Opakování PRPE

viz též skriptum, dodatek B

Základní vztahy

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x - \nu\sigma_z)$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y)$$
$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy}$$
$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}, \quad \gamma_{zx} = \gamma_{xz}$$
$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{yx}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\sigma}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z\right]$$
$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_z\right]$$
$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_z + \nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y\right]$$
$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$
$$\tau_{zx} = G\gamma_{zx}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$
$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon}$$

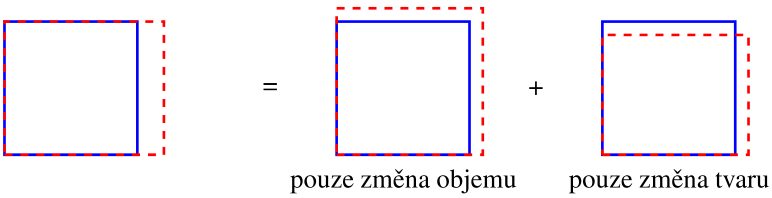
$$\varepsilon_V \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}\}^\mathsf{T} \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}\}^\mathsf{T}$$

Rozklad na objemovou a deviatorickou část

Každou deformaci lze rozložit na změnu objemu při zachování tvaru (objemovou, hydrostatickou část) a změnu tvaru při zachování objemu (deviatorickou část).

Příklad: čtverec $\rightarrow$ obdélník:



Změna objemu

$$\varepsilon_V \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{3(1-2\nu)}{E}\sigma_m, \quad \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$$

ε_V . . . objemová deformace (relativní změna objemu)
σ_m . . . střední napětí (napětí způsobující změnu objemu)
K . . . objemový modul (modul pro změnu objemu)

Změna tvaru („zbytek“)

$$s_x = \sigma_x - \sigma_m = \frac{2}{3}\sigma_x - \frac{1}{3}\sigma_y - \frac{1}{3}\sigma_z \qquad e_x = \varepsilon_x - \frac{\varepsilon_V}{3} = \frac{2}{3}\varepsilon_x - \frac{1}{3}\varepsilon_y - \frac{1}{3}\varepsilon_z$$
$$s_y = \sigma_y - \sigma_m = \frac{2}{3}\sigma_y - \frac{1}{3}\sigma_x - \frac{1}{3}\sigma_z \qquad e_y = \varepsilon_y - \frac{\varepsilon_V}{3} = \frac{2}{3}\varepsilon_y - \frac{1}{3}\varepsilon_x - \frac{1}{3}\varepsilon_z$$
$$s_z = \sigma_z - \sigma_m = \frac{2}{3}\sigma_z - \frac{1}{3}\sigma_x - \frac{1}{3}\sigma_y \qquad e_z = \varepsilon_z - \frac{\varepsilon_V}{3} = \frac{2}{3}\varepsilon_z - \frac{1}{3}\varepsilon_x - \frac{1}{3}\varepsilon_y$$
$$s_{yz} = \tau_{yz} \qquad e_{yz} = \gamma_{yz}$$
$$s_{zx} = \tau_{zx} \qquad e_{zx} = \gamma_{zx}$$
$$s_{xy} = \tau_{xy} \qquad e_{xy} = \gamma_{xy}$$

$$s_x = 2Ge_x \qquad s_{yz} = Ge_{yz}$$
$$s_y = 2Ge_y \qquad s_{zx} = Ge_{zx}$$
$$s_z = 2Ge_z \qquad s_{xy} = Ge_{xy}$$

$e_x, e_y, e_z, e_{yz}, e_{zx}, e_{xy}$ ...deviatorická část deformace (deformace vyjadřující změnu tvaru)
$s_x, s_y, s_z, s_{yz}, s_{zx}, s_{xy}$ ...deviatorická část napětí (napětí způsobující změnu tvaru)
$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ...smykový modul (modul pro změnu tvaru)

Invarianty napětí a hlavní napětí

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3\sigma_m$$
$$J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2\right] + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2 = \frac{1}{2}\left(s_x^2 + s_y^2 + s_z^2\right) + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2$$

