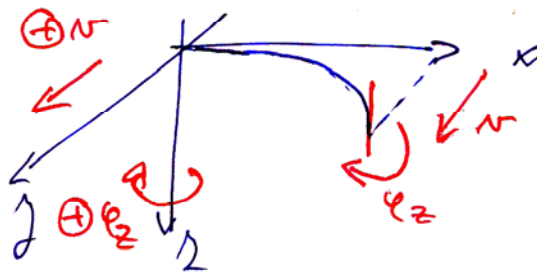
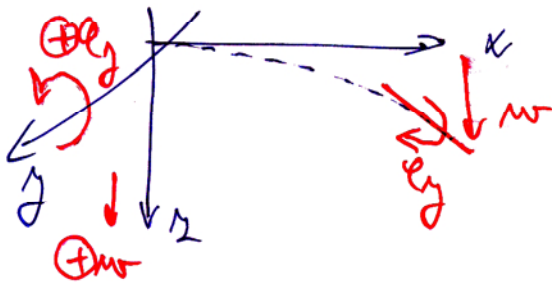


Vypočet normálového napětí v průřezu při šikmém ohybu

TEORIE V

- rozdíly - ohyb kolem osy y a z



$$\epsilon_y = -\frac{dw}{dz}$$

$$\kappa_y = \frac{d\epsilon_y}{dz}$$

$$\rightarrow \kappa_y = -\frac{d^2 w}{dz^2}$$

$$M_y = EI_y \kappa_y$$

$$\sigma = E \epsilon_y z$$

$$\epsilon_z = \frac{dw}{dy}$$

$$\kappa_z = \frac{d\epsilon_z}{dy}$$

$$\rightarrow \kappa_z = \frac{d^2 w}{dy^2}$$

$$M_z = EI_z \kappa_z$$

$$\sigma = -E \epsilon_z y$$

GEOM. PCE

FYZIKÁLNÍ PCE
pro hlavní centrální osy

Pro řešení ohybu

okolo y okolo osy z

$$\epsilon(x, y, z) = \kappa_y(x) \cdot z - \kappa_z(y) \cdot y$$

$$\rightarrow \sigma = E \cdot \epsilon = E \left(\dots \right) \rightarrow \text{lineární}$$

pro obecné osy:

$$\sigma(x, y, z) = \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} \cdot z - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} \cdot y$$

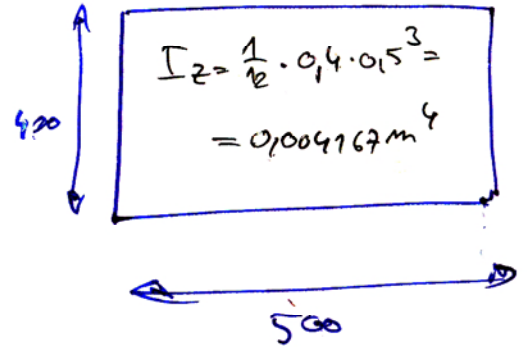
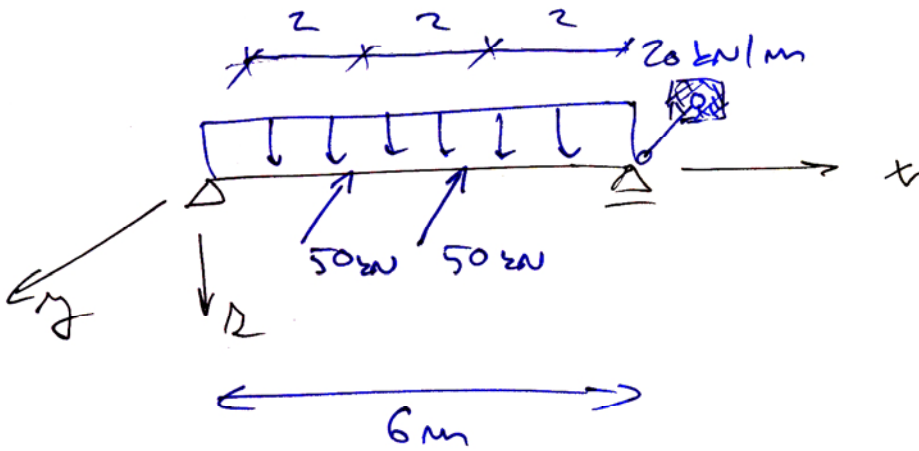
pro hlavní centrální osy

