

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

---

Fakulta stavební

Katedra mechaniky



**Interakční diagram pro sloupy s multispirálovou výztuží**

**Interaction diagram for columns with multi-spiral reinforcement**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

Vedoucí práce: Ing. Petr Havlásek, Ph.D.

**Johanka Klingerová**

**Praha 2019**



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: KlingerováJméno: JohankaOsobní číslo: 438029Zadávací katedra: Katedra mechaniky K132Studijní program: Stavební inženýrstvíStudijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Interakční diagram pro sloupy s multispirálovou výztužíNázev bakalářské práce anglicky: Interaction diagram for columns with multi-spiral reinforcement

Pokyny pro vypracování:

Ve vybraných normách budou vyhledány relevantní vztahy pro stanovení únosnosti betonu v sevření a dále konstrukční a návrhové požadavky a pro sloupy s inovativní (multi)spirálovou výztuží.

Dále bude analyzováno chování reprezentativní části prvku s rozdílnými variantami vyztužení. Bude provedeno porovnání formou interakčního diagramu získaného výpočty pomocí nelineárních výpočtů metodou konečných prvků v programu OOFEM.

Seznam doporučené literatury:

fib MC 2010, ACI 318, ČSN EN 1992-1-1, draft prEN 1992-1-1 2018

Grassl et al. (2013) CDPM2: A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete, IJSS

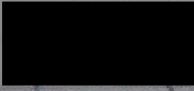
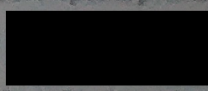
<http://www.oofem.org/en/manual>

Huy, N.S.: Innovative Multi-Spiral Transverse Reinforcement for Reinforced Concrete Columns, Ph.D. thesis 2015

Yin, Wang, Wang (2012) Development of multi-spiral confinements in rectangular columns for construction automation, Journal of the Chinese Institute of Engineers, 35:3, 309-320

Jméno vedoucího bakalářské práce: Petr HavlásekDatum zadání bakalářské práce: 21. 2. 2019Termín odevzdání bakalářské práce: 26. 5. 2019

Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

  
Podpis vedoucího práce  
Podpis vedoucího katedry

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutně uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

21. 2. 2019

Datum převzetí zadání

  
Podpis studenta(ky)

## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma „Interakční diagram pro sloupy s multispirálovou výztuží“ vypracovala samostatně pod odborným vedením Ing. Petra Havlásky, Ph.D. a že jsem uvedla veškeré použité zdroje informací.

Johanka Klíngerová

Praha, květen 2019

## Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucímu bakalářské práce Ing. Petru Havláskovi, Ph.D. za poskytnutí četných podkladů, rad a podrobných lépe či hůře přijímaných připomínek, především však za jeho čas, podporu, optimismus a zásobení kávou.

## **Abstrakt**

Tato práce má za cíl stanovit a následně porovnat interakční diagramy železobetonových sloupů čtvercového průřezu s multispirálovou výztuží pomocí výpočtů metodou konečných prvků v programu OOFEM. Multispirálová výztuž představuje inovativní způsob vyztužení prvku přinášející řadu statických (pevnost a duktilita), konstrukčních (snížení pracnosti, nižší spotřeba a lepší využití potenciálu materiálu) a z toho vyplývajících ekonomických výhod. Interakční diagramy vypočtené MKP jsou porovnány s ručním výpočtem dle mezinárodních norem a pro případ jednoosého tlaku je odezva porovnána s experimentem.

## **Abstract**

This thesis aims to compute and compare interaction diagrams of concrete columns using the finite element package OOFEM. The investigated columns have square cross section and are reinforced with multi-spiral reinforcement. Multi-spiral reinforcement is an innovative way of reinforcing the element, offering a range of static (strength and ductility), structural (less labor, lower consumption and better utilization of material potential) and economic benefits. Interaction diagrams obtained by FEM simulations are compared with hand calculations according to international standards and in the case of uniaxial compression the response is compared with experimental data.

## **Klíčová slova**

Multispirálová výztuž, interakční diagram, sevřený beton, metoda konečných prvků, modelování.

## **Keywords**

Multi-spiral reinforcement, interaction diagram, confined concrete, finite element method, modeling.

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod a motivace</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Alternativy vyztužení, popis chování a navrhování sloupů s multispirálovou výztuží</b>	<b>9</b>
2.1	Nekonvenční uspořádání výztuže v literatuře . . . . .	9
2.2	Popis chování sevřeného betonu . . . . .	11
2.3	Navrhování sloupů se spirálovou výztuží dle norem . . . . .	17
2.3.1	ČSN EN 1992-1-1 . . . . .	17
2.3.2	Fib MC 2010 . . . . .	18
2.3.3	ACI 318-14 . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Numerické simulace sloupů s multispirálovou výztuží</b>	<b>22</b>
3.1	Konfigurace výztuže zvolené pro výpočet . . . . .	22
3.2	Výpočetní model . . . . .	23
3.3	Výsledky výpočtů . . . . .	25
3.3.1	Základní způsoby namáhání . . . . .	25
3.3.2	Interakční diagramy vybraných konfigurací . . . . .	27
3.3.3	Vliv vynucení rovinnosti průřezu . . . . .	33
3.3.4	Vliv dráhy zatížení . . . . .	35
3.3.5	Porovnání Y-120-M s experimentem . . . . .	36
3.3.6	Interakční diagram dle platných norem . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Závěr</b>	<b>42</b>

# 1 Úvod a motivace

Zkoumaným tématem jsou interakční diagramy (ID) sloupů se čtvercovým průřezem, které jsou vyztuženy multispirálovou výztuží. Jedná se o inovativní způsob vyztužení prvku příčnou výztuží přinášející řadu statických, konstrukčních a z nich vyplývajících ekonomických výhod. Hlavní důvody, proč se multispirálovou výztuží zabývat, jsou:

- po zatížení zajišťují spirály příčné sevření betonu, které vede k vyšší duktilitě i pevnosti,
- spirály výrazně snižují pracnost přípravy armokoše sloupů a umožňují zapojit automatizaci do výrobního procesu,
- efektivní ovinutí redukuje spotřebu výztuže, zároveň se u spirál snižuje počet míst stykovaní výztuže, což minimalizuje kotevní délky,
- to vše vede k významně nižším stavebním nákladům.

Spirálová výztuž je běžně používána u betonových sloupů kruhového průřezu. Nejen, že oproti pravidelně rozmístěným třmínkům vede k výrazně nižší pracnosti při provádění, ale také zajišťuje vznik rovnoměrného tlakového příčného napětí v betonu uvnitř spirály. Důsledkem efektivnějšího sevření sloupů je vyšší duktilita i pevnost. Dostatečná duktilita prvku se stává klíčovou zejména v oblastech potýkajících se se zemětřesením. Velké otřesy tak nezaviní náhlý kolaps konstrukce, je umožněn vznik plastického kloubu a vnitřních sil u staticky neurčité konstrukce. Příčná výztuž také zamezuje tlačené podélné výztuži ve vybočení, resp. určuje její vzpěrnou délku.

Čtvercové či obdélníkové průřezy jsou oproti tomu tradičně vyztužovány pomocí jednoho či více (Obr. 1a) pravouhlých třmínků. Ty musí být umístěny v navržených vzdálenostech a zajištěny přivázáním k podélné výztuži, navíc efektivita sevření mezi dvěma třmínky je proměnná. Odborníci se proto začali zabývat možností vyztužit i tyto sloupy spirálami různých velikostí.

Tato práce má za cíl sestavit interakční diagramy pro několik konfigurací vyztužení pěti spirálami a ty následně porovnat. Výpočty jsou prováděny metodou konečných prvků

(MKP) v programu OOFEM [15, 16], chování betonu je popsáno materiálovým modelem Concrete Damage-Plastic Model [3] vyvinutým Peterem Grasslem. Zajímá nás zejména vliv průměru malé spirály, která určuje mimo jiné plochu dvojitě sevřené oblasti, a výšky závitů příčného vyztužení. V první části jsou uvedeny studie zabývající se nekonvenčním uspořádáním (zejména příčné) vyztuže sloupů. Dále jsou popsány vybrané teorie popisující chování sevřeného betonu, pozornost je věnována především práci Mandera [10]. V kontextu těchto studií je na závěr první části analyzován postup navrhování sloupů se spirálovou vyztuží dle jednotlivých norem. V druhé části bylo pro výpočet zvoleno šest různých konfigurací multispirálové vyztuže se stejným stupněm vyztužení, je zde popsán výpočetní model i metodika výpočtu. Stěžejní část tvoří výsledky provedených numerických simulací, tedy jednotlivé interakční diagramy a jejich porovnání. Chování referenční konfigurace v tlaku bylo též porovnáno s výsledky experimentu [8]. Pro zvolené uspořádání vyztuže byl poté proveden ruční výpočet interakčního diagramu dle platného Eurokódu ČSN EN 1992-1-1 [5] a americké normy ACI 318-14 [6], jehož výsledky byly porovnány s ID získaným z numerických simulací.

Práce volně navazuje na mezinárodní projekt CeSTaR - Počítačová simulace a experimentální ověření - komplexní servis pro flexibilní a efektivní navrhování prefabrikovaných betonových sloupů s inovativním multispirálovým vyztužením, jehož cílem je software pro návrh prefabrikovaných železobetonových sloupů s inovativní multispirálovou vyztuží vyráběnou s pomocí automatizované výrobní linky.

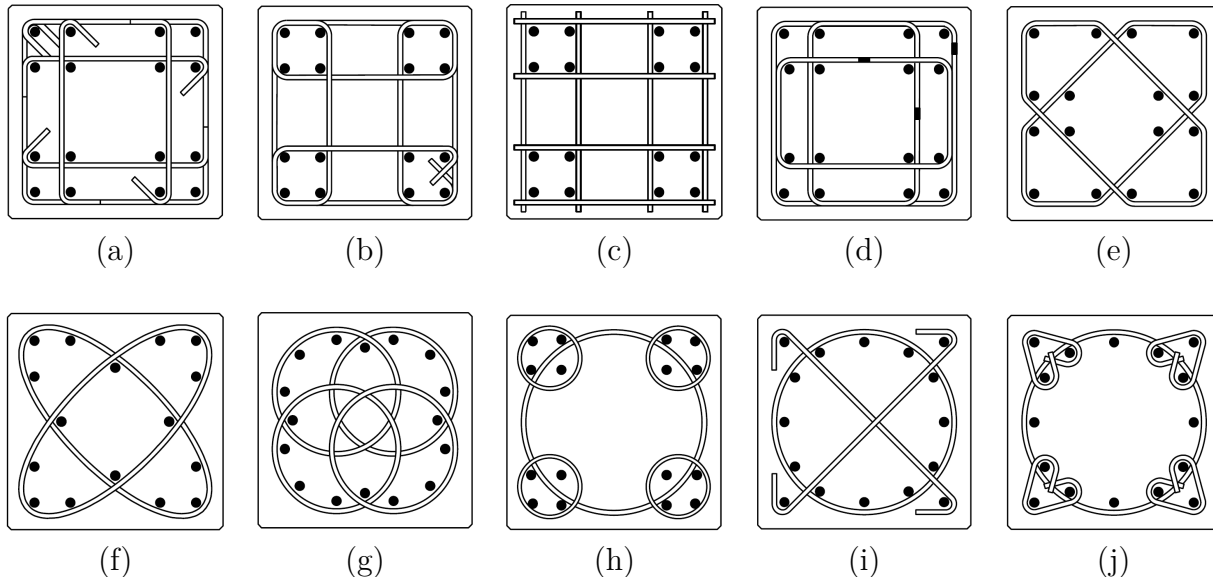


## 2 Alternativy vyztužení, popis chování a navrhování sloupů s multispirálovou výztuží

### 2.1 Nekonenční uspořádání výztuže v literatuře

Yin ve svém článku [20] uvádí varianty nekonvenčního vyztužení sloupu se čtvercovým průřezem o straně délky 0,6 m (Obrázek 1). Velký počet vzorků vysokých 1,2 m byl zatěžován jednoosým tlakem a příčným cyklickým zatížením. Ukázalo se, že sloupy se čtyřmi a pěti spirálami (Obr. 1f, g) dosahují lepší duktility než ostatní. Naproti tomu vyztužení se svařovanou mřížkou (Obr. 1c) vedlo k nejnižší pevnosti.

Většina vzorků s uspořádáním výztuže zahrnujícím alespoň jednu spirálu dosahovala vyšší hodnoty pevnosti v tlaku i dispanované energie<sup>1</sup> než konfigurace se třímínky. Mezi nimi pak multispirálová vyztužení (Obr. 1f, g) a spirála s úhlopříčnými sponami (Obr. 1i) vykazovaly vyšší efektivitu v ovinutí, proto byly ve studii podrobněji zkoumány.

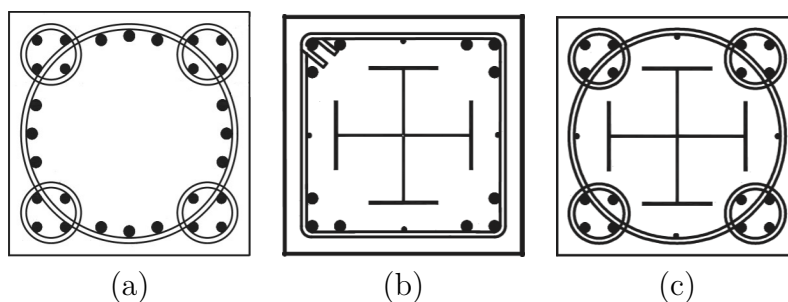


**Obrázek 1:** Konfigurace výztuže: konvenční (a), jeden prut (b), svařovaná mřížka (c), tři svařované třímínky (d), dvojice šestiúhelníků (e), dvojice elips (f), čtyři spirály (g), pět spirál (h), spirála a úhlopříčné spony (i), spirála a čtyři „uši“(j). [20].

Liang a kol. [9] uvádějí poněkud odlišné vyztužení čtvercových sloupů. Podobně jako

<sup>1</sup>Plocha pod křivkou pracovního diagramu

[20], [8] navrhují vyztužení pěti spirálami (Obr. 2a), avšak s větším množstvím podélné výztuže rozmístěné rovnoměrně po vnitřním obvodu velké spirály. Dále studie zkoumá vyztužení dvěma na sebe kolnými I profily v kombinaci jednak s klasickými třmínky (Obr. 2b), jednak se spirálou (Obr. 2c).

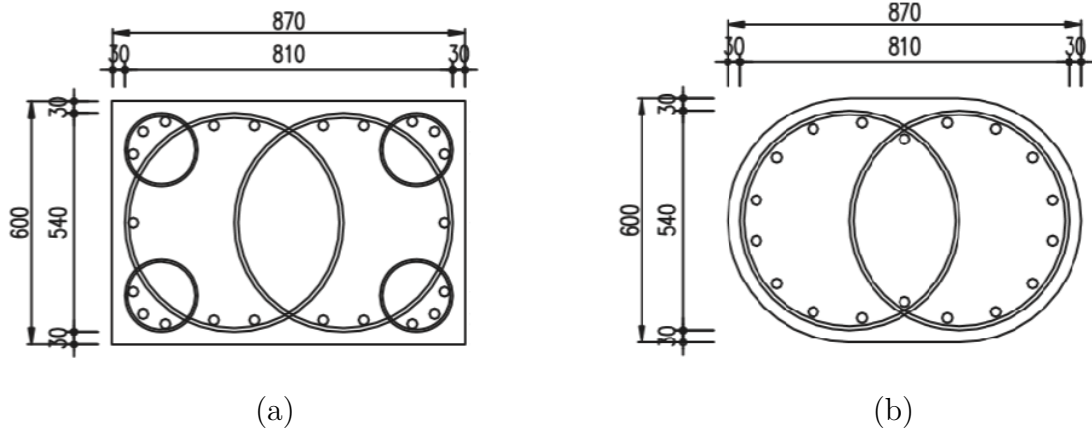


**Obrázek 2:** Konfigurace výztuže: pět spirál (a), I profily + třmínky (b), I profily + spirála (c). [9].

Článek [19] se zabývá pilíři mostů. Studie zkoumá chování prvků zatěžovaných kombinací osově síly a ohybu, včetně excentrického tlaku a příčného cyklického zatížení. Pilíře s obdélníkovým průřezem a zaobleným průřezem vyztužené multispirálovou výztuží (Obrázek 3a, b) jsou experimentálně porovnávány s jejich tradičně vyztuženými protějšky. Zaoblený pilíř je vyztužen pomocí dvou do sebe částečně zasunutých spirál. U obdélníkového sloupu dvě velké spirály doplňují ještě čtyři malé, které vyztužují rohy průřezu.

Téma je rozšířeno v práci [14], kde je navržen inovativní způsob vyztužení obdélníkových a zaoblených sloupů. Dvou a šesti spirálové vyztužení je nahrazeno sedmi a jedenácti spirálovým vyztužením, a to především z výrobních důvodů. Tento výzkum dále navrhuje použití silných prutů nebo oceli ve tvaru písmene H jako podélné výztuže, aby se zvýšila stabilita a tuhost armokoše. Cílem této studie bylo zkoumat seizmické vlastnosti sloupů vyztužených sedmi a jedenácti spirálami spolu s vlivem ztužujících podélných prvků (silná výztuž, H tyče). Použití oceli ve tvaru písmene H jako podélné výztuže zvýšilo tažnost i disipovanou energii sloupu.

Kuo [8] porovnává různé konfigurace vyztužení čtvercového sloupu pěti spirálami (Obr. 10). Délka hrany průřezu je rovna 0,6 m a výška prvku 1,2 m. Byl zvolen základní průměr velké spirály, oproti tomu čtyři malé spirály jsou ve variantách S, M, L. Dále se



**Obrázek 3:** Konfigurace výztuže: obdélníkový průřez - šest spirál (a), zaoblený průřez - dvě spirály (b). [19].

jednotlivé konfigurace liší výškou závitů spirály, ta je v rozmezí 55 - 120 mm.

Pro účely této práce bylo jako referenční uspořádání výztuže zvoleno Y9-M-120 s geometrií spirál viz Tabulka 1 z Kuovy studie [8].

