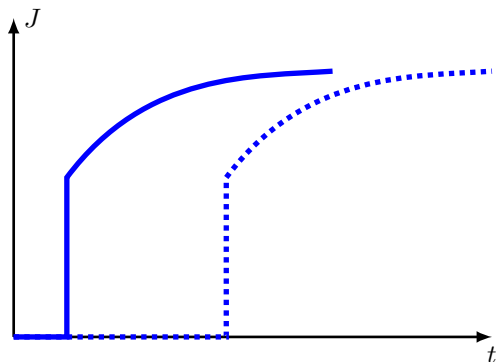
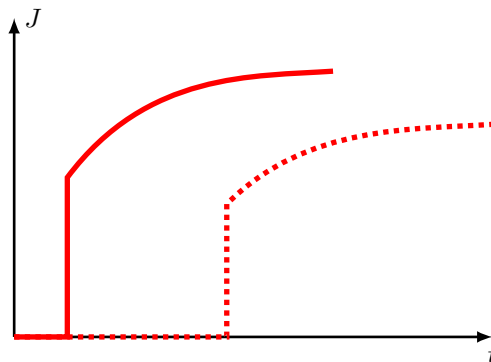


# Opakování, připomenutí

## Stárnutí materiálu



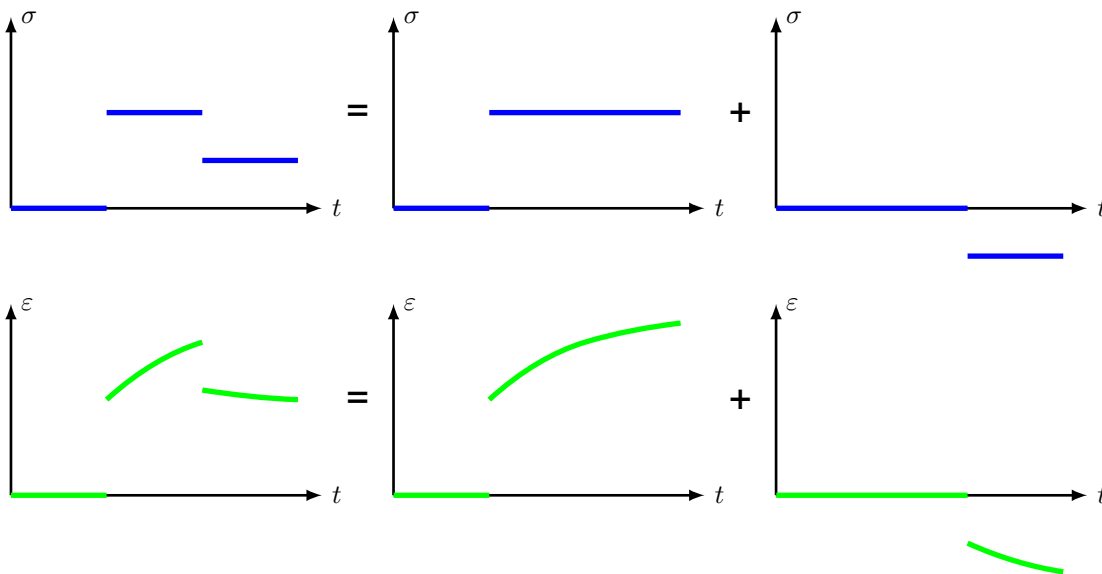
nestárnoucí materiál



stárnoucí materiál

$J(t) \rightarrow J(t, t')$   
 $R(t) \rightarrow R(t, t')$   
 $t' \dots$  čas zatížení

## Princip superpozice



$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\sigma}(t')J(t, t') dt' = \mathcal{J}[\sigma(t)]$$

$$\sigma(t) = \varepsilon(t_0)R(t, t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\varepsilon}(t')R(t, t') dt' = \mathcal{R}[\varepsilon(t)]$$

