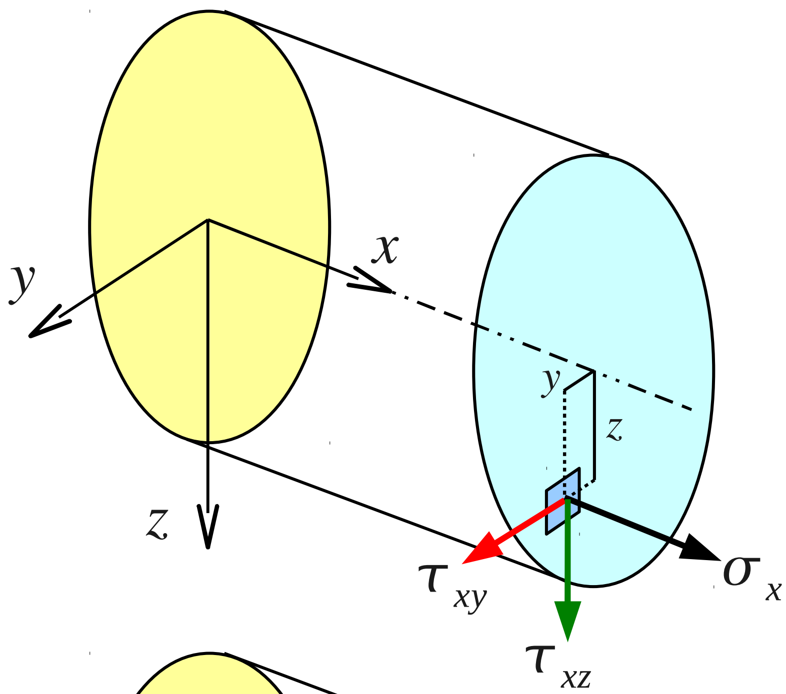
Přednáška 04

Integrální definice vnitřních sil
Ohyb prutu v rovinách xz, xy
Kombinace normálové síly s ohybem
Poloha neutrální osy
Jádro průřezu
Příklady

Integrální definice vnitřních sil na prutu

- Složky napětí v průřezu prutu

$$\sigma_x (=\sigma),\ \tau_{xy},\ \tau_{xz}$$



- Vnitřní síly v průřezu prutu

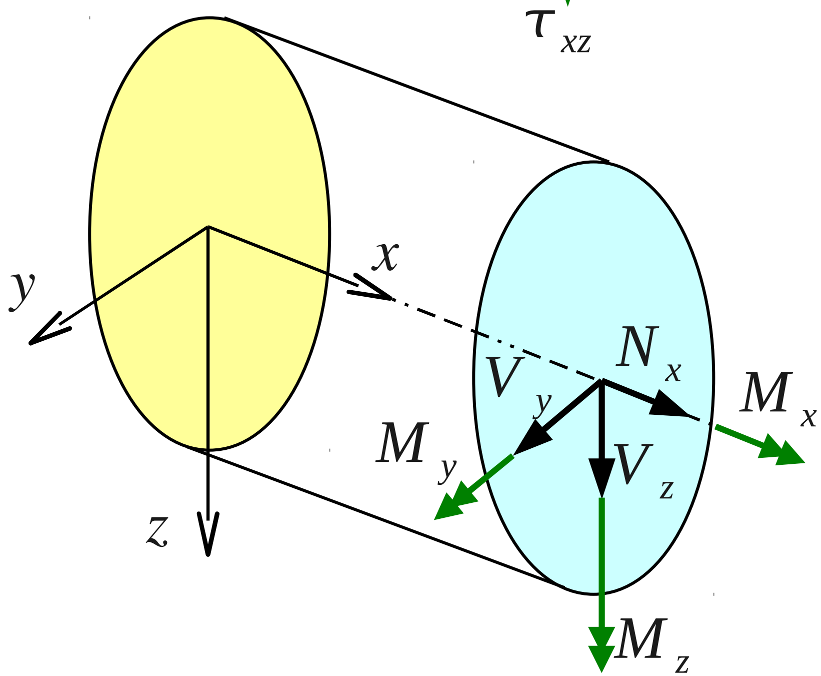
$$N_x,\ V_z,\ V_y,\ M_x,\ M_y,\ M_z$$

- Vnitřní síly - výslednice napětí

$$N_x = \iint_A \sigma_x \, dA \qquad M_x = \iint_A \left(\tau_{xz}\, y - \tau_{xy}\, z\right) dA$$

$$V_y = \iint_A \tau_{xy} \, dA \qquad M_y = \iint_A \sigma_x\, z \, dA$$

$$V_z = \iint_A \tau_{xz} \, dA \qquad M_z = \iint_A -\sigma_x\, y \, dA$$



N_x ... Tah/tlak

M_x ... Kroucení

V_y, V_z, M_y, M_z ... Ohyb

Nezávislost tahu a ohybu pro obdélníkový průřez

- Současné protažení a ohyb obdélníkového průřezu

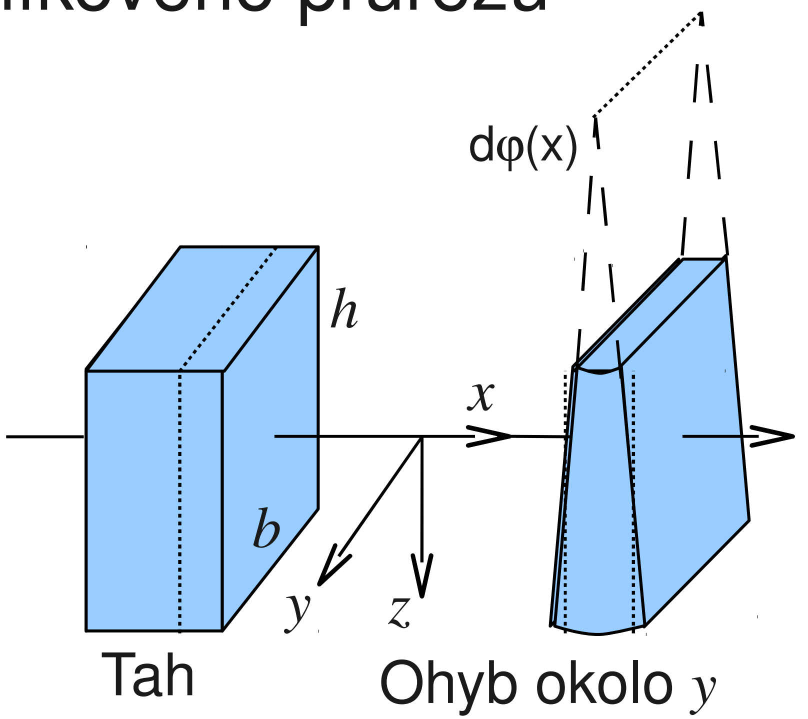
$$\varepsilon(x,z)=\varepsilon_s(x)+\kappa_y(x)\cdot z$$

$$\sigma(x,z)=E\,\varepsilon(x,z)=E\,\varepsilon_s(x)+E\,\kappa_y(x)\cdot z$$

$$N(x)=\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-b/2}^{b/2}\sigma_x(x,y,z)\,dy\,dz=$$

$$=E\,\varepsilon_s(x)\,b\int_{-h/2}^{h/2}dz+E\,\kappa_y(x)\,b\int_{-h/2}^{h/2}z\,dz=$$

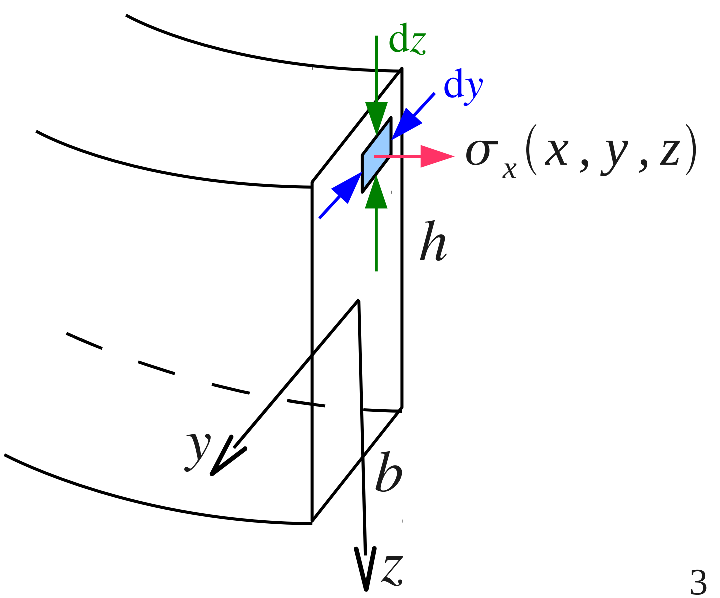
$$=E\,\varepsilon_s(x)\,bh$$



$$M_y(x)=\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-b/2}^{b/2}z\,\sigma_x(x,y,z)\,dy\,dz=$$

$$=E\,\varepsilon_s(x)\,b\int_{-h/2}^{h/2}z\,dz+E\,\kappa_y(x)\,b\int_{-h/2}^{h/2}z^2\,dz=$$

$$=E\,\kappa_y(x)\frac{bh^3}{12}$$



Nezávislost tahu a ohybu pro obecný průřez

$$N(x) = \iint_A \sigma_x(x, y, z)\, dydz =$$

$$= E\varepsilon_s(x) \underbrace{\iint_A dydz}_{A} + E\kappa_y(x) \underbrace{\iint_A z\, dydz}_{S_y=0} = EA\,\varepsilon_s(x)$$

$$M_y(x) = \iint_A z\,\sigma_x(x, y, z)\, dydz =$$

$$= E\varepsilon_s(x) \underbrace{\iint_A z\, dydz}_{S_y=0} + E\kappa_y(x) \underbrace{\iint_A z^2\, dydz}_{I_y} = EI_y\kappa_y(x)$$

- Protože osa y vždy prochází těžištěm, je statický moment roven nule

$$S_y = \iint_A z\, dy\, dz = 0$$

- Proto N_x nezávisí na křivosti a M_y na protažení střednice

Způsobuje moment M_y zároveň i moment M_z?

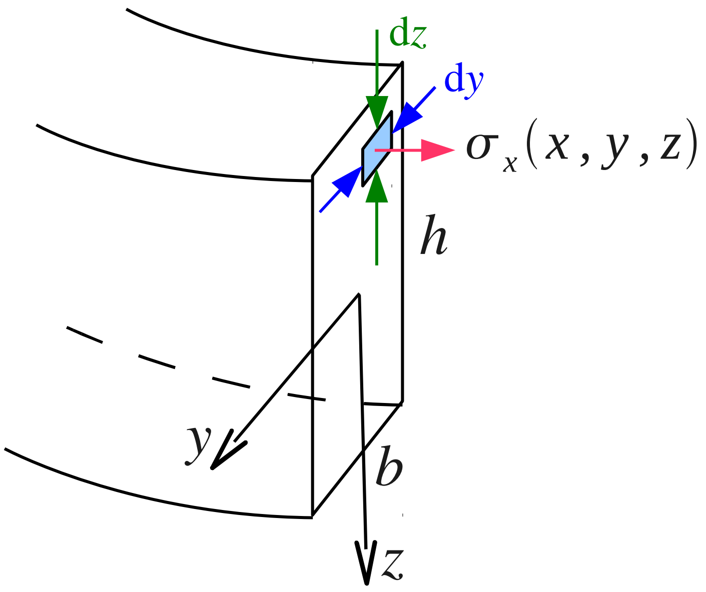
- Pro obdélníkový průřez

$$\varepsilon(x,z)=\varepsilon_s(x)+\kappa_y(x)\cdot z$$

$$\sigma(x,z)=E\,\varepsilon(x,z)=E\,\varepsilon_s(x)+E\,\kappa_y(x)\cdot z$$

$$M_z(x)=-\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-b/2}^{b/2} y\,\sigma(x,y,z)\,dydz=$$

$$=-\int_{-h/2}^{h/2}\underbrace{\sigma(x,z)}_{E\,\kappa_y(x)\cdot z}\underbrace{\left[\int_{-b/2}^{b/2} y\,dy\right]}_{S_z/h=0}dz=0$$



Způsobuje moment M_y zároveň i moment M_z?

