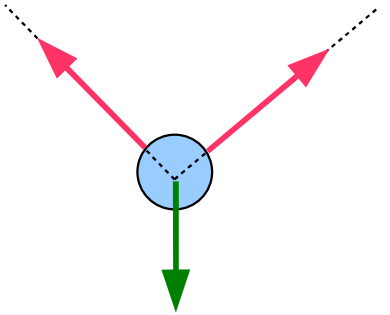
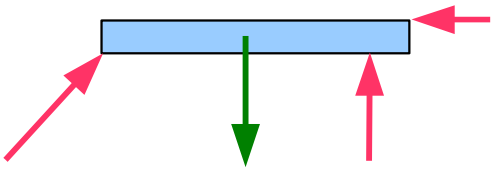
Stupně volnosti a vazby hmotných objektů

Reálnou konstrukci či její části idealizujeme výpočetním modelem, který se obvykle skládá z objektů typu

hmotný bod - model prvku na který působí svazek sil (často těžiště prvku) a kde nehraje roli jeho rotace

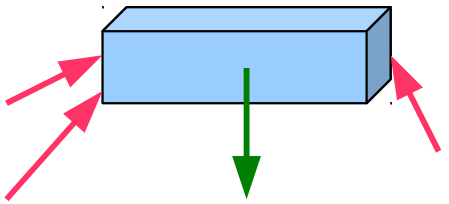


tuhá deska - rovina prvku ve které působí síly (soustava sil ve 2D)



tuhé těleso - obecný prvek na který působí soustava sil ve 3D

Složená soustava vznikne spojením jednotlivých objektů navzájem (vnitřní vazby) či k podkladu (vnější vazby)



Copyright (c) 2007-2008 Vít Šmilauer
Czech Technical University in Prague, Faculty of Civil Engineering, Department of Mechanics, Czech Republic

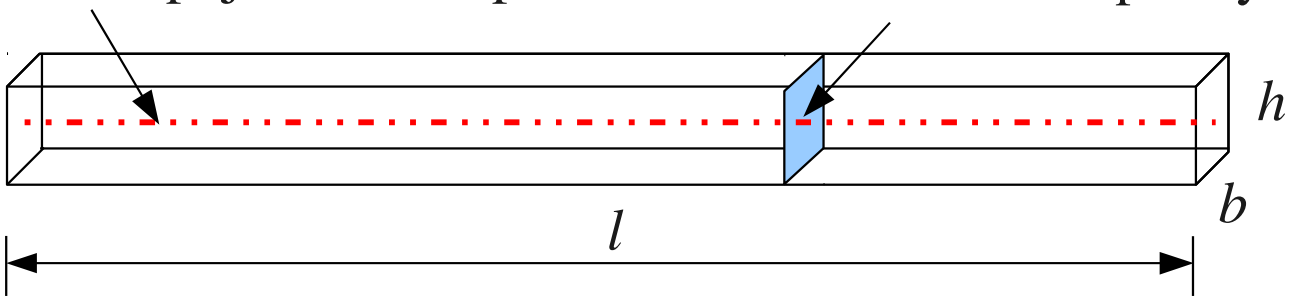
Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License" found at http://www.gnu.org/licenses/

Prut

Základní konstrukční prvek kde délka převládá nad ostatní rozměry

Střednice - spojnice těžišť průřezů

Průřez - příčný řez prutu



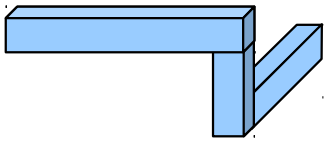
$l >> b$

$l >> h$

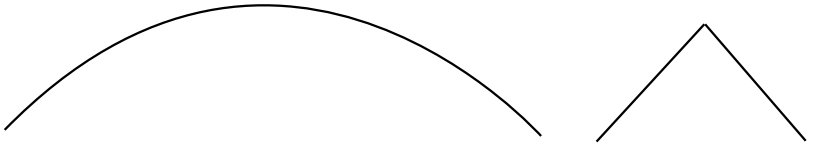
Obvykle se pruty modelují střednicí

Prizmatický prut - konstantní průřez

Prostorový prut

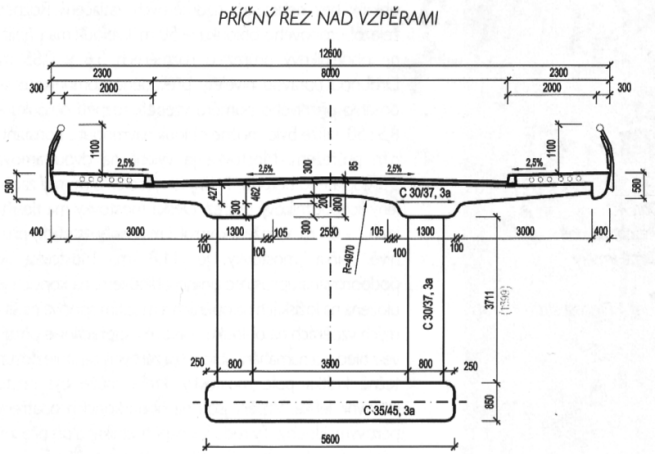


Rovinný prut - střednice leží v rovině



Obecný - zakřivený s proměnným průřezem

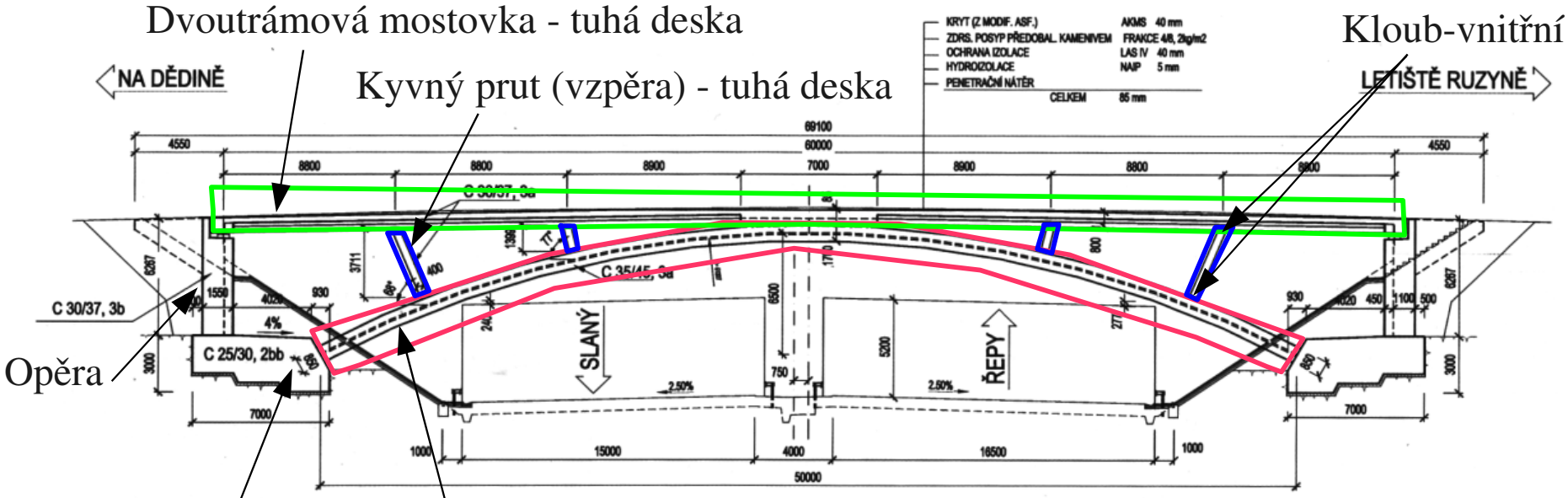
Geometrický model složené konstrukce (rovinný model)



Dvoutrámová mostovka - tuhá deska

Kyvný prut (vzpěra) - tuhá deska

Kloub-vnitřní vazba



Opěra

Oblouk (obloukový, zakřivený prizmatický prut) - tuhá deska

Patka (podpora) - vetknutí, vnější vazba

Stupně volnosti

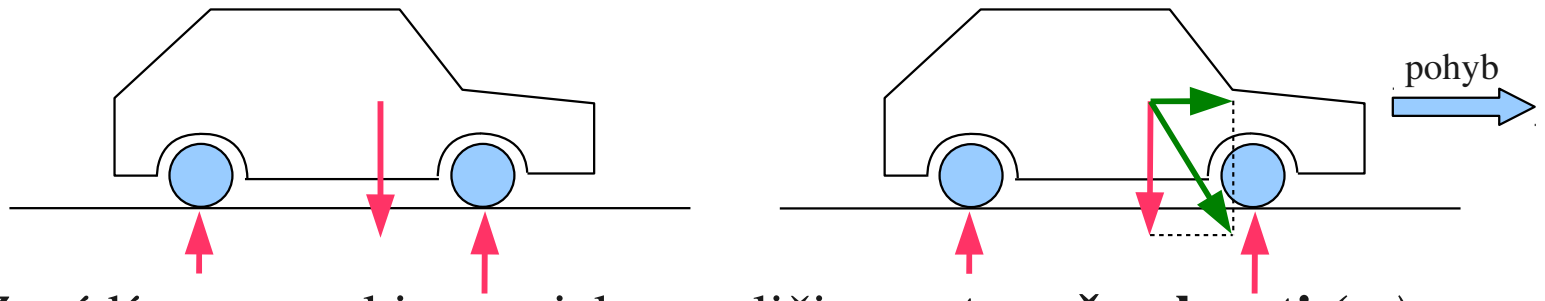
Na stavební konstrukce působí obecně silové a momentové **zatížení**, které má snahu uvést do pohybu její hmotné části

Pohyb hmotných částí je omezován vazbami, ve kterých obecně vznikají **reakce** (síly či momenty)

