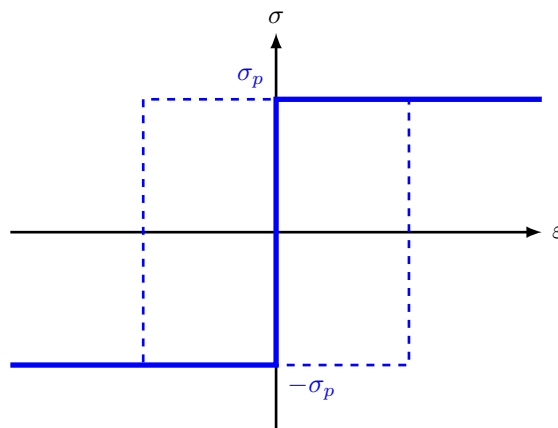
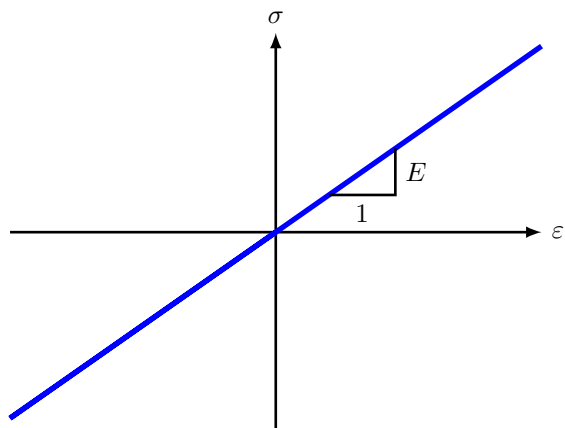
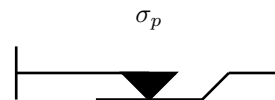
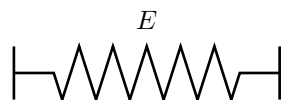


# Plasticita - 1D

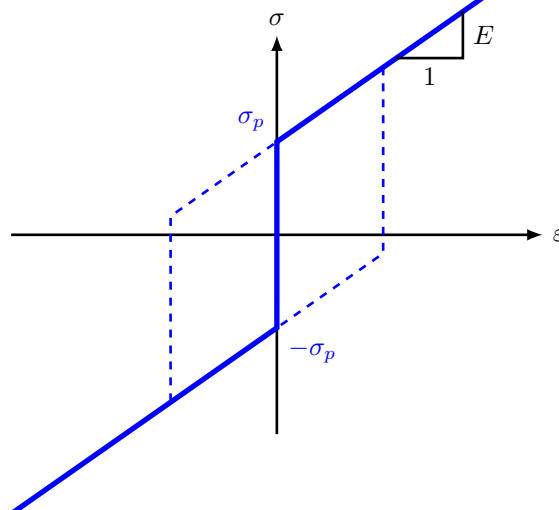
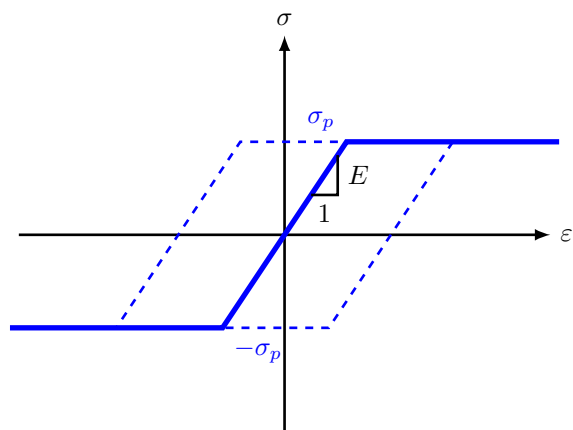
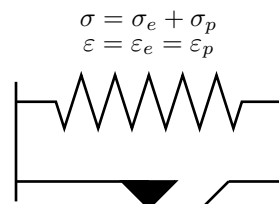
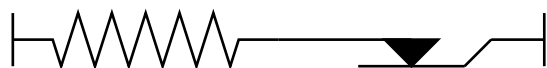
## Pružina a plastický článek