- Pro obecný průřez

$$\varepsilon(x,z) = \varepsilon_s(x) + \kappa_y(x) \cdot z$$

$$\sigma(x,z) = E\,\varepsilon(x,z) = E\,\varepsilon_s(x) + E\,\kappa_y(x) \cdot z$$

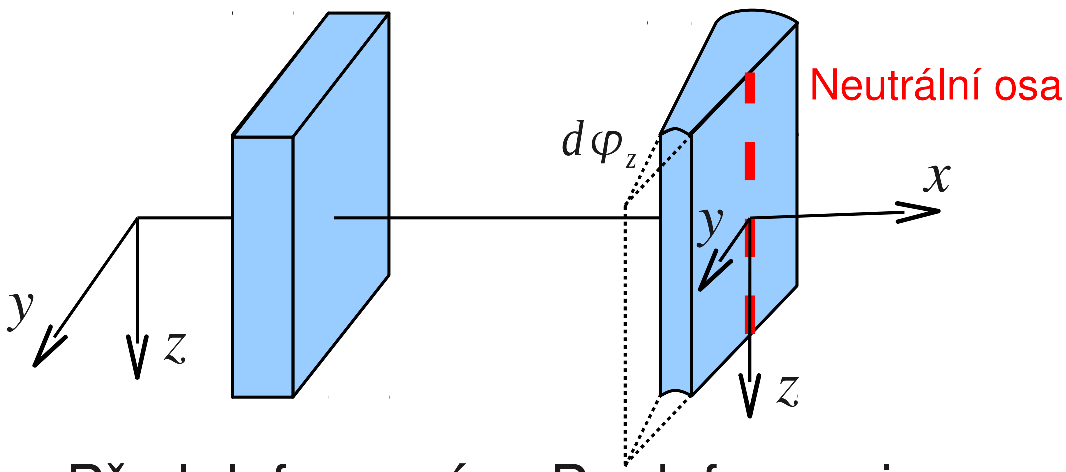
$$M_z(x) = -\iint_A y\,\sigma_x(x,y,z)\,dydz =$$

$$= -E\,\varepsilon_s(x) \underbrace{\iint_A y\,dydz}_{S_z=0} - E\,\kappa_y(x) \underbrace{\iint_A yz\,dydz}_{D_{yz}} = -ED_{yz}\,\kappa_y(x)$$

- Při nenulovém deviačním momentu D_{yz} (tj. osa y není hlavní centrální osou setrvačnosti) dojde při účinku momentu M_y zároveň ke vzniku momentu M_z a křivosti κ_z. Tento stav se popisuje jako **šikmý ohyb**. Zároveň dochází k odklonu neutrální osy od osy y.

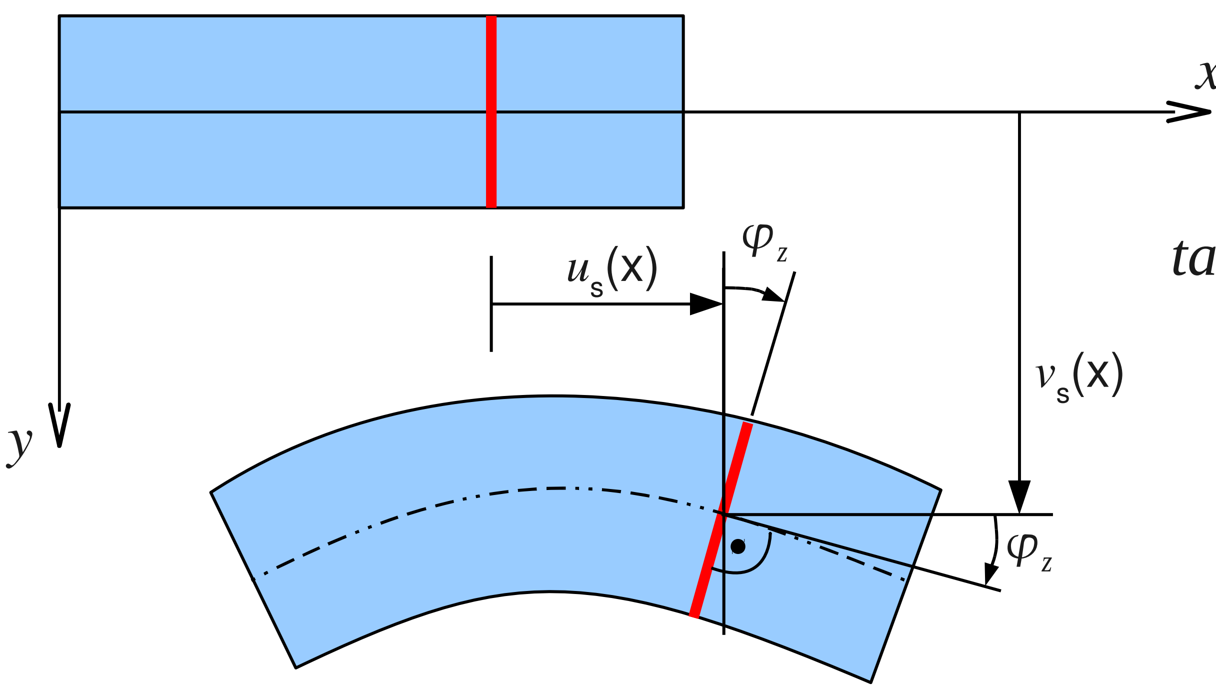
Kinematika přemístění průřezu v rovině xy

- Deformace segmentu prutu



Před deformací Po deformaci

$$\kappa_z = \frac{d\varphi_z}{dx}$$



$$\tan\varphi_z \approx \varphi_z = \frac{dv}{dx}$$

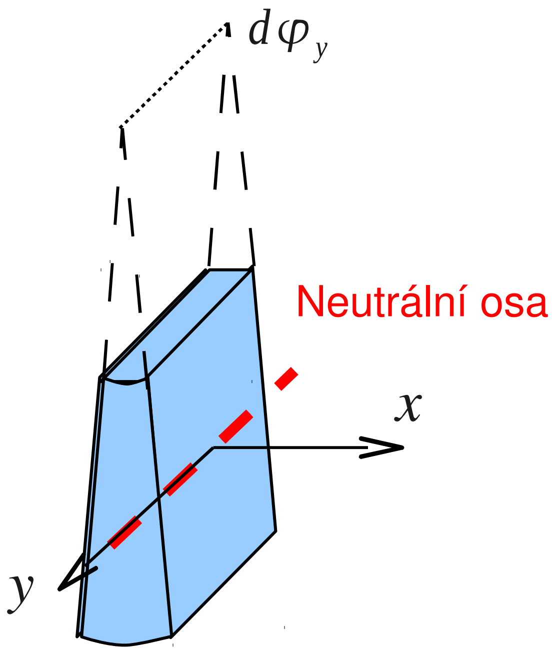
Geometrické rovnice pro ohýbaný prut

Ohyb v rovině xz (okolo osy y)

$$\varphi_y = -\frac{dw}{dx}$$

$$\kappa_y = \frac{d\varphi_y}{dx}$$

$$\kappa_y = -\frac{d^2 w}{dx^2}$$

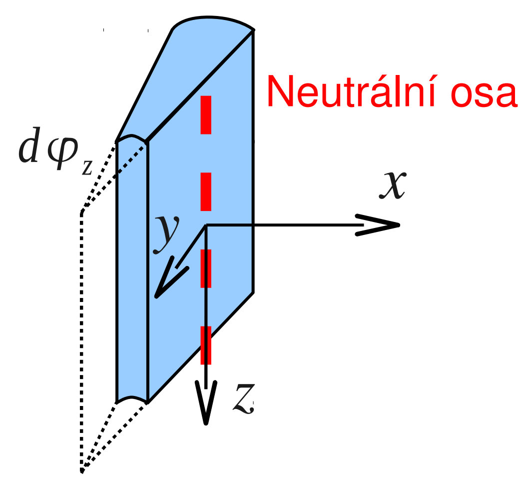


Ohyb v rovině xy (okolo osy z)

$$\varphi_z = \frac{dv}{dx}$$

$$\kappa_z = \frac{d\varphi_z}{dx}$$

$$\kappa_z = \frac{d^2 v}{dx^2}$$



Deformace, napětí a momenty pro ohýbaný prut

Ohyb v rovině xz (okolo osy y)

$$\varepsilon(x,z)=\kappa_y(x)\cdot z$$

$$\sigma_x(x,z)=E\kappa_y(x)\cdot z$$

$$M_y(x)=\iint_A \sigma_x(x,z)\cdot z\,dy\,dz$$

$$M_y(x)=EI_y\cdot\kappa_y(x)$$

$$M_z(x)=-\iint_A \sigma_x(x,z)\cdot y\,dy\,dz$$

$$M_z(x)=-ED_{yz}\cdot\kappa_y(x)$$

$$D_{yz}=0\rightarrow\sigma_x(x,z)=\frac{M_y(x)}{I_y}z$$

Ohyb v rovině xy (okolo osy z)

$$\varepsilon(x,y)=-\kappa_z(x)\cdot y$$

$$\sigma_x(x,y)=-E\kappa_z(x)\cdot y$$

$$M_z(x)=-\iint_A \sigma_x(x,z)\cdot y\,dy\,dz$$

$$M_z(x)=EI_z\cdot\kappa_z(x)$$

$$M_y(x)=\iint_A \sigma_x(x,z)\cdot z\,dy\,dz$$

$$M_y(x)=-ED_{yz}\cdot\kappa_z(x)$$

$$D_{yz}=0\rightarrow\sigma_x(x,y)=\frac{-M_z(x)}{I_z}y$$

Vnitřní síly na ohýbaném prutu

Ohyb v rovině xz (okolo osy y)

$$\varepsilon(x,z)=\kappa_y(x)\cdot z$$

Ohyb v rovině xy (okolo osy z)

$$\varepsilon(x,y)=-\kappa_z(x)\cdot y$$

Složený (šikmý) ohyb

$$\varepsilon(x,y,z)=\kappa_y(x)\cdot z-\kappa_z(x)\cdot y$$

$$\sigma_x(x,y,z)=E\,\varepsilon(x,y,z)=E\,\kappa_y(x)\cdot z-E\,\kappa_z(x)\cdot y$$

$$M_y(x)=\iint_A \sigma_x(x,y,z)\cdot z\,dy\,dz=E\,\kappa_y(x)\cdot\underbrace{\iint_A z^2\,dA}_{I_y}-E\,\kappa_z(x)\cdot\underbrace{\iint_A zy\,dA}_{D_{yz}}$$

$$M_z(x)=-\iint_A \sigma_x(x,y,z)\cdot y\,dy\,dz=-E\,\kappa_y(x)\cdot\underbrace{\iint_A zy\,dA}_{D_{yz}}+E\,\kappa_z(x)\cdot\underbrace{\iint_A y^2\,dA}_{I_z}$$

$$M_y(x)=EI_y\kappa_y(x)-E\,D_{yz}\kappa_z(x)$$
$$M_z(x)=-ED_{yz}\kappa_y(x)+E\,I_z\kappa_z(x)$$