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

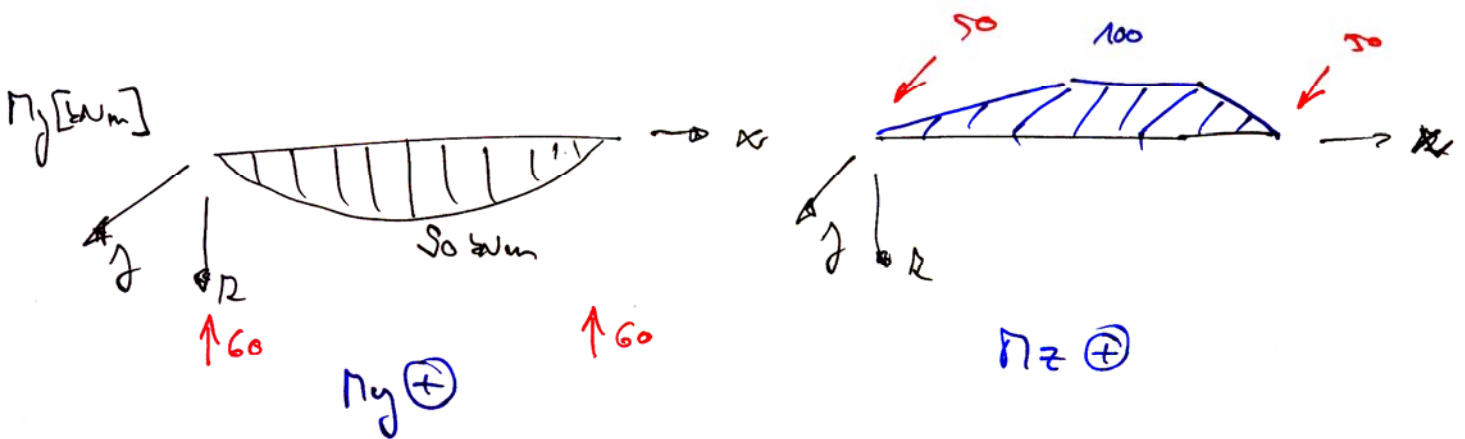
Pr

Vyřešte průběh napětí po průřezu v polovině nosníku

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 0,5 \cdot 0,4^3 = 0,002667 \text{ m}^4$$



1) Vyřešit se průběh momentů M_y a M_z po konstrukci



2) Dosazením do vzorce určíme směrnicu neutrální osy (tam je $\sigma = 0$)

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

→ Bez normálové síly působící M.O. vždy těžištěm průřezu

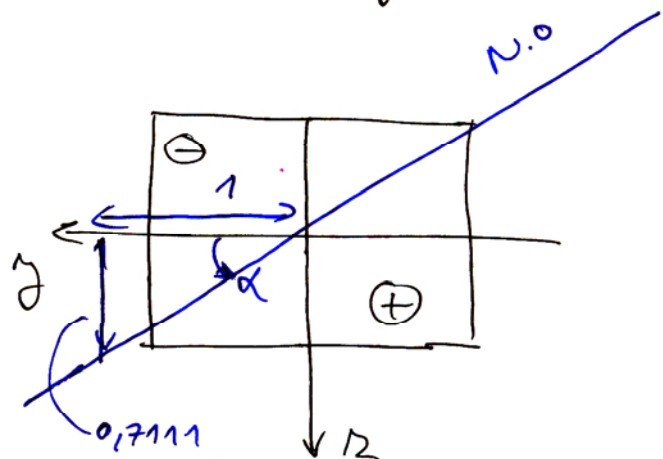
$$\sigma = \frac{60 \cdot 10^3}{0,002667} \cdot z - \frac{100}{0,004167} \cdot y = 3,325 \cdot 10^7 \cdot z - 2,4 \cdot 10^7 \cdot y$$