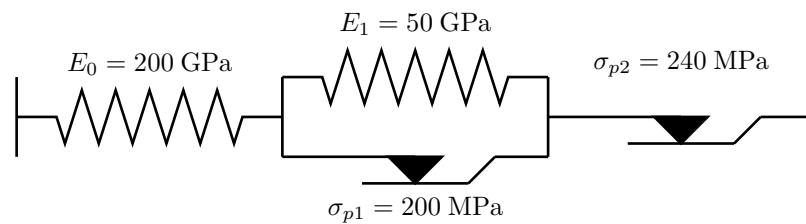
### Základní kombinace

$$\sigma = \sigma_e = \sigma_p$$

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$$

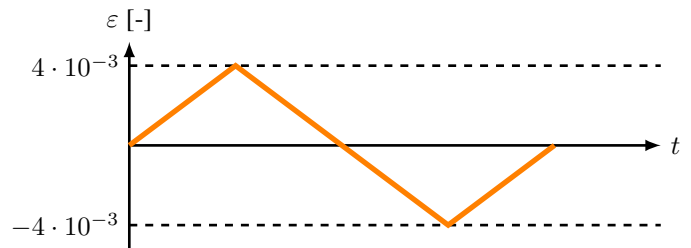


**Příklad 1**

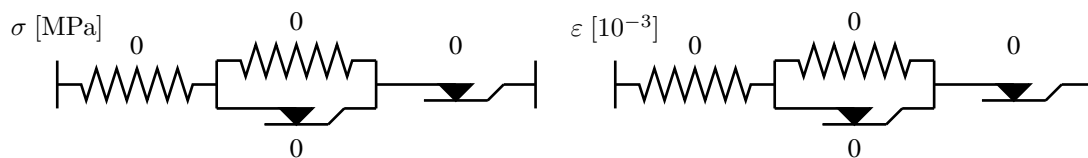


Předepsaný vývoj deformace:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_{1e} = \varepsilon_{1p} \\ \sigma &= \sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2 \\ \sigma_1 &= \sigma_{1e} + \sigma_{1p} \end{aligned}$$

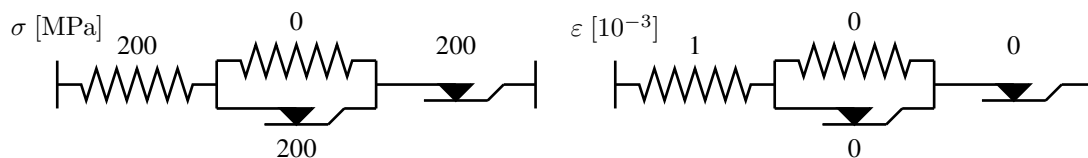


**A - výchozí stav**



**B - dosažení mezního napětí v jednom z plastických článků**

před tím pružné chování

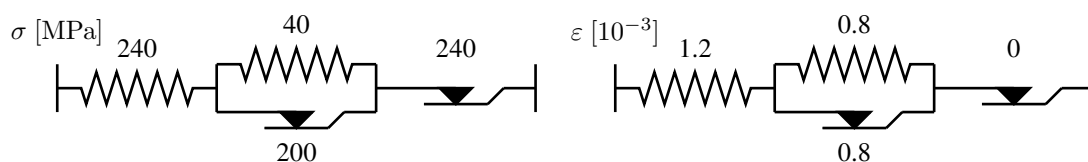


$$\sigma = \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0^B = \frac{\sigma_0^B}{E_0} = \frac{200}{200} = 1 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon^B = \varepsilon_0^B + \varepsilon_1^B + \varepsilon_2^B = 1 + 0 + 0 = 1 \cdot 10^{-3}$$