Tontiho diagram pro složený ohyb

Přemístění

$v(x), w(x)$

$$(EI_y w'' + ED_{yz} v'')'' = f_z(x)$$
$$(ED_{yz} w'' + EI_z v'')'' = f_y(x)$$

Vnější síly

$f_y(x), f_z(x)$

Geometrické rovnice

$$\kappa_y = -w''$$
$$\kappa_z = v''$$

Statické rovnice

$$M_y'' = -f_z(x)$$
$$M_z'' = f_y(x)$$

Přetvoření

$\kappa_y(x), \kappa_z(x)$

$$M_y = EI_y \kappa_y - ED_{yz} \kappa_z$$
$$M_z = -ED_{yz} \kappa_y + EI_z \kappa_z$$

Materiálové rovnice

Vnitřní síly

$M_y(x), M_z(x)$

Výpočet napětí tah/tlak + ohyb k libovolným osám

$$M_y(x)=EI_y\kappa_y(x)-E\,D_{yz}\kappa_z(x)$$
$$M_z(x)=-ED_{yz}\kappa_y(x)+E\,I_z\kappa_z(x)$$

$$\begin{Bmatrix} M_y \\ M_z \end{Bmatrix}=E\begin{bmatrix} I_y & -D_{yz} \\ -D_{yz} & I_z \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix},\quad \begin{Bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix}=\frac{1}{E(I_y I_z-D_{yz}^2)}\begin{bmatrix} I_z & D_{yz} \\ D_{yz} & I_y \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} M_y \\ M_z \end{Bmatrix}$$

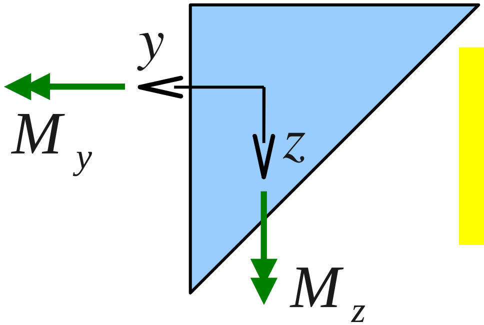
$$\sigma_x(x,y,z)=E\,\varepsilon_s(x)+E\,\kappa_y(x)\cdot z-E\,\kappa_z(x)\cdot y$$

$$\sigma_x(x,y,z)=\frac{N}{A}+\frac{M_y I_z+M_z D_{yz}}{I_y I_z-D_{yz}^2}\cdot z-\frac{M_z I_y+M_y D_{yz}}{I_y I_z-D_{yz}^2}\cdot y$$

Obecný vzorec pro výpočet napětí k libovolným centrálním osám setrvačnosti. Vzorec obsahuje vliv tahu/tlaku a vliv ohybu od momentů M_y a M_z.

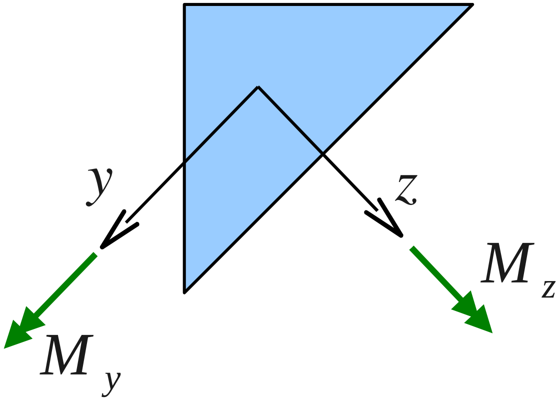
Rekapitulace

- Tah/tlak a <u>šikmý ohyb</u> k libovolným centrálním osám



$$\sigma_x(x,y,z)=\frac{N}{A}+\frac{M_y I_z+M_z D_{yz}}{I_y I_z-D_{yz}^2}\cdot z-\frac{M_z I_y+M_y D_{yz}}{I_y I_z-D_{yz}^2}\cdot y$$

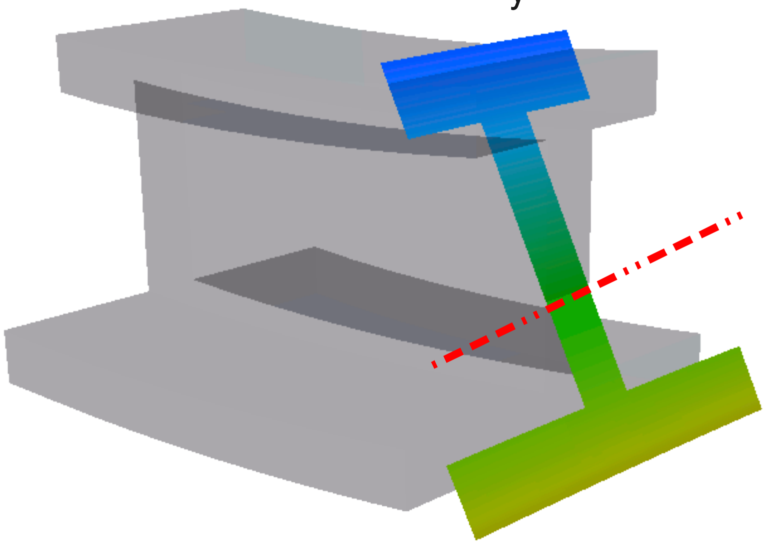
- Tah/tlak a <u>ohyb</u> k hlavním centrálním osám (D_{yz}=0)



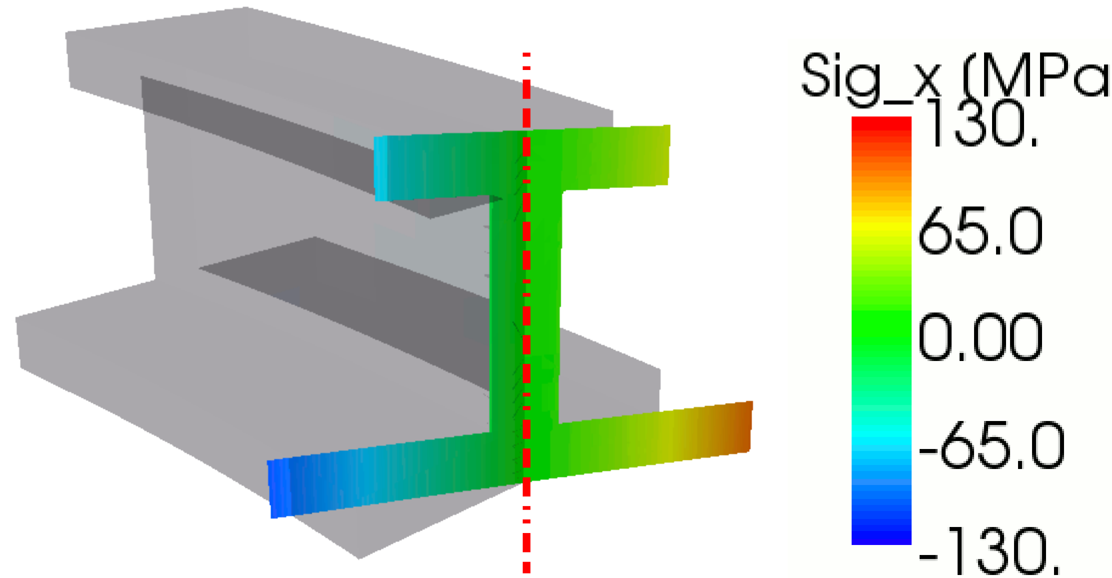
$$\sigma_x(x,y,z)=\frac{N}{A}+\frac{M_y}{I_y}\cdot z-\frac{M_z}{I_z}\cdot y$$