**Tabulka 1:** Geometrie spirál konfigurace Y9-M-120.

Y9-M-120	Výška závitů	Velká spirála		Malé spirály	
	s [mm]	$D_1$ [mm]	$\varnothing_1$ [mm]	$D_2$ [mm]	$\varnothing_2$ [mm]
	120	540	16	180	10

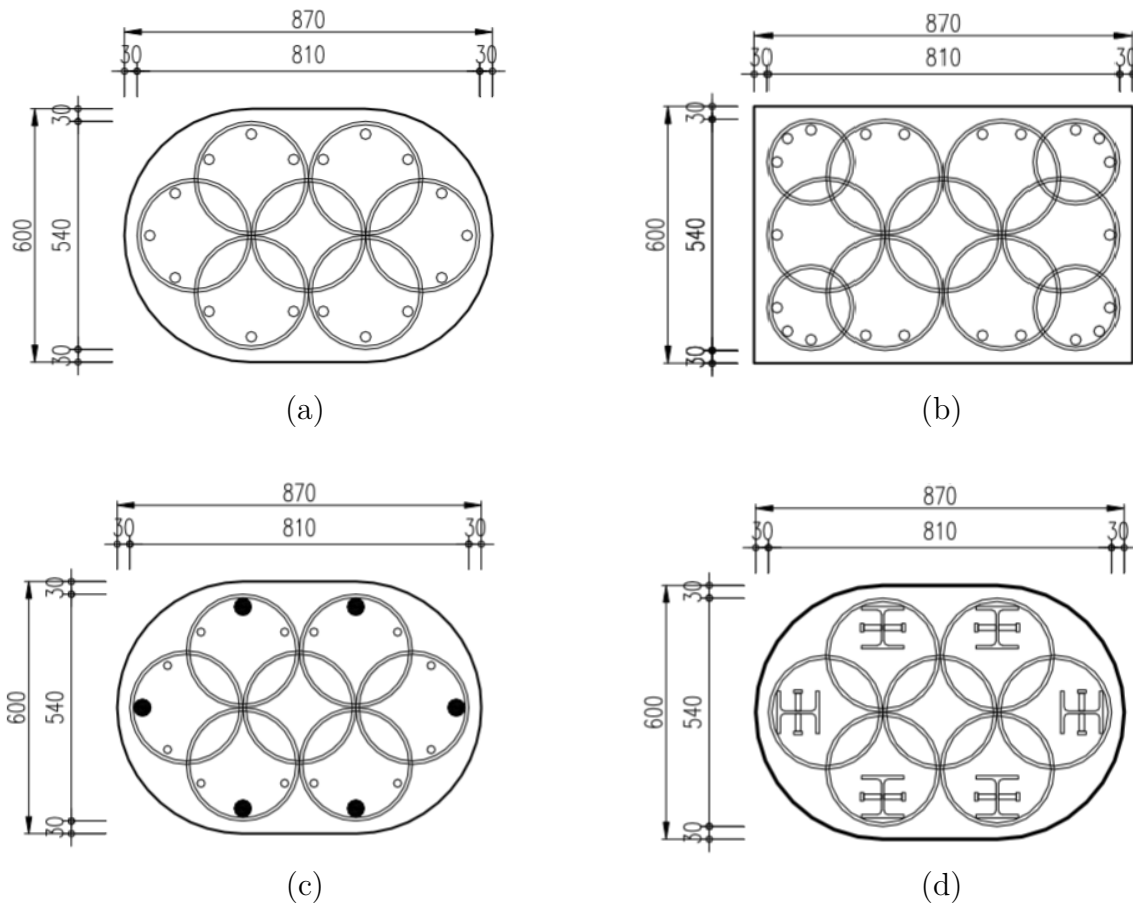
## 2.2 Popis chování sevřeného betonu

Prvním modelem pro popis chování ovinutého betonu byl beton sevřený aktivním hydrostatickým tlakem kapaliny, jehož vliv byl popsán následujícími jednoduchými vztahy [10]:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_l \quad (1)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left( 1 + k_2 \frac{f_l}{f'_{co}} \right) \quad (2)$$

kde  $f'_{cc}$  a  $\varepsilon_{cc}$  je pevnost ovinutého betonu v tlaku a jí odpovídající přetvoření,  $f_l$  příčný hydrostatický tlak,  $f'_{co}$  a  $\varepsilon_{co}$  pevnost neovinutého betonu v tlaku a jí odpovídající přetvoření. Koeficienty  $k_1$  a  $k_2$  jsou funkcí betonové směsi a příčného tlaku.

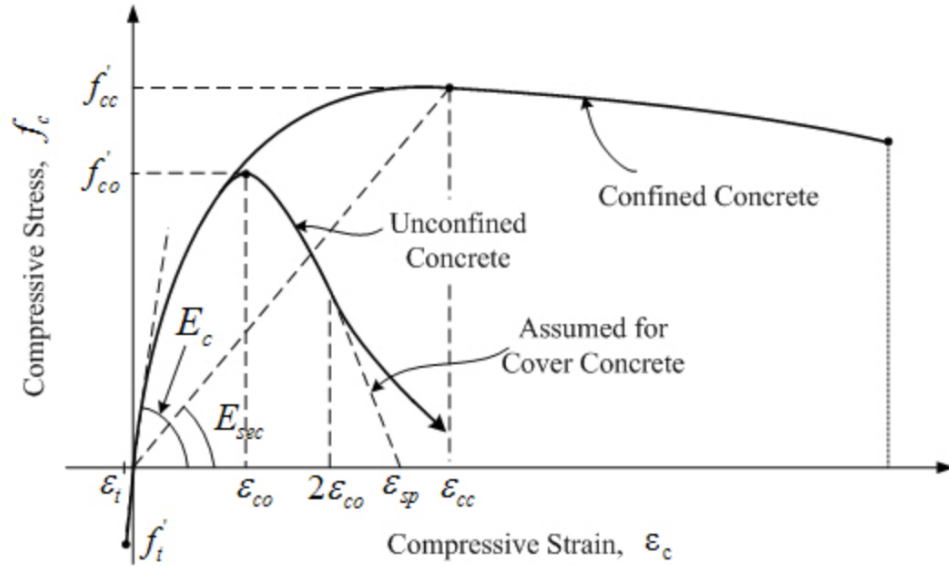


**Obrázek 4:** Konfigurace výztuže: zaoblený průřez - sedm spirál (a), obdélníkový průřez - jedenáct spirál (b), sedm spirál + ztužení silnými pruty (c), sedm spirál + ztužení tyčemi H průřezu (d) [14].

Richart a kol. (1928) [18] na základě provedených zkoušek stanovil průměrné hodnoty  $k_1 = 4,1$  a  $k_2 = 5$ . Dále Balmer (1949) [2] experimentálně určil rozsah hodnot koeficientu  $k_1$  od 4,5 do 7,0, jako průměrnou stanovil 5,6. Přičemž platí, že čím nižší velikost příčného tlaku, tím vyšší hodnota koeficientu. Richart a kol. (1929) také stanovil, že pevnost v tlaku betonu sevřeného aktivním hydrostatickým tlakem kapaliny přibližně odpovídá pevnosti při těsném ovinutí ocelovou spirálou vyvozující ekvivalentní příčný tlak.

Následovaly různé numerické testy a matematické modely využívající experimentální data, obvykle však jen pro jeden typ vyztužení. Mander a kol. (1988) [10] sestavil jednotný pracovní diagram pro monotónní pomalé zatěžování. Níže uvedený (Obrázek 5) teoretický pracovní diagram ovinutého betonu v tlaku je platný pro všechny tvary příčné výztuže,

ať už spirály či třmínky, kruhové i polygonální. Model je založený na rovnici navržené Popovicsem (1973) [17].



**Obrázek 5:** Manderův pracovní diagram ovinutého betonu v tlaku. [11].

Pro monotónní kvazistatické zatěžování Mander [10] popisuje průběh normálového tlakového napětí  $f_c$  a jemu odpovídajícího přetvoření  $\epsilon_c$  následujícími vztahy:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x'} \quad (3)$$

kde  $f'_{cc}$  je pevnost v tlaku ovinutého betonu<sup>2</sup>.

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \quad (4)$$

a kde  $\epsilon_c$  je relativní stlačení betonu,

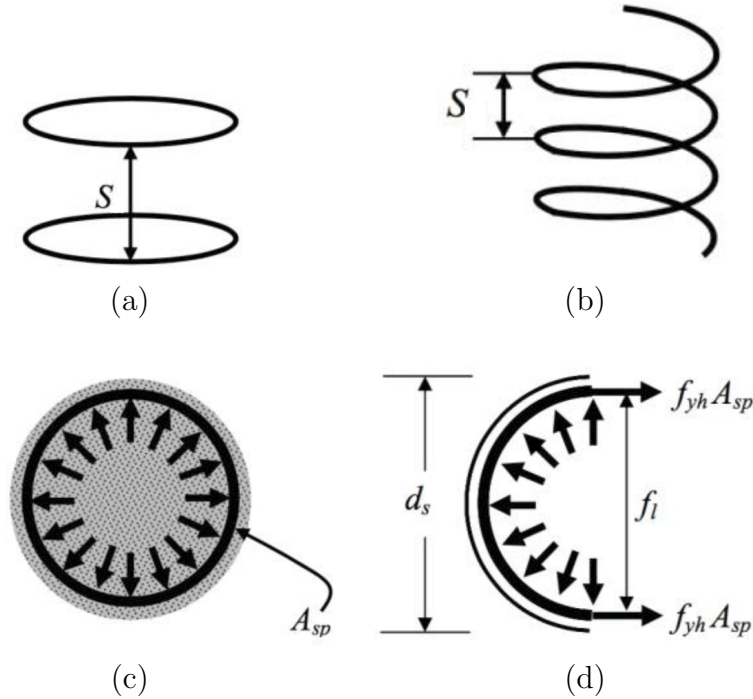
$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (5)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (6)$$

<sup>2</sup>Složité funkce závislá na  $f'_l$  a  $f'_{co}$

kde  $E_c = 5\sqrt{f'_{co}}$  je tečnový modul pružnosti<sup>3</sup>,  $E_{sec} = f'_{cc}/\varepsilon_{cc}$  je sečnový modul pružnosti.

Fardis [13] uvádí, že nejefektivnější sevření poskytují kruhové třmínky či spirály. Pokud je jejich rozteč (resp. výška závitů) malá v porovnání s průměrem, lze příčnou výztuž uvažovat jako trubku o tloušťce stěny<sup>4</sup>  $t = A_{sp}/s$ , kde  $A_{sp}$  je plocha průřezu příčné výztuže a  $s$  představuje osovou vzdálenost třmínků resp. výšku závitů (Obr. 6a, b).



**Obrázek 6:** Příčné tlakové napětí v ovinutí  $f_l$ : Rozteč třmínků  $s$  (a), výška závitů  $s$  (b), aktivování příčného tlaku (c), rozložení sil na mezi kluzu příčné výztuže ( $f_{yh}$ ), kde  $A_{sp}$  je plocha průřezu jednoho třmínku (spirály) (d) [12].

Mander [10] i Fardis [13] pak uvádějí shodné vztahy pro příčné tlakové napětí v ovinutí  $f_l$  a jeho šíření. Nejprve jsou popsána odvození pro sloupky vyztužené kruhovými třmínky. Z rovnováhy sil, kdy je ocel příčné výztuže na mezi kluzu (viz Obrázek 6d)

$$2f_{yh}A_{sp} = f_l s d_s \quad (7)$$

vyplývá

$$f_l = \frac{2f_{yh}A_{sp}}{s d_s} \quad (8)$$

<sup>3</sup>  $f'_{co}$  v [MPa]

<sup>4</sup> přesněji  $a_s t$ , kde  $a_s$  viz ( 14)

Pokud stanovíme  $\rho_s$  jako stupeň vyztužení jádra příčnou výztuží:

$$\rho_s = \frac{A_{sp}\pi d_s}{\frac{\pi d_s^2}{4}s} = \frac{4A_{sp}}{d_s s} \quad (9)$$

kde  $d_s$  je průměr příčné výztuže v ose prutu,

$$\text{pak } A_{sp} = \frac{\rho_s d_s s}{4} \quad (10)$$

po dosazení do (8) dostáváme

$$f_l = \frac{2f_{yh}A_{sp}}{sd_s} = \frac{1}{2}f_{yh}\rho_s \quad (11)$$

Avšak toto napětí platí pouze v případě hustého ovinutí<sup>5</sup>, kdy efektivně sevřená plocha je konstantní a má stejný průměr jako třmínek (resp. spirála). Jinak se mezi dvěma obručemi roznáší parabolicky s tečnami pod úhlem 45° (viz Obrázek 7a), vrchol paraboly je tak vzdálen ve vodorovném směru  $s'/4$  ( $s'$  je světlá vzdálenost mezi třmínky, Fardis uvažuje roznos od osy třmínku a vrchol tak ve vzdálenosti  $s/4$ ) a svisle je v polovině rozteče třmíneků. Nejužší místo efektivně sevřeného jádra má tudíž tvar kruhu o průměru  $d_s - s'/2$  a ploše

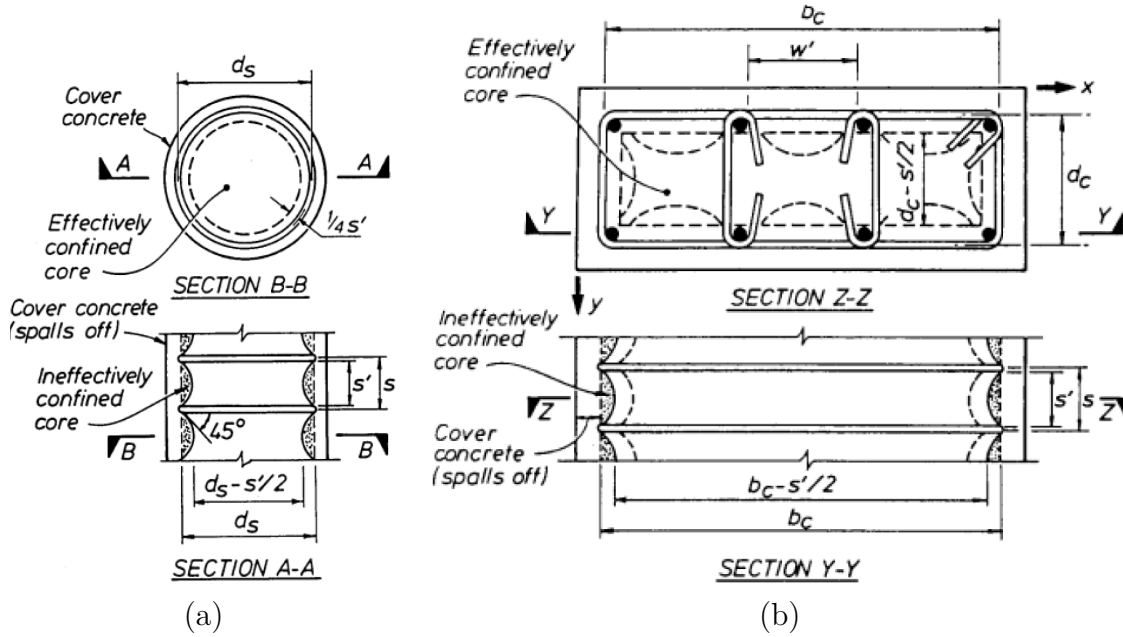
$$A_e = \frac{\pi}{4} \left( d_s - \frac{s'}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} d_s^2 \left( 1 - \frac{s'}{2d_s} \right)^2 \quad (12)$$

V případě ovinutí spirálou je efektivně sevřená plocha konstantní kruhového tvaru. Mezi dvěma body spirály nacházejícími se na svislici ve vzdálenosti výšky závitů se rovněž jako u třmíneků napětí šíří betonem parabolicky. Průměr efektivně sevřené plochy určíme jednak vrcholem paraboly, jenž leží v polovině výšky závitů, jednak bodem nacházejícím se přímo na spirále. Je tudíž roven  $d_s - s'/4$  a efektivní plocha

$$A_e = \frac{\pi}{4} \left( d_s - \frac{s'}{4} \right)^2 \approx \frac{\pi}{4} d_s^2 \left( 1 - \frac{s'}{2d_s} \right) \quad (13)$$

---

<sup>5</sup>To například zajišťuje ACI 318-14 [6] pomocí konstrukčních zásad, viz kapitola 2.3.3.



**Obrázek 7:** Roznos příčné tlaku v sevření dle Mandera: sloup kruhového průřezu se třmínky (a), sloup obdélníkového průřezu se třmínky a sponami (b) [10].

Fardis [13] následně zavádí faktor efektivity ovinutí  $a_s$ , kdy

$$a_s = \frac{A_e}{A_c} \quad (14)$$

kde  $A_c = \pi d_s^2/4$  je plocha jádra.

$$a_s = \left(1 - \frac{s}{2d_s}\right)^2 \text{ pro kruhové třmínky} \quad (15)$$

$$a_s = \left(1 - \frac{s}{2d_s}\right) \text{ pro spirály} \quad (16)$$

Efektivní příčné tlakové napětí je pak dáno rovnicí:

$$f_l' = \frac{1}{2} f_{yh} \rho_s a_s \quad (17)$$

což je možné upravit jako

$$\frac{f_l'}{f_c} = \frac{1}{2} \frac{f_{yh}}{f_c} \rho_s a_s = \frac{1}{2} \omega_w a_s \quad (18)$$



kde

$$\omega_w = \frac{f_{yh}}{f_c} \rho_s = \frac{f_{yh}}{f_c} \frac{4A_{sp}}{d_s s} \quad (19)$$

Rovnici 17 lze pak též psát ve tvaru

$$f'_l = \frac{1}{2} f_c \omega_w a_s \quad (20)$$

Mander uvažuje obdobný koeficient efektivity ovinutí  $k_e$ , ve kterém navíc zohledňuje stupeň vyztužení jádra podélnou výztuží  $\rho_{cc}$ :

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (21)$$

kde  $A_{cc} = A_c(1 - \rho_{cc})$  je plocha čistě betonu jádra. Koeficient pak nabývá hodnot

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \text{ pro kruhové třmínky} \quad (22)$$

$$k_e = \frac{1 - \frac{s'}{2d_s}}{1 - \rho_{cc}} \text{ pro spirály} \quad (23)$$

a efektivní příčné tlakové napětí

$$f'_l = \frac{1}{2} f_{yh} \rho_s k_e \quad (24)$$

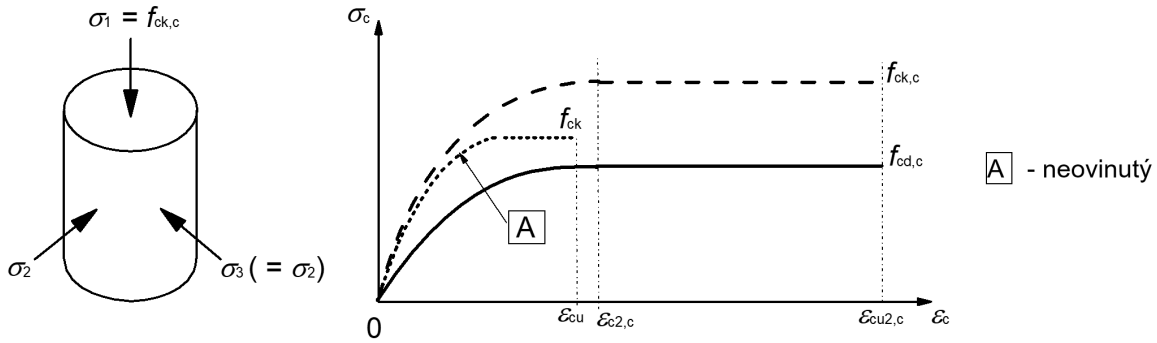
Obdobné vztahy jsou odvozeny i pro sloupce se čtvercovým či obdélníkovým průřezem se třmínky. Způsob roznosu příčného tlakového napětí od třmínků je znázorněn na Obrázku 7b.

## 2.3 Navrhování sloupů se spirálovou výztuží dle norem

### 2.3.1 ČSN EN 1992-1-1

V Eurokódu 1992-1-1 [5] je navrhování sloupů se spirálovou výztuží zmíněno velice stručně, a to v podkapitole 3.1.9 Ovinutý beton (3 Materiály, 3.1. Beton). Modifikuje se pracovní diagram betonu (Obr. 8), zvětšuje se charakteristická pevnost a poměrné stlačení. V normě jsou uvedeny vztahy pro výpočet, avšak závisejí na efektivním příčném tlakovém napětí

v MSÚ v důsledku ovinutí  $\sigma_2 = \sigma_3$ , které není dále definováno.