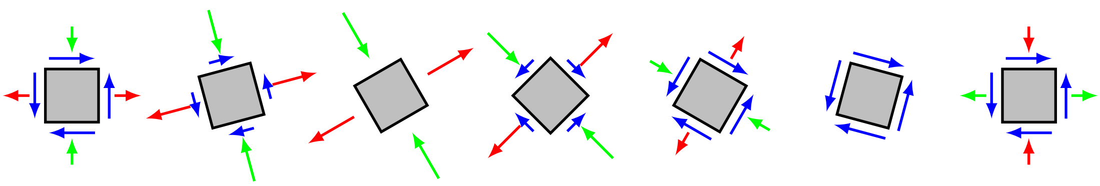
Fyzikální význam:
I_1 je úměrný napětí způsobující změnu objemu
J_2 je úměrný energii pružné deformace způsobující změnu tvaru

Hlavní napětí:

$$\det(\boldsymbol{\sigma} - \lambda \boldsymbol{I}) = 0$$
$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \lambda & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \lambda & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

tři kořeny pro $\lambda \to \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \dots$

$\sigma_{1,2,3}$ ...fyzikální význam: extrémní hodnoty napětí pro všechna možná natočení souřadnicového systému.

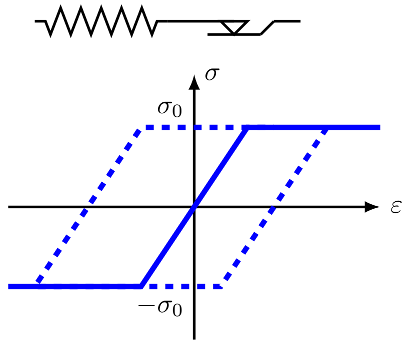


Pro rovinnou napjatost

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \to \quad \det(\boldsymbol{\sigma} - \lambda \boldsymbol{I}) = (\sigma_x - \lambda)(\sigma_y - \lambda)(-\lambda) + \tau_{xy}^2 \lambda \quad \to$$
$$\to \quad \sigma_3 = 0, \quad \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 - (\sigma_x\sigma_y - \tau_{xy}^2)}}{2}$$

Některé základní podmínky plasticity

1D ilustrace, ideální pružno-plastický model



zavedení pro konkrétní model

podmínka: $\sigma \leq \sigma_0 \wedge \sigma \geq -\sigma_0$

$\sigma < \sigma_0 \wedge \sigma > -\sigma_0 \quad \rightarrow \quad$ pružný stav, $\dot{\varepsilon}_p = 0$

$\sigma = \sigma_0 \quad \rightarrow \quad$ plast. přetváření, $\dot{\varepsilon}_p \geq 0$

$\sigma = -\sigma_0 \quad \rightarrow \quad$ plast. přetváření, $\dot{\varepsilon}_p \leq 0$

$\dot{\varepsilon}_p \neq 0 \quad \rightarrow \quad \sigma = \sigma_0 \vee \sigma = -\sigma_0$

zobecnění

funkce plasticity: $f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_0$

podmínka plastické přípustnosti: $f(\sigma) \leq 0$

$f(\sigma) < 0 \quad \rightarrow \quad$ pružný stav, $\dot{\varepsilon}_p = 0$

$f(\sigma) = 0 \quad \rightarrow \quad$ plast. přetváření, $\dot{\varepsilon} = \dot{\lambda}\frac{\mathrm{d}f(\sigma)}{\mathrm{d}\sigma}$, $\dot{\lambda} \geq 0$

$f(\sigma) = 0 \quad \rightarrow \quad$ plast. přetváření, $\dot{\varepsilon} = \dot{\lambda}\frac{\mathrm{d}f(\sigma)}{\mathrm{d}\sigma}$, $\dot{\lambda} \geq 0$

$\dot{\varepsilon}_p \neq 0 \quad \rightarrow \quad f(\sigma) = 0$ (podmínka plasticity)

$f\dot{\lambda} = 0$

Vhodné pro materiály bez vnitřního tření, např. kovy

Trescova podmínka plasticity

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \tau_{\max}(\boldsymbol{\sigma}) - \tau_0 = 0 \qquad \left(\tau_{\max}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)$$

von Misesova podmínka plasticity

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{J_2(\boldsymbol{\sigma})} - \tau_0 = 0$$