Zatížení + reakce = **vnější síly a momenty**

Hmotné části jsou v rovnováze pokud jsou v rovnováze vnější síly a momenty

To však neznamená, že při změně směru zatížení nedojde k pohybu částí



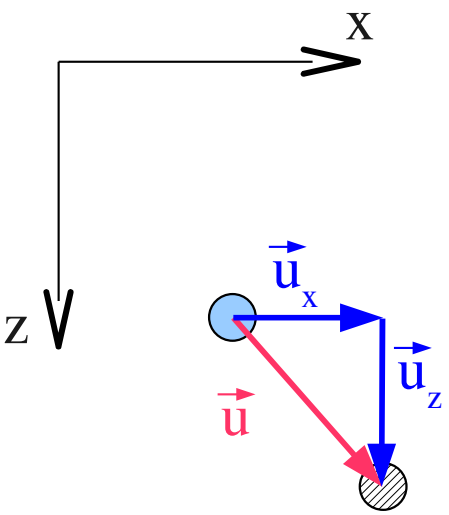
Zavádíme proto kinematickou veličinu **- stupně volnosti *(m)***

Volný objekt má tolik stupňů volnosti, kolika nezávislými parametry je určena jeho poloha v prostoru (rovině)

Stupně volnosti lze určit bez znalosti zatížení

Stupně volnosti hmotného bodu

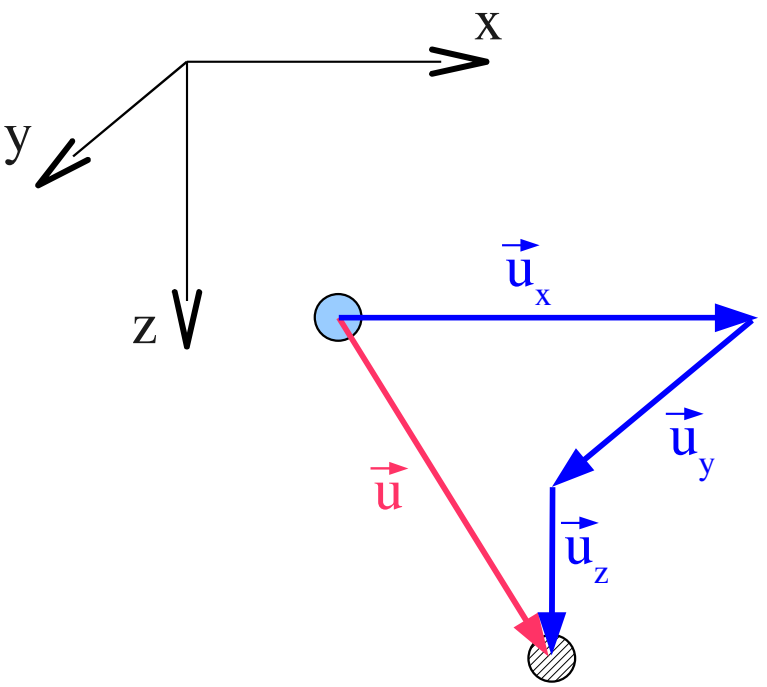
V rovině *x*-*z*



m = 2

2 nezávislé posuny

V prostoru



m = 3

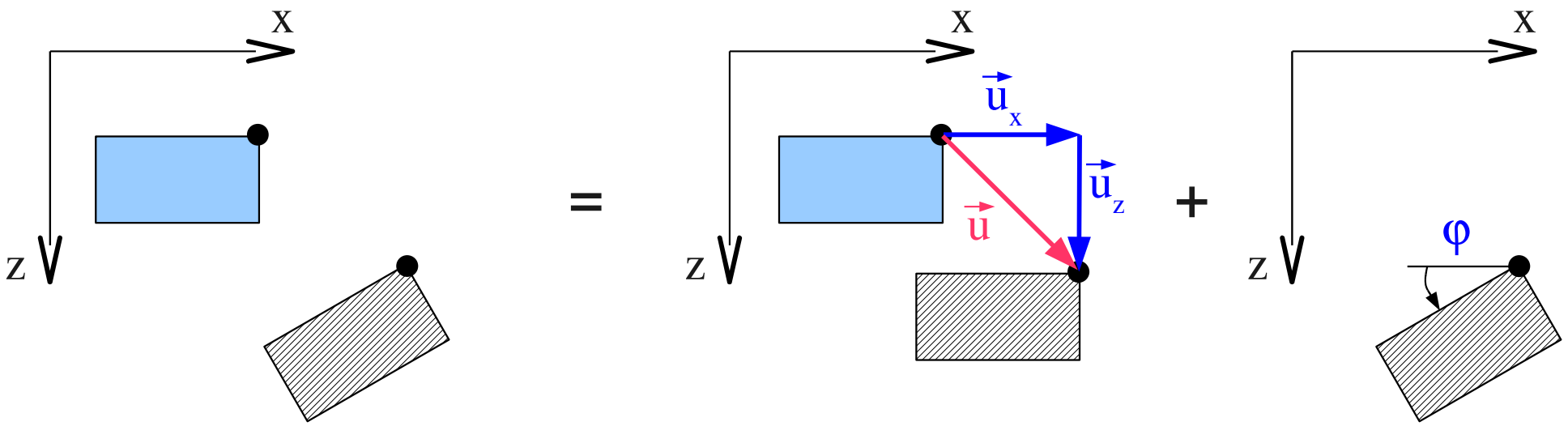
3 nezávislé posuny

<u>Pozn.</u> Souřadná osa *z* obvykle směřuje ve směru působení zemské tíže

Stupně volnosti tuhé desky

Přemístění tuhé desky můžeme popsat translací (posunem) a rotací v rovině *x-z*

Příklad desek - stěna, nosník



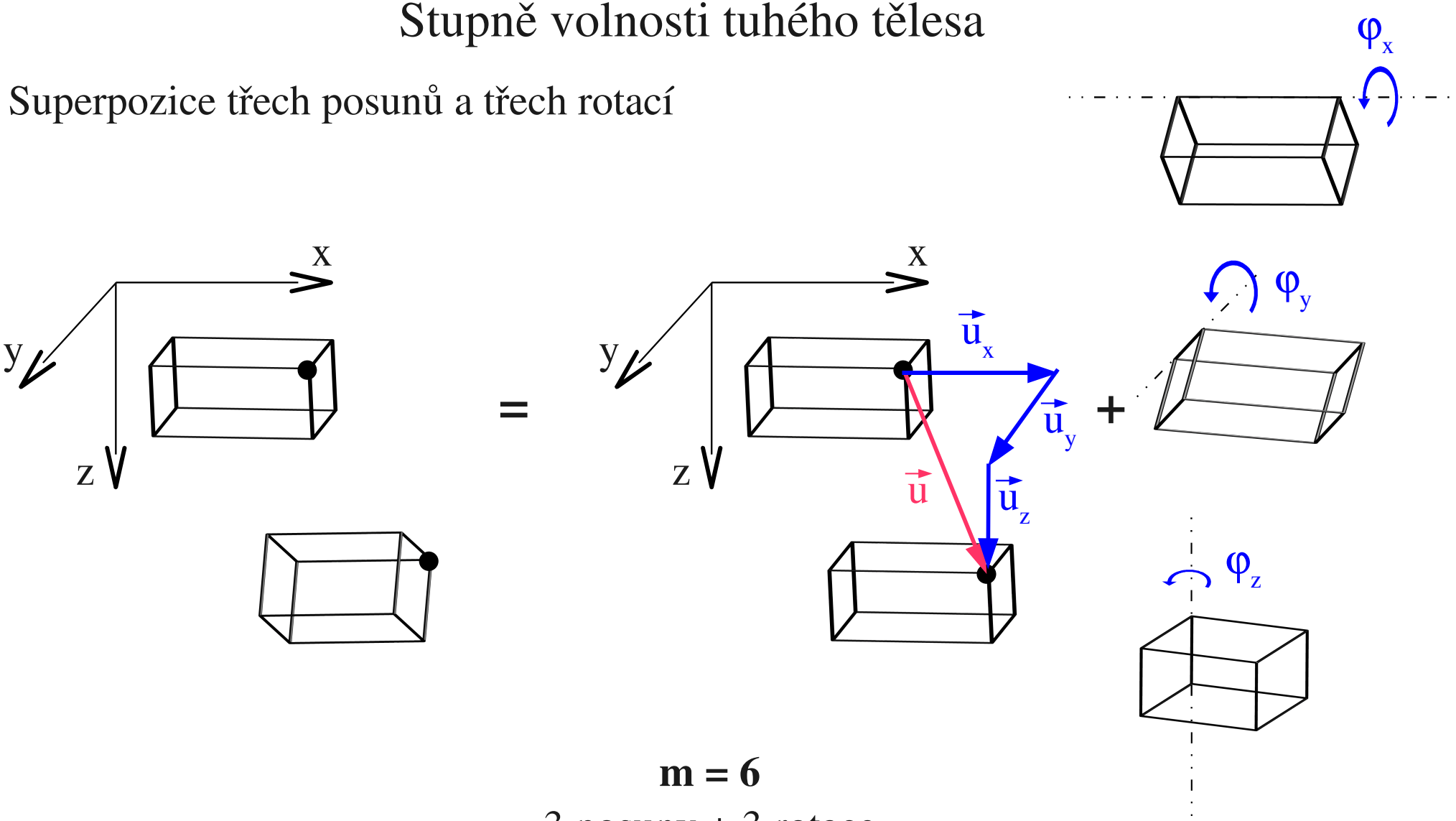
m = 3

2 posuny + 1 rotace

Pozn. Tranlace a rotace platí stejně pro všechny body desky

Stupně volnosti tuhého tělesa

Superpozice třech posunů a třech rotací



m = 6

3 posuny + 3 rotace

<u>Pozn.</u> Tranlace a rotace platí stejně pro všechny body tělesa

Vazby

Vazby slouží k zabránění pohybu, tj. odebírají (ruší) *r* stupňů volnosti

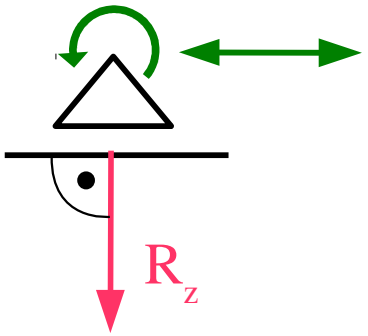
Kolik stupňů vazba ruší, tolik složek reakcí vzniká

