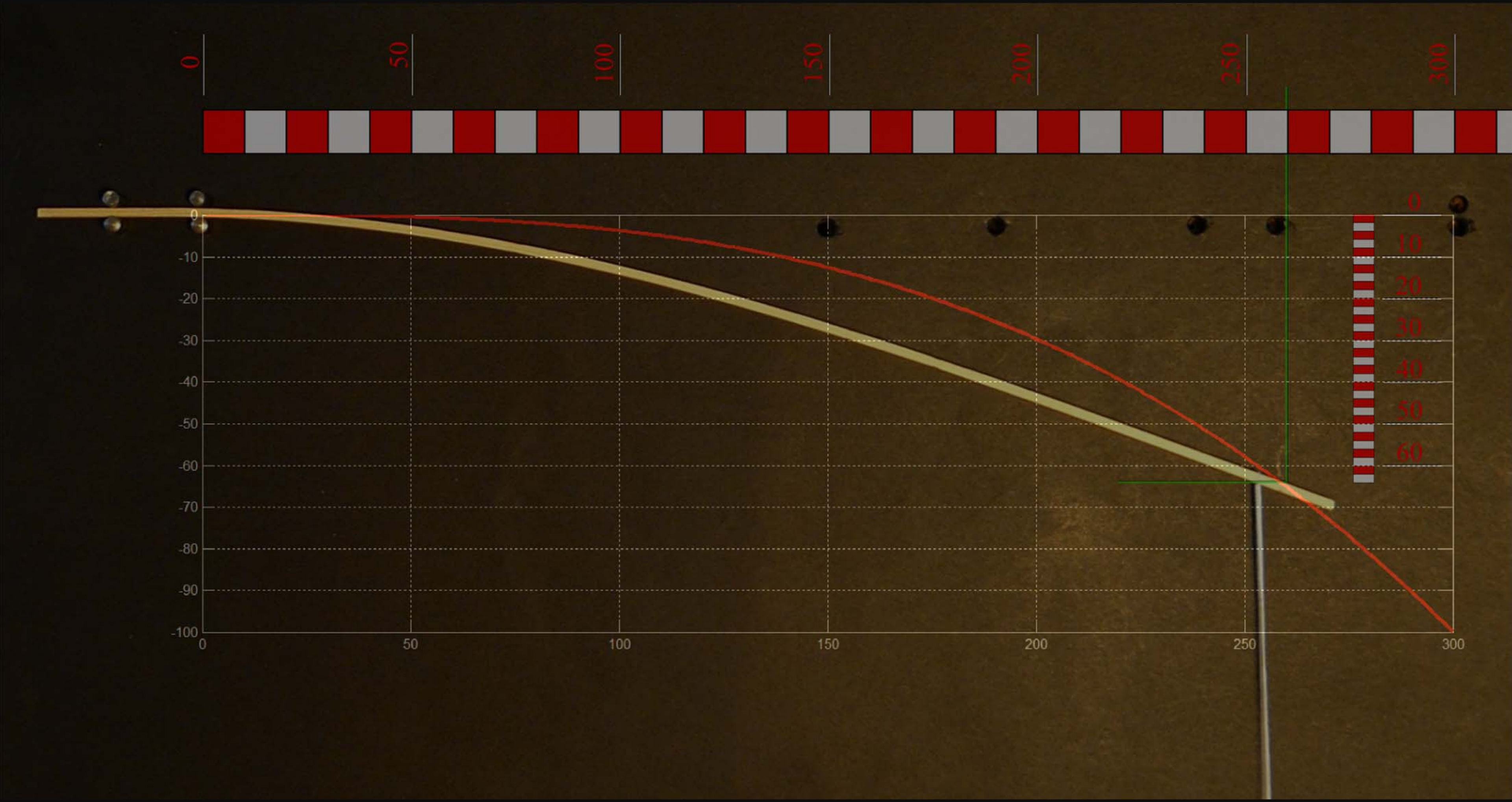
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300