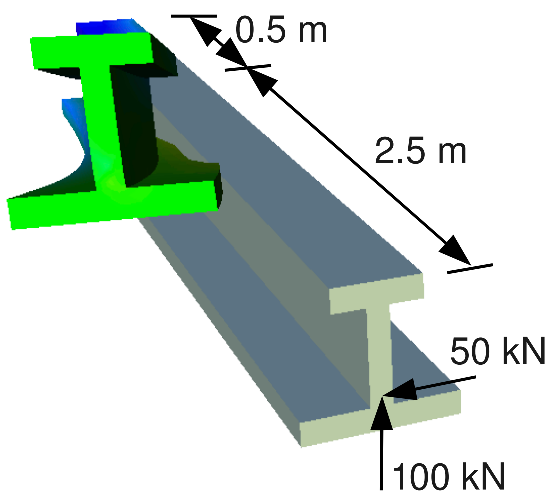
Zobrazení napětí při šikmém ohybu

Ohyb M_y

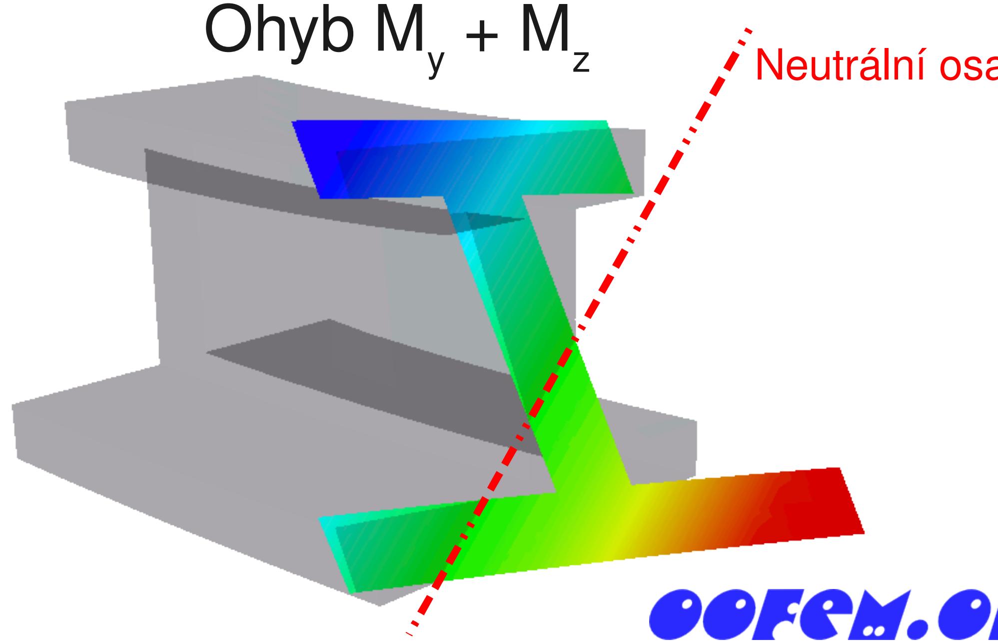


Ohyb M_z





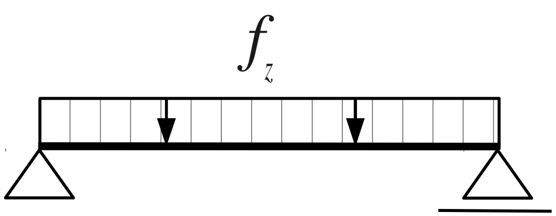
Ohyb $M_y + M_z$

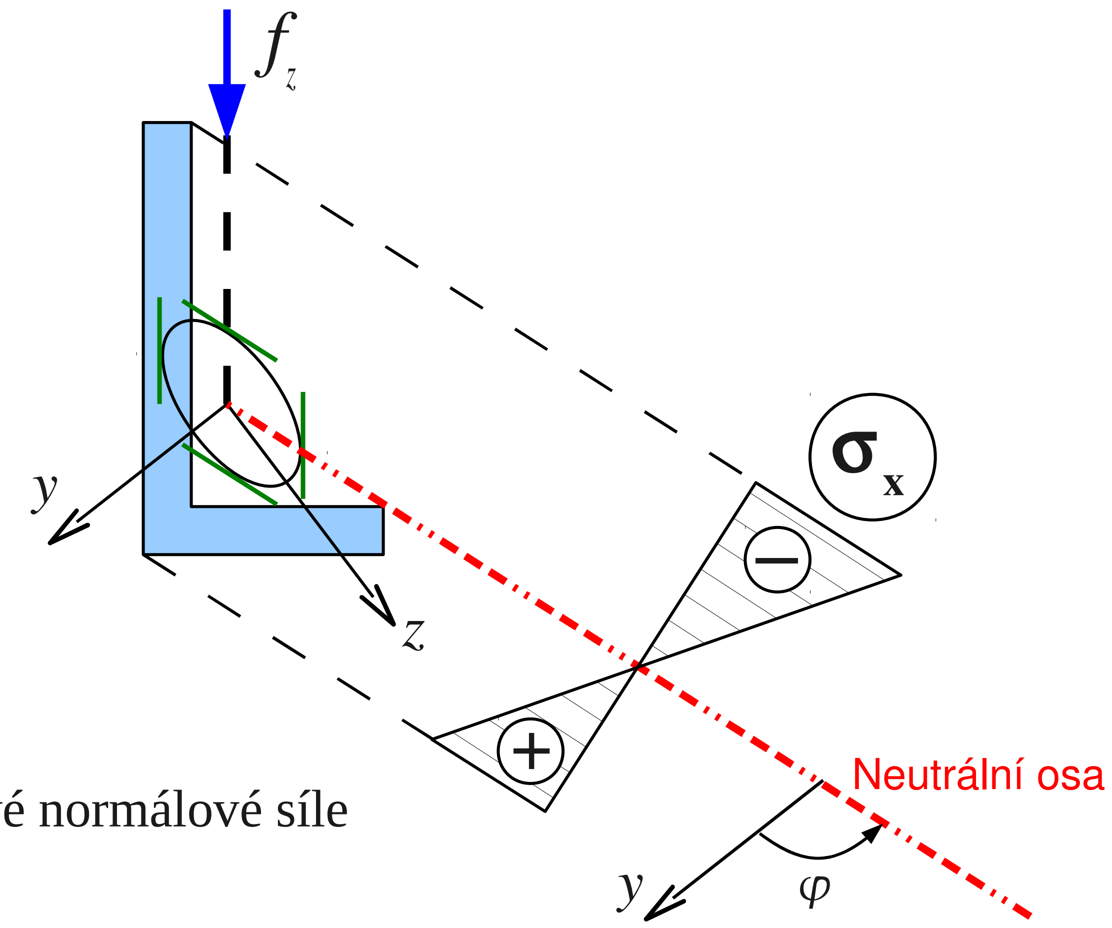


OOFEM.ORG

Směr a sklon neutrální osy

- Neutrální osa a paprsek zatížení tvoří sdružené průměry elipsy setrvačnosti
- Při <u>nulové normálové síle</u> prochází neutrální osa vždy těžištěm průřezu





Obecná rovnice napětí

$$\sigma_x(x, y, z) = a + b\,y + c\,z$$

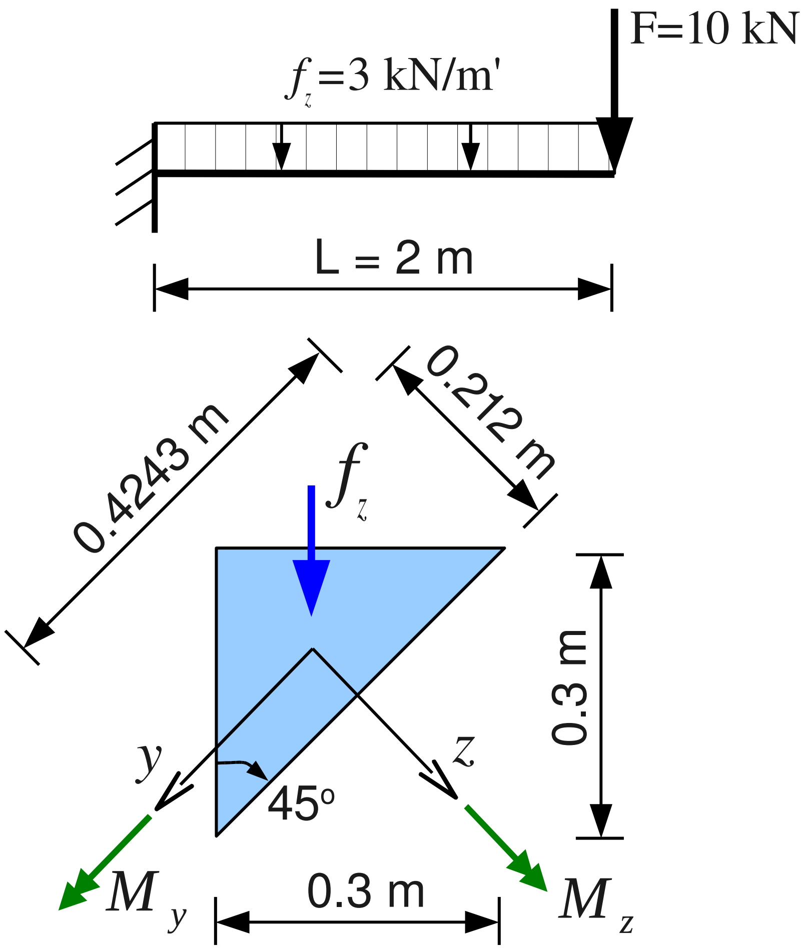
Sklon neutrální osy i při nenulové normálové síle

$$0 = a + b\,y + c\,z$$

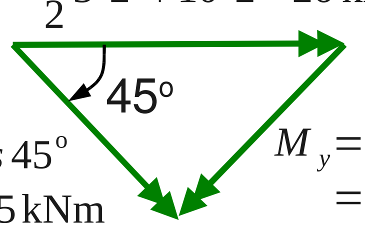
$$\tan\varphi = \frac{z}{y} = \frac{-b}{c}$$

Příklad - šikmý ohyb

- Určete průběh σ_x v nejvíce namáhaném průřezu konzoly



$$M=\frac{1}{2}3\cdot 2^2+10\cdot 2=26\ \text{kNm}$$



$$M_z=26\cos 45^{o}=18.385\,\text{kNm}$$

$$M_y=-26\sin 45^{o}=-18.385\,\text{kNm}$$

Alt. 1 - řešení v hlavních centrálních osách

$$I_y=\frac{1}{36}bh^3=1.125\text{e-4 m}^4,\quad I_z=\frac{1}{48}hb^3=3.375\text{e-4 m}^4$$

$$\sigma_x=\frac{M_y}{I_y}z-\frac{M_z}{I_z}y$$

$$\sigma_x=\frac{-18.385}{1.125\text{e-4}}z-\frac{18.385}{3.375\text{e-4}}y$$

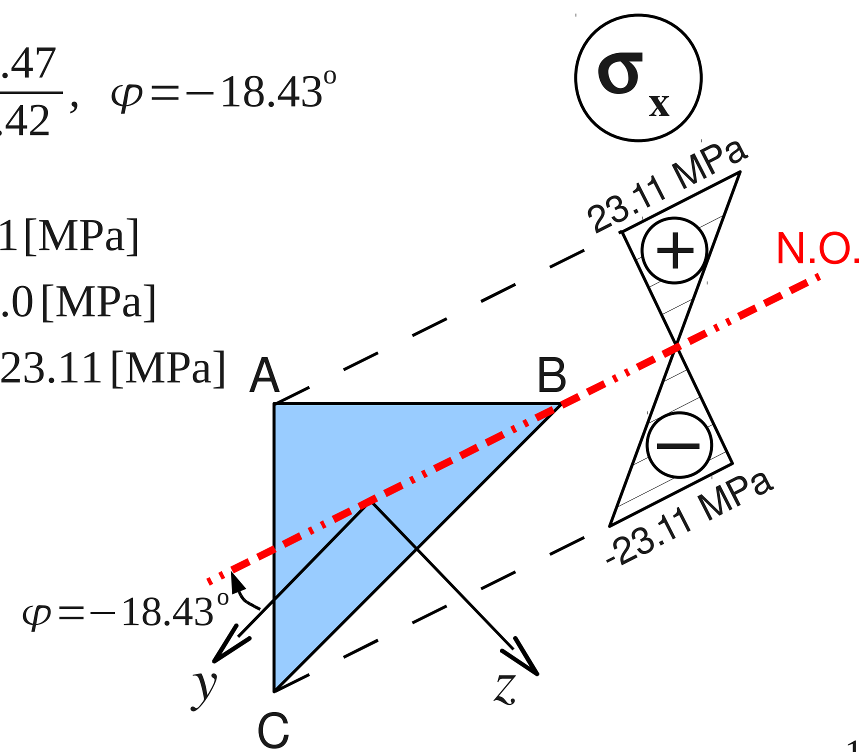
$$\sigma_x=-163.42\,z-54.47\,y\ \ [\text{MPa}]$$

$$\tan\varphi=\frac{z}{y}=\frac{-54.47}{163.42},\quad \varphi=-18.43^{o}$$

$$\sigma_x^{A[0,-0.1414]}=23.11\,[\text{MPa}]$$

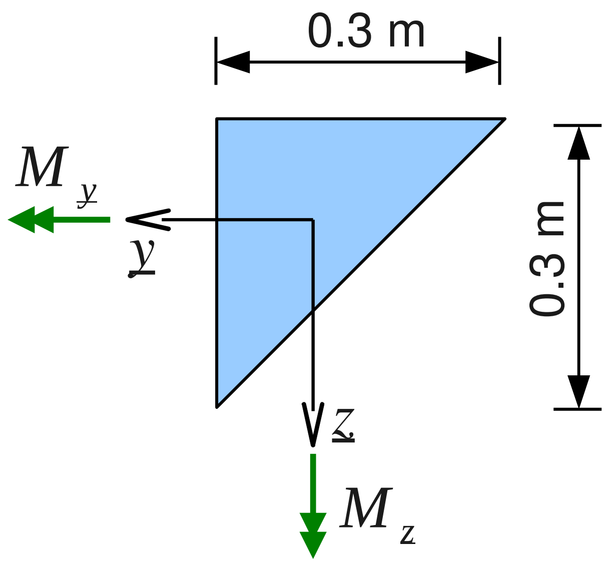
$$\sigma_x^{B[-0.2121,0.0707]}=0.0\,[\text{MPa}]$$