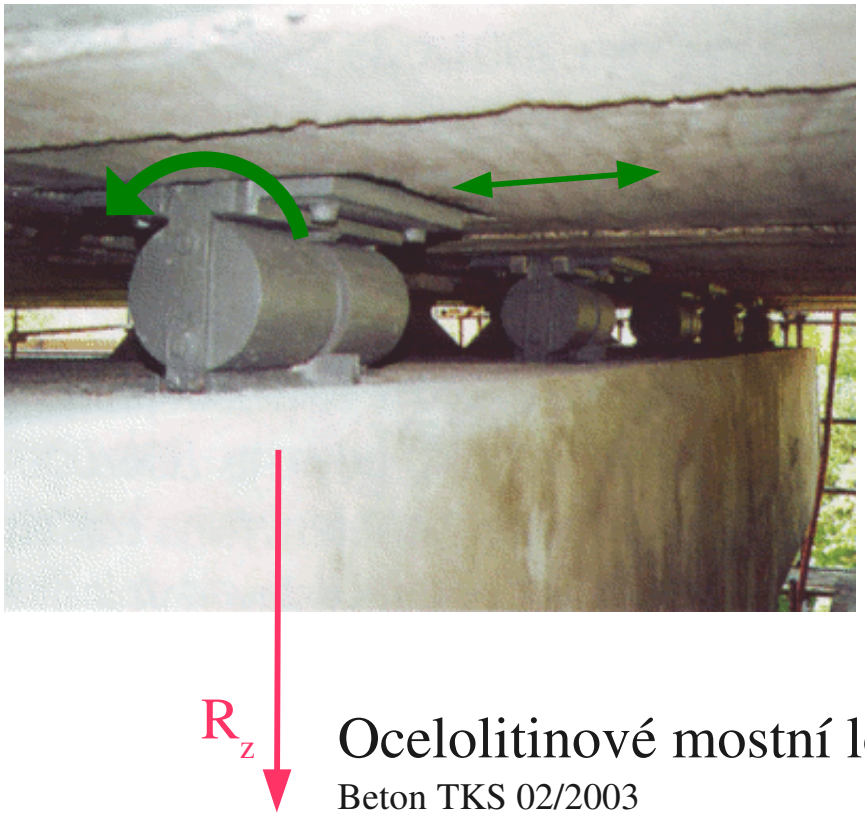
Při výpočtu uvolníme vazby a nahradíme je silami (momenty), neznámé jsou velikosti reakcí, kladný směr reakcí volíme často ve směru os

Základní typy vazeb

Posuvný kloub v rovině

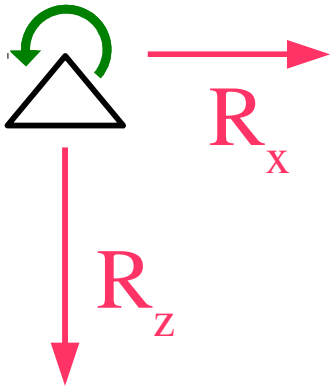
odebírá jeden stupeň volnosti
$r = 1$

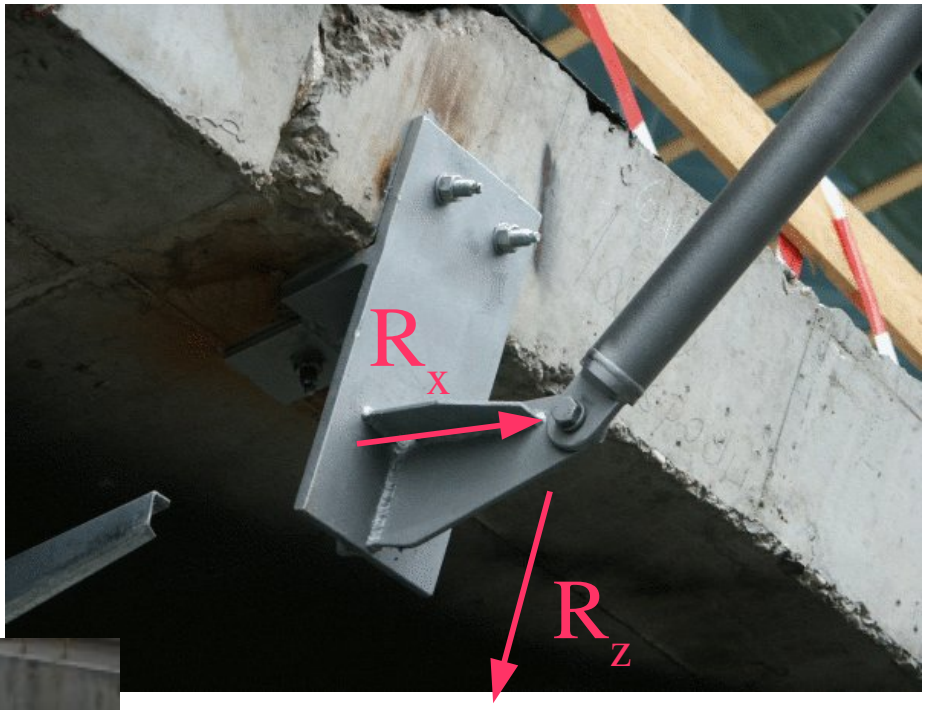


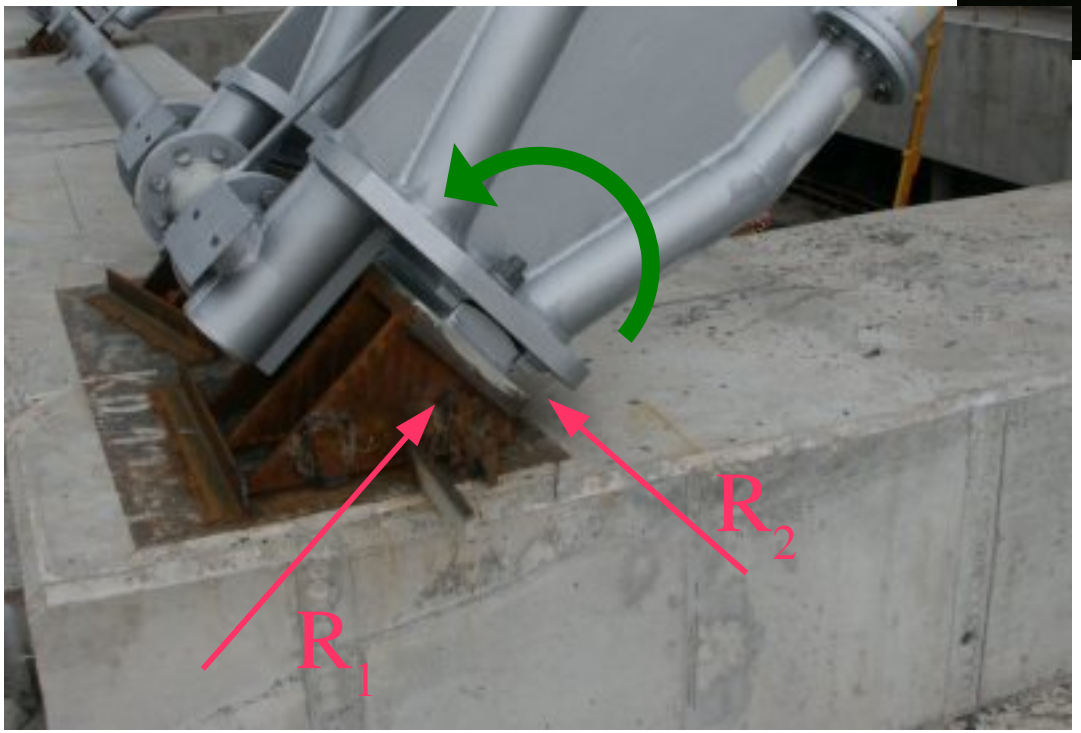


Ocelolitinové mostní ložisko
Beton TKS 02/2003

Pevný kloub v rovině odebírá dva stupně volnosti ($r = 2$), umožňuje rotaci







Sazka arena, Praha

foto: autor

Kyvný prut v rovině nebo prostoru odebírá jeden stupeň volnosti ($r = 1$)

Jiné názvy: stojka, vzpěra (tlak), táhlo (tah), tyč

Vznikne kloubovým uložením desky, tělesa na obou stranách

Vedení objektu po kružnici (kulové ploše)