**Obrázek 8:** Pracovní diagram ovinutého betonu, kapitola 3.1.9 [5].

### 2.3.2 Fib MC 2010

Model Code [7], [1] se problematice věnuje v podkapitole 7.2.3.1.6 Ovinutý beton (7.2.3 Návrhové hodnoty, 7.2.3.1 Beton). Přístup je obdobný jako v eurokódu [5], kdy je dosaženo vyšší pevnosti a přetvoření, ostatní základní materiálové charakteristiky mohou být považovány za neovlivněné. Příčné tlakové napětí v důsledku ovinutí  $\sigma_2$  (s kladným znaménkem) lze dle MC 2010 určit vztahy:

$$\sigma_2 = \omega_c f_{cd} \left(1 - \frac{s_c}{d_c}\right)^2 \text{ pro kruhový průřez se třmínky} \quad (25)$$

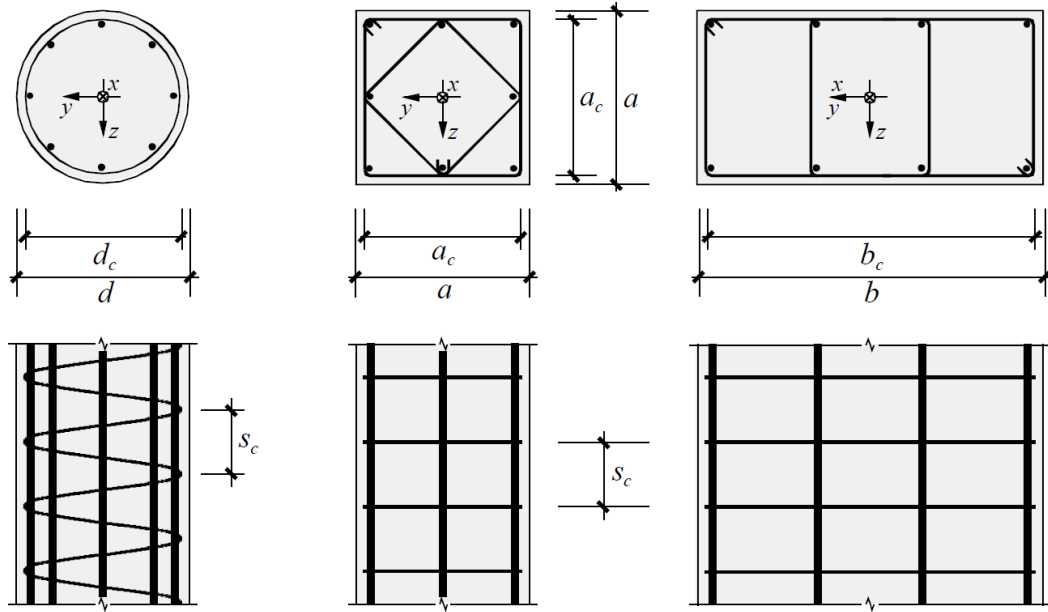
$$\sigma_2 = \omega_c f_{cd} \left(1 - \frac{s_c}{d_c}\right) \text{ pro kruhový průřez ovinutý spirálou} \quad (26)$$

kde  $\omega_c$  vyjadřuje základní velikost příčného tlakového napětí v ovinutí bez vlivu efektivity sevření podělenou návrhovou pevností betonu  $f_{cd}$

$$\omega_c = \frac{A_{sc} f_{yd}}{s_c d_c f_{cd}} \quad (27)$$

s parametry výztuže  $s_c$  a  $d_c$  definovanými na Obrázku 9.

Je zřejmé, že vztahy v zásadě korespondují s rovnicemi Fardise [13], ačkoli se liší způsob roznosu příčného tlaku v ovinutí. Fardis i Mander [10] uvažují parabolické šíření napětí, kdežto zde je očividně počítáno s roznosem lineárním pod úhlem  $45^\circ$  a tudíž plochou



Obrázek 9: Ovinuté sloupy v tlaku, označení parametrů výztuže, kapitola 7.2.3.1.6 [1].

efektivně sevřenou o průměru  $d_c - s_c$  pro kruhové třmínky,  $d_c - s_c/2$  pro spirály. Zároveň pokud porovnáme (25) či (26) a (17), odhlédneme-li současně od členu vyjadřujícího efektivitu ovinutí ( $a_s$  pro Fardise), dojdeme k závěru, že  $2A_{sp} = A_{sc}$ . Jelikož  $A_{sp}$  značí plochu průřezu třmínku (resp. spirály),  $A_{sc}$  v MC [1] nutně vyjadřuje celkovou plochu příčné výztuže aktivující  $\sigma_2$ , viz Obrázek 6. Obdobné vztahy jsou uvedeny i pro obdélníkové průřezy sloupů.

Nemáme-li přesnější informace, je možné pracovní diagram uvažovat jako na Obrázku 8 se zvýšenou pevností v tlaku a přetvořením dle:

$$\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} = 1 + 3.5 \left( \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (28)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} - 1 \right) \right] \quad (29)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0.2\sigma_2/f_{ck} \quad (30)$$

kde  $\sigma_2$  je efektivní příčné tlakové napětí v MSÚ v důsledku ovinutí,  $\varepsilon_{c2}$  a  $\varepsilon_{cu2}$  jsou návrhové hodnoty přetvoření betonu, jejichž hodnoty dohledáme v tabulce 7.2.-1 MC [1] v závislosti

na pevnostní třídě betonu. Rovnice (29) pro přetvoření betonu při dosažení maximální únosnosti je převzata od Mandera (viz (5)).

### 2.3.3 ACI 318-14

Americká norma ACI 318-14 (2014) [6] v kapitole 25.7.3. Spirály (a příslušejícím komentáři R25.7.3.) definuje následující konstrukční zásady pro vyztužení spirálami:

- Spirály musí být z průběžného prutu s rovnoměrnou světlou vzdáleností rovnou:
  - minimálně větší z 1 palce<sup>6</sup> (2,5 cm) a  $(4/3)d_{agg}$ <sup>7</sup>
  - maximálně 3 palce (8 cm)
- Pro monolitické konstrukce by průměr spirály měl být min. 3/8 palce (10 mm)
- Obvyklé průměry spirál jsou 3/8 (10 mm), 1/2 (13 mm), a 5/8 (16 mm)
- Objemový stupeň vyztužení jádra příčnou výztuží

$$\rho_s \geq 0.45 \frac{f'_c}{f_{yt}} \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \quad (31)$$

kde  $A_g$  je plocha betonu,  $A_{ch}$  je sevřená (spirálou ovinutá) plocha betonu,  $f'_c$  pevnost betonu v tlaku,  $f_{yt}$  mez kluzu příčné výztuže (neměla by přesáhnout 100,000 psi<sup>8</sup>  $\approx$  689 MPa).

Minimální stupeň vyztužení vychází ze základní rovnice

$$f'_{cc} - 0,85f'_c = 4,0f'_l \quad (32)$$

kde  $0,85f'_c$  je pevnost v tlaku neovinutého betonu,  $f'_{cc}$  pevnost v tlaku ovinutého betonu a  $f'_l$  příčné tlakové napětí v ovinutí (viz (11))

$$f'_l = \frac{1}{2} \rho_s f_{yt} \quad (33)$$

---

<sup>6</sup>Palec = 25,4 mm.

<sup>7</sup>Jmenovitá maximální velikost hrubého kameniva.

<sup>8</sup>Psi je rovno libře na čtvereční palec a odpovídá 6894,76 Pa.

Při zatěžování prvku tlakem se plášť (beton vně příčné výztuže) sloupu poruší. Zároveň jádro průřezu je v tuto chvíli již namáháno triaxiálním tlakem (vlivem sevření), tím pádem se zvyšuje jeho únosnost. Požaduje se, aby sílu, kterou nesl plášť, po jeho porušení převzalo jádro průřezu a nedošlo tak k náhlému kolapsu. Sílu, kterou přenesou vnější plášť průřezu, můžeme vyjádřit jako

$$F_{cover} = 0,85f'_c(A_g - A_{ch}) \quad (34)$$

Tuto sílu pak musí navíc oproti původnímu zatížení přenést jádro průřezu, jehož navýšení únosnosti vlivem sevření je rovno

$$4f'_l A_{ch} = 2\rho_s f_{yt} A_{ch} \quad (35)$$

Pak musí platit

$$2\rho_s f_{yt} A_{ch} \geq 0,85f'_c(A_g - A_{ch}) \quad (36)$$

z čehož plyne

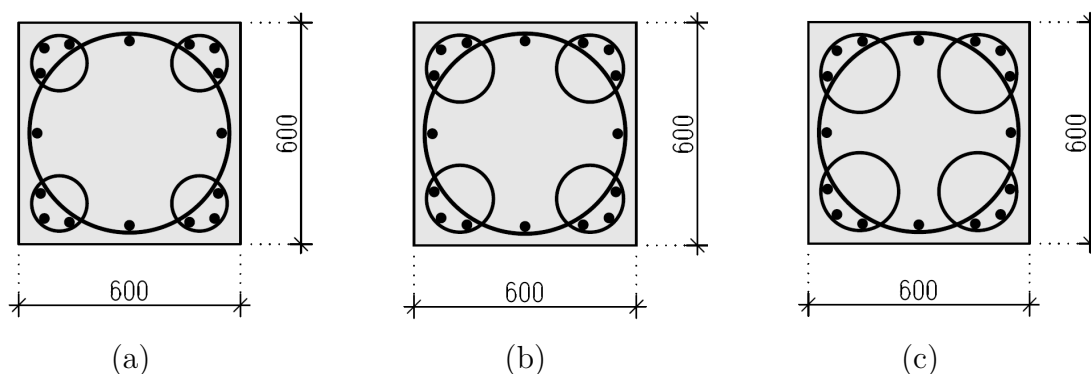
$$\rho_s \geq 0,425\left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right)\frac{f'_c}{f_{yt}} \quad (37)$$

přičemž do normy je koeficient 0,425 zaokrouhlen nahoru na bezpečných 0,45. Sloupy vyztužené dle ACI třmínky a spirálou tak přenesou podobné zatížení, avšak velký rozdíl je patrný v duktilních vlastnostech, což je přidaná hodnota sloupů se spirálovou výztuží.

### 3 Numerické simulace sloupů s multispirálovou výztuží

#### 3.1 Konfigurace výztuže zvolené pro výpočet

Základem pro zvolená uspořádání se stala Kuova práce [8], z níž byly převzaty základní rozměry prvku i spirál. Průřez je tudíž čtvercový o straně délky 0,6 m s centrální spirálou o průměru  $D = 540$  mm. Zachovány jsou také průměry a označení malých spirál S, M, L s příslušnými průměry  $d_1 = 150$  mm,  $d_2 = 180$  mm,  $d_3 = 210$  mm. A na závěr, přejaty jsou také dvě varianty výšky závitů  $s_1 = 120$  mm,  $s_2 = 75$  mm. Podélná výztuž je ve všech variantách tvořena 16 pruty o profilu 25 mm, jež jsou rozmístěny dle Obrázku 10, krytí výztuže je 30 mm.



**Obrázek 10:** Konfigurace výztuže pro výpočet: Y-S (a), Y-M (b), Y-L (c).

Jakožto referenční uspořádání výztuže bylo vybráno Y-120-M (v Kuově studii označeno jako Y9-M-120 [8]) s profilem centrální spirály  $\varnothing_1 = 16$  mm a malých spirál pak  $\varnothing_2 = 10$  mm. Výška závitů  $s$ , jak je zřejmé z označení, odpovídá 120 mm. Z této konfigurace byly odvozeny další tak, aby byl vždy zachován zejména stejný stupeň vyztužení, a také výše zvolené průměry spirál spolu s variantami výšky závitů. To přirozeně vede na nesmyslné neceločíselné průměry prutů, avšak jen díky tomu jsme schopni porovnat vliv geometrie a uspořádání příčné výztuže. Zároveň je možné výsledky výpočtů modelu Y-120-M pro čistý tlak porovnat s daty z Kuových zkoušek.

Celkem bylo sestaveno 6 různých konfigurací výztuže, viz Tabulka 2.

**Tabulka 2:** Varianty vyztužení zvolené pro výpočet (zvýrazněná referenční konfigurace): stupeň vyztužení podélnou výztuží  $\rho_s = 2,2 \%$ , stupeň vyztužení příčnou výztuží  $\rho_w = 1,2 \%$ .

Konfigurace výztuže	Výška závitů	Velká spirála		Malé spirály	
	s [mm]	D [mm]	$\phi_1$ [mm]	d [mm]	$\phi_2$ [mm]
Y-75-S	75	540	12	150	9,5
Y-75-M	75	540	12	180	8,68
Y-75-L	75	540	12	210	8,05
Y-120-S	120	540	16	150	10,9
<b>Y-120-M</b>	<b>120</b>	<b>540</b>	<b>16</b>	<b>180</b>	<b>10</b>
Y-120-L	120	540	16	210	9,28

### 3.2 Výpočetní model

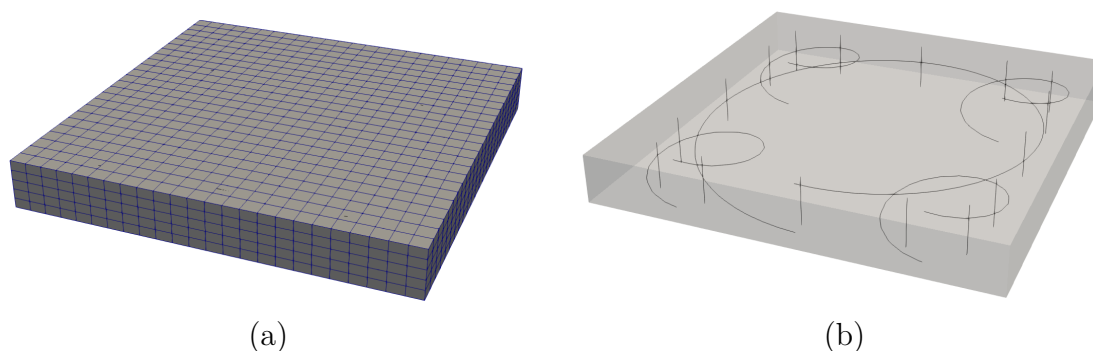
Modelovaný prvek<sup>9</sup> je čtvercového průřezu o straně<sup>10</sup>  $a = 0,6$  m a výšce  $h_1 = 0,12$  m (Y-120) či  $h_2 = 0,075$  m (Y-75), což odpovídá výšce jednoho závitu dané konfigurace výztuže. Pomocí vhodně předepsaných okrajových podmínek (zobecněný princip master-slave) je simulováno periodické chování ve svislém směru, není vynucená rovinnost vodorovných ploch průřezu.

Úloha byla řešena v programu OOFEM [15, 16] v režimu nelineární statiky. Pro beton byl použit materiálový model CDPM2 [3] s nastavenými parametry: pevnost v tlaku  $f_c = 34,4$  MPa, v tahu pak  $f_t = 3,44$  MPa, modul pružnosti  $E_c = 32,42$  GPa. Materiálový model příčné i podélné výztuže byl zvolen nelineární se zpevněním s modulem pružnosti  $E_s = 200$  GPa. Mez kluzu se ovšem liší dle průměru, pro ohybovou výztuž  $f_{y1} = 495$  MPa, pro spirály  $f_{y2} = 473$  MPa a mez pevnosti při přetvoření výztuže  $\varepsilon_u = 10 \%$  je pro ohybovou výztuž  $f_{u1} = 723$  MPa, pro spirály  $f_{u2} = 668$  MPa. Parametry jsou nastaveny tak, aby co nejvíce korespondovaly s materiály vzorků Kuova experimentu [8] a umožnily relevantní porovnání výsledků zkoušek s výpočty, použity jsou střední hodnoty pevnosti materiálů.

Úloha je řízena svislými posuny řídicích bodů, z jejichž svislých reakcí také získáme potřebné vnitřní síly. Přestože je model trojrozměrný, cílem je sestavení interakčního diagramu pro normálovou sílu a ohybový moment v jednom směru, předepisujeme tedy

<sup>9</sup>Model byl poskytnut.

<sup>10</sup>Viz kapitoly 2.1, 3.1.



**Obrázek 11:** Grafické znázornění výpočetního modelu Y-120-M: povrch se sítí konečných prvků (a), uspořádání výztuže (b).

dvě složky deformace:

- rovnoměrné zkrácení/prodloužení definované jako podíl svislého posunu řídicího bodu horní podstavy vůči výšce výpočetního modelu,
- křivost, která je definovaná jako rozdíl natočení horní a spodní podstavy vůči výšce modelu.

Úloha je řešena opakovaně pro rozdílné poměry stlačení a křivosti s lineárním růstem, viz Obr. 16. Získáváme tak různé dráhy zatížení ohybovým momentem a normálovou silou, z nichž vytvořením obalové křivky vzniká kýžený interakční diagram.

Pro docílení jednoosého tlaku a čistého tahu (Obrázek 12, 14) musela být zrušena okrajová podmínka ve svislém směru pro řídicí bod, který definuje křivost průřezu. Bylo tak umožněno volné natočení průřezu, což zajistilo nulový ohybový moment. Obdobným způsobem byl zajištěn i prostý ohyb (Obrázek 13), kdy bylo umožněno volné svislé přetvoření prvku.

První výpočty proběhly na hrubém leč výpočetně efektivním modelu, protože cílem bylo stanovení vhodných drah zatížení dostatečně definujících interakční diagram prvku. Tyto pak byly aplikovány na modely s jemnější sítí konečných prvků a různými konfiguracemi výztuže. Ukázalo se, že při zatěžování odpovídajícím prostému tahu a ohybu je třeba zvolit jemnější časový krok, především kvůli křehkému chování betonu v tahu.



### 3.3 Výsledky výpočtů

Stěžejní část kapitoly tvoří výsledky provedených numerických simulací a jejich porovnání. Nejprve jsou popsány základní způsoby namáhání prvku (tah, tlak ohyb) v kap. 3.3.1, poté jsou sestaveny a porovnány interakční diagramy jednotlivých konfigurací (kap. 3.3.2). V kapitole 3.3.3 je popsán vliv vynucení rovinnosti průřezu na výsledky výpočtů MKP. V kap. 3.3.4 je ukázáno, jak výsledky numerických simulací ovlivní dráha zatížení. Chování referenční konfigurace v tlaku bylo též porovnáno s výsledky experimentu [8] (kap. 3.3.5). Pro zvolené uspořádání výztuže byl také proveden ruční výpočet interakčního diagramu dle platného Eurokódu ČSN EN 1992-1-1 [5] a Americké normy ACI 318-14 [6], jehož výsledky byly porovnány s ID získaným z numerických simulací (kap. 3.3.6).

