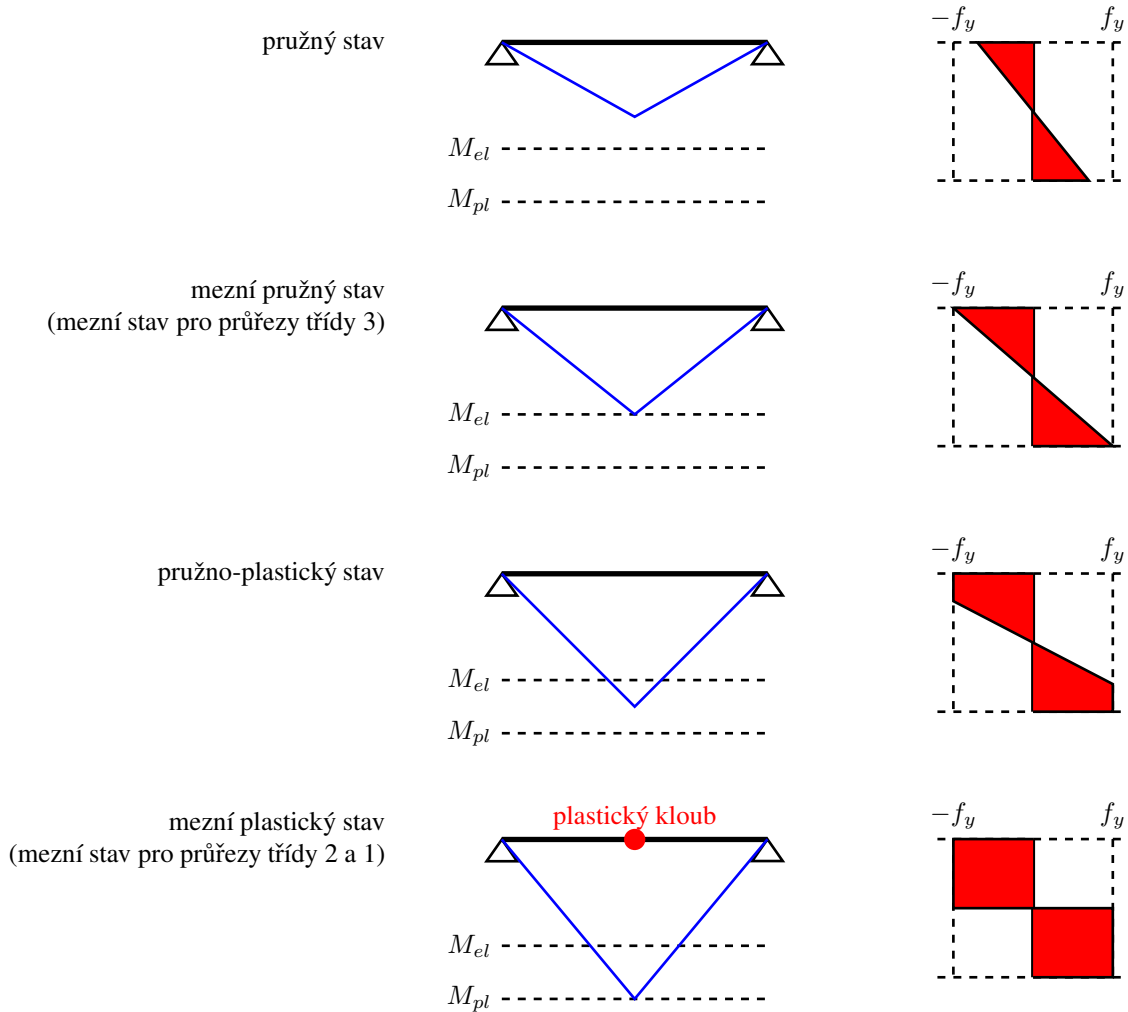


Plastická analýza rovinných rámových konstrukcí

Plastický kloub (ukázka na staticky určité konstrukci)