pro neutrální osu:

$$0 = 3,325 \cdot 10^7 z - 2,4 \cdot 10^7 y$$

$$\Rightarrow z = \frac{2,4}{3,325} y = 0,7111 y$$

$$\alpha = \arctan(0,7111) = 35,42^\circ$$



Největší tah

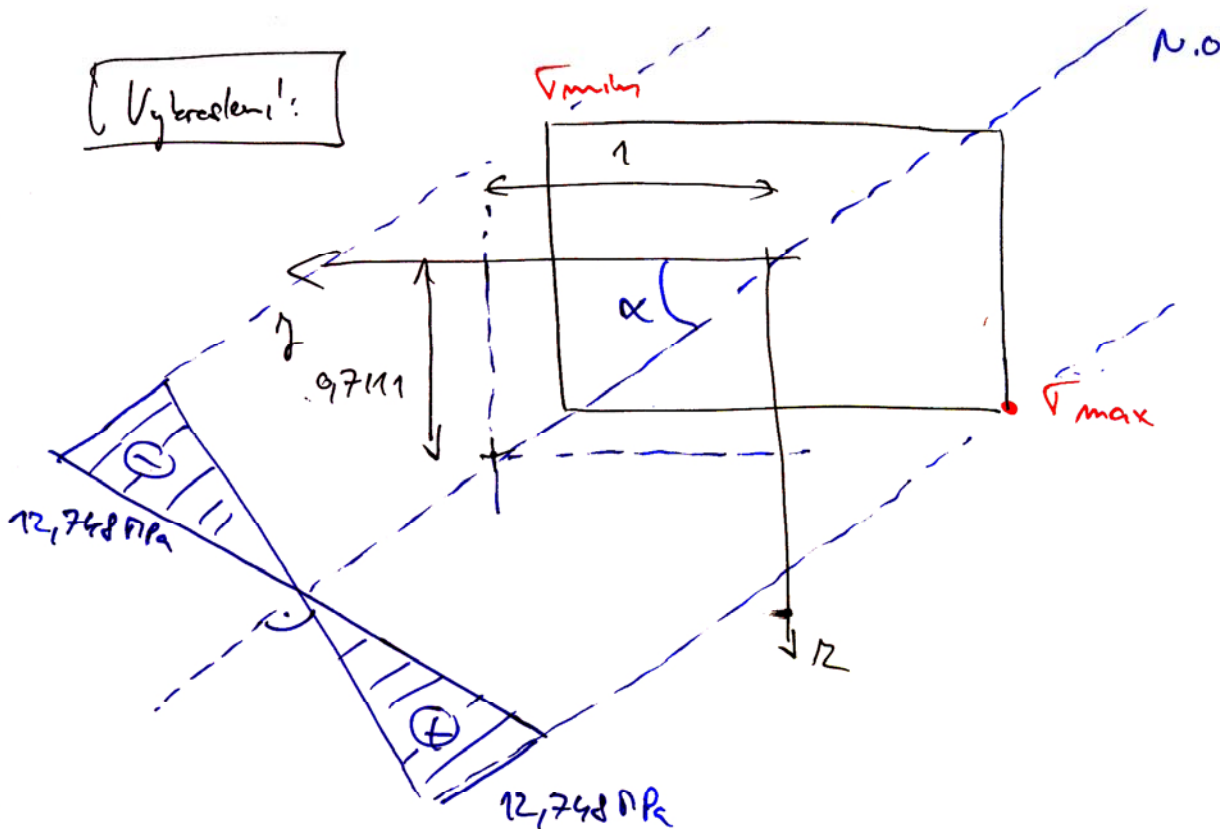
$z = 0,2 \text{ m}$ $y = -0,25 \text{ m}$

$$\bar{v} = \frac{90 \cdot 10^3}{\text{max } 0,002667} \cdot 0,12 - \frac{100 \cdot 10^3}{0,004167} \cdot (-0,25) = 1,27484 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 12,748 \text{ MPa}$$