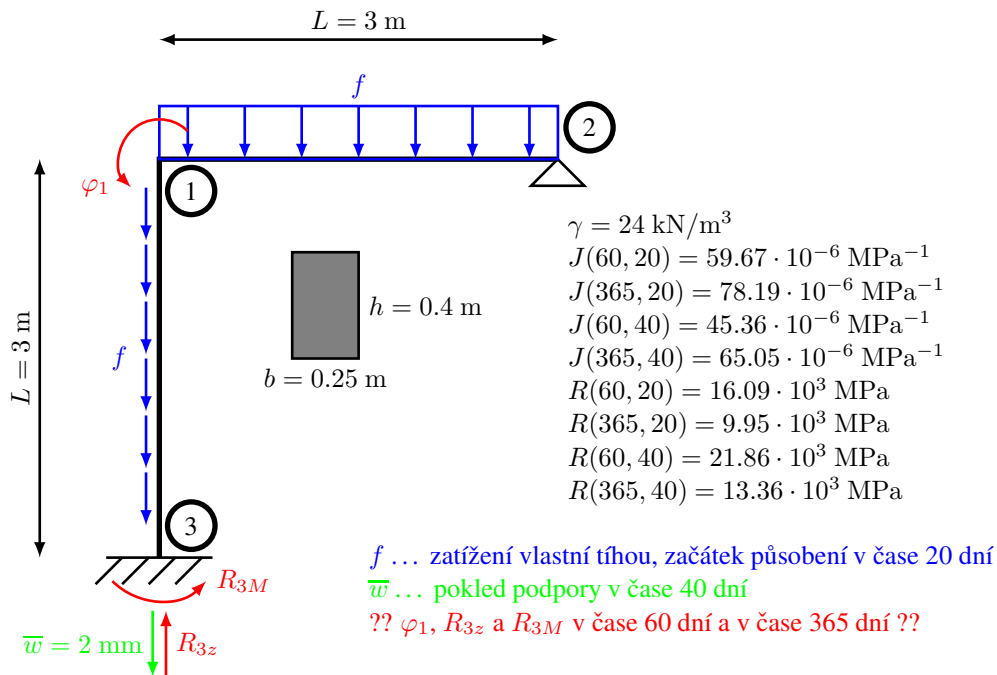
$$\mathcal{J}[H(t - t')] = J(t, t'), \quad \mathcal{R}[H(t - t')] = R(t, t'),$$

$$J(t, t') \neq \frac{1}{R(t, t')}, \quad R(t, t') \neq \frac{1}{J(t, t')}$$

funkce, operátor

# Viskoelastická konstrukce

## Zadání



$$f = \gamma \cdot b \cdot h = 24 \cdot 0.25 \cdot 0.4 = 2.4 \text{ kN/m}$$

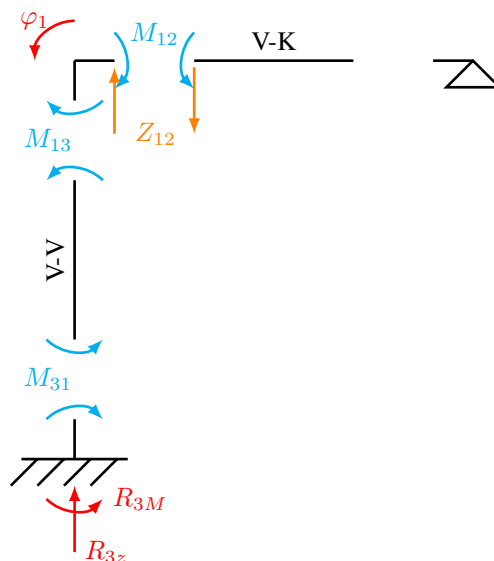
$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 0.25 \cdot 0.4^3 = 1333.33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

## Rozdělení zatížení

Rozdělit zatížení na silové/nesilové a dle počátku působení  $\rightarrow f, \bar{w}$ .

## Pružně

Vyřešit všechny případy pružně s obecnou tuhostí. Např. ZDM (zjednodušenou deformační metodou).



**vlastní tíha**

$$M_{12} = \frac{3EI}{L}\varphi_1 + \frac{fL^2}{8}$$

$$M_{13} = \frac{4EI}{L}\varphi_1$$

$$M_{12} + M_{13} = 0 \rightarrow \varphi_1 = -\frac{fL^3}{56I} \frac{1}{E}$$

$$R_{3z} = -Z_{12} + fL = \frac{5}{8}fL - \frac{3EI}{L^2}\varphi_1 + fL = \frac{13}{8}fL - \frac{3}{56}fL = \frac{11}{7}fL$$

$$R_{3M} = M_{31} = \frac{2EI}{L}\varphi_1 = \frac{2EI}{L} \left( -\frac{fL^3}{56I} \frac{1}{E} \right) = -\frac{fL^2}{28}$$

**pokles podpory**

$$M_{12} = \frac{3EI}{L}\varphi_1 - \frac{3EI}{L^2}\bar{w}$$

$$M_{13} = \frac{4EI}{L}\varphi_1$$

$$M_{12} + M_{13} = 0 \rightarrow \varphi_1 = \frac{3\bar{w}}{7L}$$

$$R_{3z} = -Z_{12} = \frac{3EI}{L^2} \left( \varphi_1 - \frac{\bar{w}}{L} \right) = \frac{3EI}{L^2} \left( \frac{3\bar{w}}{7L} - \frac{\bar{w}}{L} \right) = -\frac{12I\bar{w}}{7L^3} E$$

$$R_{3M} = M_{31} = \frac{2EI}{L}\varphi_1 = \frac{2EI}{L} \frac{3\bar{w}}{7L} = \frac{6I\bar{w}}{7L^2} E$$

**Viskoelastická**

Nahradit  $E \rightarrow R(t, t')$  a  $\frac{1}{E} \rightarrow J(t, t')$ . Připomenutí  $\frac{1}{J(t, t')} \neq R(t, t')$ .