$$\sigma_x^{C[0.2121,0.0707]}=-23.11\,[\text{MPa}]$$



Příklad - šikmý ohyb

<u>Alt. 2</u> - řešení v centrálních osách $\underline{y}$, $\underline{z}$

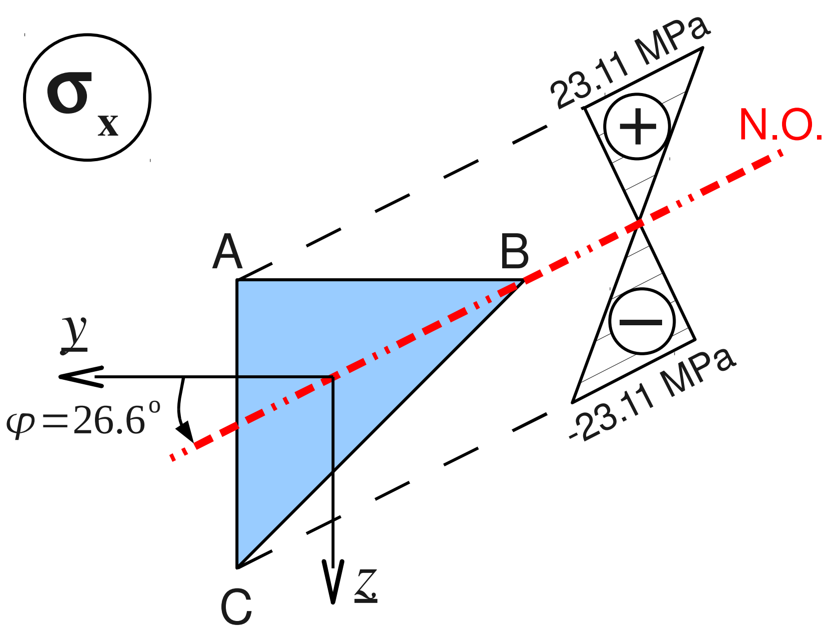


$$M_{\underline{y}} = -26\,\mathrm{kNm},\quad M_{\underline{z}} = 0\,\mathrm{kNm}$$

$$I_{\underline{y}} = I_{\underline{z}} = \frac{1}{36}0.3^4 = 2.25\text{e-}4\,\mathrm{m}^4$$

$$D_{\underline{yz}} = \frac{1}{72}0.3^4 = 1.125\text{e-}4\,\mathrm{m}^4$$

$$\sigma_x(x,\underline{y},\underline{z}) = \frac{M_{\underline{y}} I_{\underline{z}} + M_{\underline{z}} D_{\underline{yz}}}{I_{\underline{y}} I_{\underline{z}} - D_{\underline{yz}}^2}\cdot \underline{z} - \frac{M_{\underline{z}} I_{\underline{y}} + M_{\underline{y}} D_{\underline{yz}}}{I_{\underline{y}} I_{\underline{z}} - D_{\underline{yz}}^2}\cdot \underline{y}$$

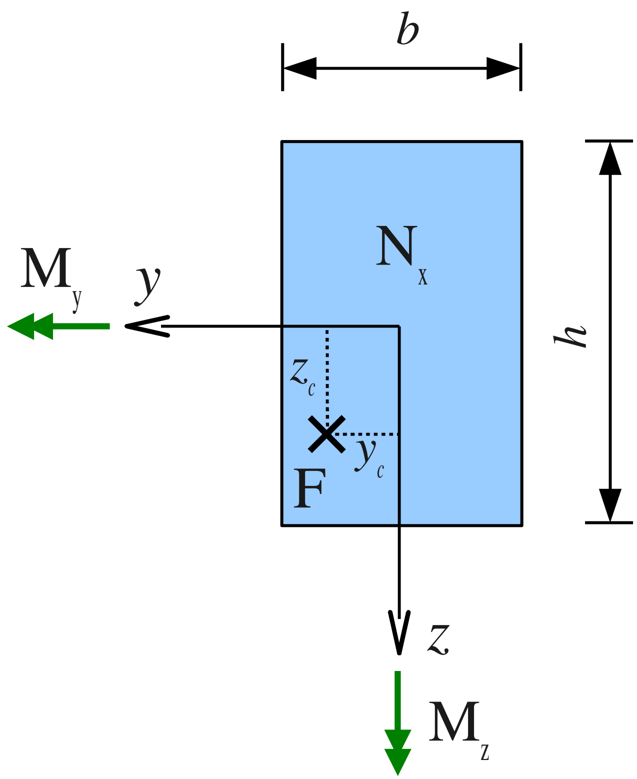


$$\sigma_x = -154.07\,\underline{z} + 77.04\,\underline{y}\ [\mathrm{MPa}]$$

$$\tan\varphi = \frac{z}{y} = \frac{77.0}{154.1},\quad \varphi = 26.6^{\mathrm{o}}$$

$$\sigma_x^{A[0.1,-0.1]} = 23.11\,[\mathrm{MPa}]$$
$$\sigma_x^{B[-0.2,-0.1]} = 0.0\,[\mathrm{MPa}]$$
$$\sigma_x^{C[0.1,0.2]} = -23.11\,[\mathrm{MPa}]$$

Kombinace tlaku s ohybem – excentrický tlak



$$N_x = -F$$

$$M_y = -F z_c$$

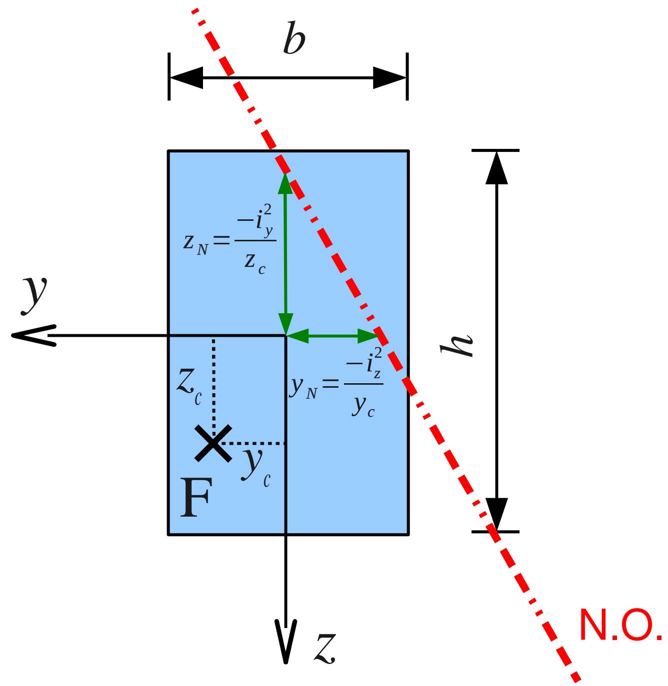
$$M_z = F y_c$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y = \frac{-F}{A} + \frac{-F z_c}{A i_y^2} z - \frac{F y_c}{A i_z^2} y$$

$$= \frac{-F}{A} \left(1 + \frac{z_c z}{i_y^2} + \frac{y_c y}{i_z^2} \right)$$

- Excentrická síla F působí v tlakovém centru $[y_c, z_c]$
- Excentrická síla F je rovnoběžná s osou x
- Hlavní centrální osy setrvačnosti y, z
- Excentrická síla F vyvolá vnitřní síly N_x, M_y, M_z

Kombinace tlaku s ohybem – neutrální osa



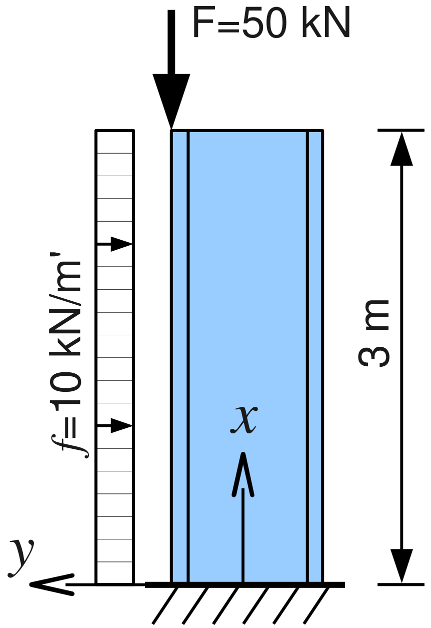
$$0 = 1 + \frac{z_c z}{i_y^2} + \frac{y_c y}{i_z^2}$$

$$z = 0 \;\rightarrow\; y = y_N = -\frac{i_z^2}{y_c}$$

$$y = 0 \;\rightarrow\; z = z_N = -\frac{i_y^2}{z_c}$$

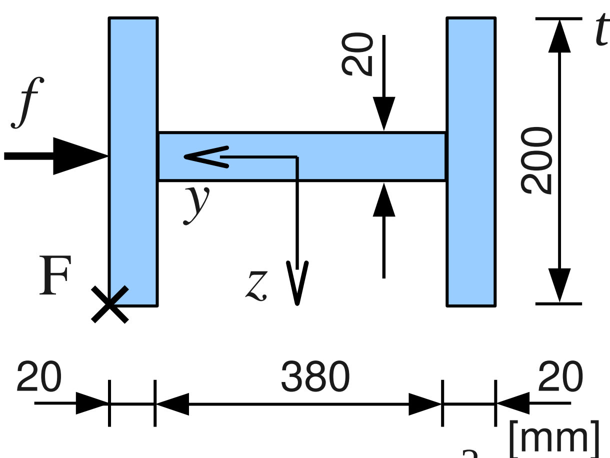
- Průsečíky neutrální osy s osami y, z se využijí při konstrukci <u>jádra průřezu</u>

Příklad – určete průběh napětí v patě sloupu

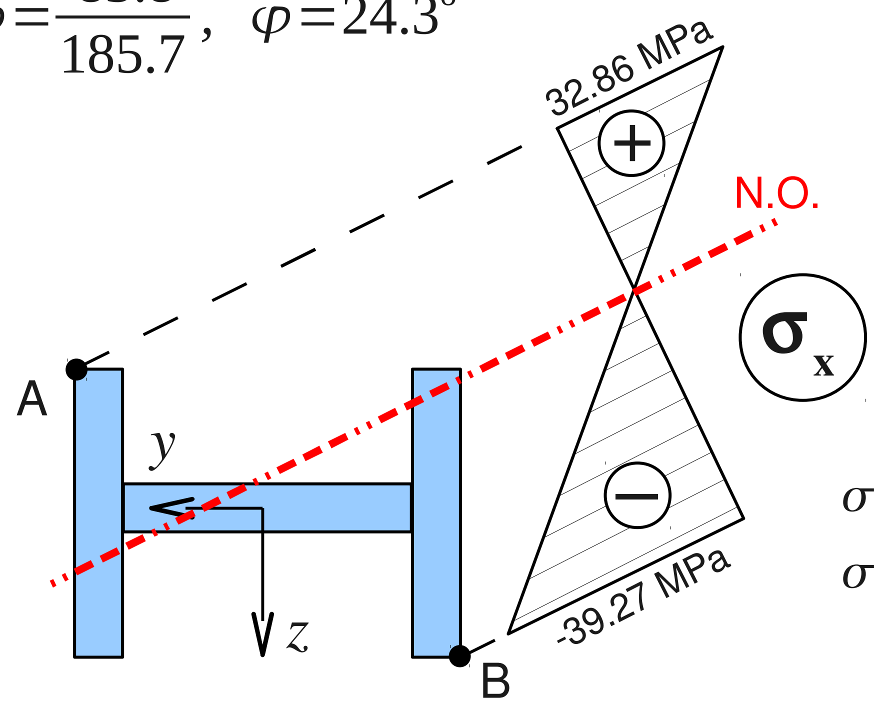


$$N_x = -50 \text{ kN}$$
$$M_y = -50 \cdot 0.1 = -5 \text{ kNm}$$
$$M_z = 50 \cdot 0.21 - 10 \cdot 3^2/2 = -34.5 \text{ kNm}$$
$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y = \frac{-0.05}{1.56e-2} + \frac{-0.005}{2.692e-5} z - \frac{-0.0345}{4.1172e-4} y$$
$$= -3.205 - 185.7z + 83.8y$$

$$z = 0, \quad 0 = -3.205 + 83.8y_N, \quad y_N = 38 \text{ mm}$$
$$y = 0, \quad 0 = -3.205 - 185.7z_N, \quad z_N = -17 \text{ mm}$$
$$\tan\varphi = \frac{83.8}{185.7}, \quad \varphi = 24.3^{\circ}$$



$$A = 1.56e-2 \text{ m}^2$$
$$I_y = 2.692e-5 \text{ m}^4$$
$$I_z = 4.1172e-4 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x^{A[0.21,-0.1]} = 32.86 \text{ [MPa]}$$
$$\sigma_x^{B[-0.21,0.1]} = -39.27 \text{ [MPa]}$$