Vhodné pro materiály s vnitřním třením, např. zeminy, beton

Mohrova-Coulombova podmínka plasticity

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1+\sin\varphi}{2}\sigma_1(\boldsymbol{\sigma}) - \frac{1-\sin\varphi}{2}\sigma_3(\boldsymbol{\sigma}) - c_0\cos\varphi = 0$$

Druckerova-Pragerova podmínka plasticity

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = 3\alpha_\varphi\sigma_m(\boldsymbol{\sigma}) + \sqrt{J_2(\boldsymbol{\sigma})} - \tau_0 = 0$$

Příklad 1

Ocel, von Misesova podmínka plasticity

$$f_{\mathrm{tah}} = f_{\mathrm{tlak}} = 235\ \mathrm{MPa}, \quad f_{\mathrm{smyk}} = \tau_0 = ?$$

podmínka: $\sqrt{J_2} = \tau_0$

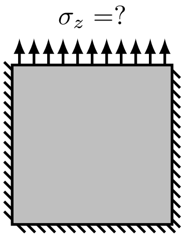
$$\boldsymbol{\sigma} = \{f_{\mathrm{tah}}, 0, 0, 0, 0, 0\}^{\mathsf{T}}$$

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2\right] + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2 = \frac{1}{3}f_{\mathrm{tah}}^2$$

$$\tau_0 = \sqrt{J_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}|f_{\mathrm{tah}}| = \frac{1}{\sqrt{3}}235 = 135{,}7\ \mathrm{MPa}$$

Příklad 2

Oedometrický test



$E = 40$ GPa
$\nu = 0{,}2$
$f_{\text{tah}} = 30$ MPa
von Misesova podmínka plasticity
$\sigma_z < 0$ (tlak)

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0, \quad \sigma_x = \sigma_y$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z\right) = 0$$

$$\sigma_x - \nu\sigma_y = \nu\sigma_z \quad \to \quad (1-\nu)\sigma_x = \nu\sigma_z$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z$$

$$\sigma_m = \frac{1-\nu+\nu+\nu}{3(1-\nu)}\sigma_z = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)}\sigma_z$$

$$s_z = \sigma_z - \sigma_m = \frac{3(1-\nu)-(1+\nu)}{3(1-\nu)}\sigma_z = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)}\sigma_z$$

$$s_x = s_z = \sigma_x - \sigma_m = \left(\frac{\nu}{1-\nu} - \frac{1+\nu}{3(1-\nu)}\right)\sigma_z = \frac{2\nu-1}{3(1-\nu)}$$

s dosazením $\nu = 0{,}2$:

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{0{,}2}{1-0{,}2}\sigma_z = \frac{1}{4}\sigma_z$$

$$\sigma_m = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)}\sigma_z = \frac{1+0{,}2}{3(1-0{,}2)}\sigma_z = \frac{1}{2}\sigma_z$$

$$s_z = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)}\sigma_z = \frac{2(1-2\cdot 0{,}2)}{3(1-0{,}2)}\sigma_z = \frac{1}{2}\sigma_z$$

$$s_x = s_z = \frac{2\nu-1}{3(1-\nu)} = \frac{2\cdot 0{,}2-1}{3(1-0{,}2)} = -\frac{1}{4}\sigma_z$$

$$J_2 = \frac{1}{2}\left(s_x^2 + s_y^2 + s_z^2\right) = \frac{1}{2}\left[\left(-\frac{1}{4}\sigma_z\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sigma_z\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sigma_z\right)^2\right] = \frac{3}{16}\sigma_z^2$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{J_2} - \tau_0 = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}|\sigma_z| - \frac{1}{\sqrt{3}}f_{\text{tah}} = 0$$

$$|\sigma_z| = \frac{4}{3}f_{\text{tah}} = \frac{4}{3}\cdot 30 = 40\ \text{MPa} \quad \to \quad \sigma_z = \pm 40\ \text{MPa} \quad \to \quad \sigma_z = -40\ \text{MPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{4}\sigma_z = -10\ \text{MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{-10-10-40}{3} = -16{,}66\ \text{MPa}$$

Plastické přetváření

zákon plastického přetváření:

- sdružený (asociativní):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda}\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