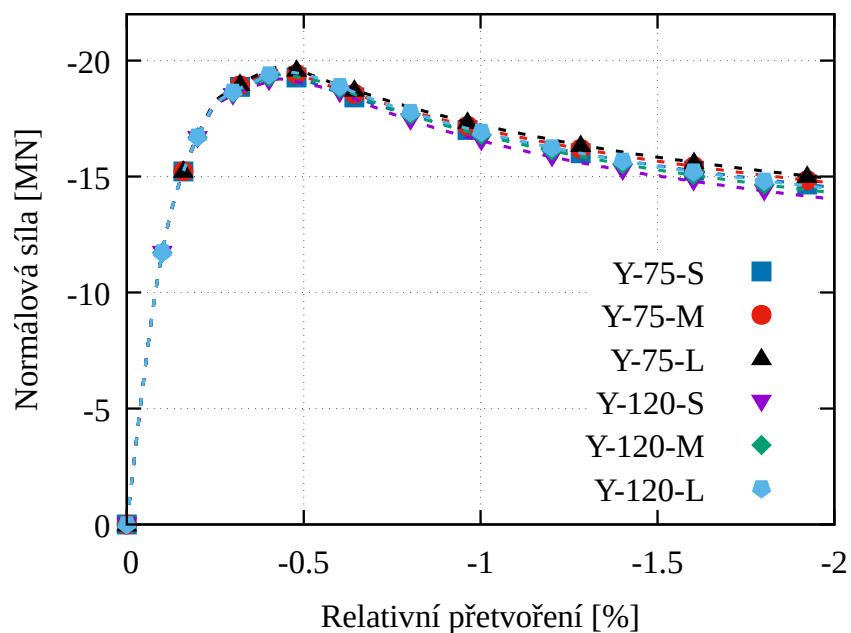
#### 3.3.1 Základní způsoby namáhání

V této kapitole budou porovnány výsledky jednotlivých konfigurací získané numerickými výpočty pro základní způsoby namáhání prvku, tedy prostý tlak, ohyb, tah. Na Obrázku 12 je vidět, že únosnost v prostém tlaku se poněkud liší, přičemž maxima dosahuje konfigurace Y-75-L s hodnotou -19,723 MN, minima rovnému -19,205 MN pak Y-120-S. Rozdíl těchto hodnot odpovídá 0,518 MN, což představuje méně než 3% vypočtené únosnosti. Křivky pracovního diagramu při ohybu (Obrázek 13) jsou již prakticky shodné.

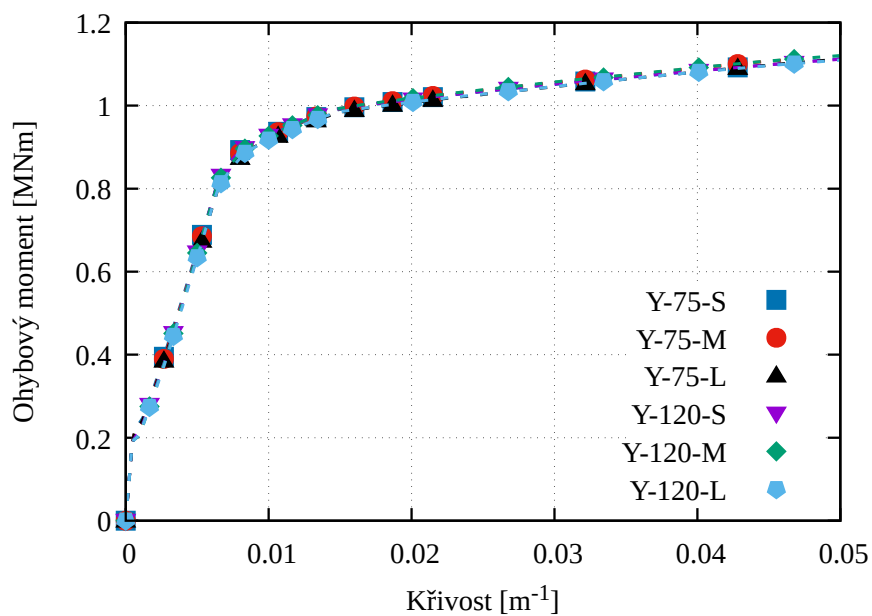
**Tabulka 3:** Přehled únosností jednotlivých konfigurací výztuže v prostém tlaku vypočtených MKP

Konfigurace	$N_c$ [MN]
Y-75-S	-19,443
Y-75-M	-19,573
Y-75-L	-19,723
Y-120-S	-19,205
Y-120-M	-19,390
Y-120-L	-19,521

Vypočtené chování prvku v tahu je patrné na uspořádání Y-120-M (Obrázek 14). Po dosažení deformace, která odpovídá tahové pevnosti betonu, dojde ke vzniku tahového poškození, při dalším přitěžování beton změkčuje, zatímco napětí ve výztuži lineárně



**Obrázek 12:** Výsledky výpočtů MKP v prostém tlaku: porovnání jednotlivých konfigurací.



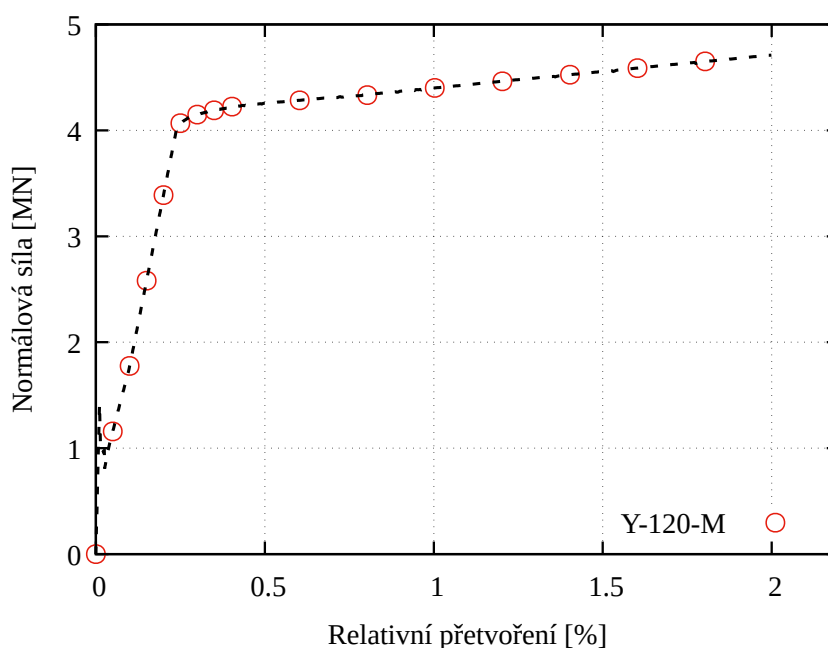
**Obrázek 13:** Výsledky výpočtů MKP v prostém ohybu: porovnání jednotlivých konfigurací.

vzrůstá až do dosažení meze kluzu. Pevnost prvku v tahu je dána únosností podélné

ohybové výtuže:

$$N_t = A_s f_u = 5,678 \text{ MN} \quad (38)$$

kde  $A_s = 3927 \text{ mm}^2$  je celková plocha podélné výtuže určená 16 pruty o průměru 25 mm a  $f_u = 723 \text{ MPa}$  mez pevnosti oceli. Jelikož se stupeň vyztužení jednotlivých konfigurací neliší, jejich únosnost v tahu je shodná.



**Obrázek 14:** Výsledky výpočtů MKP v **prostém tahu**: konfigurace Y-120-M.

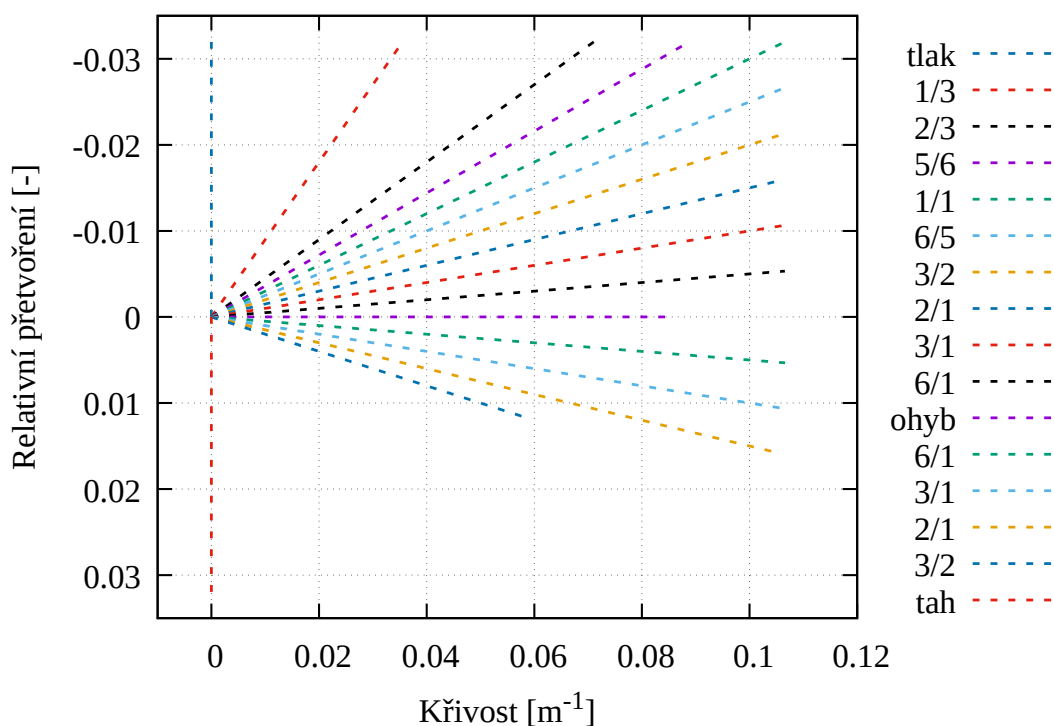
### 3.3.2 Interakční diagramy vybraných konfigurací

V této kapitole jsou popsány (Obrázek 17 až 22) a následně porovnány (Obr. 23) interakční diagramy spočítané numerickými simulacemi pro vybrané varianty vyztužení.

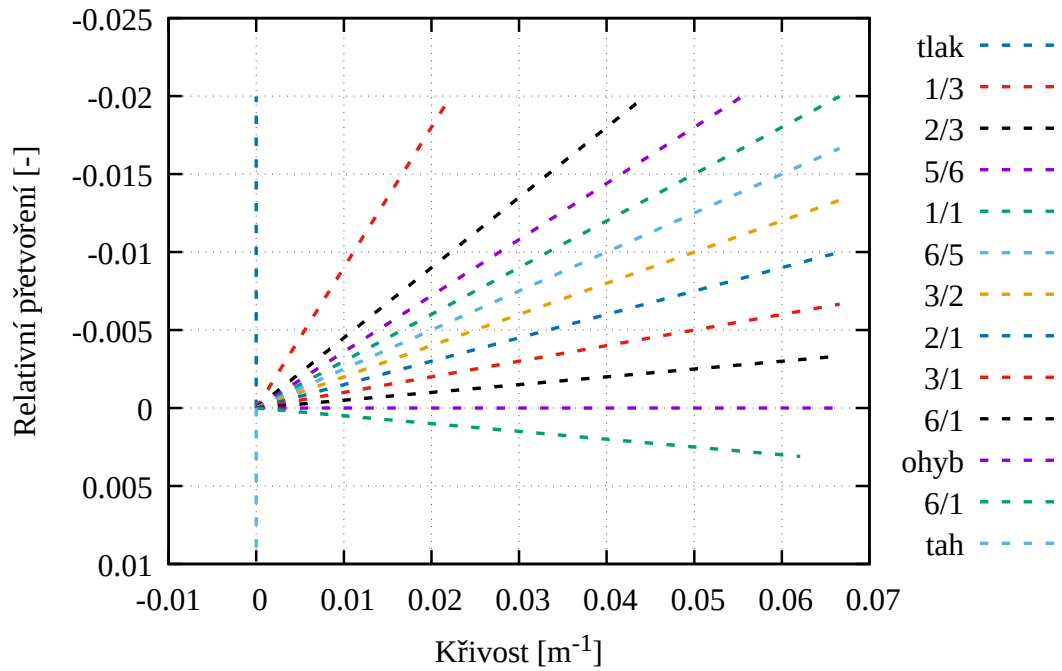
Pro každou konfiguraci výtuže bylo spočteno celkem 13 různých drah zatížení deformací (Obr. 16), které s dostatečnou přesností charakterizují interakční diagram. U konfigurace Y-75-S byly navíc dopočítány další 3 kombinace posunů a křivosti částečně zasahující do tahové oblasti (Obr. 15). Obálka je v těchto místech však téměř lineární, proto u zbylých prvků bude dostatečný základní počet 13 drah. V legendě grafů jsou uvedeny poměry svislých posunů řídicích bodů. Jelikož při zatěžování tahem v daném počtu kroků, vhodném z hlediska doby řešení úlohy, model nedosáhl meze pevnosti, byl bod únosnosti

dopočítán ručně, viz (38).

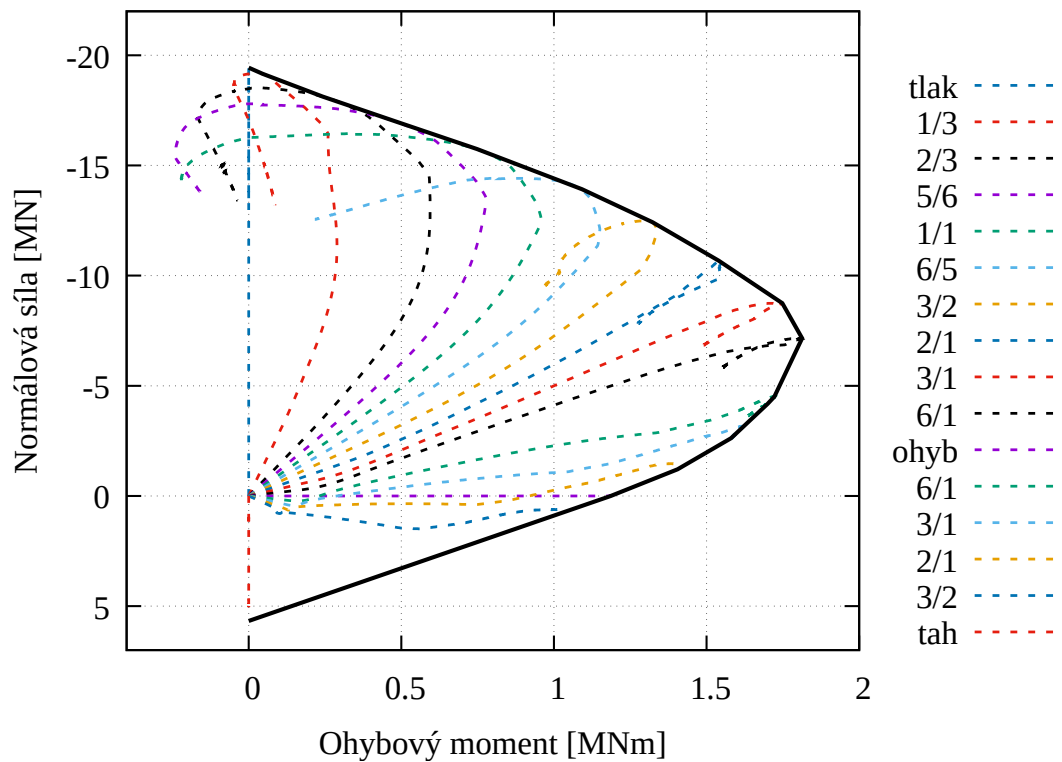
Z porovnání ID na Obrázku 23 vyplývá, že na únosnost prvku velikost malých spirál (při zachování stejného stupně vyztužení) nemá prakticky žádný vliv. Upřednostněn tak může být průměr výhodný z hlediska výroby. O něco málo vyšší únosnost přináší menší výška závitů, tento vliv by ovšem měl být patrnější při modelování celého sloupu, kdy únosnost může ovlivnit vzpěr podélné výztuže a výška závitů určuje její vzpěrnou délku. Největší rozdíly křivek jsou patrné v oblasti maximálních momentů, tedy velké excentricity zatížení. Zatímco v prostém tlaku nejvyšší pevnosti dosahuje konfigurace Y-75-L, při zatěžování dráhou deformace 6/1 (oblast maximálních momentů) je nejvýhodnější uspořádání Y-75-S. Rozdíly jsou však v zásadě bezvýznamné.



**Obrázek 15:** Dráhy zatížení konfigurace Y-75-S.

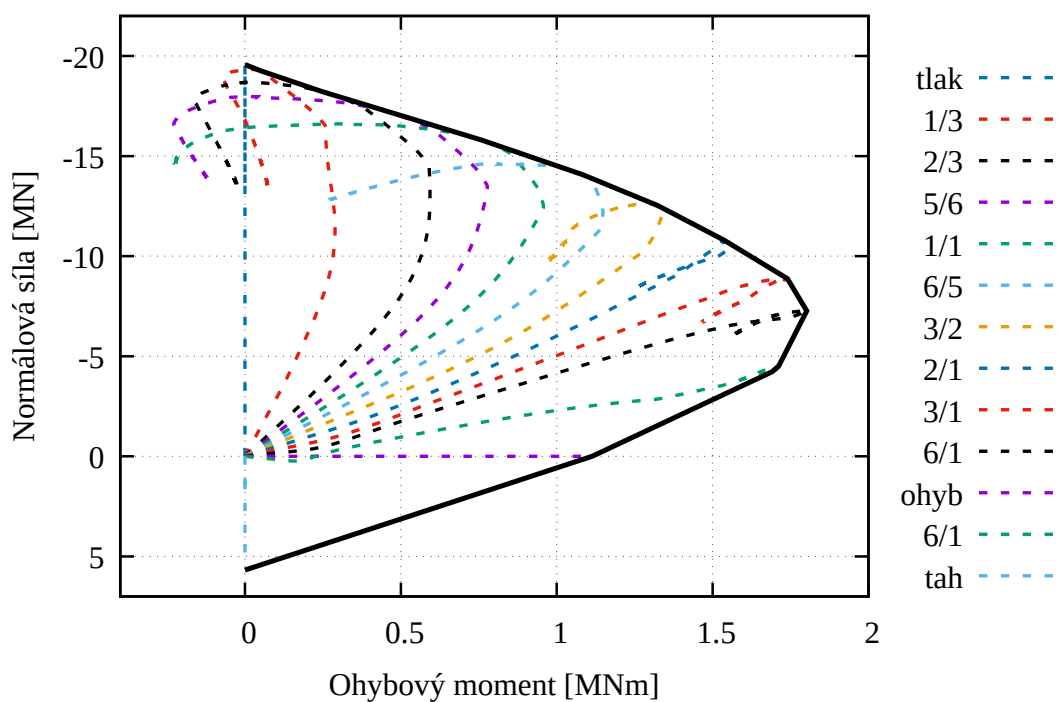


Obrázek 16: Dráhy zatížení konfigurace Y-120-S.