Mezní momenty

$$M_{el} = f_y W_{el}$$

$$\sigma = \frac{M}{I} z \rightarrow f_y = \frac{M_{el}}{I} |z_{max}| \rightarrow M_{el} = f_y \frac{I}{|z_{max}|} \rightarrow W_{el} = \frac{I}{|z_{max}|}$$

$$M_{pl} = f_y W_{pl}$$

$$F^+ = F^- \rightarrow f_y A^+ = f_y A^- \rightarrow A^+ = A^- \rightarrow \text{poloha N.O.}_{pl}$$

N.O._{pl} ≠ N.O._{el}

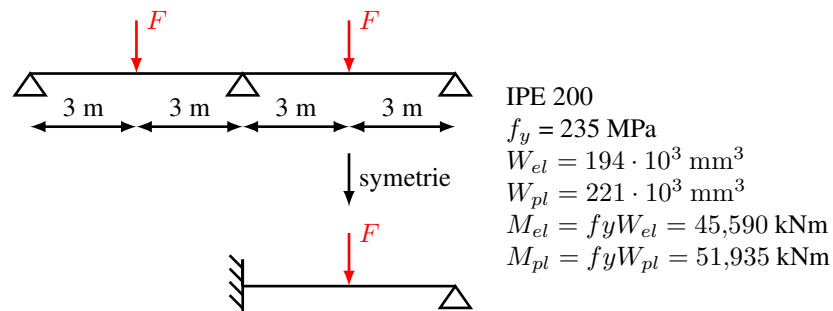
$$M_{pl} = \sum_i F_i r_i = \sum_i f_y A_i r_i = f_y \sum_i A_i r_i \rightarrow W_{pl} = \sum_i A_i r_i$$

M... závisí na materiálu (f_y) a průřezu ($W...$)

Plastický kolaps (ukázka na staticky neurčitě konstrukci)

Staticky (ne)určitá konstrukce → mechanismus (důsledek plastických kloubů)

Příklad

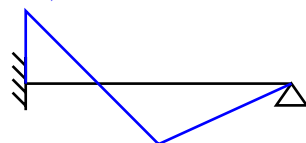


mezní stav:

- průřez třídy 3 ($M_{\max} = M_{el}$, rozložení vnitřních sil dle pružnosti)

$$M_{\max} = 1,125 F_3 = M_{el} \rightarrow F_3 = \frac{M_{el}}{1,125} = 40,52 \text{ kN}$$

$$1,125 F_3 = 45,590 \text{ kNm}$$



$$0,9375 F_3 = 37,992 \text{ kNm}$$

$$0,6875 F_3 = 27,861 \text{ kN}$$

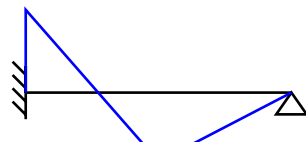


$$0,3125 F_3 = 12,664 \text{ kN}$$

- průřez třídy 2 ($M_{\max} = M_{pl}$, rozložení vnitřních sil dle pružnosti)

$$M_{\max} = 1,125 F_2 = M_{pl} \rightarrow F_2 = \frac{M_{pl}}{1,125} = 46,16 \text{ kN}$$

$$1,125 F_2 = 51,935 \text{ kNm}$$



$$0,9375 F_2 = 43,279 \text{ kNm}$$

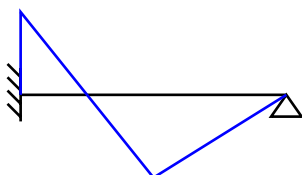
$$0,6875 F_2 = 31,738 \text{ kN}$$



$$0,3125 F_2 = 14,426 \text{ kN}$$

- průřez třídy 1 ($M_{\max} = M_{pl}$, vnitřní síly dle mezního plastického stavu konstrukce)

$$M_{pl} = 51,935 \text{ kNm}$$



$$M_{pl} = 51,935 \text{ kNm}$$

$$2M_{pl}/3 = 34,623 \text{ kN}$$



$$M_{pl}/3 = 17,311 \text{ kN}$$

$$F_1 = 34,623 + 17,311 = 51,935 \text{ kN}$$

Metody

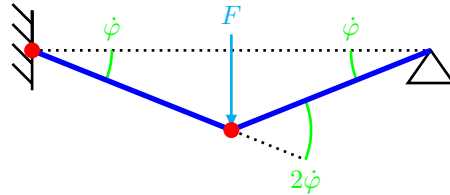
Přírůstková analýza

Mezní analýza - kinematická

SN+1 (nebo méně) plastických kloubů

Princip: práce (výkon) vnějších sil = práce (výkon) vnitřních sil

$$P_{\text{ext}} = \dot{W}_{\text{int}} = P_{\text{ext}} = \dot{W}_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \text{ (disipace)}$$