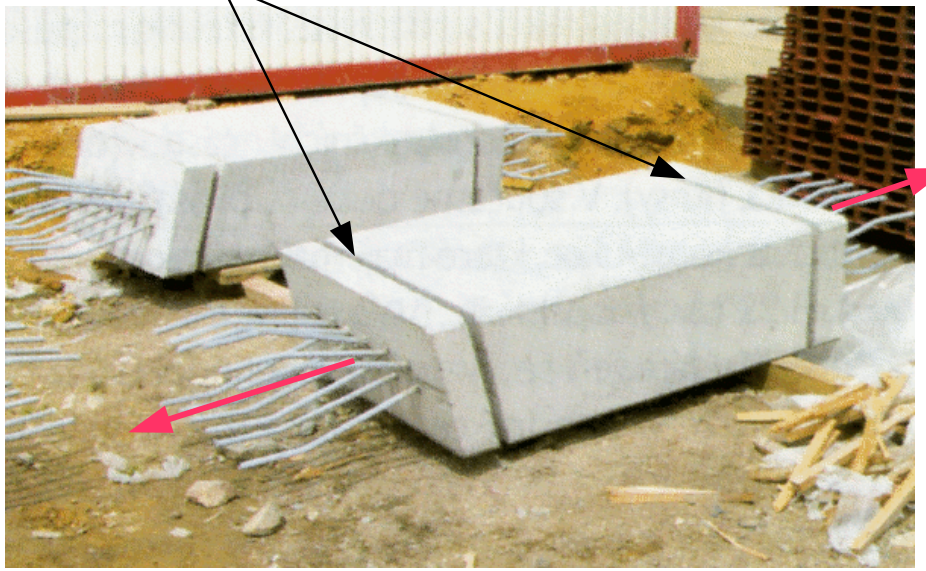
Konvence - kladná síla znamená tah

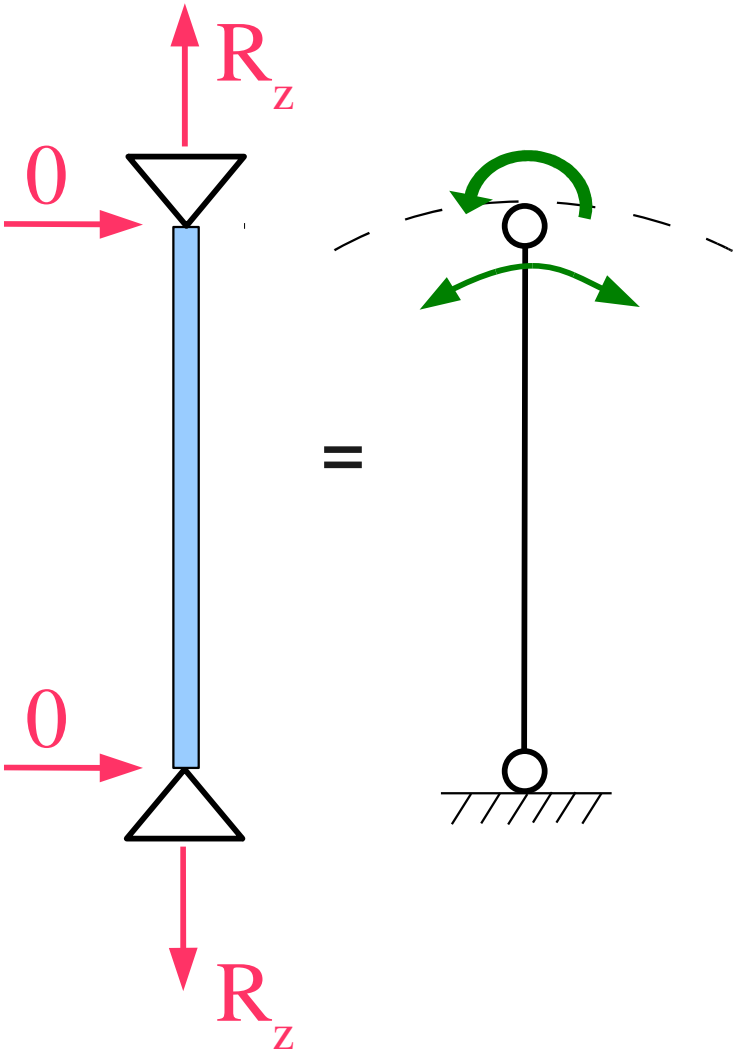
Pokud nepůsobí žádné příčné zatížení,

jsou kolmé reakce nulové (momentová

podmínka rovnováhy ke kloubu)

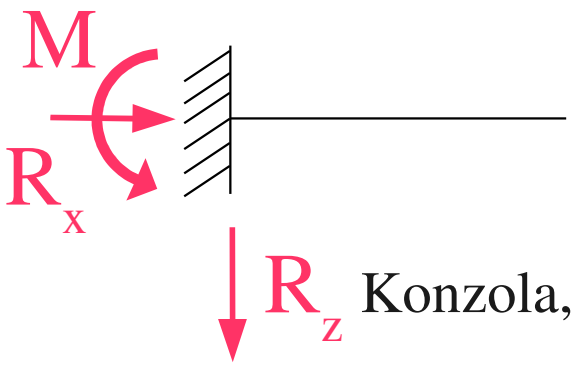
Pérový kloub



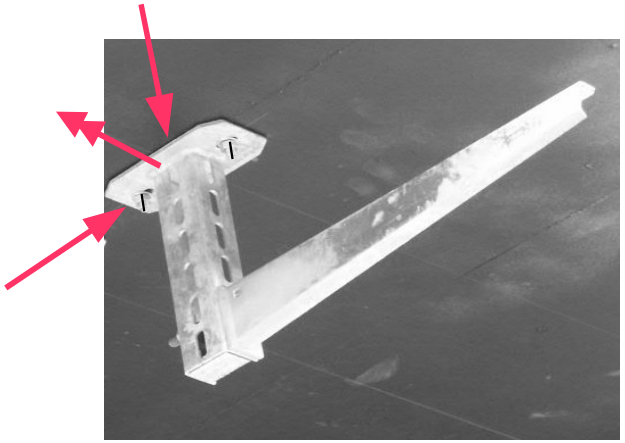


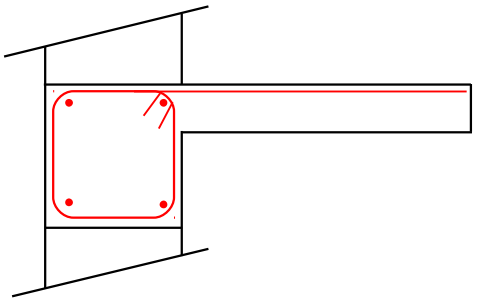
Vzpěry mostu v Ruzyni, Praha. Beton TKS 2/2001

Vetknutí v rovině odebírá tři stupně volnosti ($r = 3$)

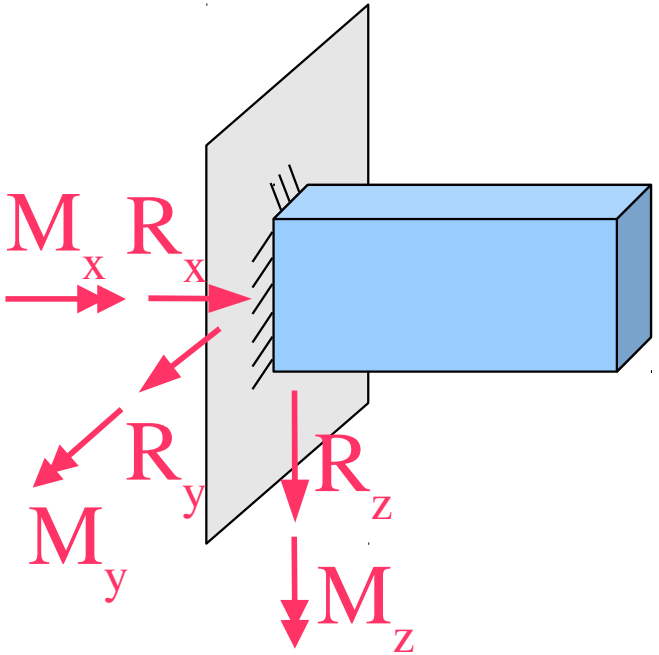


Konzola, krakorec





Vetknutí v prostoru ($r = 6$)