Největší tlak

$$\bar{v}_{\text{min}} = 3,375 \cdot 10^7 \cdot (-0,12) - 2,4 \cdot 10^7 \cdot (0,25) = -1,27781 \cdot 10^7 \text{ Pa} = -12,748 \text{ MPa}$$

Vybrání:



Pr

Určete polohu neutrální osy a maximální normálová napětí v průřezu!

Prpe, cv. 4, str. 4

Z 232/2,5
(str. 84)

$$h = 232 \text{ mm}$$

$$t = 2,5 \text{ mm}$$

$$b_1 = 76 \text{ mm}$$

$$b_2 = 63 \text{ mm}$$

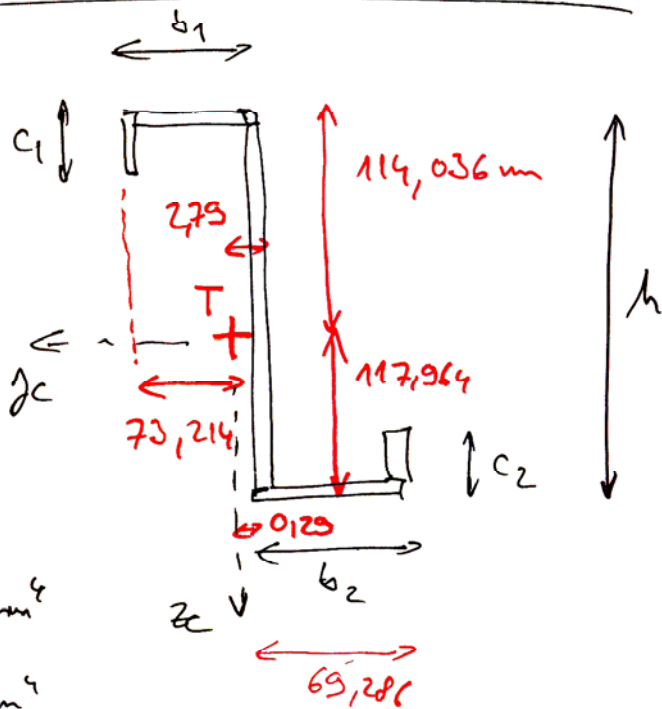
$$c_1 = 21 \text{ mm}$$

$$c_2 = 21 \text{ mm}$$

Z AutoCADu: $I_y = 8,214 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$$I_z = 1,060 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$D_{yz} = -2,131 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



1) $M_y = 13,6 \text{ kNm}$ $M_z = 0 \text{ kNm}$... pro jeden ohybový moment

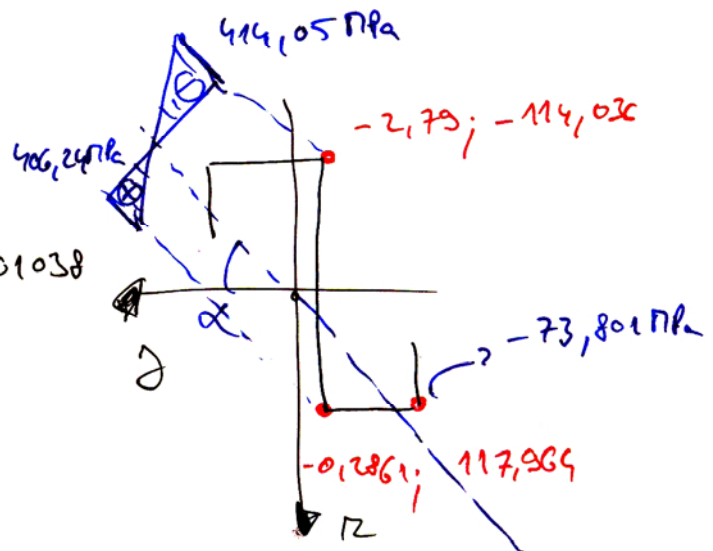
$$\sigma = \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} \cdot z - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} \cdot y$$