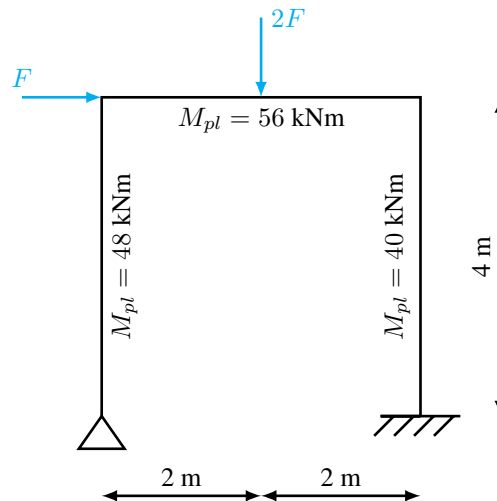


$$P_{\text{ext}} = F \cdot \dot{\varphi} \cdot \frac{L}{2}, \quad D_{\text{int}} = M_{pl} \cdot \dot{\varphi} + M_{pl} \cdot 2\dot{\varphi}, \quad P_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \rightarrow F = \frac{6M_{pl}}{L} = \frac{6M_{pl}}{6} = 51,935 \text{ kN}$$

Pokud je více potenciálních mechanismů, nastane ten, pro který je mezní plastická síla nejmenší.

Poznámka: D_{int} i každý její člen je vždy kladný ($D_{\text{int}} = \sum_i |M_{pl,i} \cdot \dot{\varphi}_i|$)

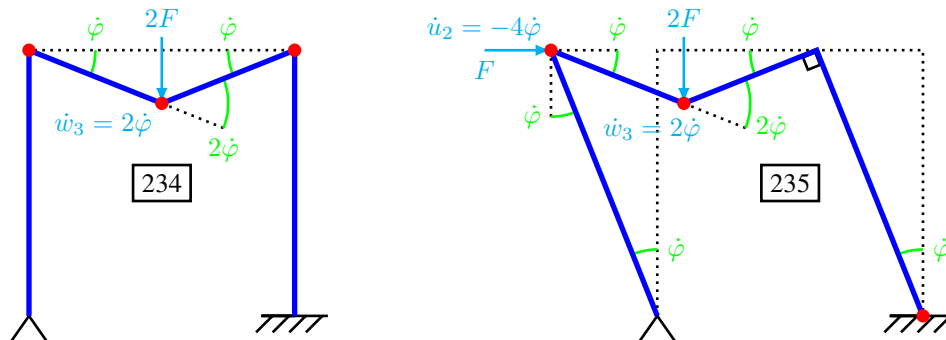
Příklad

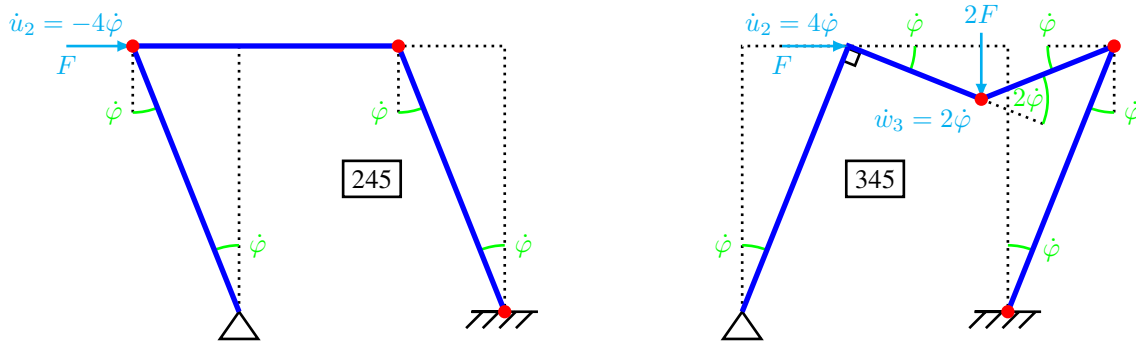


2x staticky neurčitá konstrukce → 3 plastické klouby

4 potenciální klouby (styčníky 2,3,4,5)