**C - dosažení mezního napětí v dalším plastickém článku**

zpevnění - aktivování druhé pružiny



$$E_{ep} = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1} = \frac{200 \cdot 50}{200 + 50} = 40 \text{ GPa}$$

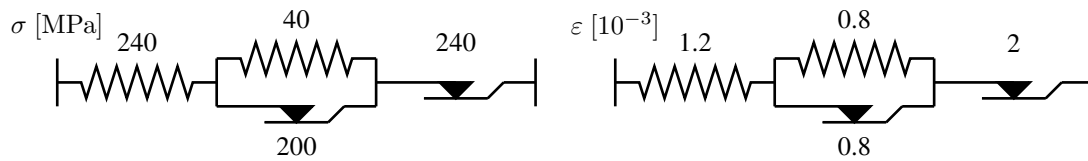
$$\sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0^C = \frac{\sigma_0^C}{E_0} = \frac{240}{200} = 1.2 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_{1e} \rightarrow \varepsilon_1^C = \frac{\sigma_1^C}{E_1} = \frac{40}{50} = 0.8 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon^C = \varepsilon_0^C + \varepsilon_1^C + \varepsilon_2^C = 1.2 + 0.8 + 0 = 2 \cdot 10^{-3}$$

**D** -  $\varepsilon = 4 \cdot 10^{-3}$

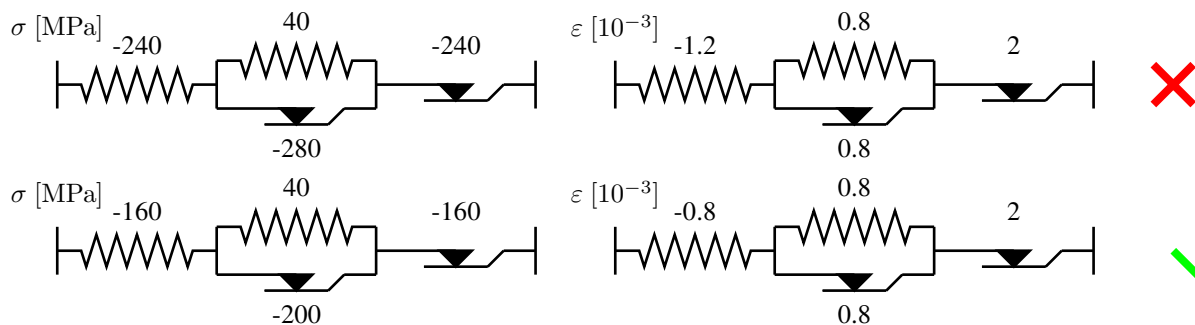
plastické tečení



$$\varepsilon^D = \varepsilon_0^D + \varepsilon_1^D + \varepsilon_2^D = 1.2 + 0.8 + 2 = 4 \cdot 10^{-3}$$

**E - Dosažení mezního napětí v jednom z plastických článků (po odtížení)**

pružné odtěžování

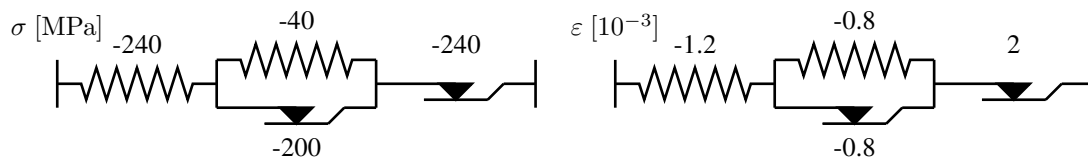


$$\sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0^E = \frac{\sigma_0^E}{E_0} = \frac{-160}{200} = -0.8 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon^E = \varepsilon_0^E + \varepsilon_1^E + \varepsilon_2^E = -0.8 + 0.8 + 2 = 2 \cdot 10^{-3}$$