$$\sigma = \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot 1,06 \cdot 10^{-6}}{8,214 \cdot 10^{-6} \cdot 1,06 \cdot 10^{-6} - (-2,131 \cdot 10^{-6})^2} \cdot z - \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot (-2,131 \cdot 10^{-6})}{8,214 \cdot 10^{-6} \cdot 1,06 \cdot 10^{-6} - (-2,131 \cdot 10^{-6})^2} \cdot y =$$

$$= 3,46067 \cdot 10^9 \cdot z + 6,95723 \cdot 10^9 \cdot y$$

$$\sigma = 0 \Rightarrow z = -\frac{6,95723}{3,46067} y = -2,01038 y$$

$$\rightarrow \alpha = -63,5534^\circ$$



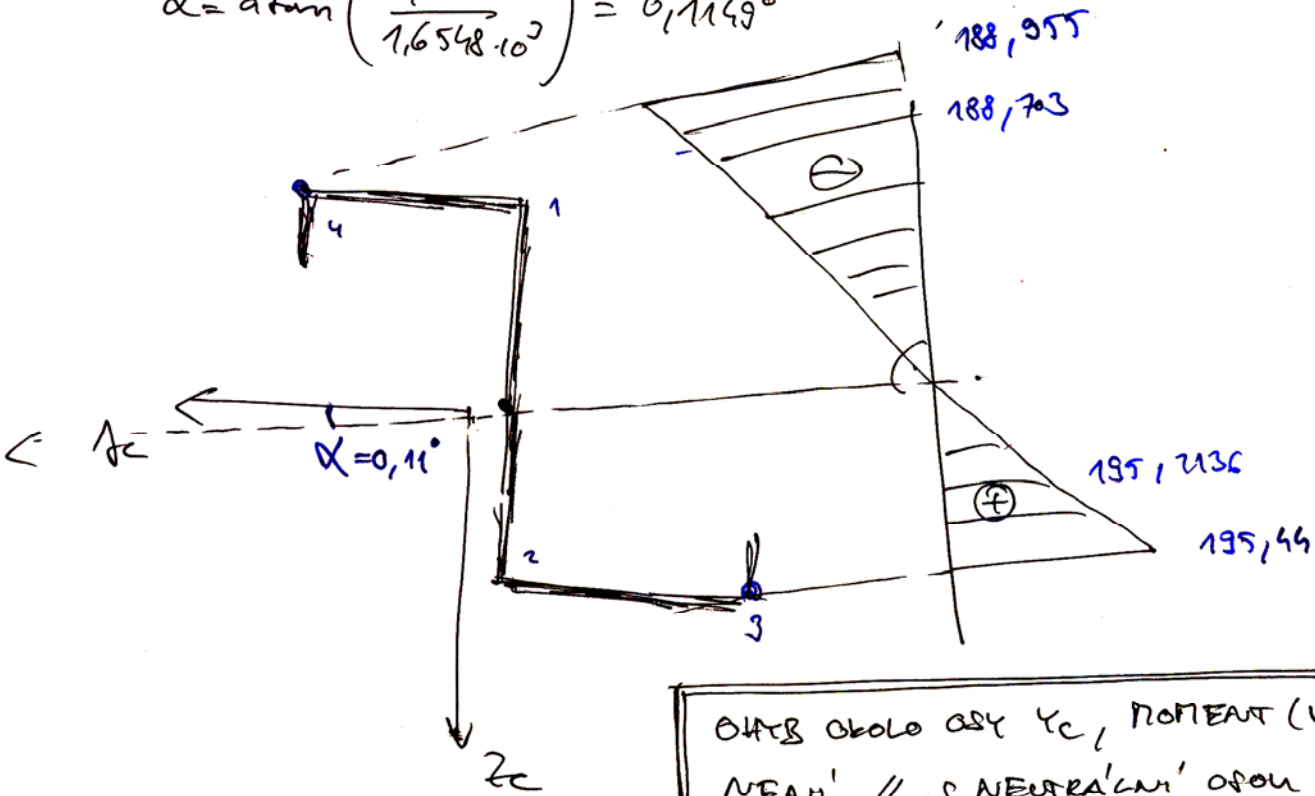