4 potenciální mechanismy (234, 235, 245, 345)





234:

$$P_{\text{ext}} = 2F \cdot \dot{\varphi} \cdot 2 = 4F \cdot \dot{\varphi}$$

$$D_{\text{int}} = 48\dot{\varphi} + 56 \cdot 2\dot{\varphi} + 40\dot{\varphi} = 200\dot{\varphi}$$

$$P_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \rightarrow F = 50 \text{ kN}$$

235:

$$P_{\text{ext}} = 2F \cdot \dot{\varphi} \cdot 2 - F \cdot \dot{\varphi} \cdot 4 = 0F$$

$$D_{\text{int}} = 48 \cdot 2\dot{\varphi} + 56 \cdot 2\dot{\varphi} + 40\dot{\varphi} = 248\dot{\varphi}$$

$$P_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \rightarrow 0F = 248\dot{\varphi}$$

! F a \dot{u}_2 mají opačný směr a výkon síly F je záporný.

$P_{\text{ext}} = 0 \rightarrow$ kinematicky nepřípustný mechanismus, nenastane
(nebo z rovnice $P_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \rightarrow F \rightarrow \infty \rightarrow$ nenastane)

245:

$$P_{\text{ext}} = F \cdot (-4\dot{\varphi}) = -4F \cdot \dot{\varphi} \rightarrow P_{\text{ext}} = +4F \cdot \dot{\varphi}$$

$$D_{\text{int}} = 48\dot{\varphi} + 40\dot{\varphi} + 40\dot{\varphi} = 128\dot{\varphi}$$

$$P_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \rightarrow F = 32 \text{ kN}$$

$P_{\text{ext}} < 0 \rightarrow$ kinematicky nepřípustný mechanismus, ve skutečnosti by vzniknul opačný mechanismus („na druhou stranu“)

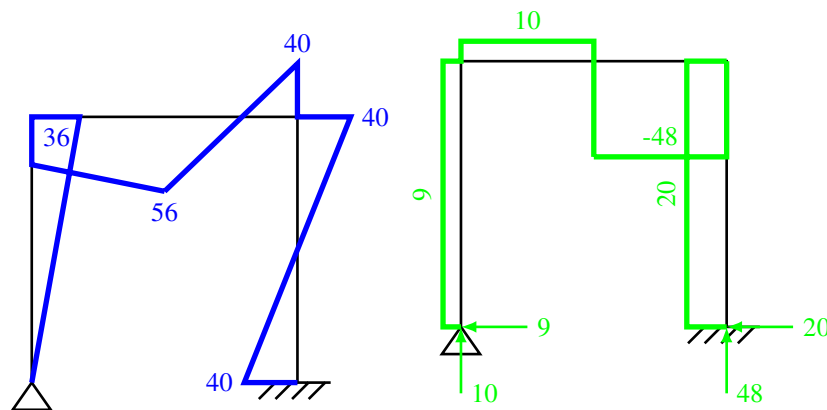
345:

$$P_{\text{ext}} = F \cdot \dot{\varphi} \cdot 4 + 2F \cdot \dot{\varphi} \cdot 2 = 8F \cdot \dot{\varphi}$$

$$D_{\text{int}} = 56 \cdot 2\dot{\varphi} + 40 \cdot 2\dot{\varphi} + 40\dot{\varphi} = 232\dot{\varphi}$$

$$P_{\text{ext}} = D_{\text{int}} \rightarrow F = 29 \text{ kN}$$

rozhoduje 345.



V případě nalezení chyb, nejasností či dotazů mi prosím napište na jan.stransky@fsv.cvut.cz

verze 01, 6.1.2015