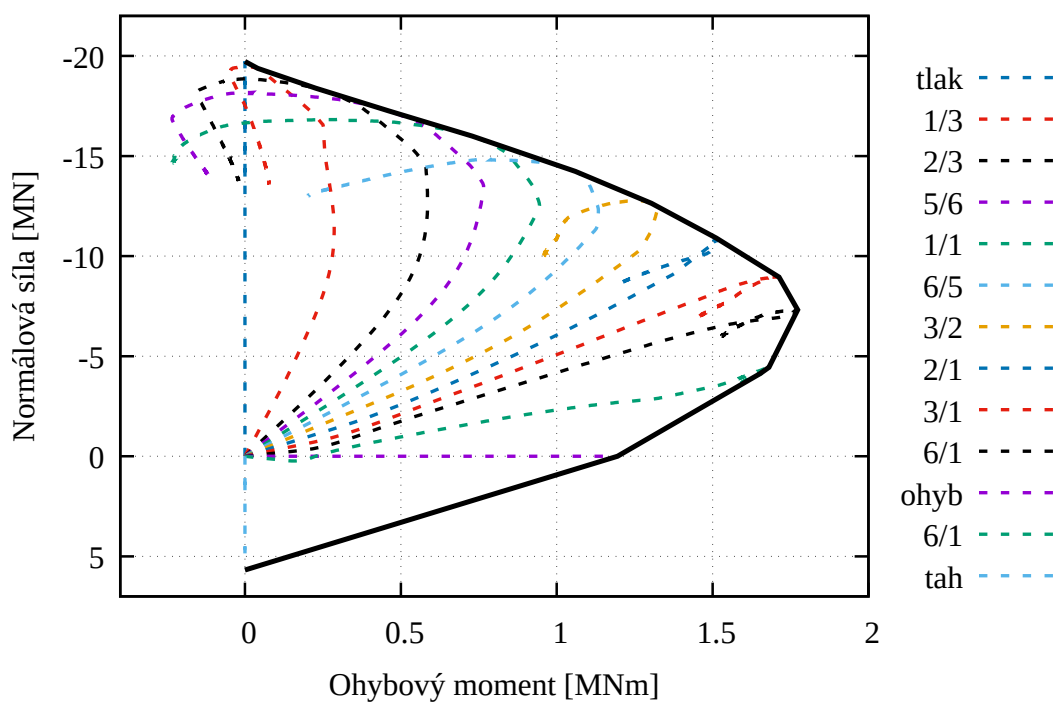
Obrázek 17: Interakční diagram konfigurace Y-75-S:

únosnost v tlaku  $N_c = -19,443 \text{ MN}$ , únosnost v tahu  $N_t = 5,678 \text{ MN}$ .



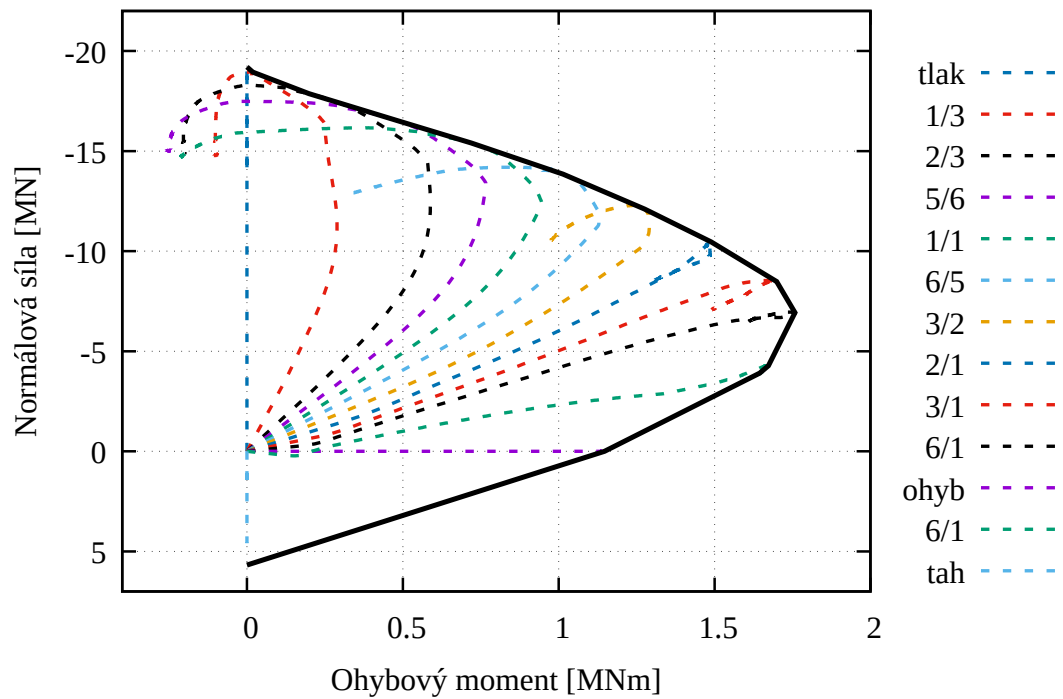
**Obrázek 18:** Interakční diagram konfigurace **Y-75-M**:

únosnost v tlaku  $N_c = -19,573$  MN, únosnost v tahu  $N_t = 5,678$  MN.



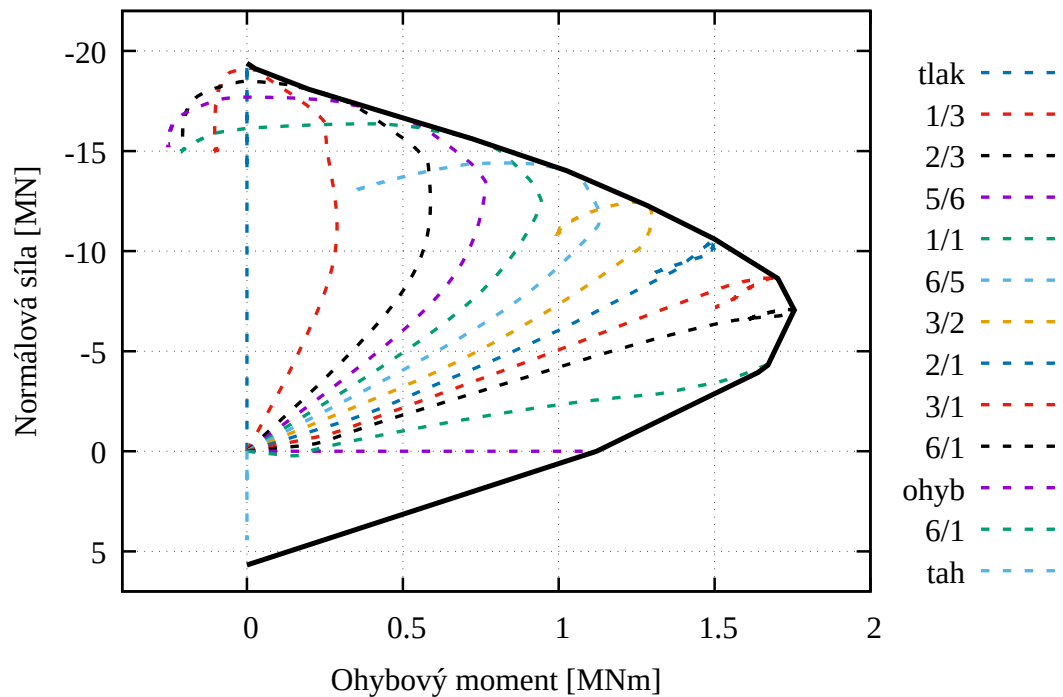
**Obrázek 19:** Interakční diagram konfigurace **Y-75-L**:

únosnost v tlaku  $N_c = -19,723$  MN, únosnost v tahu  $N_t = 5,678$  MN.



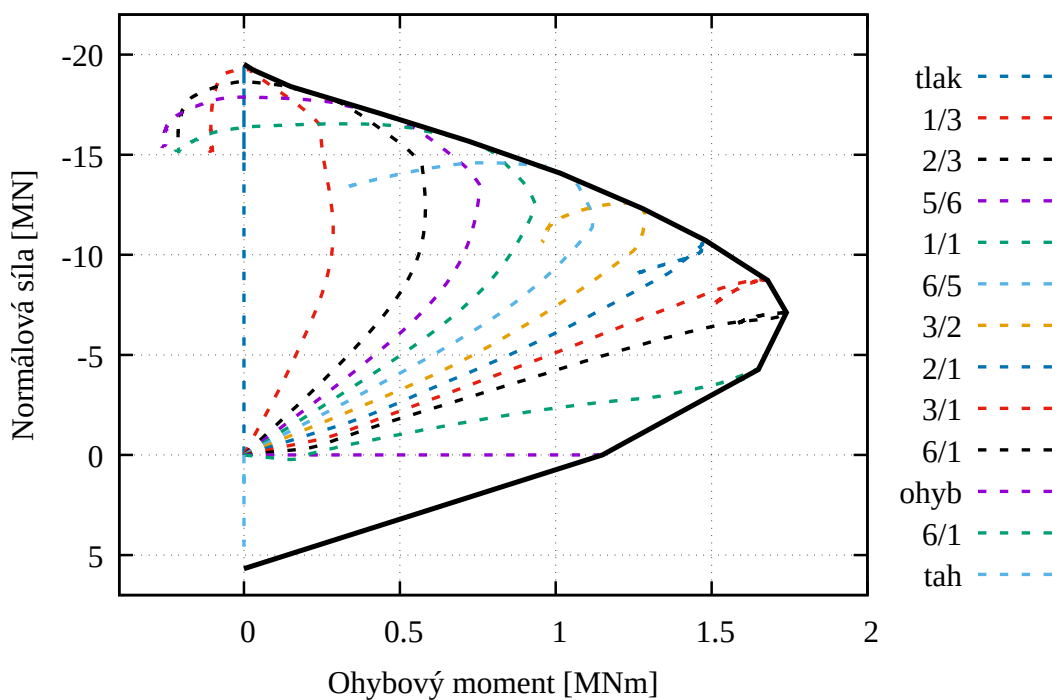
**Obrázek 20:** Interakční diagram konfigurace **Y-120-S**:

únosnost v tlaku  $N_c = -19,205$  MN, únosnost v tahu  $N_t = 5,678$  MN.

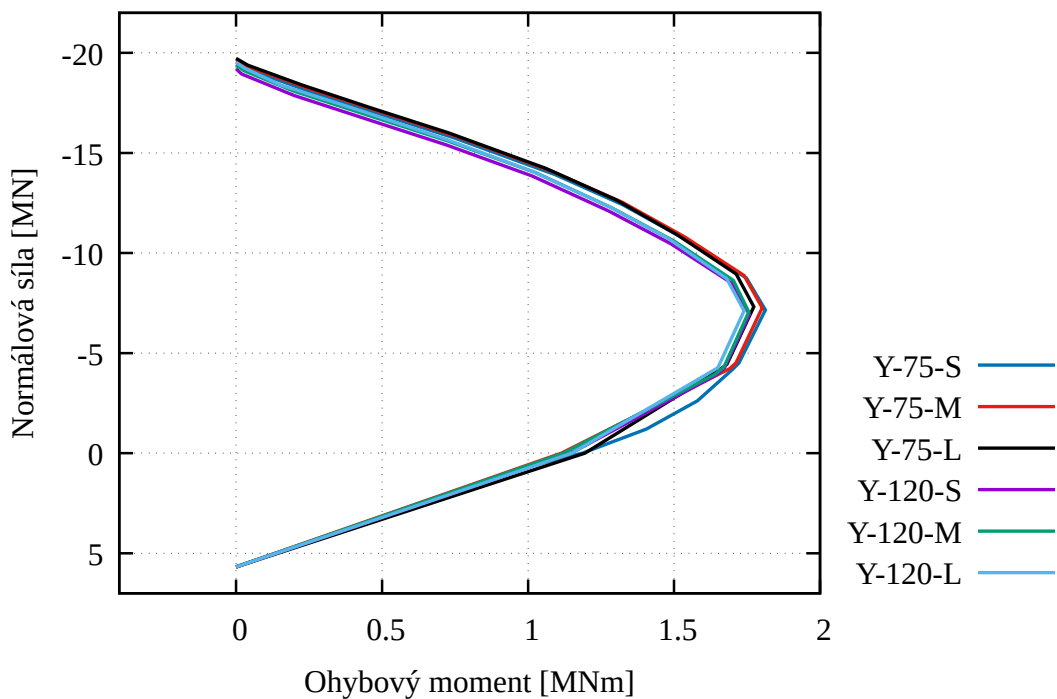


**Obrázek 21:** Interakční diagram konfigurace **Y-120-M**:

únosnost v tlaku  $N_c = -19,390$  MN, únosnost v tahu  $N_t = 5,678$  MN.



**Obrázek 22:** Interakční diagram konfigurace **Y-120-L**:  
únosnost v tlaku  $N_c = -19,521$  MN, únosnost v tahu  $N_t = 5,678$  MN.

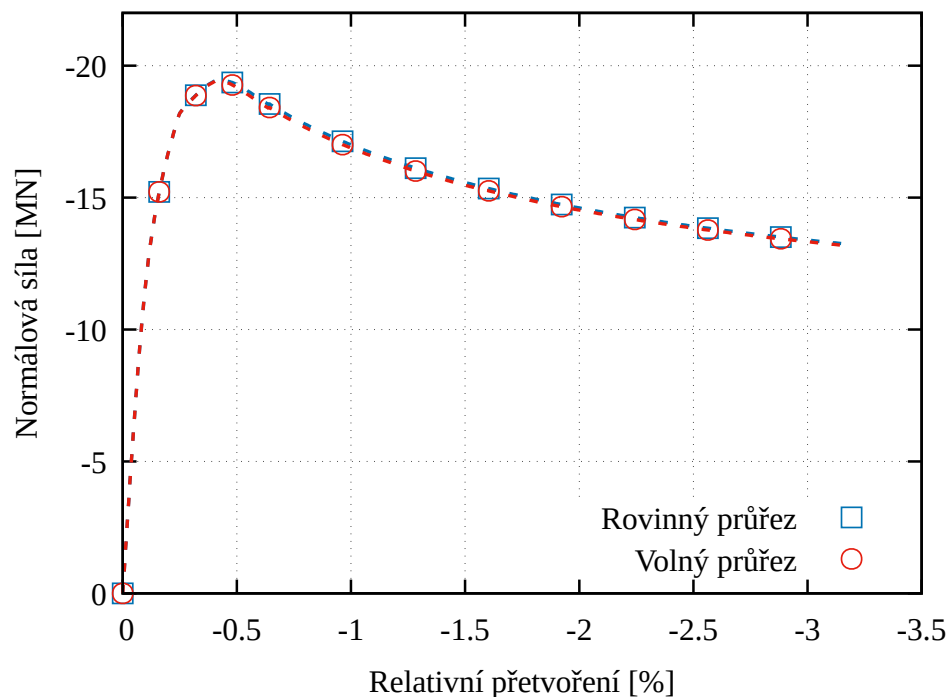


**Obrázek 23:** Porovnání interakčních diagramů vypočtených MKP.

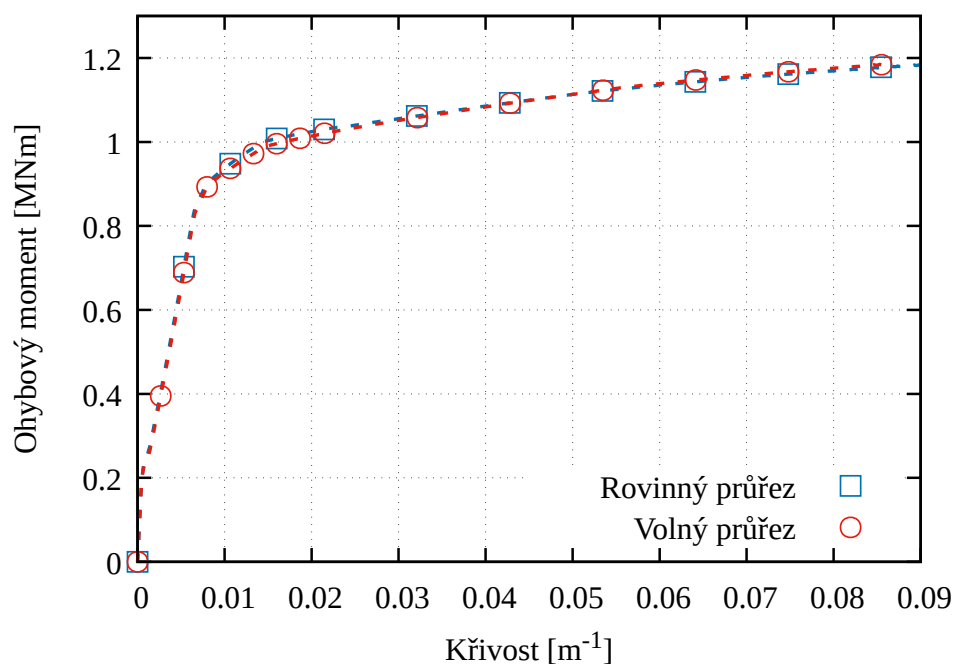


### 3.3.3 Vliv vynucení rovinnosti průřezu

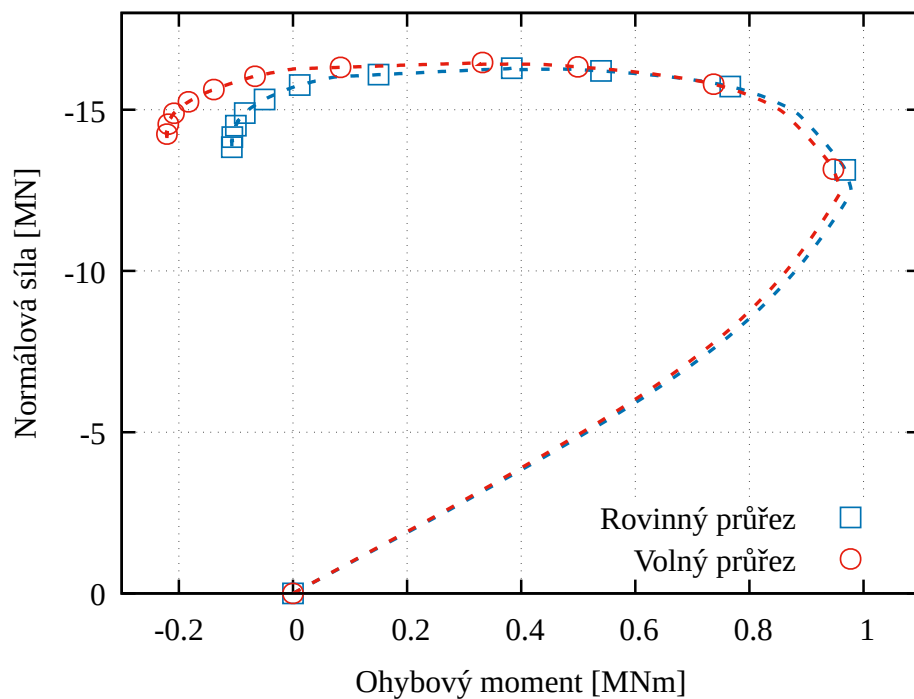
Při výpočtech interakčních diagramů MKP se mohly průřezy libovolně deformovat (například zvlnit), což sice zvyšuje pracnost vytváření výpočetního modelu, avšak také numerickou simulaci přibližuje reálnému chování prvku. U konfigurace Y-75-S byla poté pomocí periodických okrajových podmínek zajištěna rovinnost průřezu a bylo spočteno zatížení prostým tlakem, ohybem a poměrem deformací 1/1. Na Obrázcích 24 až 26 jsou porovnány výsledky numerických simulací spočítaných na modelu s umožněnou volnou deformací průřezu (Volný průřez) a modelu, u kterého bylo zajištěno zachování rovinnosti průřezu (Rovinný průřez). Jak je vidět z obrázků, vynucená rovinnost průřezu výsledky prakticky neovlivní. Model je tudíž možné zjednodušit a deformaci průřezu zanedbat.