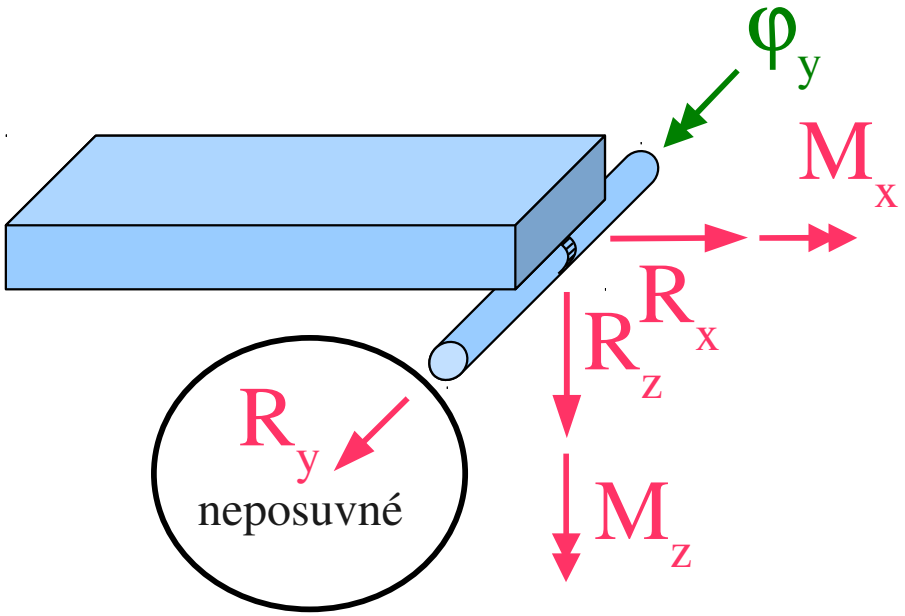


Vetknutí sloupu

Peikko, letiště Ruzyně

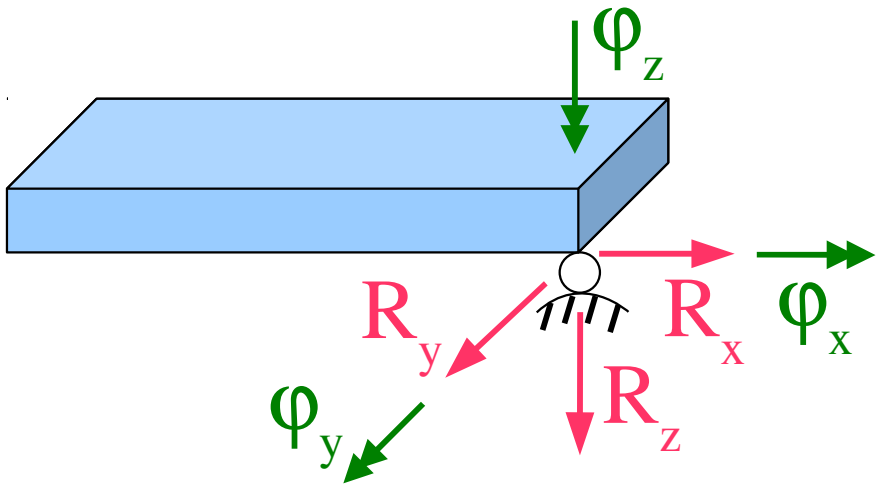
Další vazby v prostoru

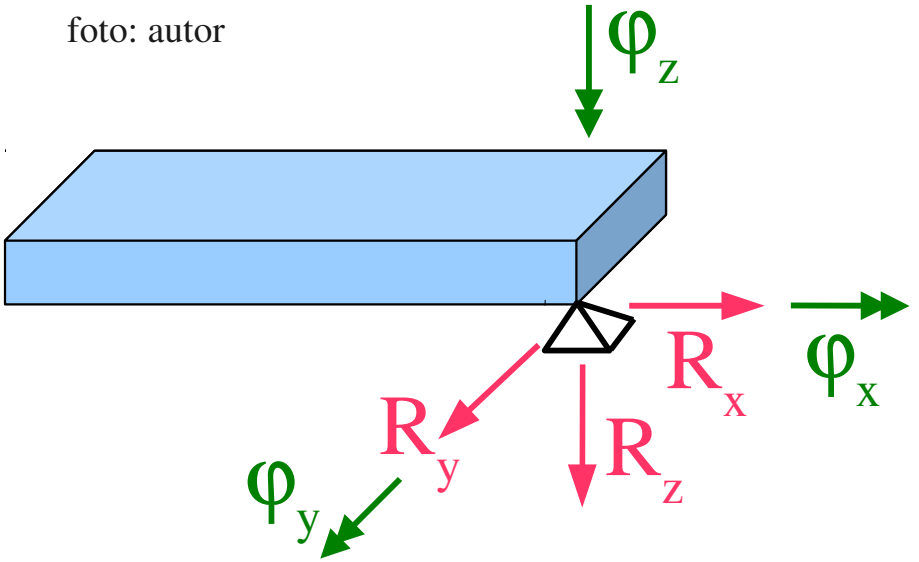
Neposuvný válcový kloub ($r = 5$)



Hala Sazka
foto: autor

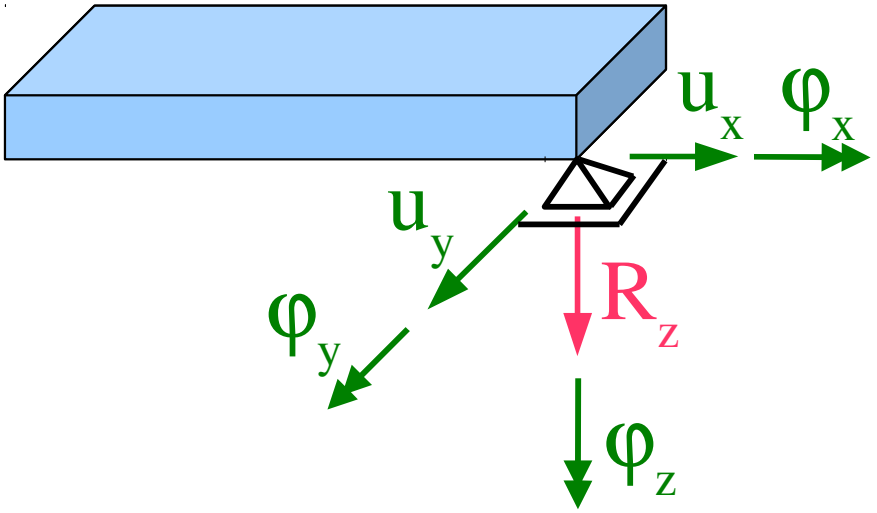
Kulový kloub (pevná podpora, $r = 3$)





Další vazby v prostoru

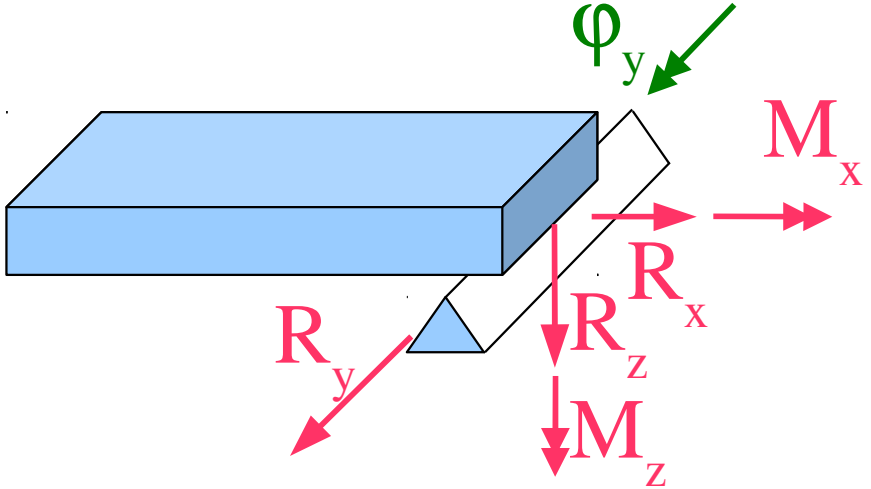
Posuvná podpora (vedení po rovině či ploše, $r = 1$)



Technická knihovna

foto: autor

Neposuvný liniový kloub ($r = 5$)



katalog firmy Heluz

Příklady uložení (vnější vazby)

Ocelolitinové ložisko
foto: M. Pošvárová

Pevné hrncové ložisko
foto: M. Pošvárová

Válečková ložiska
materiál firmy Koňařík

Pružné uložení, metro Střížkov
foto: J. Vácha

Uložení krokví foto: autor

Millenium bridge, London

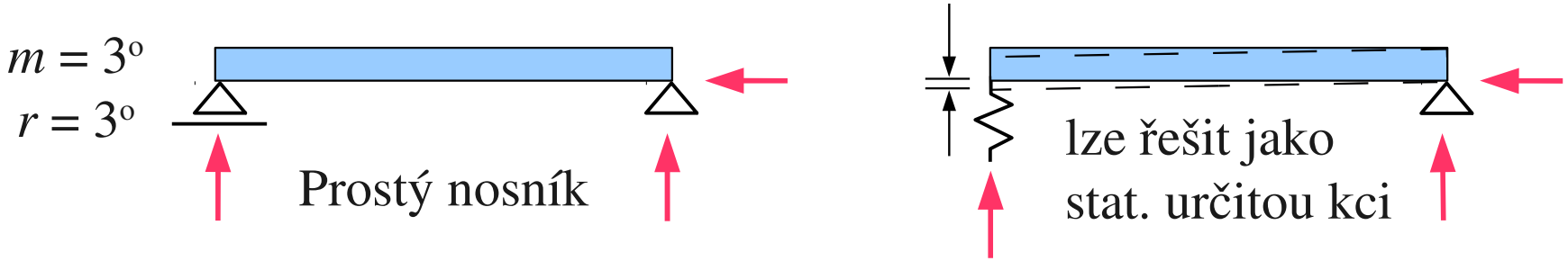
Statická a kinematická určitost

Stupně volnosti tělesa (konstrukce) *m*

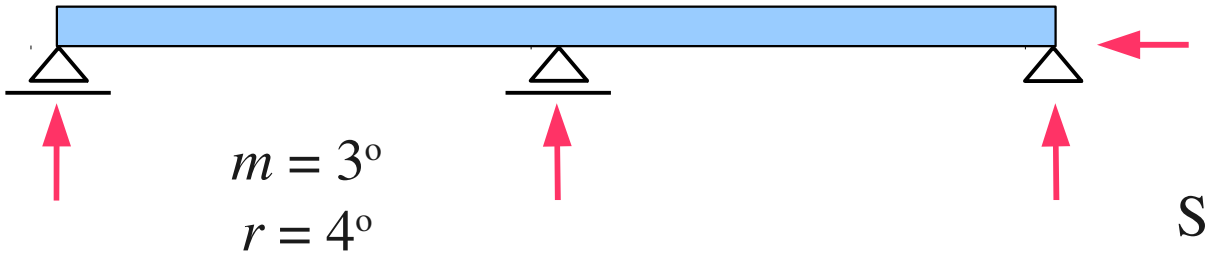
Počet zrušených stupňů vazbami *r* (vnějšími a vnitřními)

Stupně volnosti	Podepření staticky	Podepření kinematicky	Pozn.
m* = *r a není výjimkový případ	**určité**	určité	kce pevně podepřena
m* < *r a není výjimkový případ	**neurčité**	přeurčité	kce pevně podepřena
m* > *r nebo výjimkový případ	přeurčité	neurčité	kce může změnit polohu

Staticky určitá konstrukce má přesně tolik vazeb jako stupňů volnosti, vazby zachytí libovolný směr zatížení, k určení reakcí postačují statické podmínky rovnováhy, zrušení vazby může znamenat pád konstrukce, pokles podpor a teplota nezpůsobují další namáhání kce



Staticky neurčitá konstrukce obsahuje více vazeb než stupňů volnosti, vazby zachytí libovolný směr zatížení, k určení reakcí je navíc potřeba *r* - *m* dalších podmínek (např. přetvárné), zrušení vazby může znamenat přechod na staticky určitou konstrukci, pokles podpor a teplota způsobují obecně další namáhání kce