**vlastní tíha**

$$\varphi_1 = -\frac{fL^3}{56I} \frac{1}{E} \rightarrow \varphi_1(t, t') = \frac{(-f) \cdot L^3}{56 \cdot I} \cdot J(t, t') = \frac{(-2.4) \cdot 3^3}{56 \cdot 1333.33 \cdot 10^{-6}} \cdot J(t, t') = (-867.857) \cdot J(t, t')$$

$$R_{3z} = \frac{11}{7} \cdot f \cdot L = \frac{11}{7} \cdot 2.4 \cdot 3 = 11.3143 \text{ kN}$$

$$R_{3m} = \frac{(-f) \cdot L^2}{28} = \frac{(-2.4) \cdot 3^2}{28} = (-0.771429) \text{ kNm}$$

$$\varphi_1(60) = (-867.857) \cdot J(60, 20) = (-867.857) \cdot 59.67 \cdot 10^{-6} = (-51.785 \cdot 10^{-3}) \text{ mrad}$$

$$\varphi_1(365) = (-867.857) \cdot J(365, 20) = (-867.857) \cdot 78.19 \cdot 10^{-6} = (-67.8577 \cdot 10^{-3}) \text{ mrad}$$

časově neměnné silové zatížení  $\rightarrow$  silové veličiny časově neměnné

časově neměnné silové zatížení  $\rightarrow$  nesilové veličiny závislé na čase

**pokles podpory**

$$\varphi_1 = \frac{3}{7} \cdot \frac{\bar{w}}{L} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} = 0.286 \text{ mrad}$$

$$R_{3z} = -\frac{12}{7} \frac{I\bar{w}}{L^3} E \rightarrow R_{3z}(t, t') = \left(-\frac{12}{7}\right) \cdot \frac{I \cdot \bar{w}}{L^3} \cdot R(t, t') = \left(-\frac{12}{7}\right) \cdot \frac{1333.33 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{3^3} \cdot R(t, t') = (-0.169 \cdot 10^{-3}) \cdot R(t, t')$$

$$R_{3z}(60) = (-0.169312 \cdot 10^{-3}) \cdot R(60, 40) = (-0.169 \cdot 10^{-3}) \cdot 21.86 \cdot 10^3 = (-3.70116) \text{ kN}$$

$$R_{3z}(365) = (-0.169312 \cdot 10^{-3}) \cdot R(365, 40) = (-0.169 \cdot 10^{-3}) \cdot 13.36 \cdot 10^3 = (-2.26201) \text{ kN}$$

$$R_{3m} = \frac{6}{7} \frac{I\bar{w}}{L^2} E \rightarrow R_{3m}(t, t') = \frac{6}{7} \cdot \frac{I \cdot \bar{w}}{L^2} \cdot R(t, t') = \frac{6}{7} \cdot \frac{1333.33 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{3^2} \cdot R(t, t') = 0.254 \cdot 10^{-3} \cdot R(t, t')$$

$$R_{3M}(60) = 0.253968 \cdot 10^{-3} \cdot R(60, 40) = 0.254 \cdot 10^{-3} \cdot 21.86 \cdot 10^3 = 5.55175 \text{ kNm}$$

$$R_{3M}(365) = 0.253968 \cdot 10^{-3} \cdot R(365, 40) = 0.254 \cdot 10^{-3} \cdot 13.36 \cdot 10^3 = 3.39302 \text{ kNm}$$

časově neměnné nesilové zatížení → nesilové veličiny časově neměnné

časově neměnné silové zatížení → silové veličiny závislé na čase

**celkem**

$$\varphi_1(60) = (-51.785 \cdot 10^{-3}) + 0.286 = 0.233929 \text{ mrad}$$

$$\varphi_1(365) = (-67.8577 \cdot 10^{-3}) + 0.286 = 0.217857 \text{ mrad}$$

$$R_{3z}(60) = 11.3143 + (-3.70116) = 7.61312 \text{ kN}$$

$$R_{3z}(365) = 11.3143 + (-2.26201) = 9.05228 \text{ kN}$$

$$R_{3M}(60) = (-0.771429) + 5.55175 = 4.78032 \text{ kNm}$$

$$R_{3M}(365) = (-0.771429) + 3.39302 = 2.62159 \text{ kNm}$$

V případě nalezení chyb, nejasností či dotazů mi prosím napište na [jan.stransky@fsv.cvut.cz](mailto:jan.stransky@fsv.cvut.cz)

verze 02, 24.10.2014