**Obrázek 24:** Výsledky výpočtů MKP v prostém tlaku: vliv vynucené rovinnosti průřezu.



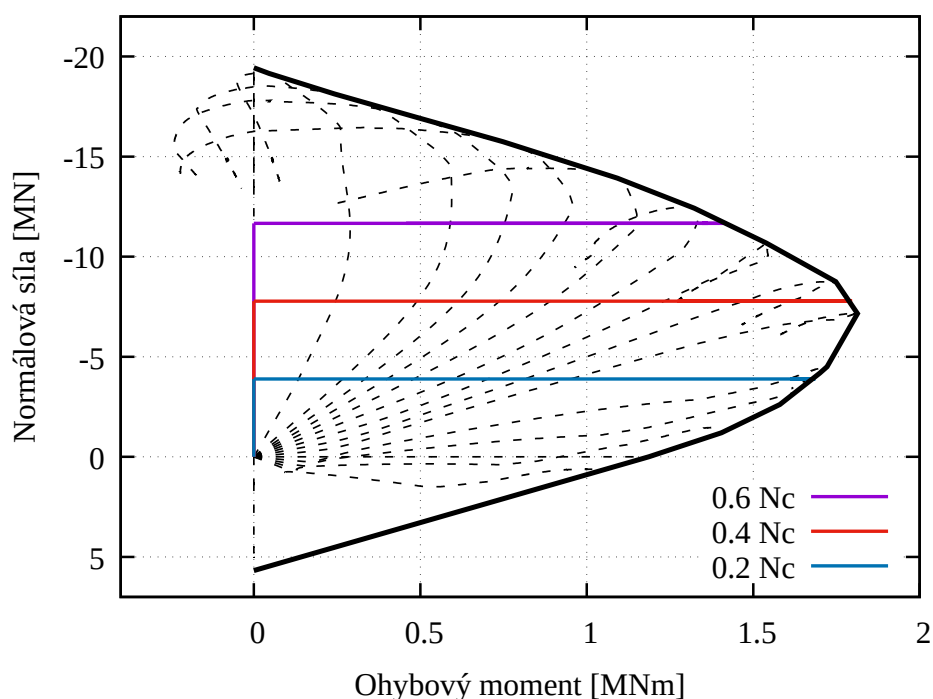
**Obrázek 25:** Výsledky výpočtů MKP v *prostém ohybu*: vliv vynucené rovinnosti průřezu.



**Obrázek 26:** Výsledky výpočtů MKP pro *poměr deformací 1/1*: vliv vynucené rovinnosti průřezu. Závislost normálové síly na ohybovém momentu.

### 3.3.4 Vliv dráhy zatížení

Abychom zjistili vliv dráhy zatížení na únosnost prvku, byl model tentokrát nejprve zatížen lineárně vzrůstající tlakovou silou, která po dosažení určené hodnoty zůstala konstantní, poté bylo předepsáno lineárně vzrůstající natočení (zvyšoval se tudíž ohybový moment). Postup byl aplikován na zvolené konfiguraci Y-75-S, a to pro síly  $F_1 = 0,2N_c$ ,  $F_2 = 0,4N_c$ ,  $F_3 = 0,6N_c$ , přičemž  $N_c = -19,443$  MN je vypočtená únosnost MKP prvku v tlaku. Na Obrázku 27 jsou porovnány výše definované dráhy zatížení s interakčním

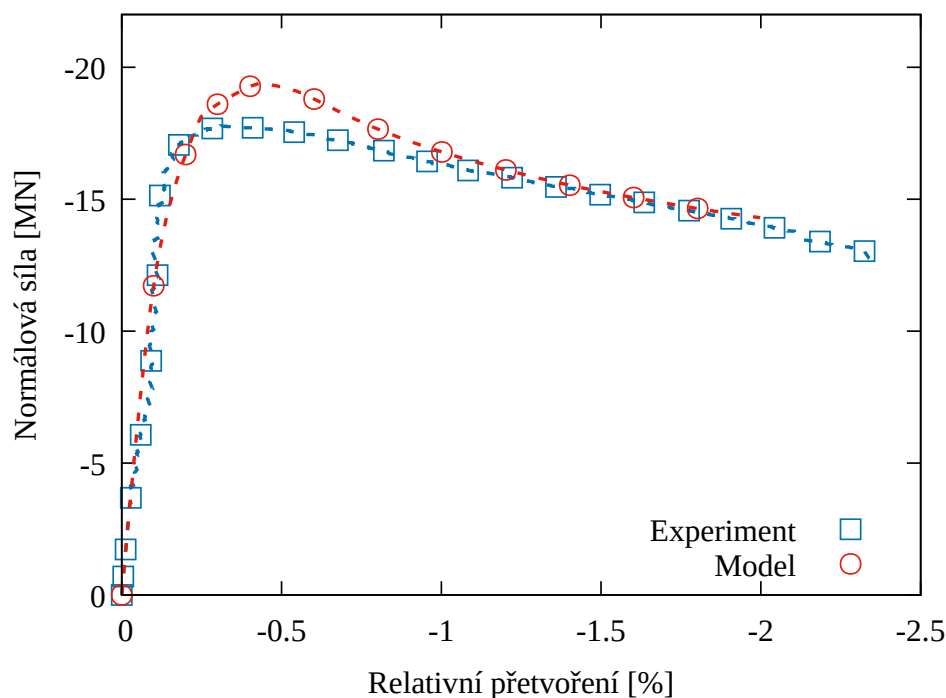


**Obrázek 27:** Y-75-S: vliv dráhy zatížení na únosnost prvku vypočtenou MKP.

diagramem popsaným v kapitole 3.3.2. Je zřejmé, že únosnost, alespoň v tomto případě, dráha zatížení neovlivní, což je u železobetonového prvku neobvyklé.

### 3.3.5 Porovnání Y-120-M s experimentem

Pracovní diagram konfigurace Y-120-M v prostém tlaku spočtený v programu OOFEM je zde porovnáván s výsledky Kuova experimentu [8]. Data zkoušek byla upravena tak, aby odpovídala počáteční tuhost prvku počáteční tuhosti výpočetního modelu. Přestože materiálové charakteristiky byly do modelu zadány tak, aby co nejvíce odpovídaly skutečnosti (použity byly střední hodnoty pevnosti materiálů zjištěné ze zkoušek), model dosahuje vyšší únosnosti. Odlišnost může být dána rozdílnými vlastnostmi betonu malých vzorků, na kterých byly prováděny pevnostní zkoušky, a sloupů, jež byly předmětem výzkumu. Betonová směs byla pravděpodobně připravována jiným způsobem (vzhledem k rozdílnému objemu materiálu), lišit se také mohlo prostředí, v kterém se vzorky po vybetonování nacházely (zejména vlhkost), či způsob ošetřování prvků. Mimo to je samozřejmě model vždy určitou idealizací reálného chování a nepostihuje přesně všechny jevy.



**Obrázek 28:** Pracovní diagram konfigurace Y-120-M v jednoosém tlaku: Model - křivka napočtená MKP, Experiment - upravená data Kuových zkoušek [8].

### 3.3.6 Interakční diagram dle platných norem

Pro referenční konfiguraci výztuže Y-120-M byl proveden ruční výpočet interakčního diagramu (ID) dle ČSN EN 1992-1-1 [5] (viz Obrázek 29) a ACI 318-14 [6] (viz Obrázek 31). Dále byl spočítán ID se střední hodnotou pevnosti betonu v tlaku (v souladu s postupy norem), který mohl být porovnán s ID vypočteným v programu OOFEM.

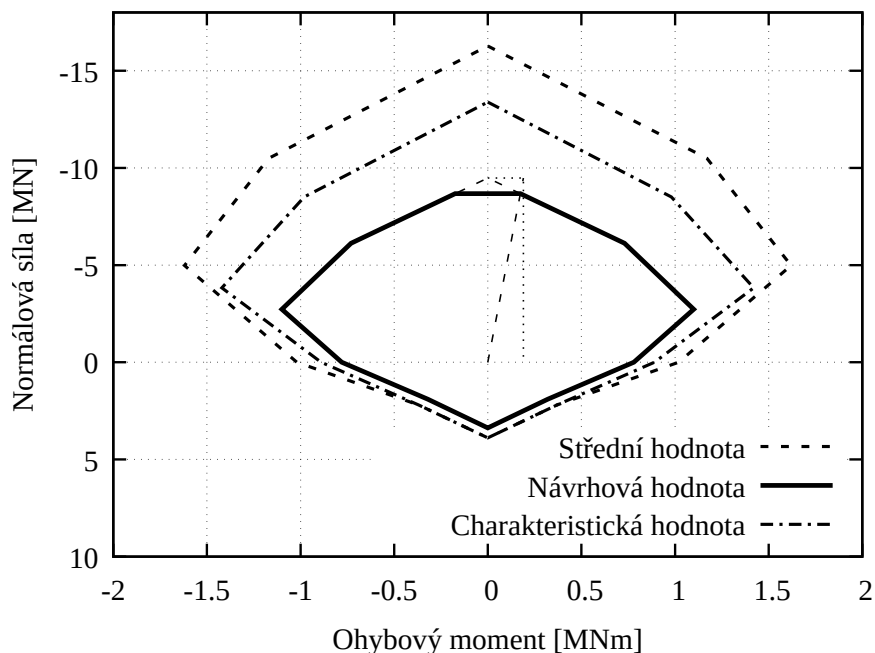
Ani v jednom postupu nebyl zahrnut vliv sevření příčnou výztuží. V Eurokódu 1992 [5] je sice popsána modifikace pracovního diagramu (viz kapitola 2.3.1), avšak absence vztahů pro velikost příčného tlakového napětí v ovinutí znemožňuje aplikaci tohoto postupu. ACI 318-14 [6] oproti tomu rovnou udává, že pevnost prvku vyztuženého třmínky i spirálou je obdobná, pouze vyztužení spirálou zajišťuje výrazně vyšší duktilitu, přičemž efektivita sevření je zajištěna konstrukčními zásadami.

ID dle ČSN EN [5] je charakterizován následujícími 6 body:

- BOD 0 - dostředný tlak
- BOD 1 - nulové přetvoření tažené výztuže
- BOD 2 - napětí v tažené výztuži je na mezi kluzu
- BOD 3 - prostý ohyb
- BOD 4 - nulové přetvoření tlačené výztuže
- BOD 5 - prostý tah

Návrhových hodnot je docíleno redukcí materiálových charakteristik. Zároveň je omezena tlaková únosnost sloupu, jelikož se předpokládá, že vždy bude prvek zatížen silou alespoň s minimální excentricitou  $e_o$  (Obr. 29 - návrhová hodnota). ID byl též spočítán s charakteristickými pevnostmi materiálů (Obr. 29 - charakteristická hodnota) a střední hodnotou pevnosti betonu v tlaku (Obr. 29 - střední hodnota).

Oproti tomu Americká norma ACI 318-14 [6] říká, že sloupy nejsou namáhány tahem, interakční diagram proto sestavuje pouze pro namáhání „v prvním kvadrantu“ mezi prostým tlakem a prostým ohybem. Kromě těchto dvou bodů norma popisuje ještě tzv. balanční bod (ten je ekvivalentní s bodem 2 ČSN EN), kdy je tažená výztuž na mezi

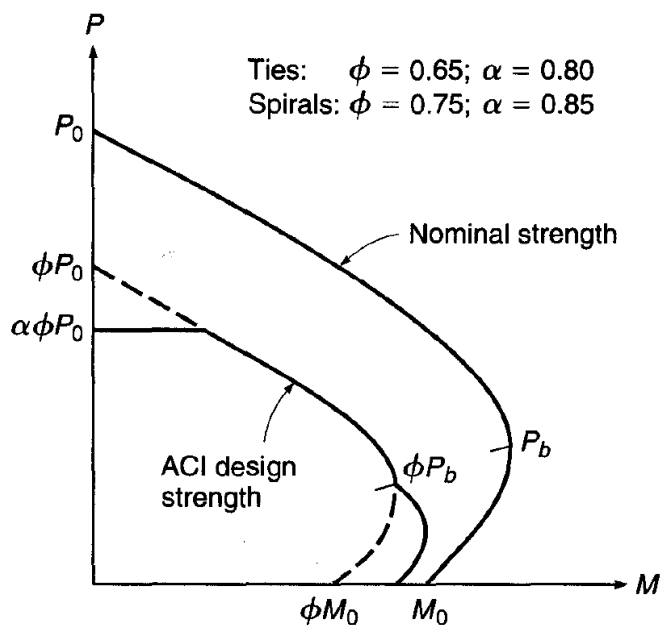


**Obrázek 29:** Interakční diagram dle ČSN EN 1992-1-1 [5]

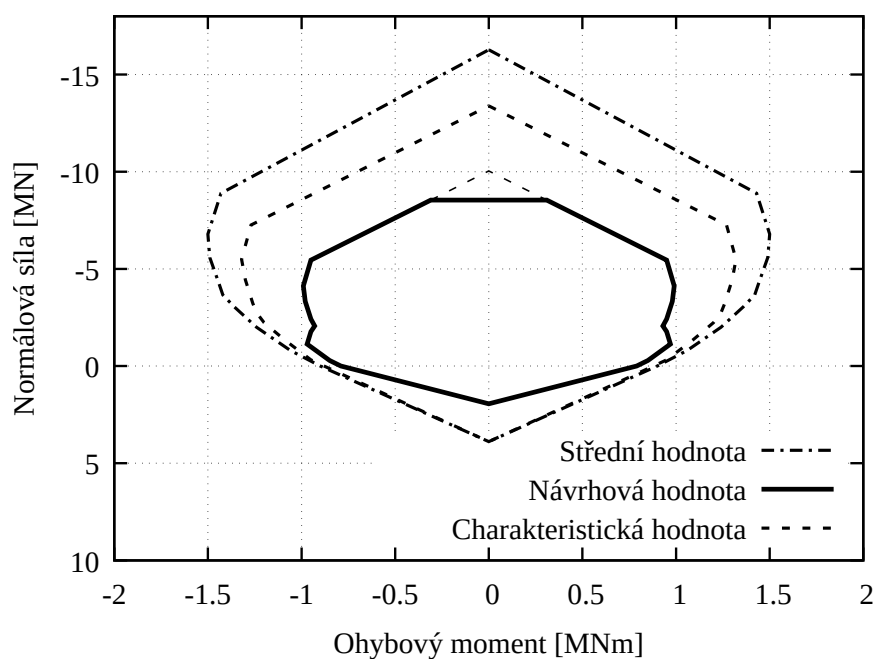
kluzu a přetvoření krajních vláken tlačeného betonu odpovídá mezi porušení. Tento bod zároveň rozděluje křivku na oblast, kdy dochází k porušení prvku tahem (dosažení meze kluzu výztuže, velké excentricity zatížení) a část, kdy se sloup poruší tlakem (rozdrcení betonu, malé excentricity zatížení). Pro potřeby doplnění ID byla spočítána i únosnost prvku v tahu, a to jako tahová únosnost podélné výztuže sloupu, v souladu s navrhováním tažených železobetonových prvků dle ACI 318-14.

ACI 318-14 na rozdíl od ČSN EN 1992 počítá s charakteristickými pevnostmi materiálů (Obr. 31 - charakteristická hodnota) a návrhové únosnosti prvku (Obr. 31 - návrhová hodnota) dosahuje dodatečným přenásobením bezpečnostním součinitelem  $\phi = 0,75$  pro sloupy se spirálovou výztuží.  $\phi$  však lineárně zvyšuje hodnotu v oblasti mezi balančním bodem a prostým ohybem a to v závislosti na přetvoření tažené výztuže (viz Obr. 30). Zároveň je tlaková únosnost sloupu redukována součinitelem  $\alpha = 0,85$ . Tažené železobetonové prvky jsou dle ACI 318-14 obvykle redukovány souč. 0,5. ID byl mimo to spočítán i se střední hodnotou pevnosti betonu v tlaku (Obr. 31 - střední hodnota). Podrobný statický výpočet je přiložen na závěr práce.

Jak je vidět na Obr. 32, křivky ID spočítané s charakteristickými pevnostmi materiálů



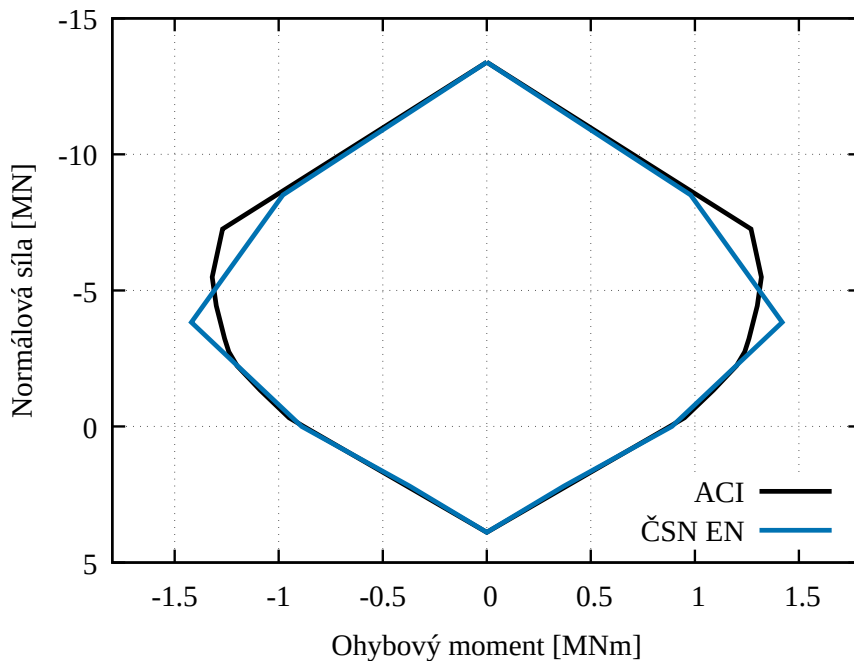
Obrázek 30: ACI [6] bezpečnostní opatření při výpočtu interakčního diagramu [4].