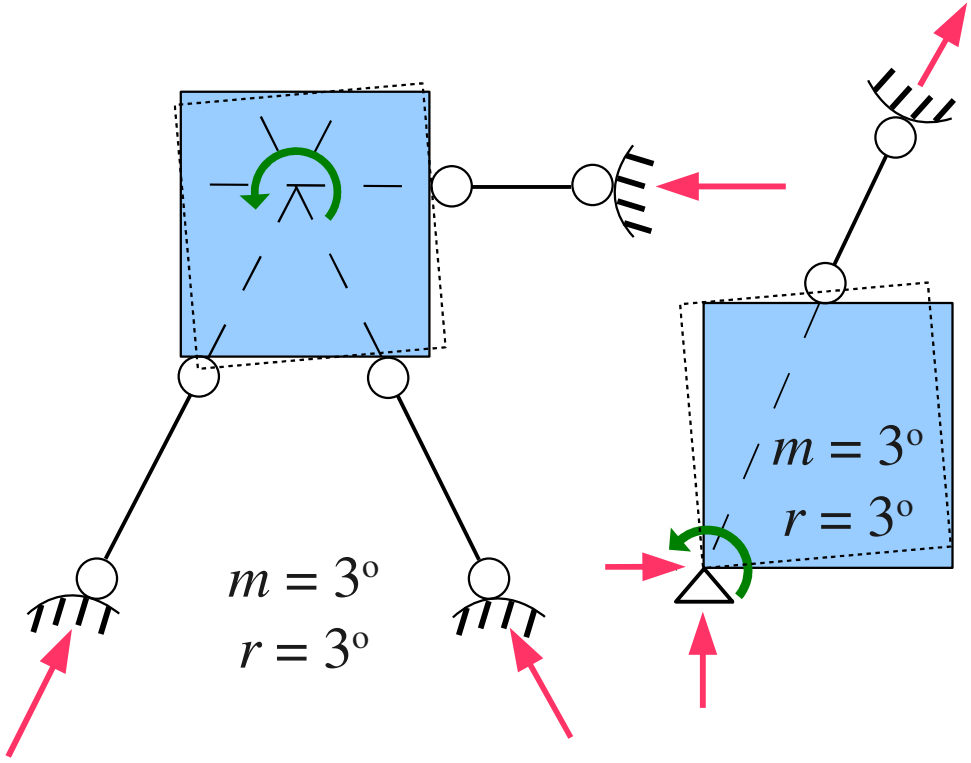
Spojitý nosník o dvou polích

Výjimkový případ podepření

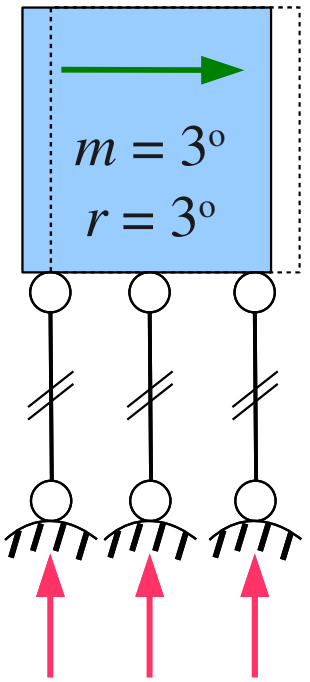
Nevhodné uspořádání vazeb neumožní zabránit skutečným či nekonečně malým posunům (pootočením)

Nelze nalézt reakce ve vazbách, determinant soustavy je nulový (blízký nule při numerickém řešení)

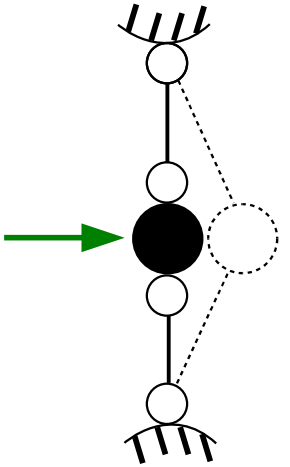
výjimkové případy podepření tuhé desky v rovině a hmotného bodu



Paprsky reakcí se protínají v jednom bodě

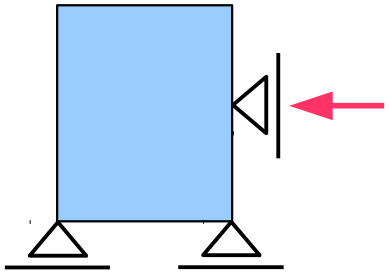


Paprsky reakcí jsou rovnoběžné

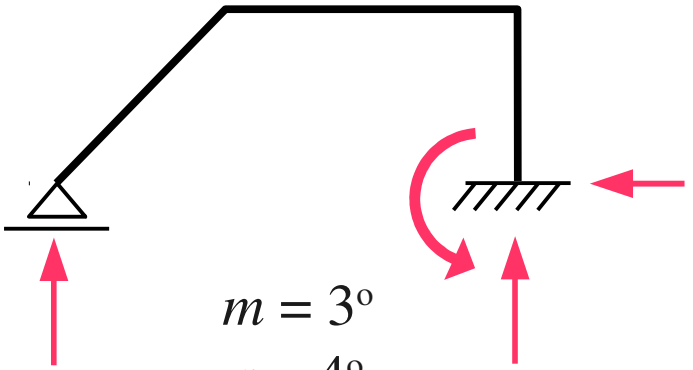


Vodorovnou sílu nelze rozložit do svislých složek

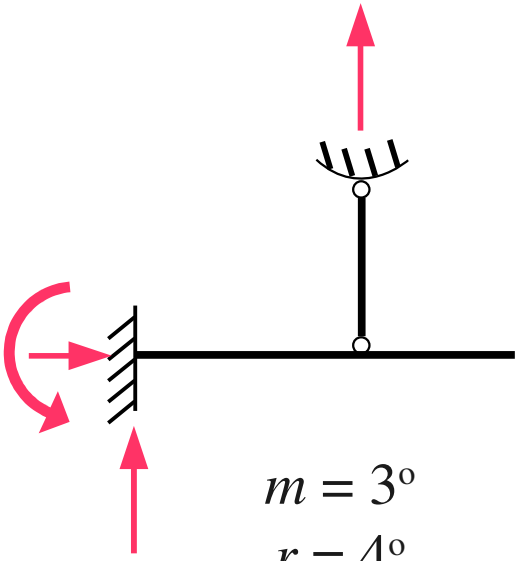
Stanovte statickou a kinematickou určitost



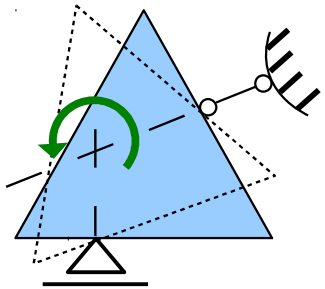
$m = 3^o$
$r = 3^o$



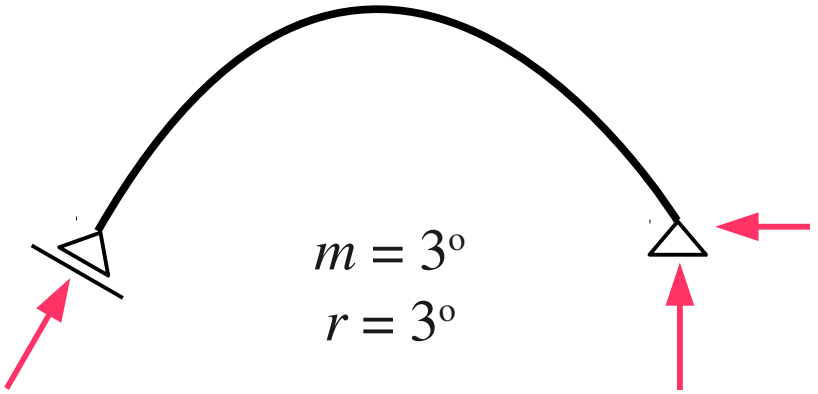
$m = 3^o$
$r = 4^o$



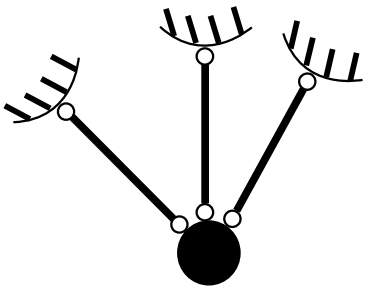
$m = 3^o$
$r = 4^o$



$m = 3^o$
$r = 2^o$



$m = 3^o$
$r = 3^o$

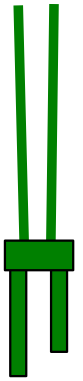


$m = 2^o$
$r = 3^o$

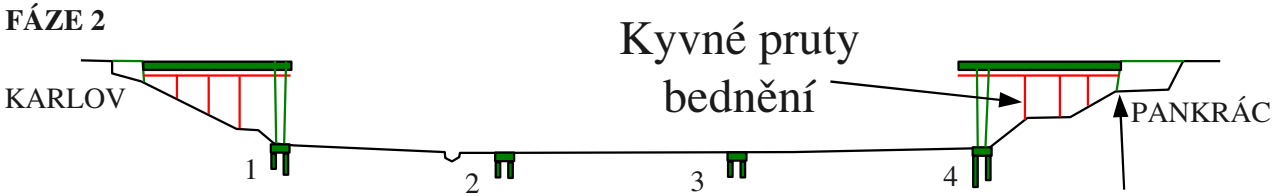
Stanovte statickou a kinematickou určitost částí Nuselského mostu

FÁZE 1

Pilíře $m = 3^o$, $r = 3^o$

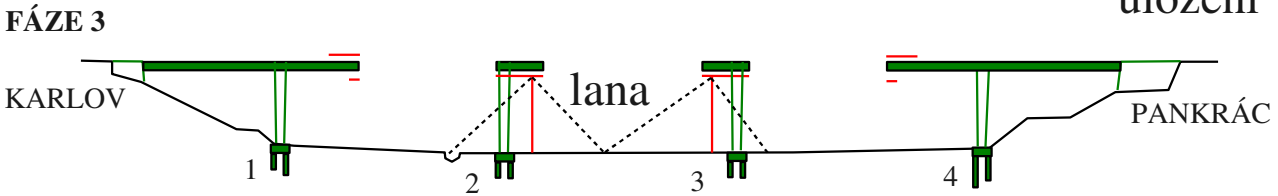


FÁZE 2



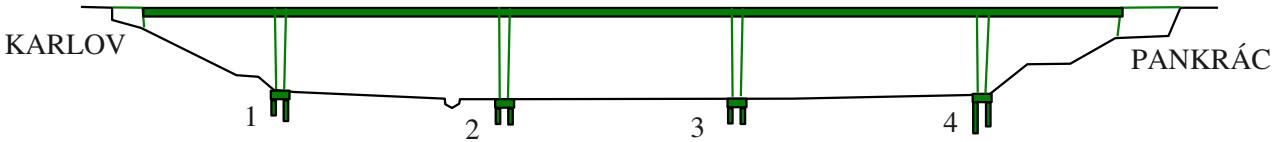
Krajní pole $m = 3^o$
$r = 3^o + 3x1^o + 1^o = 7^o$

