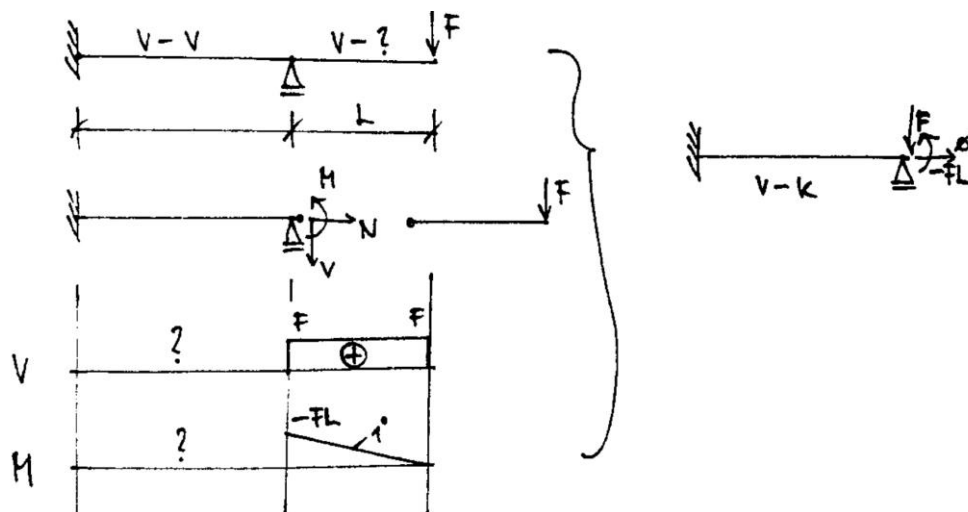
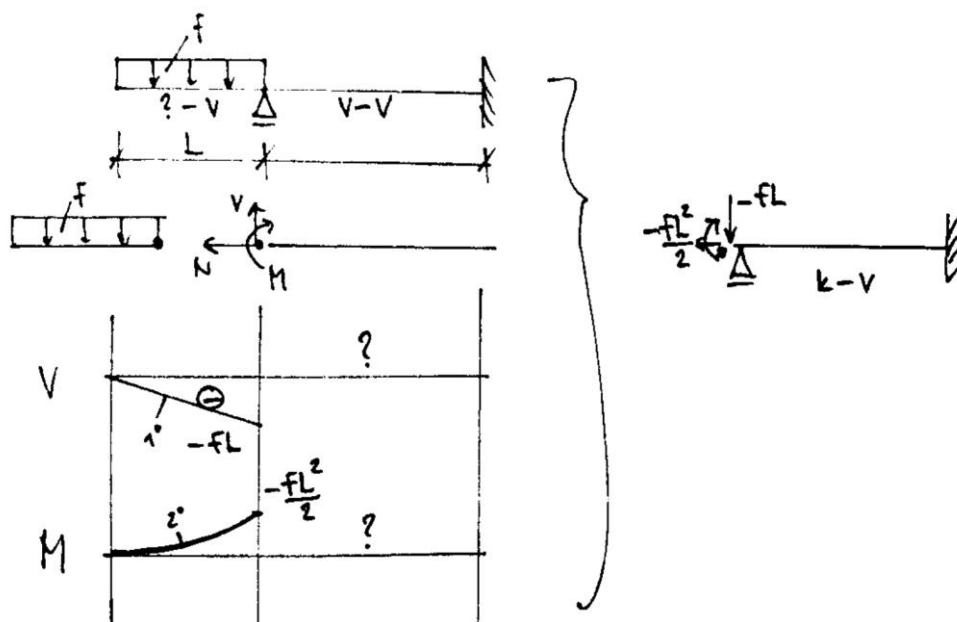


Zjednodušená deformační metoda (nepříliš stručný návod)