2) $M_y = 13,6 \text{ kNm}$

$M_z = 3,73 \text{ kNm}$... 2 obyč. momenty



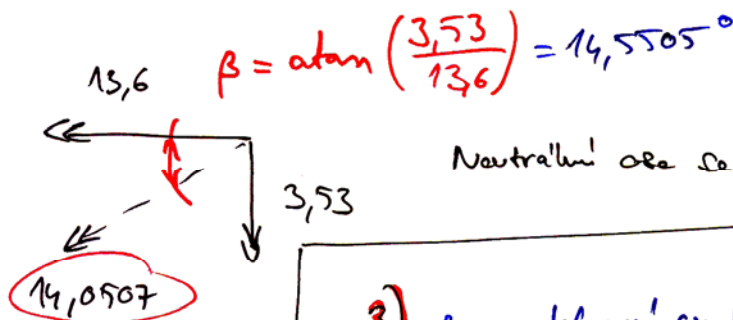
$\vec{V} = 1,6548 \cdot 10^3 \hat{z} - 3,3176 \cdot 10^3 \hat{y}$... R

$\alpha = \arctan\left(\frac{3,3176}{1,6548 \cdot 10^3}\right) = 0,1149^\circ$



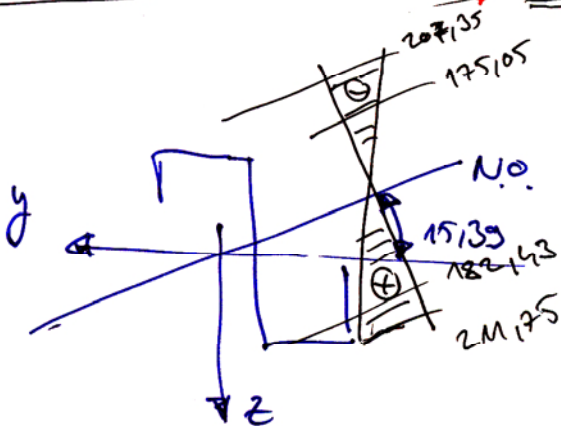
OSY OKOLO OSY y_c , MOMENT (VÝSLEDNÝ)
NEAÚI // S NEUTRÁLNÍ OSOU

... Co to znamená? → větší moment, menší namáhání v průřezu



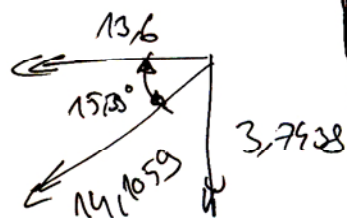
Neutralní osa se veštví pro $M_z = \frac{M_y \cdot D_{yz}}{I_y} = 3,5283 \text{ kNm}$