**F - Dosažení mezního napětí v dalším plastickém článku**

zpevnění - aktivování druhé pružiny



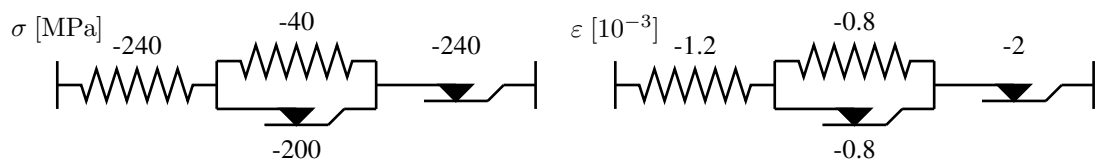
$$\sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0^F = \frac{\sigma_0^F}{E_0} = \frac{-240}{200} = -1.2 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_{1e} \rightarrow \varepsilon_1^F = \frac{\sigma_1^F}{E_1} = \frac{-40}{50} = -0.8 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon^F = \varepsilon_0^F + \varepsilon_1^F + \varepsilon_2^F = -1.2 - 0.8 + 2 = 0$$

**G** -  $\varepsilon = 4 \cdot 10^{-3}$

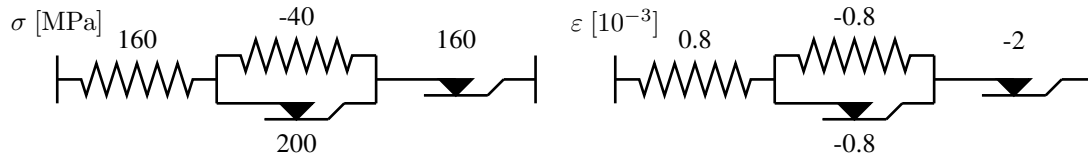
plastické tečení



$$\varepsilon^G = \varepsilon_0^G + \varepsilon_1^G + \varepsilon_2^G = -1.2 - 0.8 - 2 = -4 \cdot 10^{-3}$$

**H - dosažení mezního napětí v některém z plastických článků**

před tím pružné chování

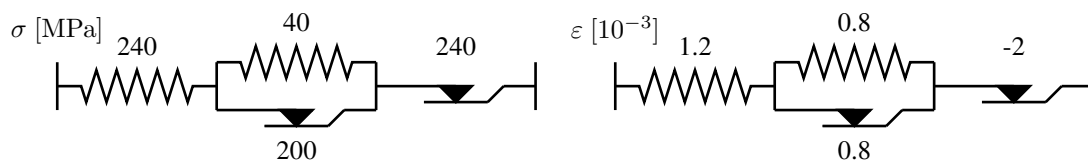


$$\sigma = \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0^H = \frac{\sigma_0^H}{E_0} = \frac{160}{200} = 0.8 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon^H = \varepsilon_0^H + \varepsilon_1^H + \varepsilon_2^H = 0.8 - 0.8 - 2 = -2 \cdot 10^{-3}$$