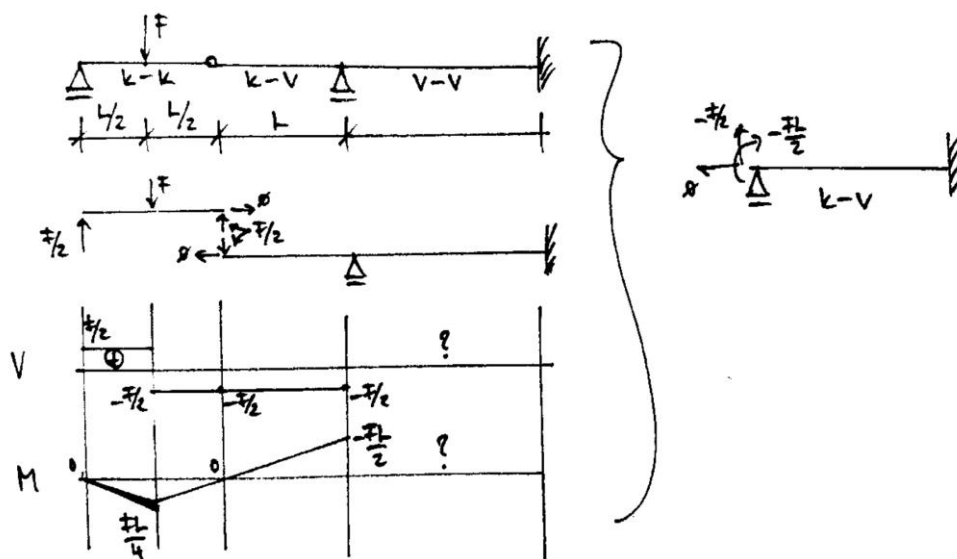
1. Vyřešení vnitřních sil na prutech, pro které není nutné znát reakce (např. volný konec, nebo prut typu K-K) a nahrazení těchto intervalů pomocí vypočtených vnitřních sil v místě návaznosti na zbytek konstrukce



Obr. 1.1 – redukce volného konce se silou



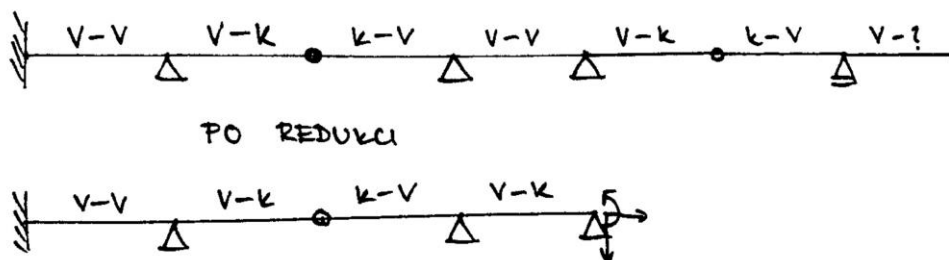
Obr. 1.2 – redukce volného konce se spojitým zatížením



Obr. 1.3 – redukce prutu typu K-K a následně volného konce

2. Určení typů prutů (V-V, V-K, K-V) a výpočet jejich tuhostí

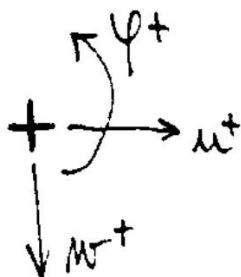
- kloub lze uvažovat v místě vnitřního kloubu nebo v místě pevného/posuvného kloubu, pokud je v tomto místě moment nulový nebo je známa jeho nenulová hodnota
- všechny pruty jiného typu než V-V, V-K, K-V, je nutné vyřešit v kroku 1
- vzorce pro tuhosti prutů lze najít v tabulkách



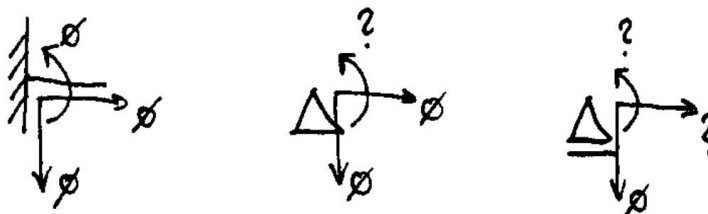
Obr. 2.1 – typy prutů před a po redukci

3. Určení deformačních neznámých

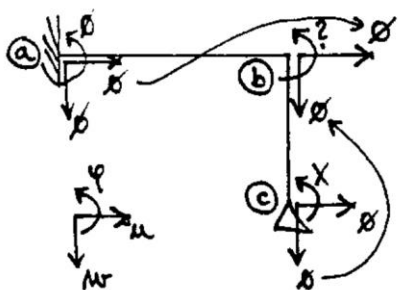
- v každém styčniku, mohou vzniknout tři deformace – vodorovný posun, svislý posun nebo pootočení
- některým deformacím je bráněno, protože ve styčniku je podpora
- k některým deformacím nemůže dojít, protože se uvažuje ZDM, což znamená $EA = \infty$ a pruty konstrukce vlivem normálové síly nezmění svoji délku
- některé deformace nejsou pro výpočet nutné (pootočení v kloubu na prutu typu V-K nebo K-V)
- počet neznámých deformací potřebných pro výpočet = stupeň deformační neurčitosti