Obrázek 31: Interakční diagram dle ACI 318-14 [6].

se téměř neliší. Rozdíl je patrný v oblasti kolem balančního bodu (bodu 2 ČSN EN), ten je způsoben rozdílnou metodikou norem při převádění pracovního diagramu betonu na ekvivalentní obdélníkový tvar průběhu napětí. Návrhové hodnoty ID (Obr. 33) se již

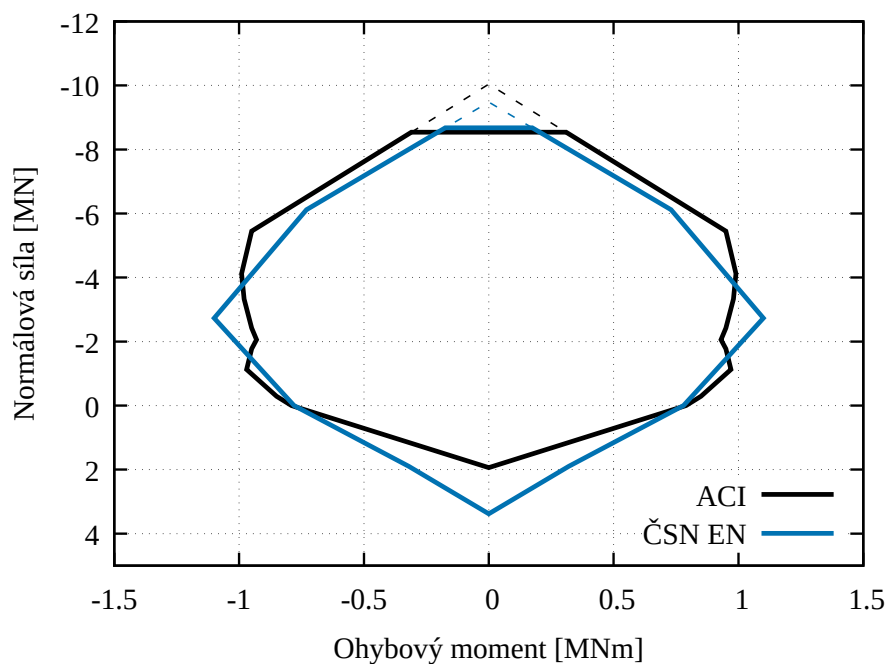
liší více, a to kvůli rozdílným bezpečnostním součinitelům. Nejvýraznější odlišnost je v prostém tahu, kde byla u ID spočítaného dle ACI 318-14 2.3.3 únosnost zredukována na polovinu.



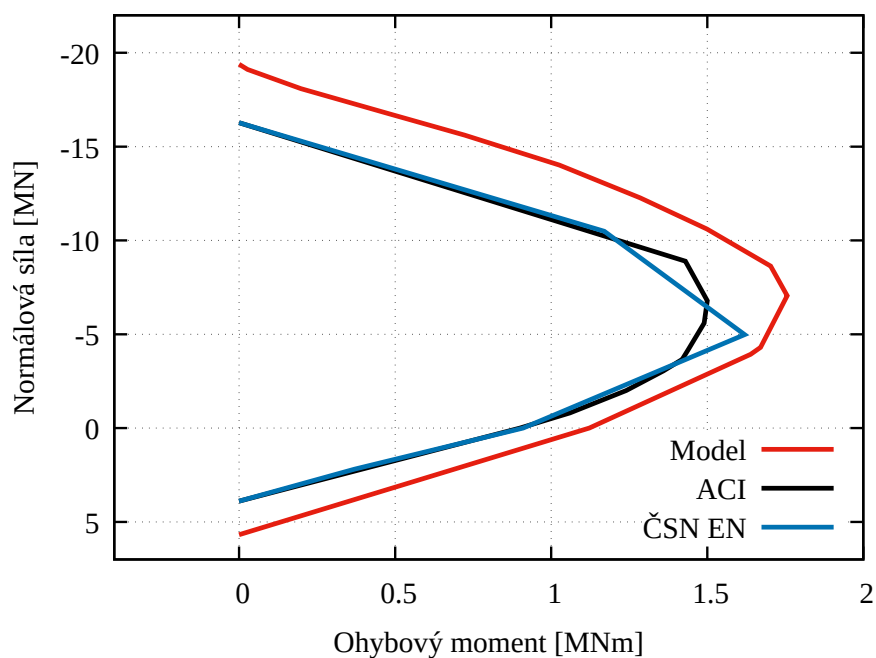
**Obrázek 32:** Porovnání interakčních diagramů spočítaných dle ČSN EN 1992-1-1 [5] a ACI 318-14 [6]: charakteristické hodnoty.

Na Obrázku 34 jsou porovnány křivky ID spočítané se střední hodnotou pevnosti betonu v tlaku dle norem s ID získaným MKP (v modelu použita také střední hodnota pevnosti betonu v tlaku). Plocha mezi křivkami napočtenými ručně a ID spočítaným v programu OOFEM tak vyjadřuje jednak vliv výpočetní metody, jednak vliv sevření betonu na únosnost prvku.





**Obrázek 33:** Porovnání interakčních diagramů spočítaných dle ČSN EN 1992-1-1 [5] a ACI 318-14 [6]: návrhové hodnoty.



**Obrázek 34:** Porovnání interakčních diagramů spočítaných se střední hodnotou pevnosti betonu: Model - MKP, ACI - ručně dle ACI 318-14 [6], ČSN EN - ručně dle ČSN EN 1992-1-1 [5].

## 4 Závěr

Cílem této práce bylo sestavit interakční diagramy pro několik konfigurací vyztužení pěti spirálami a ty následně porovnat, přičemž výpočty byly provedeny metodou konečných prvků v programu OOFEM. Pro zvolené uspořádání výztuže byl také proveden ruční výpočet interakčního diagramu dle platného Eurokódu ČSN EN 1992-1-1 [5] a Americké normy ACI 318-14.

Z numerických simulací provedených metodou konečných prvků v programu OOFEM vyplývá, že na únosnost prvku velikost malých spirál (při zachování stejného stupně vyztužení) nemá prakticky žádný vliv. Upřednostněn tak může být průměr vhodný z hlediska výroby. O něco málo vyšší únosnost přináší menší výška závitů, tento vliv by ovšem mohl být patrnější při modelování celého sloupu, kdy únosnost může ovlivnit vzpěr podélné výztuže a výška závitů určuje její vzpěrnou délku. Nebyl prokázán vliv dráhy zatížení na únosnost prvku.

Doporučené postupy výpočtu ID dle norem vůbec neuvažují zvýšenou pevnost sevřeného betonu. V ČSN EN 1992-1-1 [5] je sice umožněno zahrnutí vlivu modifikací pracovního diagramu, avšak absence vztahů pro velikost příčného tlakového napětí v ovinutí znemožňuje aplikaci tohoto postupu. ACI 318-14 [6] oproti tomu rovnou udává, že pevnost prvku vyztuženého třmínky i spirálou je obdobná, pouze vyztužení spirálou zajišťuje výrazně vyšší duktilitu, přičemž efektivita sevření je zajištěna konstrukčními zásadami. Bylo by tedy výhodné rozšířit Eurokód o podrobnější vztahy popisující chování sevřeného betonu a umožnit tak využití jeho zvýšené pevnosti pro návrh ekonomičtějších konstrukcí.

## Reference

- [1] Model Code 2010, Final draft, Volume 2, 2012.
- [2] G. G. Balmer. *Shearing strength of concrete under high triaxial stress: Computation of Mohr's envelope as a curve (Structural Research Laboratory Report)*. U. S. Bureau of Reclamation, 1944.
- [3] Peter Grassl, Dimitrios Xenos, Ulrika Nyström, Rasmus Rempling, and Kent Gylltoft. CDPM2: A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 50(24):3805 – 3816, 2013.
- [4] Arthur H. Nilson, David Darwin, and Charles W. Dolan. *DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES, FOURTEENTH EDITION*. McGraw-Hill, and business unit of The McGraw-Hill Companies, Inc., 1221 Avenue of the Americas, New York, NY 10020., 14 edition, 2010.
- [5] ČSN EN 1992-1-1 (73 1201) Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, 2006.
- [6] Building code requirements for structural concrete and commentary, 2014.
- [7] Model Code 2010, Final draft, Volume 1, 2012.
- [8] M.T. Kuo. *Axial Compression Tests and Optimization Study of 5-Spiral Rectangular RC Columns, Master Thesis (in Chinese)*. National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, 2008.
- [9] Ching-Yu Liang, Cheng-Chih Chen, Cheng-Chiang Weng, Samuel Y.-L. Yin, and Jui-Chen Wang. Axial compressive behavior of square composite columns confined by multiple spirals. *Journal of Constructional Steel Research*, 103:230–240, 2013.
- [10] J. B. Mander, M. N. J. Priestley, and N. Park. *Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete*. ASCE, 1988.
- [11] Ltd. MIDAS Information Technology Co. Fiber material properties, 1989.

- 
- [12] Shahab Mojaddad. The effect of confinement with steel on seismic behavior of reinforced concrete frames. In *4th. International Congress on Civil Engineering , Architecture and Urban Development 27-29 December 2016*, 02 2016.
- [13] Michael N. Fardis. *Seismic Design, Assessment and Retrofitting of Concrete Buildings*. Springer Science+Business Media B.V., 2009.
- [14] Yu-Chen Ou, Si-Huy Ngo, Hwasung Roh, Samuel Y. Yin, Jui-Chen Wang, and Ping-Hsiung Wang. Seismic performance of concrete columns with innovative seven- and eleven-spiral reinforcement. *Aci Structural Journal*, 112:579–592, 2015.
- [15] B. Patzák. OOFEM home page. <http://www.oofem.org>, 2000.
- [16] B. Patzák. OOFEM - an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. *Acta Polytechnica*, 52(6):59–66, 2012.
- [17] Sandor Popovics. Numerical approach to complete stress–strain curve of concrete. *Cement and Concrete Research*, 3:583–599, 09 1973.
- [18] F. E. Richart, A. Brandtzaeg, and R. L. Brown. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses, 1928.
- [19] Tzu-Liang Wu, Yu-Chen Ou, Samuel Y.-L. Yin, Jui-Chen Wang, Ping-Hsiung Wang, and Si-Huy Ngo. Behavior of oblong and rectangular bridge columns with conventional tie and multi-spiral transverse reinforcement under combined axial and flexural loads. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 36:980–993, 2013.
- [20] Samuel Y.-L. Yin, Tzu-Liang Wu, Tony C. Liu, Shamim A. Sheikh, and Raymond Wang. Interlocking spiral confinement for rectangular columns. *Concrete international*, 33:38 – 45, 2011.

# PŘÍLOHA

## INTERAKČNÍ DIAGRAM DLE ČSN EN

### NÁVRHOVÉ HODNOTY

#### MATERIÁL

Beton

$$f_{cm} := 34.4 \text{ MPa}$$

$$f_{ck} := f_{cm} - 8 \text{ MPa} = 26.4 \text{ MPa}$$

$$\gamma_c := 1.5$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 17.6 \text{ MPa}$$

$$E_c := 32.42 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_{cu} := 3.5 \cdot 10^{-3}$$

Podélná výztuž

$$f_{ym} := 495 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} := f_{ym} = 495 \text{ MPa}$$

$$\gamma_s := 1.15$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 430.43 \text{ MPa}$$

$$E_s := 200 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_{yd} := \frac{f_{yd}}{E_s} = 2.15 \cdot 10^{-3}$$

#### GEOMETRIE

$$b := 0.6 \text{ m}$$

$$h := 0.6 \text{ m}$$

$$A := b \cdot h = 0.36 \text{ m}^2$$

Podélná výztuž

$$\phi := 25 \text{ mm}$$

$$A_{si} := \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} = 490.87 \text{ mm}^2$$

$$A_s := 16 \cdot A_{si} = (7.85 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} := 7 \cdot A_{si} = (3.44 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{s2} := A_{s1} = (3.44 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{s3} := 2 \cdot A_{si} = 981.75 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_s := 400 \text{ MPa}$$

#### BOD 0 - DOSTŘEDNÝ TLAK

$$N_{Rd,0} := -A \cdot f_{cd} - A_s \cdot \sigma_s = -9.48 \text{ MN}$$

$$M_{Rd,0} := 0$$

#### OMEZENÍ TLAKOVÉ ÚNOSNOSTI

$$e_0 := \max\left(\frac{h}{30}, 20 \text{ mm}\right) = 20 \text{ mm}$$

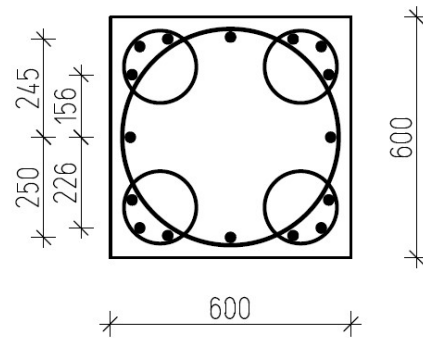
$$M_0 := -N_{Rd,0} \cdot e_0 = 0.19 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

#### BOD 1 - NULOVÉ PŘETVOŘENÍ TAŽENÉ VÝZTUŽE

$$\varepsilon_{s3} := \frac{\varepsilon_{cu}}{d} \cdot z_{s2} = 1.46 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{yd} = 2.15 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := E_s \cdot \varepsilon_{s3} = 292.12 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd,1} := -0.8 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - A_{s1} \cdot f_{yd} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -6.12 \text{ MN}$$

$$M_{Rd,1} := 0.8 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 d\right) + A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot z_{s1} = 0.73 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

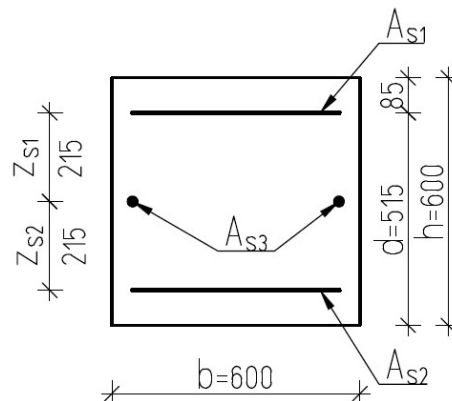


Rameno

$$z_{s1} := \frac{250 + 2 \cdot 245 + 2 \cdot 226 + 2 \cdot 156}{7} \text{ mm} = 215 \text{ mm}$$

$$z_{s2} := z_{s1} = 215 \text{ mm}$$

$$d := z_{s1} + \frac{h}{2} = 515 \text{ mm}$$



## BOD 2 - NAPĚTÍ V TAŽENÉ VÝZTUŽI JE NA MEZI KLUZU

$$\xi_{bal} := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = 0.619$$

$$x_{bal} := \xi_{bal} \cdot d = 319 \text{ mm}$$

Přetvoření tlačené výztuže

$$d_2 := 85 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x_{bal}}\right) = 2.57 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{yd} = 2.15 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := f_{yd} = 430.43 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s3} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{h}{2 x_{bal}}\right) = 2.07 \cdot 10^{-4} < \varepsilon_{yd} = 2.15 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := E_s \cdot \varepsilon_{s3} = 41.31 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd.2} := -0.8 \cdot b \cdot x_{bal} \cdot f_{cd} - A_{s1} \cdot f_{yd} + A_{s2} \cdot f_{yd} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -2.73 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.2} := 0.8 \cdot b \cdot x_{bal} \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 x_{bal}\right) + A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot z_{s2} = 1.1 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

## BOD 3 - PROSTÝ OHYB

$$x := 131.675 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x}\right) = 1.24 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := E_s \cdot \varepsilon_{s1} = 248.13 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s3} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h}{2x} - 1\right) = 4.47 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s3} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s2} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d}{x} - 1\right) = 0.01$$

$$N_{Rd.3} := 0.8 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} - A_{s2} \cdot f_{yd} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = 0 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.3} := 0.8 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 \cdot x\right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot z_{s2} = 0.78 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

## BOD 4 - NULOVÉ PŘETVOŘENÍ TLAČENÉ VÝZTUŽE

$$N_{Rd.4} := (A_{s2} + A_{s3}) \cdot f_{yd} = 1.9 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.4} := A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot z_{s2} = 0.32 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

## BOD 5 - PROSTÝ TAH

$$N_{Rd.5} := A_s \cdot f_{yd} = 3.38 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.5} := 0$$

## CHARAKTERISTICKÉ HODNOTY

$$\varepsilon_{yk} := \frac{f_{yk}}{E_s} = 2.48 \cdot 10^{-3}$$

### BOD 0 - DOSTŘEDNÝ TLAK

$$N_{RK.0} := -A \cdot f_{ck} - A_s \cdot f_{yk} = -13.39 \text{ MN}$$

$$M_{RK.0} := 0$$

### BOD 1 - NULOVÉ PŘETVOŘENÍ TAŽENÉ VÝZTUŽE

$$\varepsilon_{s3} := \frac{\varepsilon_{cu}}{d} \cdot z_{s2} = 1.46 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := E_s \cdot \varepsilon_{s3} = 292.12 \text{ MPa}$$

$$N_{RK.1} := -0.8 \cdot b \cdot d \cdot f_{ck} - A_{s1} \cdot f_{yk} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -8.51 \text{ MN}$$

$$M_{RK.1} := 0.8 \cdot b \cdot d \cdot f_{ck} \cdot \left( \frac{h}{2} - 0.4 d \right) + A_{s1} \cdot f_{yk} \cdot z_{s1} = 0.98 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

### BOD 2 - NAPĚTÍ V TAŽENÉ VÝZTUŽI JE NA MEZI KLUZU

$$\xi_{bal} := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yk}} = 0.586$$

$$x_{bal} := \xi_{bal} \cdot d = 302 \text{ mm}$$

Přetvoření tlačené výztuže

$$d_2 := 85 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{cu} \cdot \left( 1 - \frac{d_2}{x_{bal}} \right) = 2.51 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := f_{yk} = 495 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s3} := \varepsilon_{cu} \cdot \left( 1 - \frac{h}{2 x_{bal}} \right) = 1.85 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := E_s \cdot \varepsilon_{s3} = 3.69 \text{ MPa}$$

$$N_{RK.2} := -0.8 \cdot b \cdot x_{bal} \cdot f_{ck} - A_{s1} \cdot f_{yk} + A_{s2} \cdot f_{yk} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -3.83 \text{ MN}$$

$$M_{RK.2} := 0.8 \cdot b \cdot x_{bal} \cdot f_{ck} \cdot \left( \frac{h}{2} - 0.4 x_{bal} \right) + A_{s1} \cdot f_{yk} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.42 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

### BOD 3 - PROSTÝ OHYB

$$x := 118.693 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x}\right) = 9.94 \cdot 10^{-4} \quad \sigma_{s1} := E_s \cdot \varepsilon_{s1} = 198.71 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s3} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h}{2x} - 1\right) = 5.35 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s3} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s2} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d}{x} - 1\right) = 0.01$$

$$N_{Rk.3} := 0.8 \cdot b \cdot x \cdot f_{ck} + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} - A_{s2} \cdot f_{yk} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = 0 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.3} := 0.8 \cdot b \cdot x \cdot f_{ck} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 \cdot x\right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 0.89 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

### BOD 4 - NULOVÉ PŘETVOŘENÍ TLAČENÉ VÝTUŽE

$$N_{Rk.4} := (A_{s2} + A_{s3}) \cdot f_{yk} = 2.19 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.4} := A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 0.37 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

### BOD 5 - PROSTÝ TAH

$$N_{Rk.5} := A_s \cdot f_{yk} = 3.89 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.5} := 0$$

### STŘEDNÍ HODNOTY

$$\varepsilon_{ym} := \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3}$$

### BOD 0 - DOSTŘEDNÝ TLAK

$$N_{Rm.0} := -A \cdot f_{cm} - A_s \cdot f_{yk} = -16.27 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.0} := 0$$