**J - dosažení mezního napětí v dalším z plastických článků**

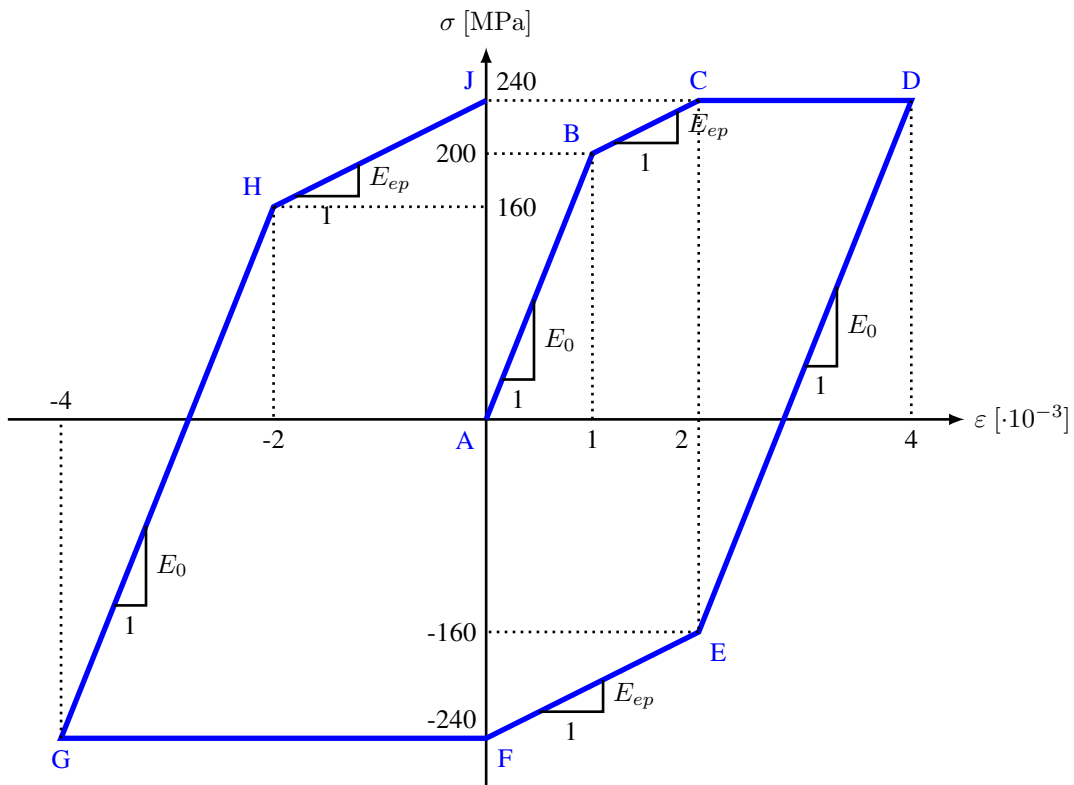
zpevnění



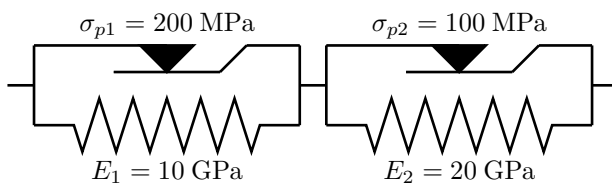
$$\sigma = \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0^J = \frac{\sigma_0^J}{E_0} = \frac{240}{200} = 1.2 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma = \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_1^J = \frac{\sigma_1^J}{E_0} = \frac{40}{50} = 0.8 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon^J = \varepsilon_0^J + \varepsilon_1^J + \varepsilon_2^J = 1.2 + 0.8 - 2 = 0$$

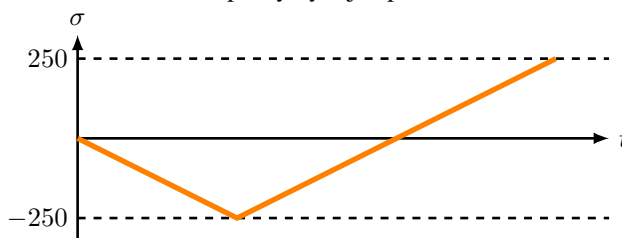


**Příklad 2**

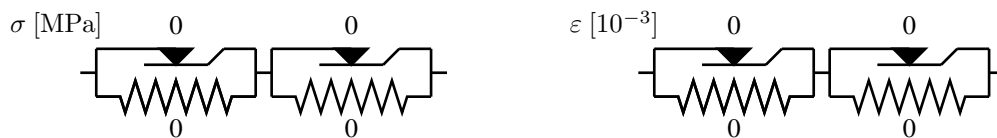


$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_{1e} = \varepsilon_{1p} \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_{2e} = \varepsilon_{2p} \\ \sigma &= \sigma_1 = \sigma_2 \\ \sigma_1 &= \sigma_{1e} + \sigma_{1p} \\ \sigma_2 &= \sigma_{2e} + \sigma_{2p} \end{aligned}$$