L = 240 mm

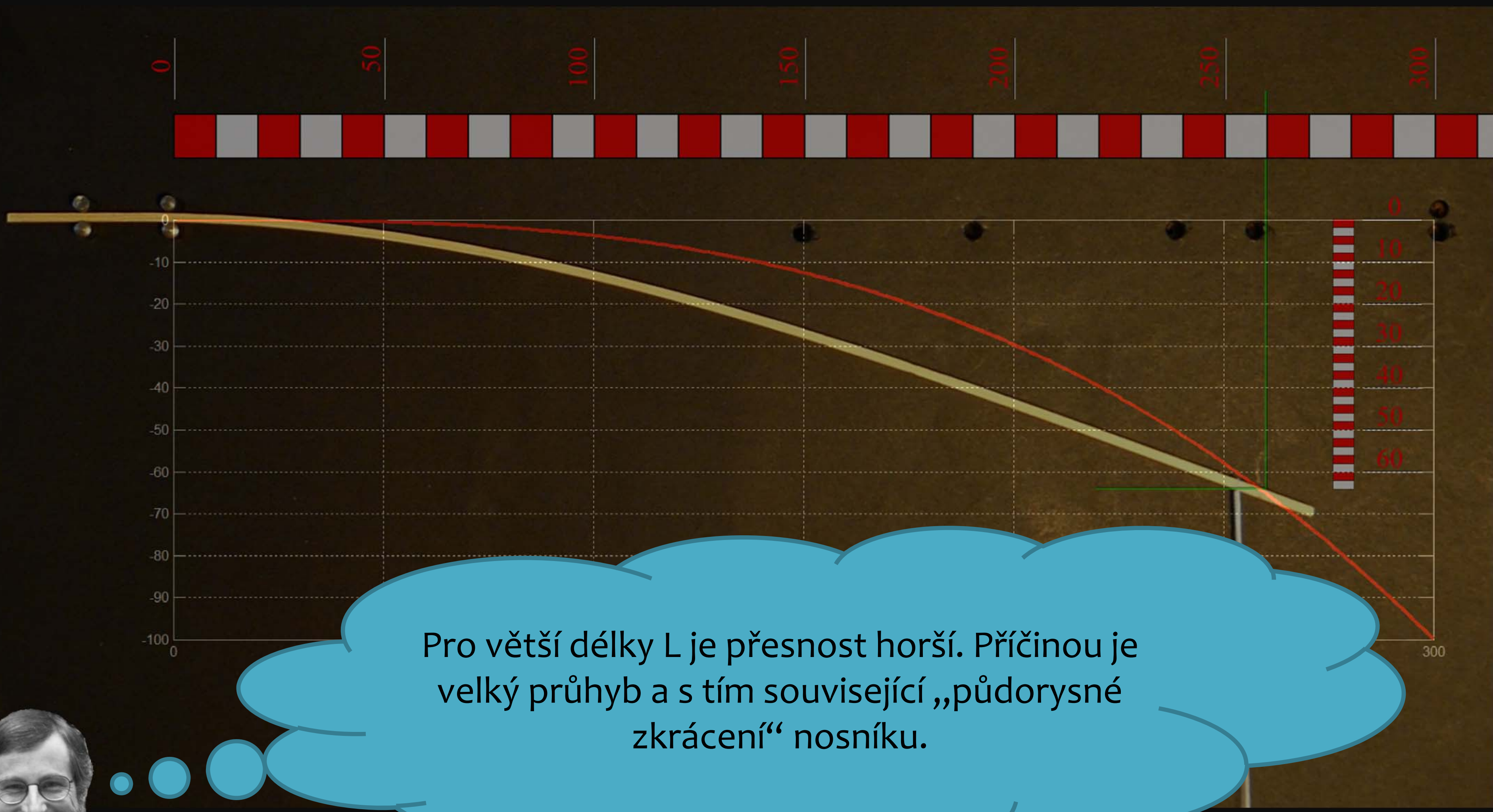


0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60

L = 260 mm



0
50
100
150
200
250
300
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60



Pro větší délky L je přesnost horší. Příčinou je velký průhyb a s tím související „půdorysné zkrácení“ nosníku.

Těším se na vás u dalšího experimentu