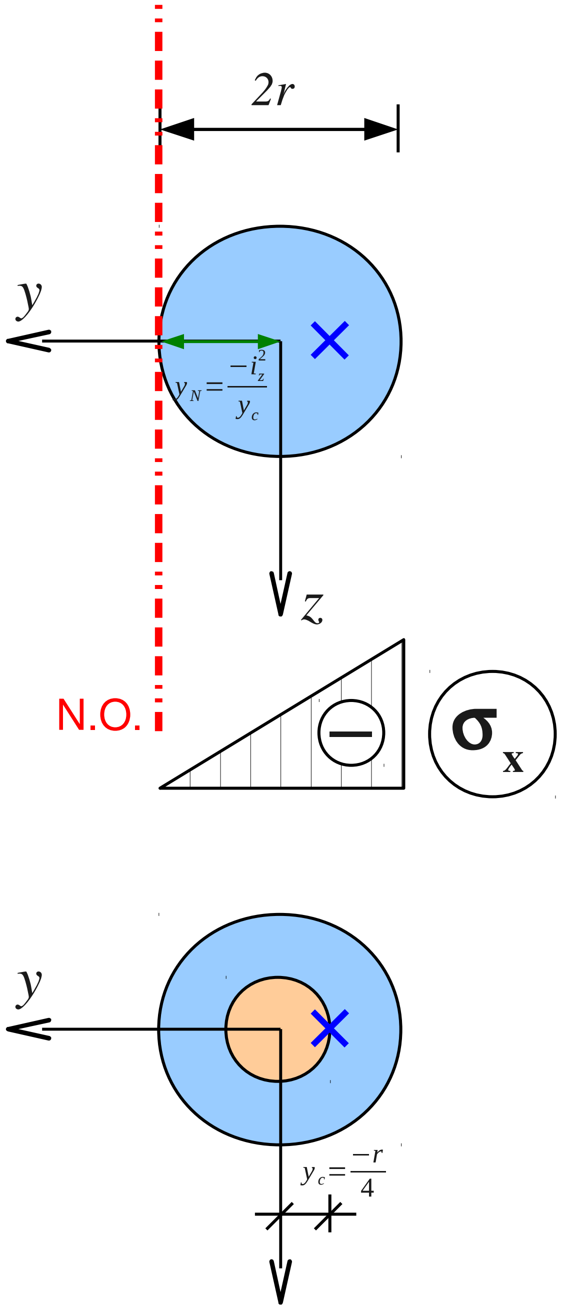
Jádro průřezu

Jádro průřezu je oblast všech tlakových center, pro která v žádném bodě průřezu nevzniká tah.

Obecné vlastnosti jádra:

- Vždy obsahuje těžiště průřezu
- Jádro je vždy konvexní
- Tlakovému centru na hranici jádra odpovídá neutrální osa, která je tečnou k obrysu průřezu
- Přímá část hranice jádra odpovídá vrcholu hranice průřezu
- Přímá část obrysu průřezu odpovídá vrcholu hranice jádra

Příklad – určení jádra průřezu



$$0 = 1 + \frac{z_c z}{i_y^2} + \frac{y_c y}{i_z^2}$$

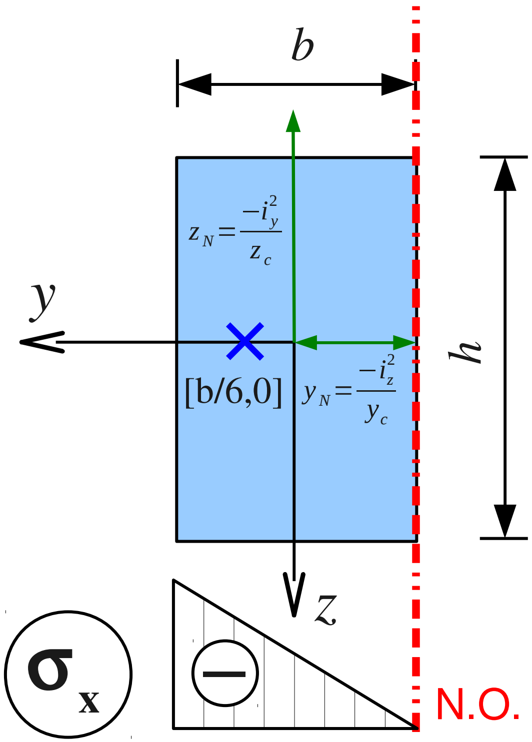
$$i_y^2 = i_z^2 = \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{\pi r^2} = \frac{r^2}{4}$$

$$y_N = r, \quad z_N \to \infty$$

$$y_c = -\frac{i_z^2}{y_N} = -\frac{r}{4}$$

$$z_c = -\frac{i_y^2}{z_N} = 0$$

Příklad – určení jádra průřezu



$$0 = 1 + \frac{z_c z}{i_y^2} + \frac{y_c y}{i_z^2}$$

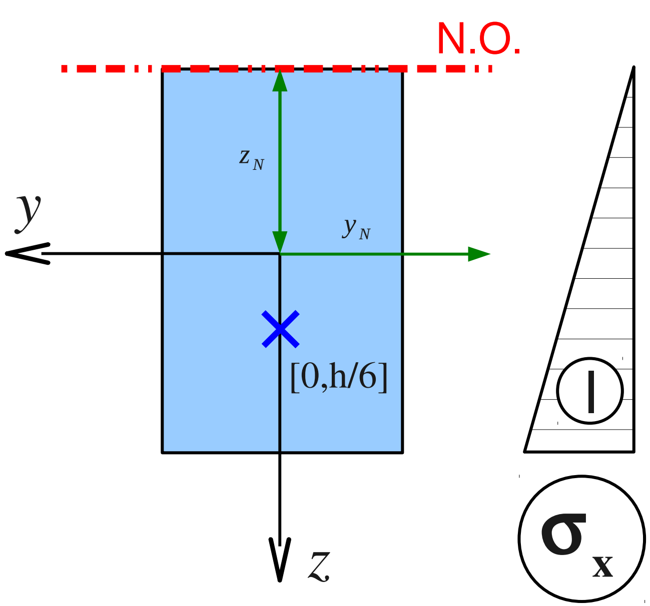
$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{h^2}{12}$$

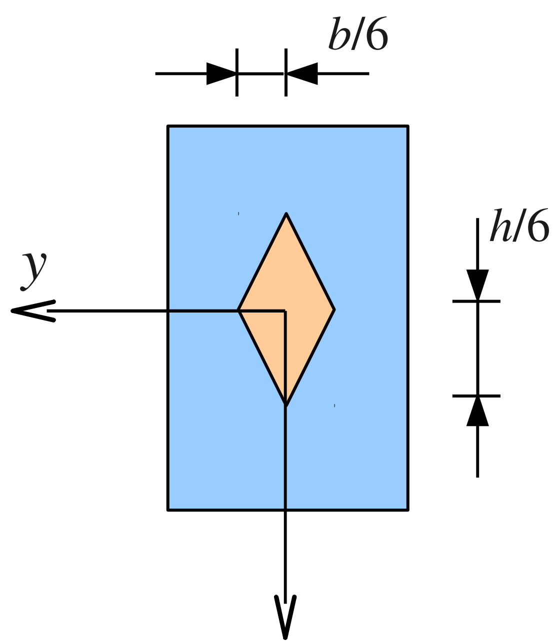
$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{b^2}{12}$$