Předepsaný vývoj napětí:

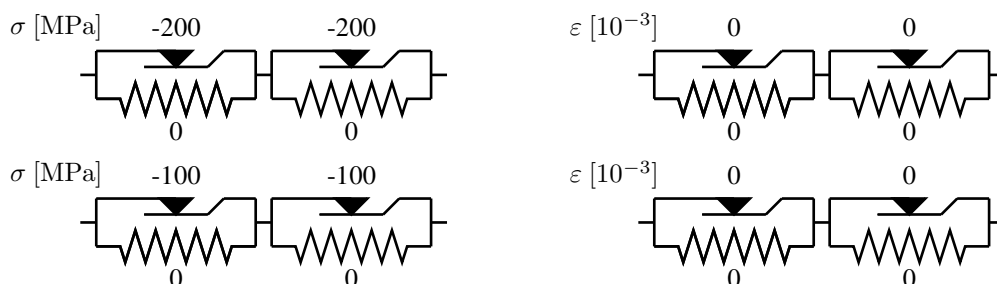


**A - Výchozí stav**



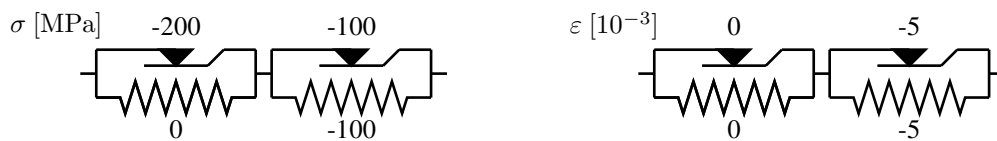
**B - dosažení plastického stavu v jednom z plastických článků**

před tím tuhé chování



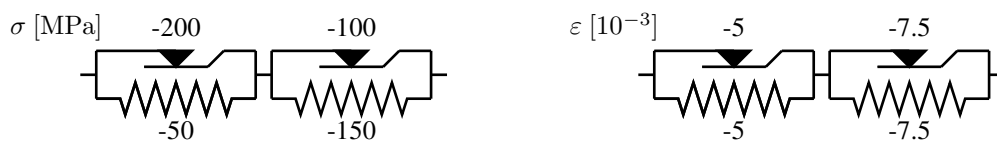
**C - dosažení plastického stavu v druhém z plastických článků**

zpevnění



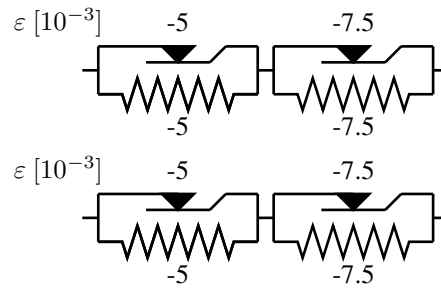
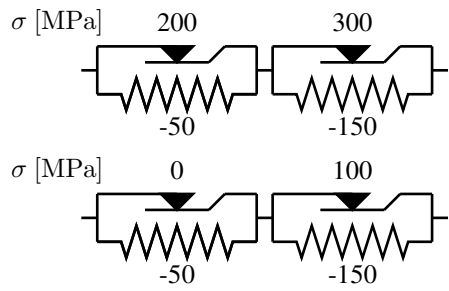
**D - dosažení předepsaného minima**

zpevnění

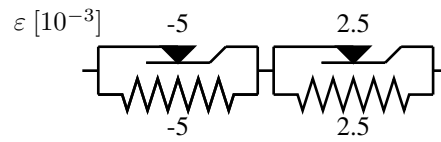
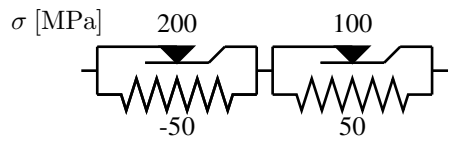