Obr. 3.1 – možné deformace styčniku v kladné orientaci (konvence)



Obr. 3.2 – podpory bránící deformacím



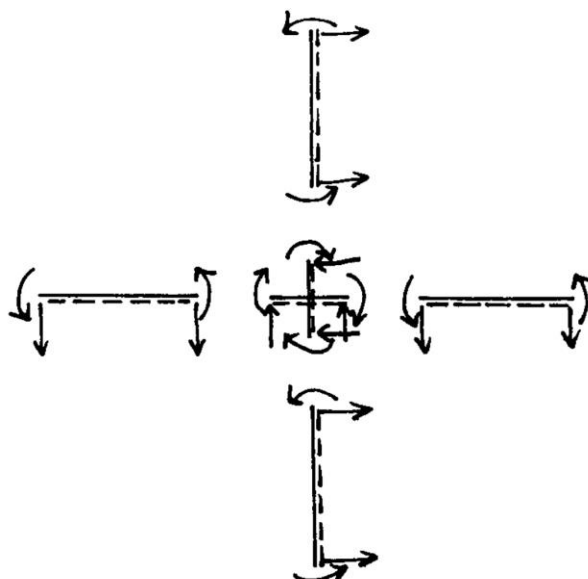
$$\begin{aligned} u_a &= 0; w_a = 0; \varphi_a = 0 \\ u_b &= u_a = 0; w_b = w_c = 0; \boxed{\varphi_b = ?} \\ u_c &= 0; w_c = 0; \varphi_c \neq 0 \text{ ale není potřeba} \end{aligned}$$

1x DEF. NEURČITÉ

Obr. 3.3 – redukce počtu neznámých vlivem ZDM, deformační neurčitost

4. Výpočet změny délky prutů od vlivu rovnoměrné teploty $\Delta l_{ij} = \alpha \cdot t_c \cdot l_{ij}$
 - změna délky může být kladná i záporná
 - změna délky se přiřadí libovolnému posuvnému styčníku na prutu jako posun v příslušném směru a s odpovídajícím znaménkem dle konvence deformací
 - tuto změnu délky je nutné dále uvažovat jako předepsaný posun

5. Zápis styčnickových / patrových / sloupových rovnic, které jsou nutné pro výpočet neznámých deformací
 - tolik kolik je neznámých, tolik je nutné zapsat rovnic
 - členy rovnic jsou buďto koncové momenty M_{ij} nebo koncové síly Z_{ij}
 - orientace koncových momentů M_{ij} a sil Z_{ij} se řídí konvencí ZDM



Obr. 5.1 – konvence koncových momentů a sil deformační metody

6. Výpočet koncových momentů $\bar{M}_{ij}$ s pruhem pro všechny pruty (vzorce jsou v tabulce podle jednotlivých zatížení)
- započítávají se veškerá zatížení prutu – silové, nerovnoměrnou teplotou nebo posunem či pootočením podpory
 - pokud je na prutu více různých zatížení, jejich vliv se sčítá
 - v případě vyřešení všech $\bar{M}_{ij}$ s pruhem vyskytujících se na konstrukci v rámci tohoto kroku, nebude už nutné některé dodatečně dopočítávat v kroku 7 či 9
 - pokud je nutné dopočítat koncové síly $\bar{Z}_{ij}$ s pruhem, a $\bar{M}_{ij}$ s pruhem jsou již vyřešené, lze hodnoty $\bar{Z}_{ij}$ s pruhem dopočítat z rovnováhy na prutu dle konvence ZDM (rovnováha na prutu musí obsahovat prutové silové zatížení)