FÁZE 3



Vnitřní pole $m = 3^o$
$r = 3^o + 3x1^o = 6^o$

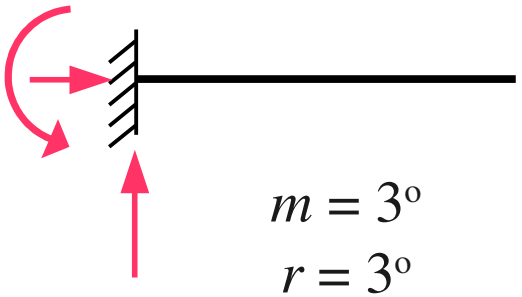
FÁZE 4



Celý most $m = 3^o$
$r = 4x3^o + 2x1^o = 14^o$

Určete stupeň statické určitosti a zaveďte reakce

Konzola



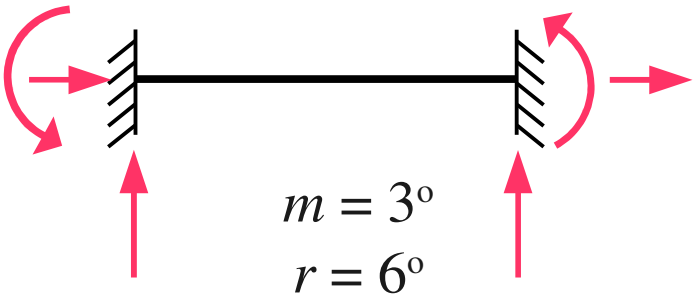
$m = 3^o$

$r = 3^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r=0^o}$

stat. určité

Oboustranně vetknutý nosník



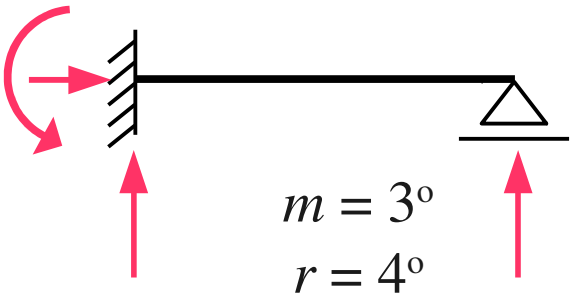
$m = 3^o$

$r = 6^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r=-3^o}$

3x stat. neurčité

Jednostranně vetknutý nosník



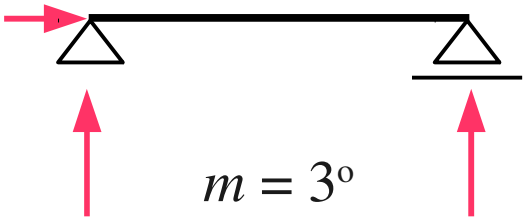
$m = 3^o$

$r = 4^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r=-1^o}$

1x stat. neurčité

Prostý nosník



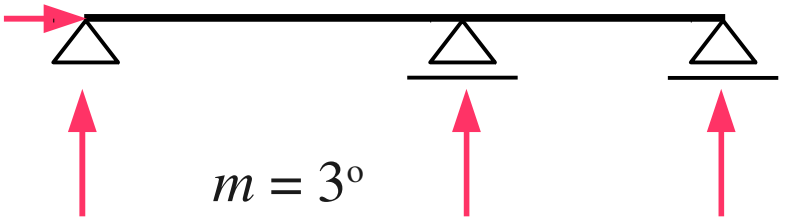
$m = 3^o$

$r = 3^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r=0^o}$

stat. určité

Spojitý nosník o dvou polích



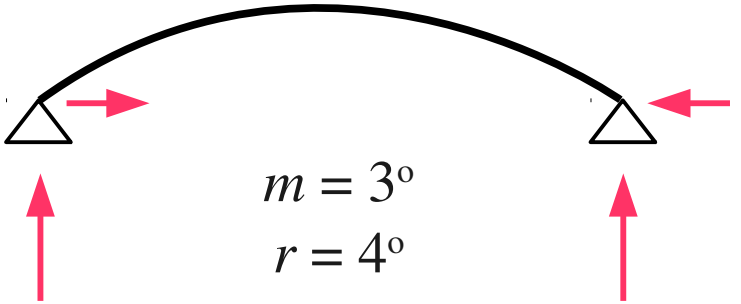
$m = 3^o$

$r = 4^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r=-1^o}$

1x stat. neurčité

Dvojkloubový oblouk



$m = 3^o$

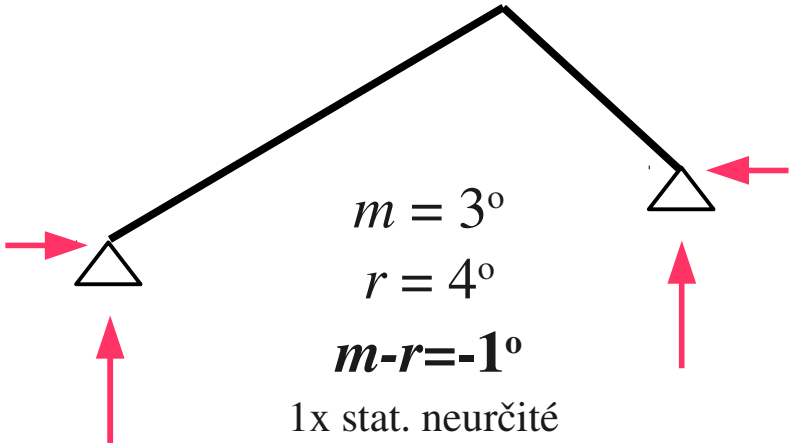
$r = 4^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r=-1^o}$