- nesdružený (neasociativní):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda}\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad g(\boldsymbol{\sigma}) \neq f(\boldsymbol{\sigma})$$

pomocné výrazy:

$$\frac{\partial J_2}{\partial \sigma_x} = \frac{\partial}{\partial \sigma_x}\left(\frac{1}{6}\left[(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+(\sigma_x-\sigma_y)^2\right]\right) = \frac{1}{6}\left[2(\sigma_x-\sigma_y)+2(\sigma_x-\sigma_z)\right] =$$

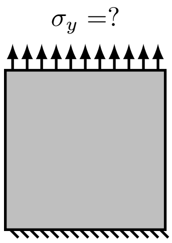
$$= \frac{1}{3}(2\sigma_x-\sigma_y-\sigma_z) = \frac{1}{3}(3\sigma_x-\sigma_x-\sigma_y-\sigma_z) = \sigma_x-\sigma_m = s_x$$

$$\frac{\partial\sqrt{J_2}}{\partial \sigma_x} = \frac{1}{2\sqrt{J_2}}\frac{\partial J_2}{\partial \sigma_x} = \frac{s_x}{2\sqrt{J_2}}$$

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma_x} = \frac{\partial}{\partial \sigma_x}\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

Příklad 3

rovinná deformace ($\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$)



$$\sigma_x = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y) = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_z = \nu\sigma_y$$

$$\sigma_m = \frac{1+\nu}{3}\sigma_y$$

$$s_x = \sigma_x - \sigma_m = 0 - \frac{1+\nu}{3}\sigma_y = -\frac{1+\nu}{3}\sigma_y$$

$$s_y = \sigma_y - \sigma_m = \sigma_y - \frac{1+\nu}{3}\sigma_y = \frac{2-\nu}{3}\sigma_y$$

$$s_z = \sigma_z - \sigma_m = \nu\sigma_y - \frac{1+\nu}{3}\sigma_y = \frac{2\nu-1}{3}\sigma_y$$

$$J_2 = \frac{1}{2}\left[\left(-\frac{1+\nu}{3}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{2-\nu}{3}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{2\nu-1}{3}\sigma_y\right)^2\right] = \frac{1-\nu+\nu^2}{3}\sigma_y^2$$

a) von Misesova podmínka plasticity,
sdružený zákon plastického přetváření,
$\nu = 0{,}3$,
f_{tah} = 355 MPa,
$\sigma_y > 0$ (tah)

$$\sigma_x = 0$$

$$\varepsilon_z = \nu\sigma_y = 0{,}3\sigma_y$$

$$\sigma_m = \frac{1+\nu}{3}\sigma_y = 0{,}433\sigma_y$$

$$s_x = -\frac{1+\nu}{3}\sigma_y = -0{,}433\sigma_y$$

$$s_y = \frac{2-\nu}{3}\sigma_y = 0{,}566\sigma_y$$

$$s_z = \frac{2\nu-1}{3}\sigma_y = -0{,}133\sigma_y$$

$$J_2 = \frac{1-\nu+\nu^2}{3}\sigma_y^2 = 0{,}2633\sigma_y^2$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{J_2} - \tau_0 = 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt{0{,}2633}|\sigma_y| - \frac{1}{\sqrt{3}}f_{\text{tah}} = 0$$

$$|\sigma_y| = \frac{1}{\sqrt{3\cdot 0{,}2633}}f_{\text{tah}} = 1{,}125 f_{\text{tah}} = 400\ \text{MPa}$$

$$\sigma_y = \pm 400\ \text{MPa} \quad \rightarrow \quad \sigma_y = 400\ \text{MPa}$$

$$\dot\varepsilon_{px} = \dot\lambda\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\sigma_x} = \dot\lambda\frac{\partial}{\partial\sigma_x}(\sqrt{J_2}-\tau_0) = \dot\lambda\frac{s_x}{2\sqrt{J_2}}$$

$$\dot\varepsilon_{py} = \dot\lambda\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\sigma_y} = \dot\lambda\frac{\partial}{\partial\sigma_y}(\sqrt{J_2}-\tau_0) = \dot\lambda\frac{s_y}{2\sqrt{J_2}}$$

$$\dot\varepsilon_{pz} = \dot\lambda\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\sigma_z} = \dot\lambda\frac{\partial}{\partial\sigma_z}(\sqrt{J_2}-\tau_0) = \dot\lambda\frac{s_z}{2\sqrt{J_2}}$$