TABULKA 2		1	2	3	4
ZATÍŽENÍ		$\frac{F_{\text{max}}}{l}$	$\frac{F_{\text{max}}}{l}$	$\frac{F_{\text{max}}}{l}$	$\frac{F_{\text{max}}}{l}$
1		$\frac{F a b^2}{l^3}$	$-\frac{F b^2 a}{l^3}$	$\frac{F a b}{2 l^2} (b + l)$	$-\frac{F a b}{2 l^2} (a + l)$
2		$\frac{F l}{8}$	$-\frac{F l}{8}$	$\frac{3}{16} F l$	$-\frac{3}{16} F l$
3		$\frac{f l^2}{12}$	$-\frac{f l^2}{12}$	$\frac{f l^2}{8}$	$-\frac{f l^2}{8}$
4		$\frac{f a^3}{12 l^2} (3 b + l)$	$-\frac{f b^3}{12 l^2} (3 a + l)$	$\frac{f a^2}{6 l^2} (a^2 + 4 b l)$	$-\frac{f b^2}{6 l^2} (b^2 + 4 a l)$
5		$\frac{f l^2}{30}$	$-\frac{f l^2}{20}$	$\frac{7}{120} f l^2$	$-\frac{4}{15} f l^2$
6		$\frac{5}{96} f l^2$	$-\frac{5}{96} f l^2$	$\frac{5}{64} f l^2$	$-\frac{5}{64} f l^2$
7		$\frac{f(l-a)}{12 l} (a^2 + a b + l^2)$	$-\frac{f(l-a)}{12 l} (a^2 + a b + l^2)$	$\frac{f(l-a)}{8 l} (a^2 + a b + l^2)$	$-\frac{f(l-a)}{8 l} (a^2 + a b + l^2)$
8		$\frac{M a}{l^2} (2 l - 3 b)$	$\frac{M a}{l^2} (2 l - 3 a)$	$\frac{M}{2 l^2} (l^2 - 3 b^2)$	$-\frac{M}{2 l^2} (l^2 - 3 a^2)$
9		$\frac{E J}{h} d_i (k_j - l_h)$	$-\frac{E J}{h} d_i (k_j - l_h)$	$\frac{3}{2} \cdot \frac{E J}{h} d_i (k_j - l_h)$	$-\frac{3}{2} \cdot \frac{E J}{h} d_i (k_j - l_h)$
10		$-3 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$	$-3 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$	$-2 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$	$-2 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$
11		$3 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$	$3 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$	$2 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$	$2 \frac{k a b}{l} \bar{w}_0$
12		$2 k a b \bar{w}_0$	$k a b \bar{w}_0$	$2 k a b \bar{w}_0$	—
13		$k a b \bar{w}_0$	$2 k a b \bar{w}_0$	—	$2 k b b \bar{w}_0$
		$k_{ab} = \frac{3 E J}{l} \cdot C$		$k_{ab} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2 E J}{l} \cdot C = k_{bb}$	

Obr. 6.1 – tabulka pro výpočet koncových momentů $\bar{M}_{ij}$ s pruhem

$$\bar{M}_{ab} = \frac{FL}{8} = \frac{5 \cdot 4}{8} = \underline{2.5}$$

$$\bar{M}_{ba} = -\frac{FL}{8} = \underline{-2.5}$$

VIZ TAB.

$$\alpha: -\bar{M}_{ab} - \bar{M}_{ba} + \bar{Z}_{ba} \cdot L + \frac{FL}{2} = 0$$

$$\bar{Z}_{ba} = -\frac{F}{2} = \underline{-2.5}$$

$$\downarrow: \bar{Z}_{ab} + 5 + \bar{Z}_{ba} = 0$$

$$\bar{Z}_{ab} = \underline{-2.5}$$

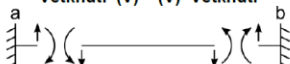
ROVNŮŽÁHA

Obr. 6.2 – rovnováha na prutu a výpočet koncových sil $\bar{Z}_{ij}$ s pruhem

7. Zápis koncových momentů M_{ij} nebo koncových sil Z_{ij} pomocí vzorců dle typu prutu
- do vzorců se dosazují členy $\bar{M}_{ij}$ s pruhem nebo $\bar{Z}_{ij}$ s pruhem vypočtené v kroku 6 a tuhosti prutů vypočtené v kroku 2
 - deformace jsou buďto neznámé nebo nulové, protože předepsané deformace už jsou započtené v kroku 6
 - v případě zápisu všech M_{ij} vyskytujících se na konstrukci v rámci tohoto kroku, v kroku 9 se už pouze dosadí vyřešené deformace