3) β pro hlavní centrální osy $\Rightarrow \sigma_z = 3,7438 \text{ kNm}$

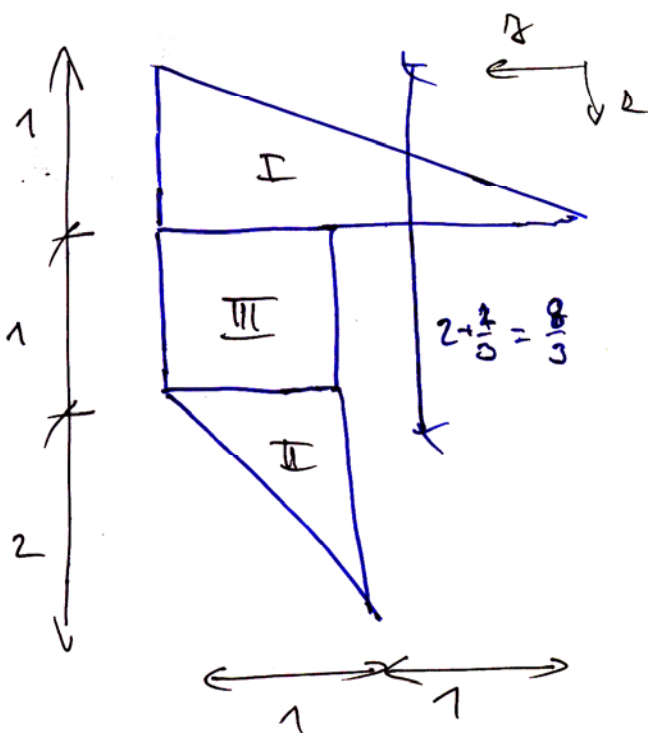


$\tan 2\beta = \frac{2D_{yz}}{I_z - I_y}$... $\beta = 15,23^\circ$

MOMENT PŮSOBÍ
V NEUTRÁLNÍ OSĚ
(JE S NI //)



Určete momenty setrvačnosti I_y, I_z a deviatku moment D_{yz}



1) Plocha A

$$A = A_I + A_{II} + A_{III} = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ m}^2$$

2) Statické momenty S_y, S_z

$$S_y = A_1 \cdot z_{c1} + A_2 \cdot z_{c2} + A_3 \cdot z_{c3} = 1 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot 1,5 + 1 \cdot \frac{8}{3} = 4,83 \text{ m}^3$$

$$S_z = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 1 \cdot 1,5 + 1 \cdot (1 + \frac{1}{3}) = \frac{25}{6} \text{ m}^3$$

$$y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{25}{6 \cdot 3} = 1,389 \text{ m}$$

$$z_c = \frac{S_y}{A} = \frac{4,83}{3} = 1,611 \text{ m}$$

2) Momenty setrvačnosti (poradi I, II, III)

$$I_y = \frac{2 \cdot 1^3}{36} + 1 \cdot \left(\frac{1}{3} + 0,611\right)^2 + \frac{1}{12} \cdot 1^4 + 1 \cdot 0,111^2 + \frac{1}{36} \cdot 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot \left(0,389 + \frac{2}{3}\right)^2 = \underline{\underline{2,3796 \text{ m}^4}}$$

$$I_z = \frac{1 \cdot 2^3}{36} + 1 \cdot \left(\frac{2}{3} - 0,611\right)^2 + \frac{1}{12} \cdot 1^4 + 1 \cdot 0,111^2 + \frac{1}{36} \cdot 2 \cdot 1^3 + 1 \cdot \left(\frac{2}{3} - 0,611\right)^2 = \underline{\underline{0,37962 \text{ m}^4}}$$

$$D_{yz} = -\frac{2^2 \cdot 1^2}{72} + 1 \cdot \left(\frac{1}{3} + 0,611\right) \cdot \left(\frac{2}{3} - 0,611\right) + 0 + 1 \cdot 0,111 \cdot (-0,111) + \left(-\frac{1^2 \cdot 2^2}{72} + 1 \cdot (0,667 - 0,611) \cdot \left(-\left(0,389 + \frac{2}{3}\right)\right)\right) = \underline{\underline{-0,1295 \text{ m}^4}}$$