$$\dot\varepsilon_{px} : \dot\varepsilon_{py} : \dot\varepsilon_{pz} = s_x : s_y : s_z = -0{,}433 : 0{,}566 : -0{,}133$$

b) Druckerova-Pragerova podmínka plasticity,
nesdružený zákon plastického přetváření,
$\nu = 0{,}2$,
f_{tah} = 3 MPa,
f_{tlak} = 35 MPa,
$\alpha_\psi = 0{,}1$,
$g(\boldsymbol{\sigma}) = 3\alpha_\psi\sigma_m + \sqrt{J_2} - \tau_0$,
$\sigma_y < 0$ (tlak)

$$f_{\text{tah}} = \frac{\sqrt{3}\tau_0}{1+\sqrt{3}\alpha_\phi}, \quad f_{\text{tlak}} = \frac{\sqrt{3}\tau_0}{1-\sqrt{3}\alpha_\phi} \quad \rightarrow \quad \tau_0 = 3{,}191\ \text{MPa},\ \alpha_\phi = 0{,}486$$

$$\sigma_x = 0$$

$$\varepsilon_z = \nu\sigma_y = 0{,}2\sigma_y$$

$$\sigma_m = \frac{1+\nu}{3}\sigma_y = 0{,}4\sigma_y$$

$$s_x = -\frac{1+\nu}{3}\sigma_y = -0{,}4\sigma_y$$

$$s_y = \frac{2-\nu}{3}\sigma_y = 0{,}6\sigma_y$$

$$s_z = \frac{2\nu-1}{3}\sigma_y = -0{,}2\sigma_y$$

$$J_2 = \frac{1-\nu+\nu^2}{3}\sigma_y^2 = 0{,}28\sigma_y^2$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = 3\alpha_\phi\sigma_m + \sqrt{J_2} - \tau_0 = 0 \quad \rightarrow \quad 3 \cdot 0{,}686 \cdot 0{,}4\sigma_y + \sqrt{0{,}28\sigma_y^2} - 3{,}788 = 0$$

$$\sigma_y = 2{,}80\ \mathrm{MPa}, \quad \sigma_y = -59{,}04\ \mathrm{MPa}$$

dále pro $\sigma_y = -59{,}04\ \mathrm{MPa}$:

$$s_x = -\frac{1+\nu}{3}\sigma_y = 23{,}62\ \mathrm{MPa}$$

$$s_y = \frac{2-\nu}{3}\sigma_y = -35{,}42\ \mathrm{MPa}$$

$$s_z = \frac{2\nu-1}{3}\sigma_y = 11{,}81\ \mathrm{MPa}$$

$$J_2 = 0{,}28\sigma_y^2 = 975{,}94\ \mathrm{MPa}^2$$

$$\dot{\varepsilon}_{px} = \dot{\lambda}\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \sigma_x} = \dot{\lambda}\frac{\partial}{\partial \sigma_x}(3\alpha_\psi\sigma_m + \sqrt{J_2} - \tau_0) = \dot{\lambda}\left(\alpha_\psi + \frac{s_x}{2\sqrt{J_2}}\right) = 0{,}478\dot{\lambda}$$

$$\dot{\varepsilon}_{py} = \dot{\lambda}\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \sigma_y} = \dot{\lambda}\frac{\partial}{\partial \sigma_y}(3\alpha_\psi\sigma_m + \sqrt{J_2} - \tau_0) = \dot{\lambda}\left(\alpha_\psi + \frac{s_y}{2\sqrt{J_2}}\right) = -0{,}467\dot{\lambda}$$

$$\dot{\varepsilon}_{pz} = \dot{\lambda}\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \sigma_z} = \dot{\lambda}\frac{\partial}{\partial \sigma_z}(3\alpha_\psi\sigma_m + \sqrt{J_2} - \tau_0) = \dot{\lambda}\left(\alpha_\psi + \frac{s_z}{2\sqrt{J_2}}\right) = 0{,}289\dot{\lambda}$$

$$\dot{\varepsilon}_{px} : \dot{\varepsilon}_{py} : \dot{\varepsilon}_{pz} = 0{,}478 : -0{,}467 : 0{,}289$$

V případě nalezení chyb, nejasností či dotazů mi prosím napište na jan.stransky@fsv.cvut.cz

verze 01, 6.1.2015