### BOD 1 - NULOVÉ PŘETVOŘENÍ TAŽENÉ VÝTUŽE

$$\varepsilon_{s3} := \frac{\varepsilon_{cu}}{d} \cdot z_{s2} = 1.46 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := E_s \cdot \varepsilon_{s3} = 292.12 \text{ MPa}$$

$$N_{Rm.1} := -0.8 \cdot b \cdot d \cdot f_{cm} - A_{s1} \cdot f_{yk} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -10.49 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.1} := 0.8 \cdot b \cdot d \cdot f_{cm} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 \cdot d\right) + A_{s1} \cdot f_{yk} \cdot z_{s1} = 1.17 \text{ MN} \cdot \text{m}$$



## BOD 2 - NAPĚTÍ V TAŽENÉ VÝZTUŽI JE NA MEZI KLUZU

$$\xi_{bal} := \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yk}} = 0.586$$

$$x_{bal} := \xi_{bal} \cdot d = 302 \text{ mm}$$

Přetvoření tlačené výztuže

$$d_2 := 85 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x_{bal}}\right) = 2.51 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := f_{yk} = 495 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s3} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{h}{2 x_{bal}}\right) = 1.85 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{yk} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := E_s \cdot \varepsilon_{s3} = 3.69 \text{ MPa}$$

$$N_{Rm.2} := -0.8 \cdot b \cdot x_{bal} \cdot f_{cm} - A_{s1} \cdot f_{yk} + A_{s2} \cdot f_{yk} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -4.98 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.2} := 0.8 \cdot b \cdot x_{bal} \cdot f_{cm} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 x_{bal}\right) + A_{s1} \cdot f_{yk} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.62 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

## BOD 3 - PROSTÝ OHYB

$$x := 104.856 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x}\right) = 6.63 \cdot 10^{-4} \quad \sigma_{s1} := E_s \cdot \varepsilon_{s1} = 132.56 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s3} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h}{2x} - 1\right) = 6.51 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s3} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{s2} := \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d}{x} - 1\right) = 0.01$$

$$N_{Rm.3} := 0.8 \cdot b \cdot x \cdot f_{cm} + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} - A_{s2} \cdot f_{yk} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = 0 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.3} := 0.8 \cdot b \cdot x \cdot f_{cm} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4 \cdot x\right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 0.91 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

## BOD 4 - NULOVÉ PŘETVOŘENÍ TLAČENÉ VÝZTUŽE

$$N_{Rm.4} := (A_{s2} + A_{s3}) \cdot f_{yk} = 2.19 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.4} := A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 0.37 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

## BOD 5 - PROSTÝ TAH

$$N_{Rm.5} := A_s \cdot f_{yk} = 3.89 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.5} := 0$$

## INTERAKČNÍ DIAGRAM DLE ACI

### MATERIÁL

Beton

$$f_{cm} := 34.4 \text{ MPa}$$

$$f_{ck} := f_{cm} - 8 \text{ MPa} = 26.4 \text{ MPa}$$

$$E_c := 32.42 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_{cu} := 3 \cdot 10^{-3}$$

Podélná výztuž

$$f_{ym} := 495 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} := f_{ym} = 495 \text{ MPa}$$

$$E_s := 200 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_{yk} := \frac{f_{yk}}{E_s} = 2.48 \cdot 10^{-3}$$

Spirály

$$f_{yt} := 473 \text{ MPa}$$

### GEOMETRIE

$$b := 0.6 \text{ m}$$

$$h := 0.6 \text{ m}$$

$$A := b \cdot h = 0.36 \text{ m}^2$$

$$v := 0.12 \text{ m}$$

$$A_{ch} := 280537 \text{ mm}^2$$

výška segmentu

plocha jádra

Podélná výztuž

$$\phi := 25 \text{ mm}$$

$$A_{si} = 490.87 \text{ mm}^2$$

$$A_s = (7.85 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} := 7 \cdot A_{si} = (3.44 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{s2} = (3.44 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{s3} = 981.75 \text{ mm}^2$$

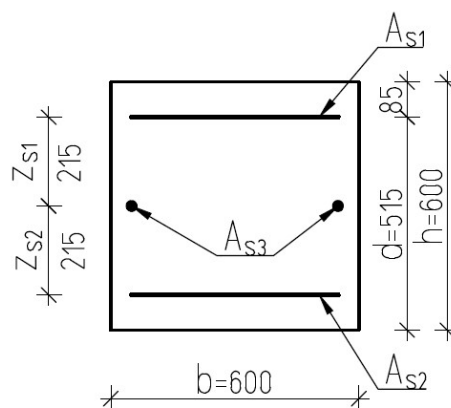
Rameno

$$z_{s1} = 215 \text{ mm}$$

$$z_{s2} = 215 \text{ mm}$$

$$d = 515 \text{ mm}$$

$$d_2 = 85 \text{ mm}$$



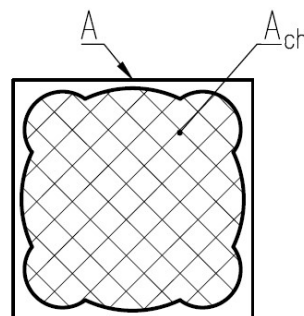
### STUPEŇ VYZTUŽENÍ JÁDRA SLOUPY SE SPIRÁLOVOU VÝZTUŽÍ

$$\rho_{s,min} := 0.45 \cdot \left( \frac{A}{A_{ch}} - 1 \right) \cdot \frac{f_{ck}}{f_{yt}} = 0.71\%$$

minimální stupeň vyztužení jádra příčnou výztuží dle ACI

$$V_s := 523554.63 \text{ mm}^3 \text{ objem příčné výztuže segmentu}$$

$$\rho_s := \frac{V_s}{A_{ch} \cdot v} = 1.56\% > \rho_{s,min} = 0.71\% \text{ vyhovuje}$$



### BEZPEČNOSTNÍ SOUČINITELE

pro sloupy se spirálovou výztuží

$$\phi := 0.75 \quad \text{pro} \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yk}$$

mezitím lineární interpolace

$$\phi := 0.9 \quad \text{pro} \quad \varepsilon_s := 0.005$$

$$\alpha := 0.85$$

## INTERAKČNÍ DIAGRAM

### 1) DOSTŘEDNÝ TLAK

$$N_{Rk.1} := -A \cdot f_{ck} - A_s \cdot f_{yk} = -13.39 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.1} := 0$$

$$\phi := 0.75 \quad \alpha := 0.85$$

$$\phi \cdot N_{Rk.1} = -10.04 \text{ MN}$$

$$N_{Rm.1} := -A \cdot f_{cm} - A_s \cdot f_{yk} = -16.27 \text{ MN}$$

$$N_{Rd.1} := \phi \cdot \alpha \cdot N_{Rk.1} = -8.54 \text{ MN}$$

### 2) VYVÁŽENÉ PORUŠENÍ (stejně jako bod 2 ČSN EN)

$$\phi := 0.75$$

$$x_b := d \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{yk}} = 282.11 \text{ mm}$$

$$\beta_1 := 0.8$$

$$a := \beta_1 \cdot x_b = 225.69 \text{ mm}$$

$$\epsilon_{s1} := \frac{x_b - d_2}{x_b} \cdot \epsilon_{cu} = 2.1 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{s1} := \epsilon_{s1} \cdot E_s = 419.22 \text{ MPa} \quad \text{tlak}$$

$$\epsilon_{s3} := \frac{\frac{h}{2} - x_b}{x_b} \cdot \epsilon_{cu} = 1.9 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{s3} := \epsilon_{s3} \cdot E_s = 38.04 \text{ MPa} \quad \text{tah}$$

$$N_{Rk.2} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -2.74 \text{ MN}$$

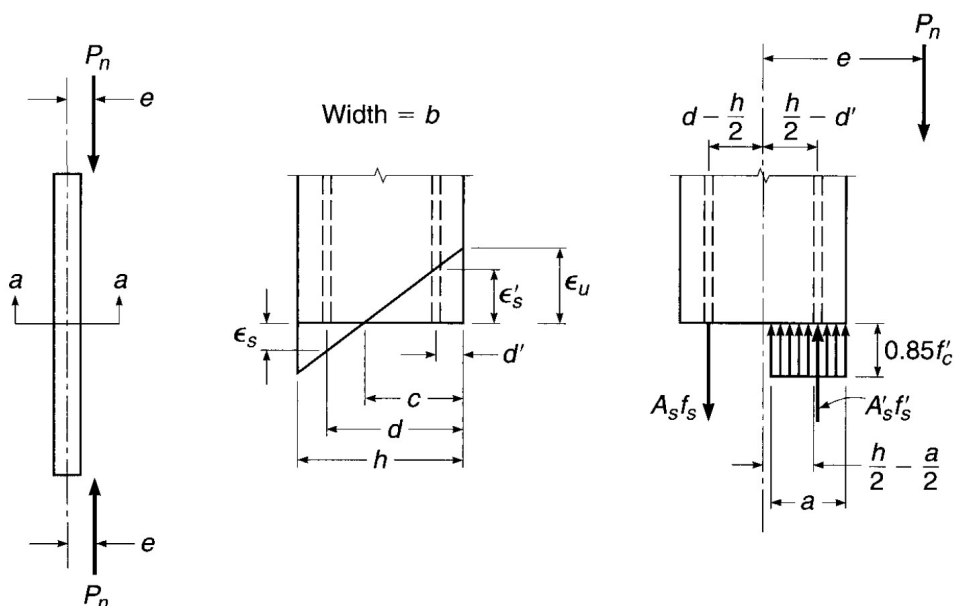
$$M_{Rk.2} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.24 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rm.2} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -3.66 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.2} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.42 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rd.2} := \phi \cdot N_{Rk.2} = -2.06 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.2} := \phi \cdot M_{Rk.2} = 0.93 \text{ MN} \cdot \text{m}$$



### 3) PORUŠENÍ TLAKEM

$$\phi := 0.75$$

a)  $x := 500 \text{ mm}$

$$a := \beta_1 \cdot x = 400 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{s1} := \frac{x - d_2}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 2.49 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s1} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa} \quad \text{tlak}$$

$$\varepsilon_{s2} := \frac{d - x}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 8.91 \cdot 10^{-5} \quad \sigma_{s2} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s2} \cdot E_s) = 17.83 \text{ MPa} \quad \text{tah}$$

$$\varepsilon_{s3} := \frac{x - \frac{h}{2}}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 1.2 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s3} \cdot E_s) = 240 \text{ MPa} \quad \text{tlak}$$

$$N_{Rk.3} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -7.26 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.3} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.27 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rm.3} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -8.89 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.3} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.43 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rd.3} := \phi \cdot N_{Rk.3} = -5.45 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.3} := \phi \cdot M_{Rk.3} = 0.95 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

b)  $x := 400 \text{ mm}$

$$a = 320 \text{ mm}$$

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{s1} = 2.36 \cdot 10^{-3} & \sigma_{s1} = 472.5 \text{ MPa} & \text{tlak} \\ \varepsilon_{s2} = 8.61 \cdot 10^{-4} & \sigma_{s2} = 172.29 \text{ MPa} & \text{tah} \\ \varepsilon_{s3} = 7.5 \cdot 10^{-4} & \sigma_{s3} = 150 \text{ MPa} & \text{tlak} \end{array}$$

$$N_{Rk.3} = -5.49 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.3} = 1.32 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rm.3} = -6.79 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.3} = 1.5 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rd.3} := \phi \cdot N_{Rk.3} = -4.12 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.3} := \phi \cdot M_{Rk.3} = 0.99 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

c)  $x := 350 \text{ mm}$

$$a = 280 \text{ mm}$$

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{s1} = 2.27 \cdot 10^{-3} & \sigma_{s1} = 454.29 \text{ MPa} & \text{tlak} \\ \varepsilon_{s2} = 1.41 \cdot 10^{-3} & \sigma_{s2} = 282.61 \text{ MPa} & \text{tah} \\ \varepsilon_{s3} = 4.29 \cdot 10^{-4} & \sigma_{s3} = 85.71 \text{ MPa} & \text{tlak} \end{array}$$

$$N_{Rk.3} = -4.44 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.3} = 1.3 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rm.3} = -5.59 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.3} = 1.49 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$N_{Rd.3} := \phi \cdot N_{Rk.3} = -3.33 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.3} := \phi \cdot M_{Rk.3} = 0.98 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

d)  $x := 300 \text{ mm}$

$a = 240 \text{ mm}$

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{s1} = 2.15 \cdot 10^{-3} & \sigma_{s1} = 430 \text{ MPa} & \text{tlak} \\ \varepsilon_{s2} = 2.15 \cdot 10^{-3} & \sigma_{s2} = 429.71 \text{ MPa} & \text{tah} \\ \varepsilon_{s3} = 0 & \sigma_{s3} = 0 \text{ MPa} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} N_{Rk.3} = -3.23 \text{ MN} & N_{Rm.3} = -4.21 \text{ MN} & N_{Rd.3} := \phi \cdot N_{Rk.3} = -2.42 \text{ MN} \\ M_{Rk.3} = 1.26 \text{ MN}\cdot\text{m} & M_{Rm.3} = 1.44 \text{ MN}\cdot\text{m} & M_{Rd.3} := \phi \cdot M_{Rk.3} = 0.95 \text{ MN}\cdot\text{m} \end{array}$$

#### 4) PORUŠENÍ TAHEM

a)  $x := 250 \text{ mm}$

$a := \beta_1 \cdot x = 200 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{s1} := \frac{x - d_2}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 1.98 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := \varepsilon_{s1} \cdot E_s = 396 \text{ MPa} \quad \text{tlak}$$

$$\varepsilon_{s2} := \frac{d - x}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 3.18 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s2} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s2} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa} \quad \text{tah}$$

$$\varepsilon_{s3} := \frac{\frac{h}{2} - x}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 6 \cdot 10^{-4} \quad \sigma_{s3} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s3} \cdot E_s) = 120 \text{ MPa} \quad \text{tah}$$

$$\phi := 0.75 + \frac{\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{yk}}{0.005 - \varepsilon_{yk}} \cdot (0.9 - 0.75) = 0.79$$

$$N_{Rk.4} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -2.23 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.4} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.2 \text{ MN}\cdot\text{m}$$

$$N_{Rm.4} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = -3.05 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.4} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 1.36 \text{ MN}\cdot\text{m}$$

$$N_{Rd.4} := \phi \cdot N_{Rk.4} = -1.77 \text{ MN}$$

$$M_{Rd.4} := \phi \cdot M_{Rk.4} = 0.95 \text{ MN}\cdot\text{m}$$

b)  $x := 200 \text{ mm}$

$a = 160 \text{ mm}$

$\varepsilon_{s1} = 1.73 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{s1} = 345 \text{ MPa}$	<i>tlak</i>
$\varepsilon_{s2} = 4.72 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{s2} = 495 \text{ MPa}$	<i>tah</i>
$\varepsilon_{s3} = 1.5 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{s3} = 300 \text{ MPa}$	<i>tah</i>

$\phi = 0.88$

$N_{Rk.4} = -1.34 \text{ MN}$	$N_{Rm.4} = -2 \text{ MN}$	$N_{Rd.4} := \phi \cdot N_{Rk.4} = -1.19 \text{ MN}$
$M_{Rk.4} = 1.09 \text{ MN}\cdot\text{m}$	$M_{Rm.4} = 1.24 \text{ MN}\cdot\text{m}$	$M_{Rd.4} := \phi \cdot M_{Rk.4} = 0.97 \text{ MN}\cdot\text{m}$

c)  $x := 150 \text{ mm}$

$\phi := 0.9$

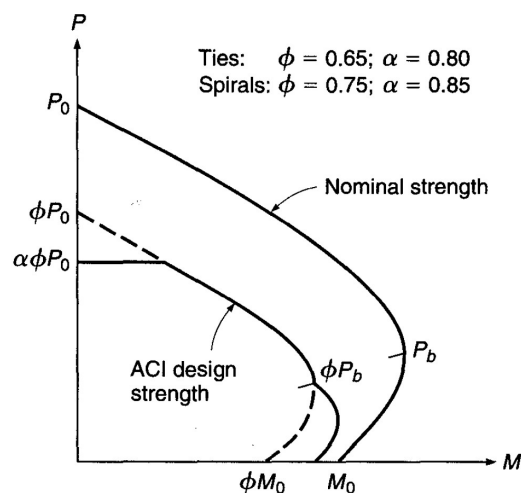
$a = 120 \text{ mm}$

$\varepsilon_{s1} = 1.3 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{s1} = 260 \text{ MPa}$	<i>tlak</i>
$\varepsilon_{s2} = 7.3 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{s2} = 495 \text{ MPa}$	<i>tah</i>
$\varepsilon_{s3} = 3 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{s3} = 495 \text{ MPa}$	<i>tah</i>

$N_{Rk.4} = -0.32 \text{ MN}$	$N_{Rm.4} = -0.81 \text{ MN}$	$N_{Rd.4} := \phi \cdot N_{Rk.4} = -0.29 \text{ MN}$
$M_{Rk.4} = 0.95 \text{ MN}\cdot\text{m}$	$M_{Rm.4} = 1.06 \text{ MN}\cdot\text{m}$	$M_{Rd.4} := \phi \cdot M_{Rk.4} = 0.85 \text{ MN}\cdot\text{m}$

d) čistý tah - dle ACI není součástí ID  
zde pro doplnění a porovnání s ČSN EN

$N_{Rk.t} := A_s \cdot f_{yk} = 3.89 \text{ MN}$	$N_{Rm.t} := N_{Rk.t} = 3.89 \text{ MN}$
$M_{Rk.t} := 0$	
$N_{Rd.t} := 0.5 \cdot N_{Rk.t} = 1.94 \text{ MN}$	obvyklá redukce pro tažené ŽB prvky



**5) PROSTÝ OHYB** (bod 3 ČSN EN)

$\phi := 0.9$

a) charakteristická a návrhová hodnota

$x := 133.495 \text{ mm}$

$a := \beta_1 \cdot x = 106.8 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{s1} := \frac{x - d_2}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 1.09 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s1} := \varepsilon_{s1} \cdot E_s = 217.96 \text{ MPa} \quad \text{tlak}$$

$$\varepsilon_{s2} := \frac{d - x}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 8.57 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s2} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s2} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa} \quad \text{tah}$$

$$\varepsilon_{s3} := \frac{\frac{h}{2} - x}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = 3.74 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_{s3} := \min(f_{yk}, \varepsilon_{s3} \cdot E_s) = 495 \text{ MPa} \quad \text{tah}$$

$$N_{Rk.5} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = 0 \text{ MN}$$

$$M_{Rk.5} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{ck} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 0.88 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd.5} := \phi \cdot M_{Rk.5} = 0.79 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

b) střední hodnota

$x := 116.288 \text{ mm}$

$a = 93.03 \text{ mm}$

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{s1} = 8.07 \cdot 10^{-4} & \sigma_{s1} = 161.43 \text{ MPa} & \text{tlak} \\ \varepsilon_{s2} = 0.01 & \sigma_{s2} = 495 \text{ MPa} & \text{tah} \\ \varepsilon_{s3} = 4.74 \cdot 10^{-3} & \sigma_{s3} = 495 \text{ MPa} & \text{tah} \end{array}$$

$$N_{Rm.4} := -0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} = 0 \text{ MN}$$

$$M_{Rm.4} := 0.85 \cdot a \cdot b \cdot f_{cm} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z_{s2} = 0.9 \text{ MN} \cdot \text{m}$$