$$y_N = \frac{-b}{2}, \quad z_N \rightarrow \infty$$

$$y_c = -\frac{i_z^2}{y_N} = \frac{b}{6}$$

$$z_c = -\frac{i_y^2}{z_N} = 0$$



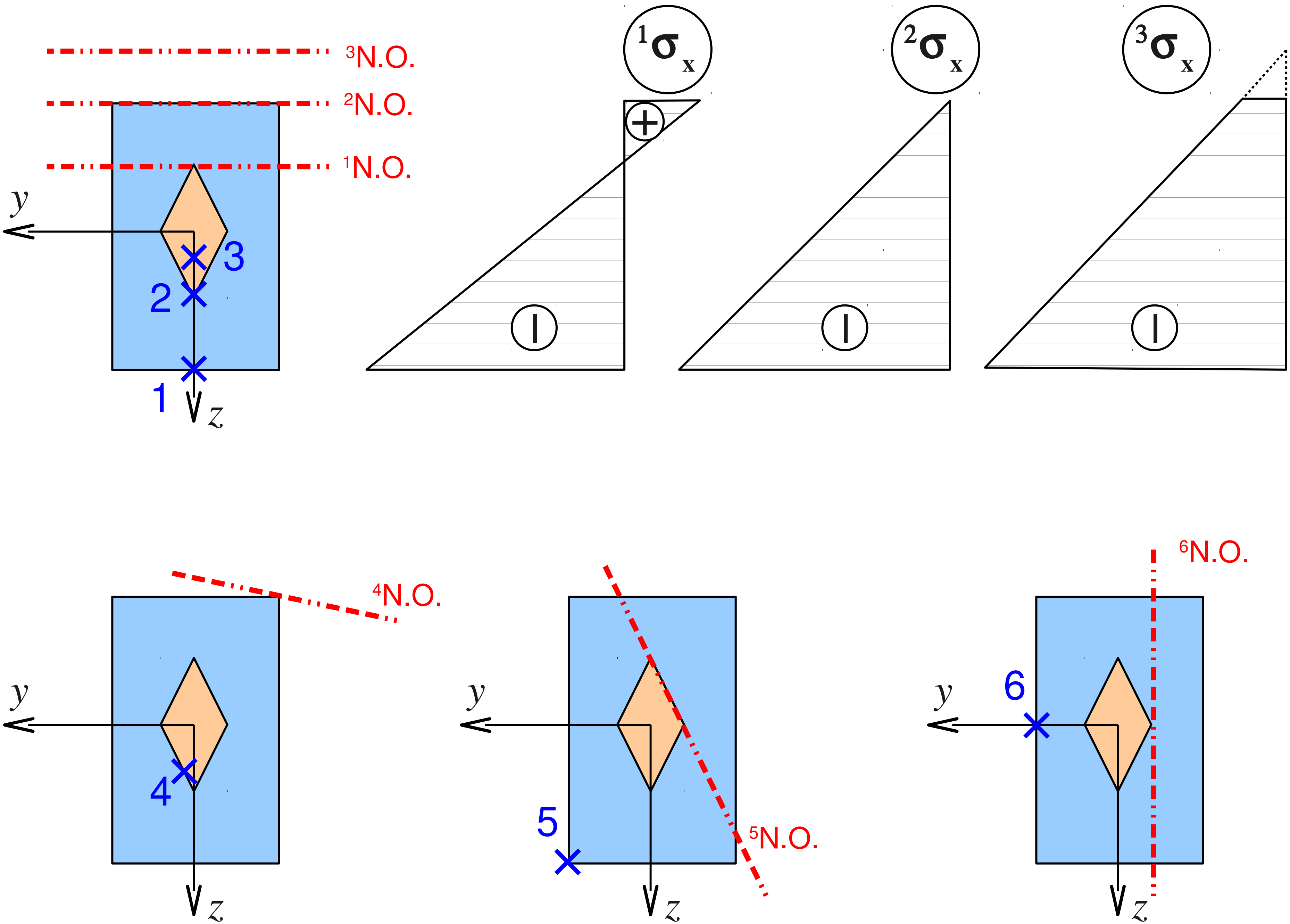


$$y_N = \rightarrow -\infty, \quad z_N = \frac{h}{2}$$

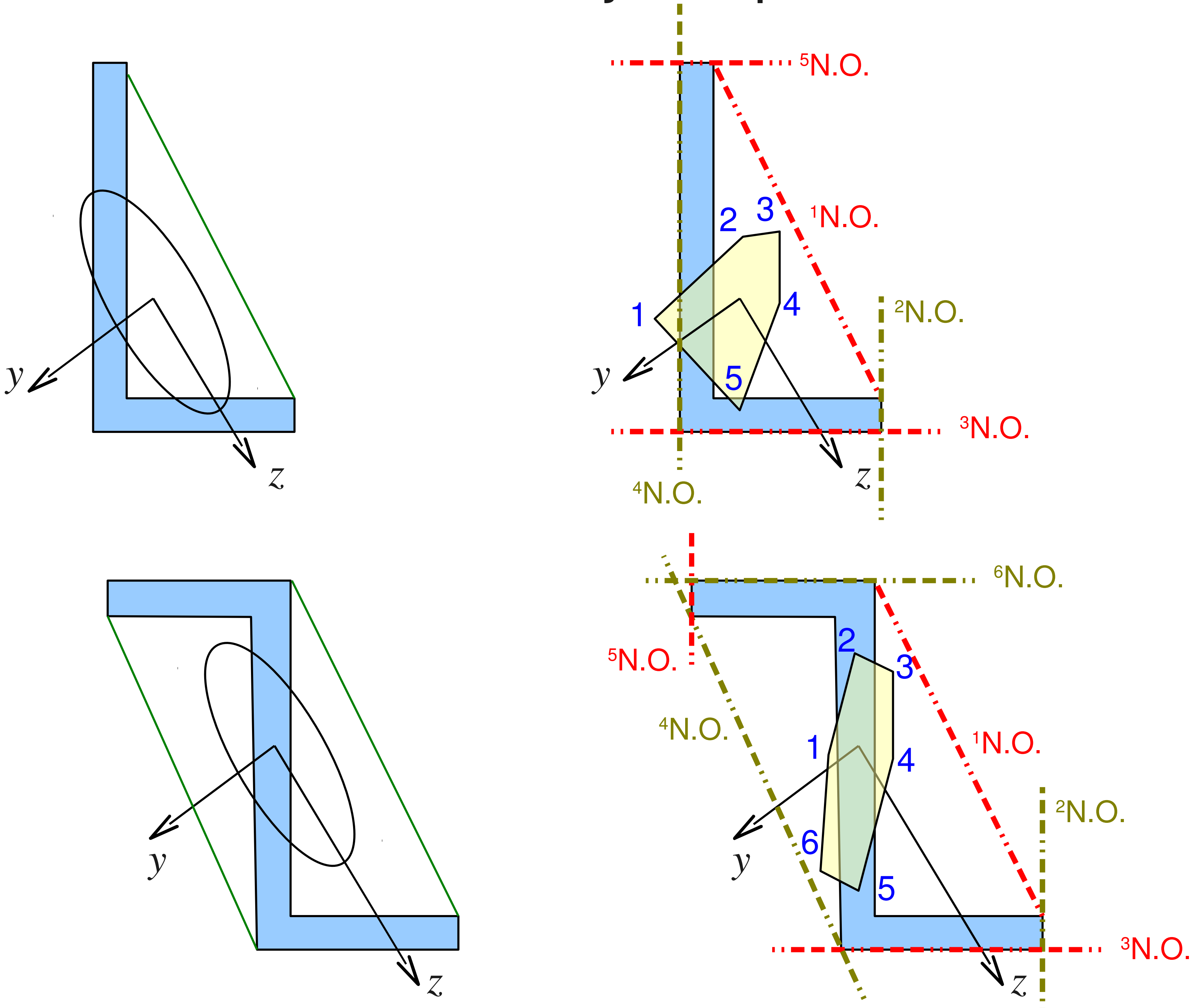
$$y_c = -\frac{i_z^2}{y_N} = 0$$

$$z_c = -\frac{i_y^2}{z_N} = \frac{h}{6}$$

Poloha neutrální osy

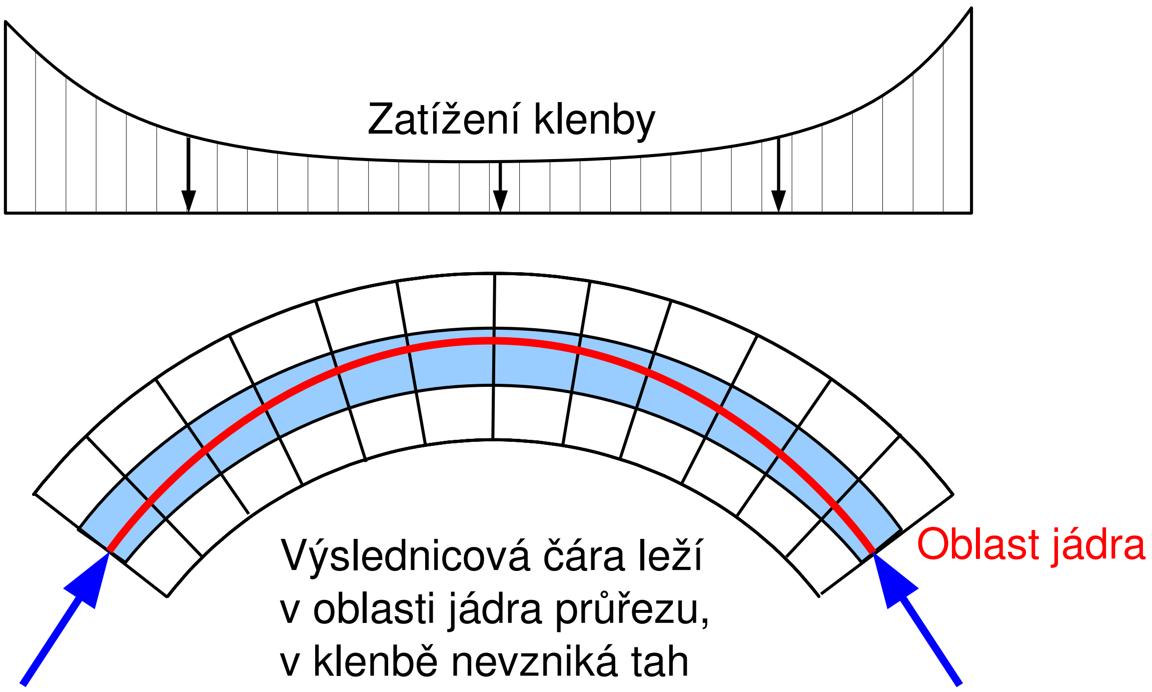


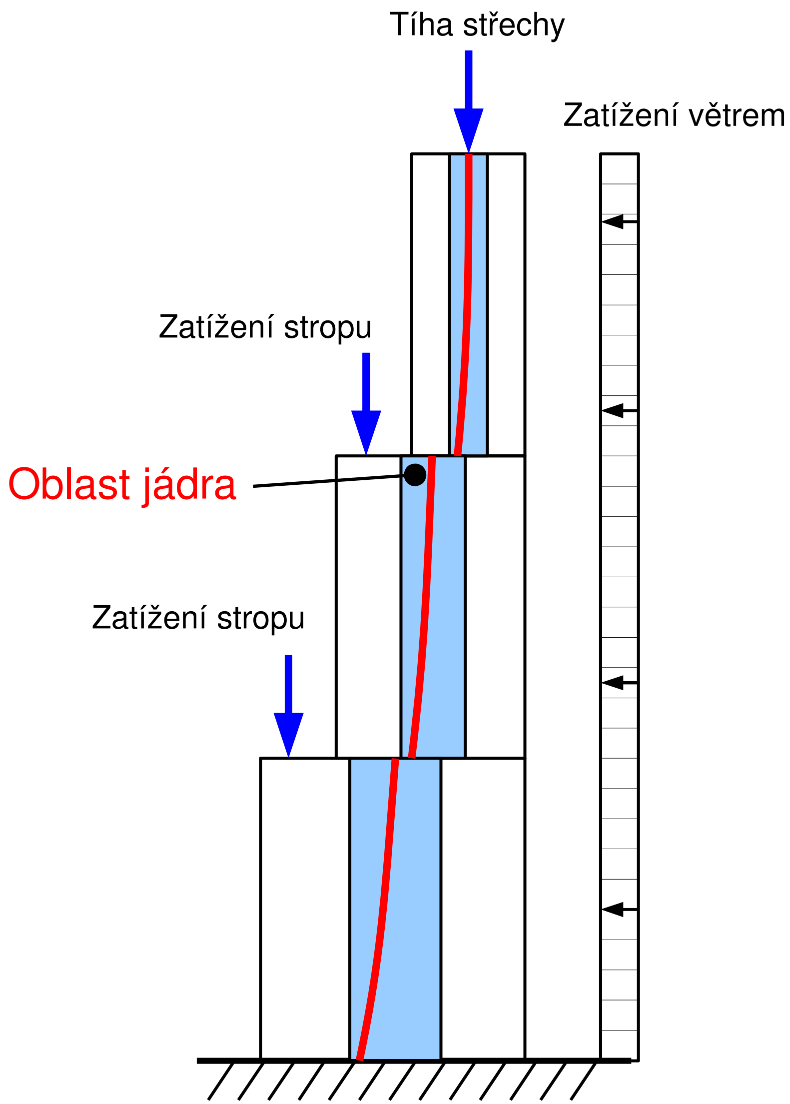
Konvexní obal jádra průřezu



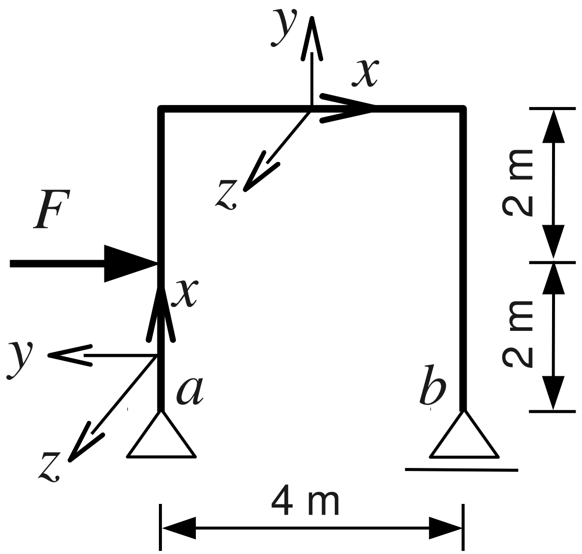
Využití jádra průřezu ve stavebním inženýrství