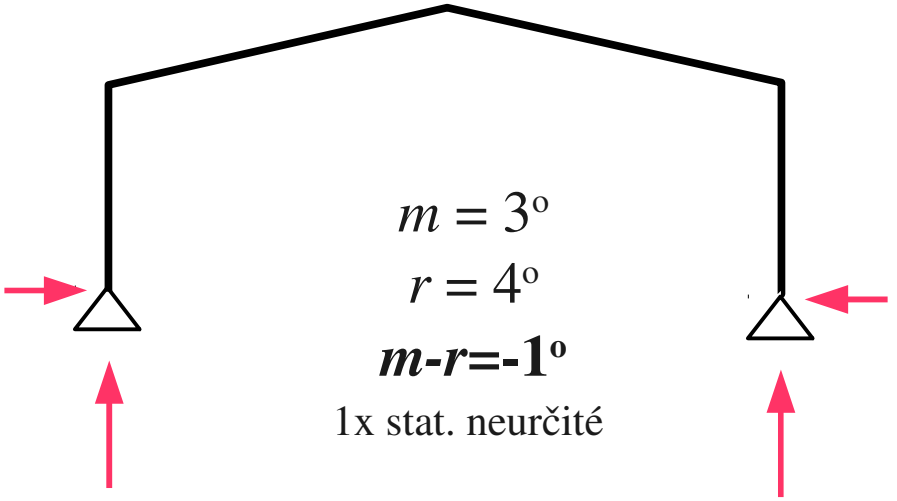
1x stat. neurčité

Určete stupeň statické určitosti a zaveďte reakce

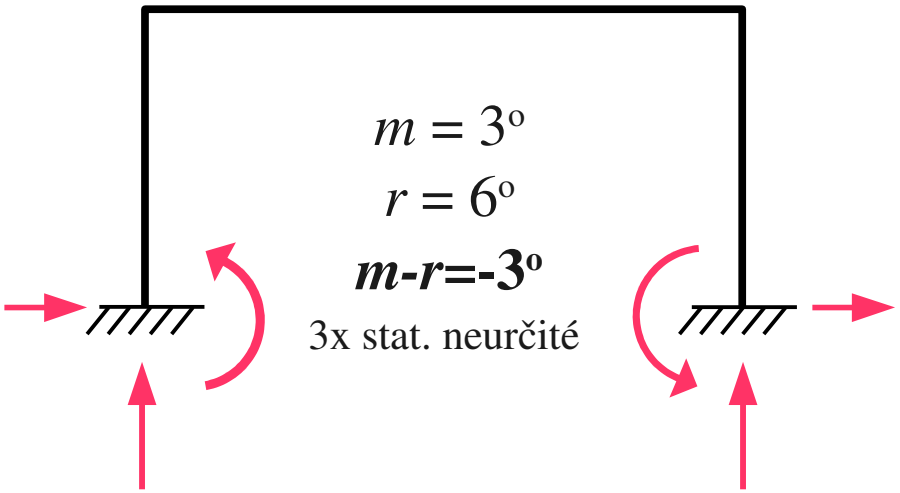
Trojúhelníkový rám kloubově uložený



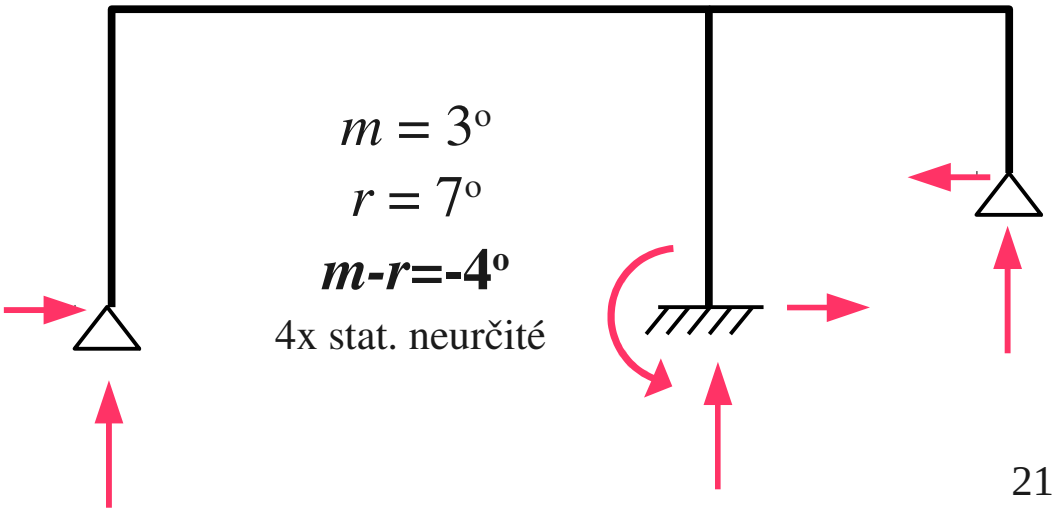
Rám s lomenou příčlí kloubově uložený



Obdélníkový rám dokonale vetknutý



Sdružený obdélníkový rám o dvou polích

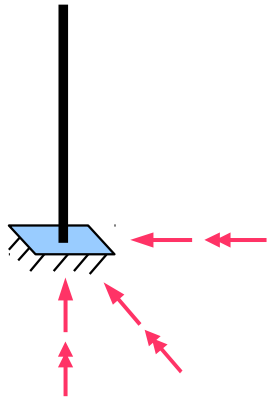


Určete stupeň statické určitosti a zaveďte reakce

Pchery, 3 MW

Subway Chicago

Časopis Květy 43 2007

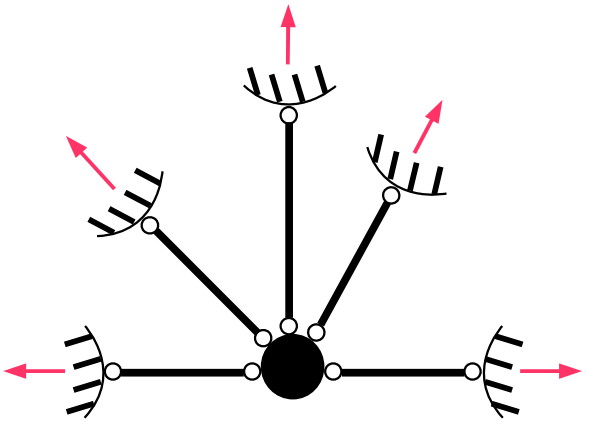


$m = 6^o$

$r = 6^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r = 0^o}$

stat. určité

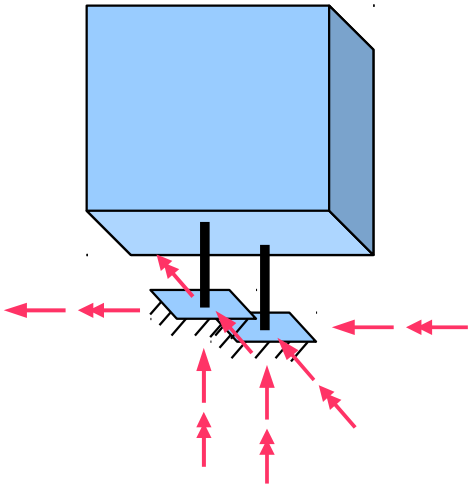


$m = 2^o$

$r = 5^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r = -3^o}$

3x stat. neurč.



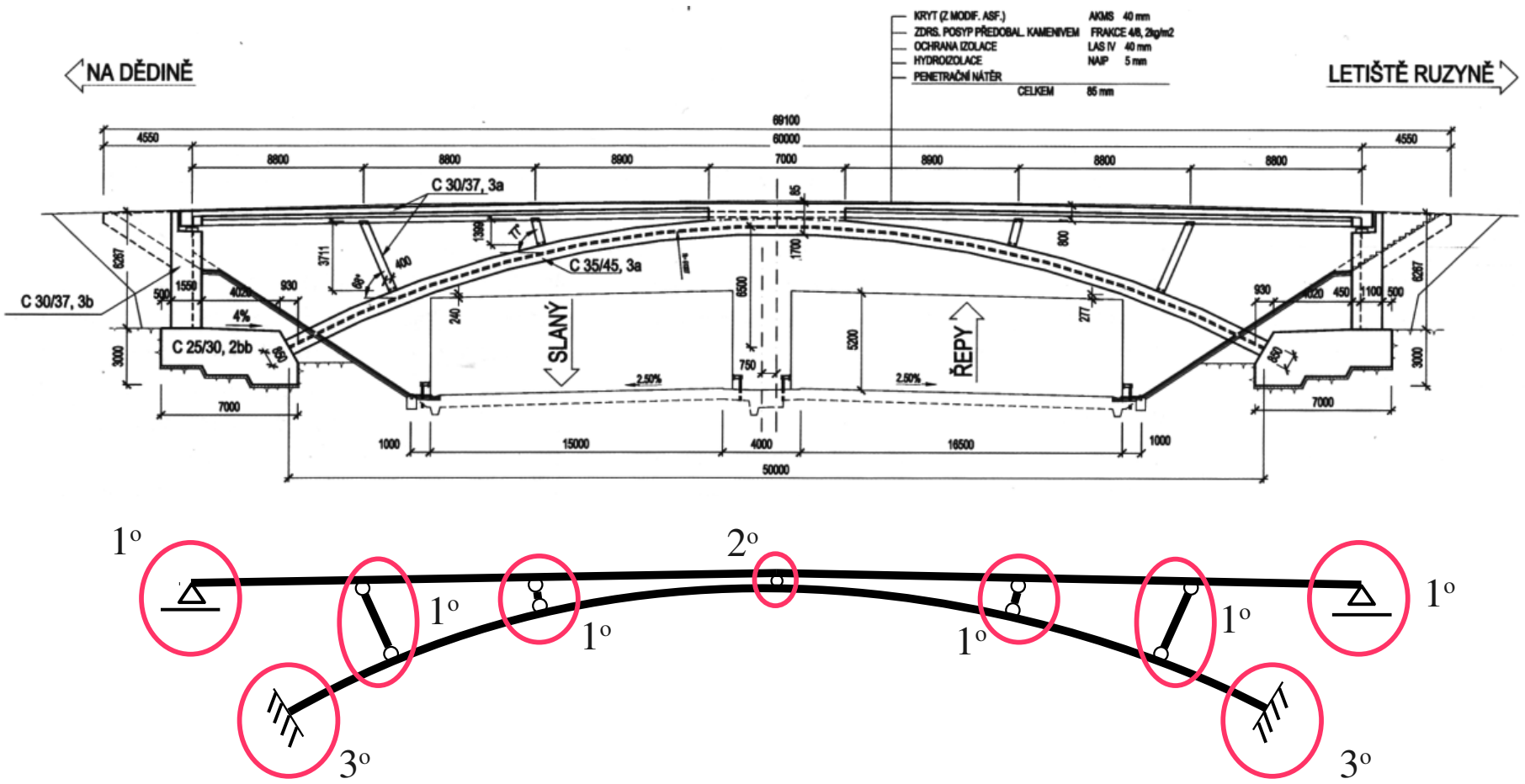
$m = 6^o$

$r = 2\text{x}6^o$

$\boldsymbol{m\text{-}r = -6^o}$

6x stat. neurč.

Stanovte statickou a kinematickou určitost mostovky a oblouku



Mostovka - spojitý nosník o 6-ti polích, m=3°, r=6x1°+2°=8°, m-r=-5°, stat. neurčité, kinem. přeurčité

Oblouk - oboustranně vetknutý, m=3°, r=2x3°+4x1°+2°=12°, m-r=-9°, stat. neurčité, kinem. přeurčité

pokud mostovka netvoří oporu pro oblouk, pak m=3°, r=2x3°=6°, m-r=-3°

Celek (složená soustava) m=2x3°=6°, r=2x(3°+1°+1°+1°)+2°=14°, m-r=-8°, stat. neurčité, kinematicky přeurčité

Obloukový most v Ruzyni, Praha. Beton TKS 1/2001

Vysouvání mostí konstrukce – změna statického systému

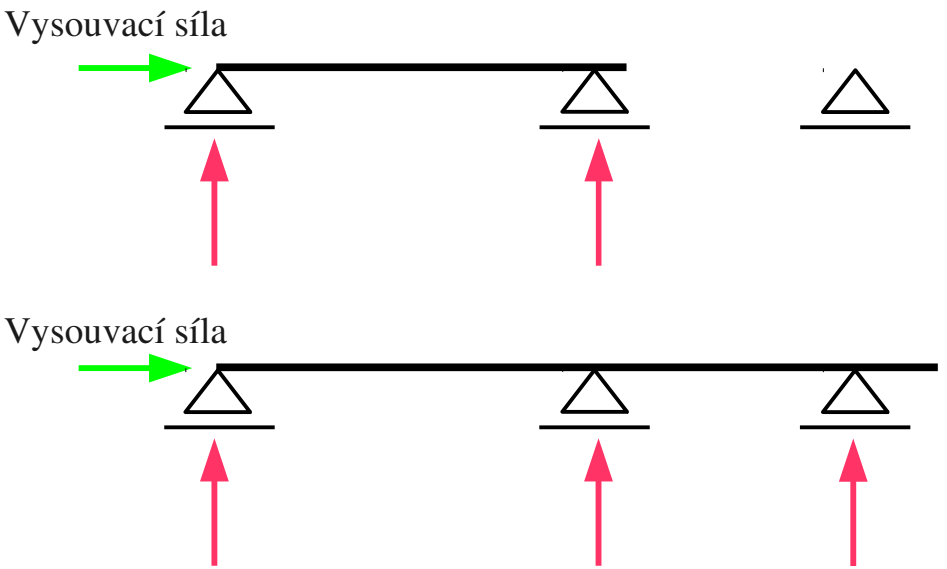
Tramvajová trasa Hlubočepy-Barrandov, Růžičkova rokle, 2002

Kontrolované uvolnění vazeb – ve směru výsuvu je konstrukce vždy staticky přeurčitá, tvarově neurčitá. Při vysunutí jednoho pole je konstrukce staticky přeurčitá, při dvou je staticky určitá, jde však o vyjímkový případ podepření (dochází ke kontrolovanému vodorovnému pohybu)

Rychlost vysouvání cca 4 m/h

foto: Metroprojekt

Spojitý nosník o n polích



Opakování

Vytvořte statický model konstrukcí s užitným zatížením

foto: G. Leonhard

Přednášky z předmětu SM1, Stavební fakulta ČVUT v Praze

Autor Vít Šmilauer

Náměty, připomínky, úpravy, vylepšení zasílejte prosím na

vit.smilauer@fsv.cvut.cz

Created 11/2007 in OpenOffice 2.3, ubuntu linux 6.06

Last update Feb 21, 2011