**E - dosažení plastického stavu v jednom z plastických článků**

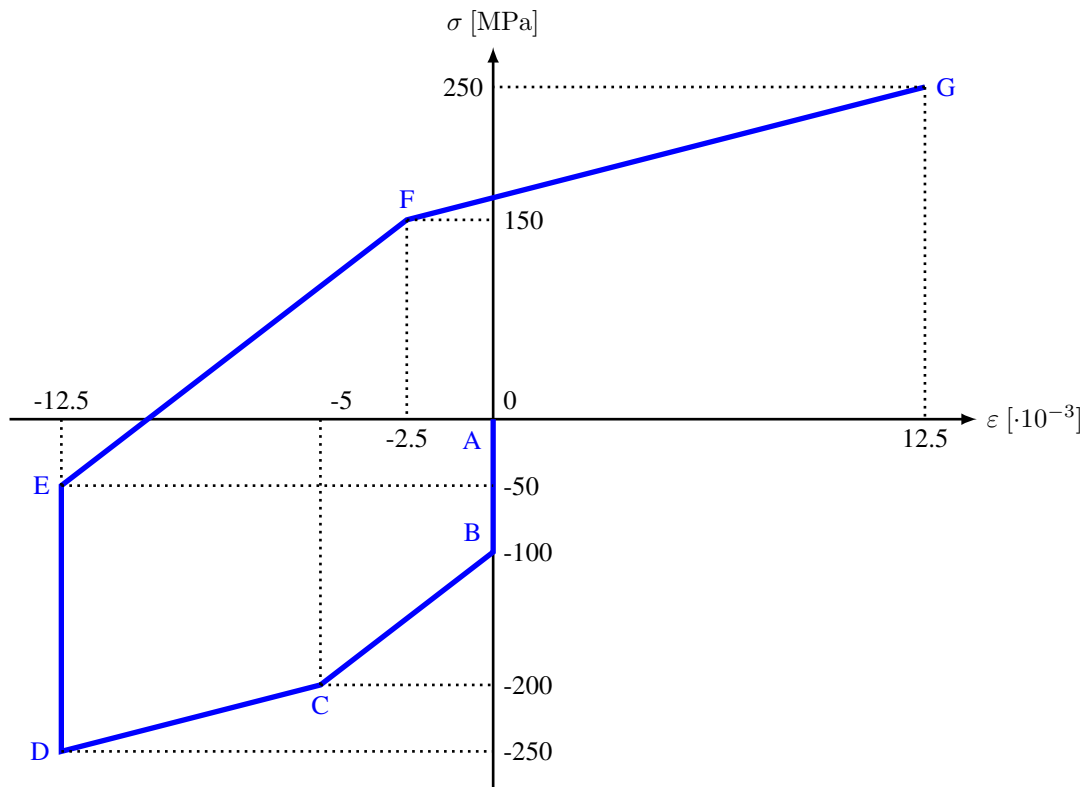
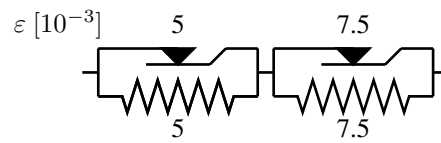
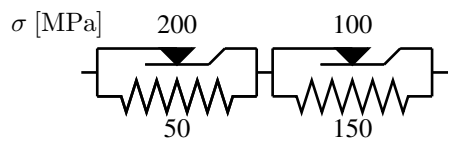
Tuhé odtížení



**F - dosažení plastického stavu v druhém z plastických článků**



**G - dosažení předepsaného maxima**



V případě nalezení chyb, nejasností či dotazů mi prosím napište na [jan.stransky@fsv.cvut.cz](mailto:jan.stransky@fsv.cvut.cz)  
verze 03, 6.11.2014