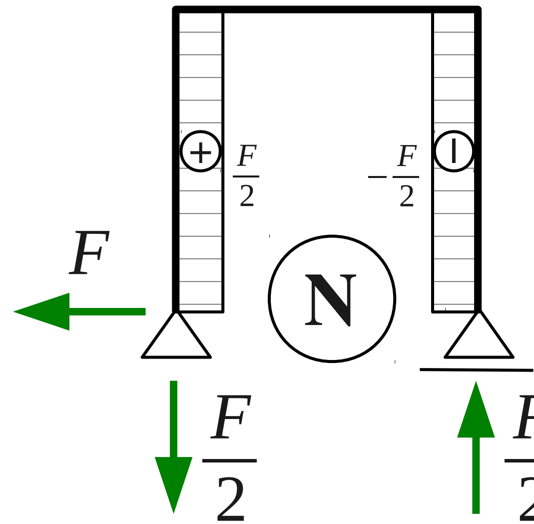
- Pro materiály s nízkou pevností v tahu (zdivo, malta) je výhodné výslednici zatížení ponechat v jádře průřezu

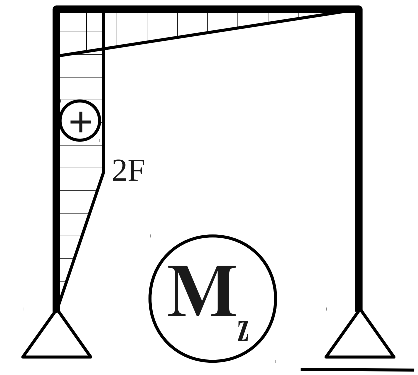


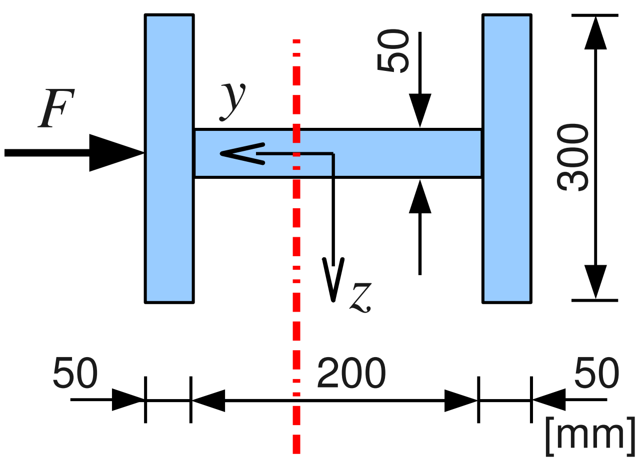


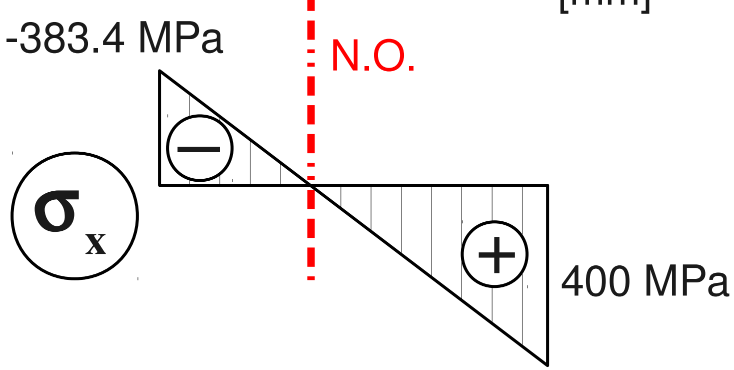
Určete mezní zatížení pro elastický stav, $f_y = \pm 400$ MPa











$$A = 2\cdot 5\cdot 30 + 5\cdot 20 = 400\,\mathrm{cm}^2 = 0.04\,\mathrm{m}^2$$

$$I_z = \frac{1}{12}\left(0.3^4 - 0.25\cdot 0.2^3\right) = 5.08333\text{e-}4\,\mathrm{m}^4$$

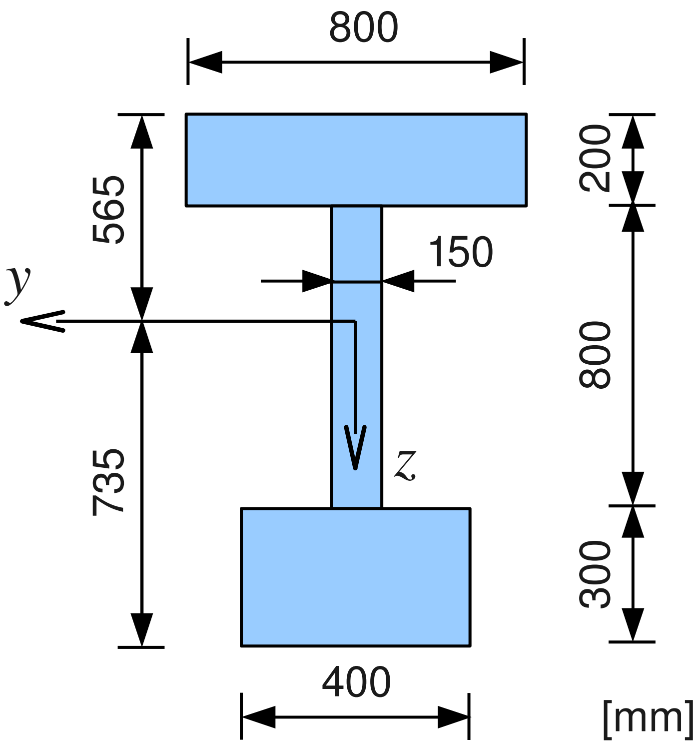
$$\sigma_x = \frac{F}{2\cdot A} - \frac{2F}{I_z}\,y = F\left(\frac{1}{2A} - \frac{2\,y}{I_z}\right)$$

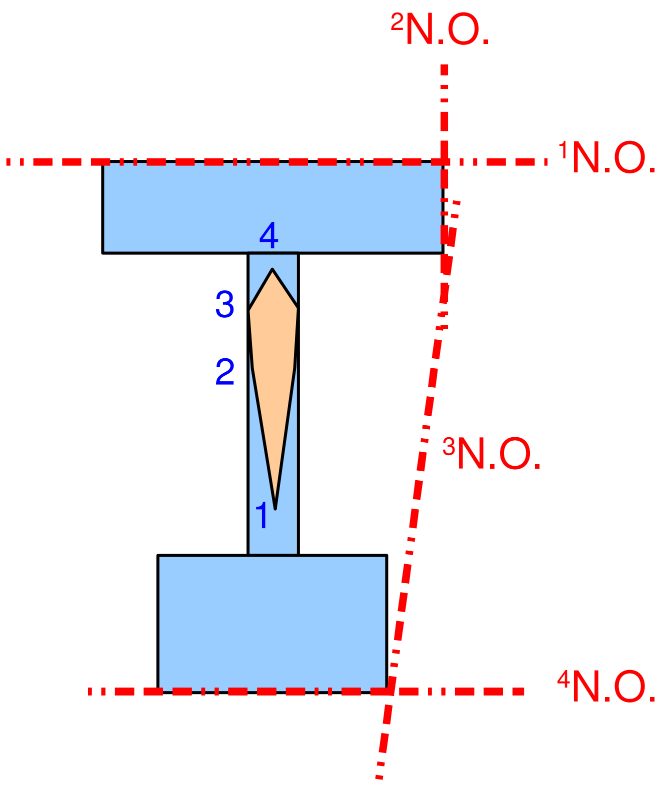
Nejmenší síla F bude dosažena při největší závorce, y=-0.150 m

$$F = \frac{400\text{e+}3}{\dfrac{1}{2\cdot 0.04} - \dfrac{2\cdot(-0.15)}{5.08333\text{e-}4}} = 663.7\,\mathrm{kN}$$

$$\sigma_x = 8.3 - 2611\,y$$

Určete jádro průřezu





Využití symetrie

$A = 0.4\,\mathrm{m}^2$

$I_y = 0.083643\,\mathrm{m}^4$

$i_y^2 = 2.09108\mathrm{e}{+5}\,\mathrm{mm}^2$

$I_z = 0.010358\,\mathrm{m}^4$

$i_z^2 = 2.5895\mathrm{e}{+4}\,\mathrm{mm}^2$

1: $y_N = \rightarrow\infty,\quad z_N = -565\ \mathrm{mm}$

$y_c = -\dfrac{i_z^2}{y_N} = 0,\quad z_c = -\dfrac{i_y^2}{z_N} = 370\ \mathrm{mm}$

2: $y_N = -400\ \mathrm{mm},\quad z_N \rightarrow \infty$

$y_c = 65\ \mathrm{mm},\quad z_c = 0$

3: $y_N = -334\ \mathrm{mm},\quad z_N = 1835\ \mathrm{mm}$

$y_c = 78\ \mathrm{mm},\quad z_c = -114\ \mathrm{mm}$

4: $y_N = \rightarrow\infty,\quad z_N = 735\ \mathrm{mm}$

$y_c = 0,\quad z_c = -285\ \mathrm{mm}$

Otázky

1. Definujte vnitřní síly v prutu jako výslednici normálových a smykových napětí.
2. Při jakém ohybu a okolo které osy dochází ke vzniku nejmenších normálových napětí po průřezu?
3. Kdy dochází k šikmému ohybu na průřezu? Jaký je jeho vztah k hlavním centrálním osám setrvačnosti?
4. Kdy prochází neutrální osa těžištěm průřezu? Prochází vždy těžištěm pro prostý i šikmý ohyb? Co způsobí normálová síla v průběhu napětí?
5. Co je excentrický tlak? Jaké vnitřní síly vznikají?
6. Definujte jádro průřezu. Jaký je jeho fyzikální význam? Obsahuje jádro vždy těžiště průřezu? Mohou vrcholy jádra průřezu ležet mimo oblast průřezu?
7. Odvoďte vrcholy jádra průřezu pro trojúhelníkový průřez.
8. Jaký je vztah mezi vrcholy jádra průřezu a polohou neutrální osy?
9. Co může nastat, pokud se výslednicová čára klenby dostane mimo oblast jádra? Proč se snažíme tomuto stavu zabránit?

Created 03/2011 in OpenOffice 3.2, Ubuntu 10.04 by Vít Šmilauer.
Poděkování patří zejména M. Jiráskovi za inspiraci jeho přednáškami.