ZJEDNODUŠENÁ DEFORMAČNÍ METODA – VZORCE

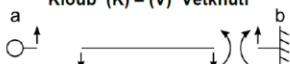
Vetknutí (V) – (V) Vetknutí



$$k_{ab} = \frac{2EI}{L_{ab}}$$

$$\begin{aligned} M_{ab} &= \bar{M}_{ab} + k_{ab} \left(2\varphi_a + \varphi_b + 3 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) & M_{ba} &= \bar{M}_{ba} + k_{ab} \left(\varphi_a + 2\varphi_b + 3 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) \\ Z_{ab} &= \bar{Z}_{ab} - \frac{k_{ab}}{L_{ab}} \left(3\varphi_a + 3\varphi_b + 6 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) & Z_{ba} &= \bar{Z}_{ba} + \frac{k_{ab}}{L_{ab}} \left(3\varphi_a + 3\varphi_b + 6 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) \end{aligned}$$

Kloub (K) – (V) Vetknutí

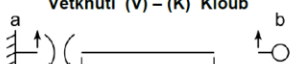


$$k_{ab} = \frac{3}{4} \frac{2EI}{L_{ab}}$$

×

$$\begin{aligned} M_{ba} &= \bar{M}_{ba} + k_{ab} \left(2\varphi_b + 2 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) \\ Z_{ab} &= \bar{Z}_{ab} - \frac{k_{ab}}{L_{ab}} \left(2\varphi_b + 2 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) & Z_{ba} &= \bar{Z}_{ba} + \frac{k_{ab}}{L_{ab}} \left(2\varphi_b + 2 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) \end{aligned}$$

Vetknutí (V) – (K) Kloub



$$k_{ab} = \frac{3}{4} \frac{2EI}{L_{ab}}$$

×

$$\begin{aligned} M_{ab} &= \bar{M}_{ab} + k_{ab} \left(2\varphi_a + 2 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) \\ Z_{ab} &= \bar{Z}_{ab} - \frac{k_{ab}}{L_{ab}} \left(2\varphi_a + 2 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) & Z_{ba} &= \bar{Z}_{ba} + \frac{k_{ab}}{L_{ab}} \left(2\varphi_a + 2 \frac{w_b - w_a}{L_{ab}} \right) \end{aligned}$$

Obr. 7.1 – vzorce pro výpočet koncových momentů M_{ij} a koncových sil Z_{ij}

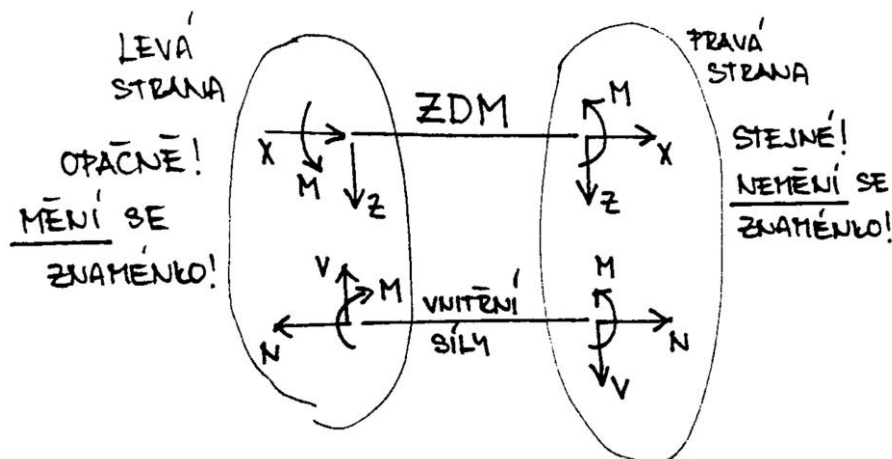
8. Dosazení zapsaných koncových momentů M_{ij} nebo koncových sil Z_{ij} z kroku 7 do rovnic z kroku 5 a výpočet neznámých deformací
9. Dosazení vypočtených deformací z kroku 8 do zapsaných koncových momentů M_{ij} nebo koncových sil Z_{ij} z kroku 7 a jejich vyčíslení a vyčíslení zbývajících koncových momentů M_{ij} , které nebyly použity v rovnicích

Ač byl tento dokument vytvořen s maximální obezřetností, může obsahovat chyby. Proto NELZE tento návod používat bez znalostí získaných na cvičení a NELZE se na tento dokument odvolávat jako na oficiální studijní podklad. Případné nalezené chyby nebo nesrovnalosti prosím zašlete na email lukas.zrubek (at) fsv.cvut.cz.

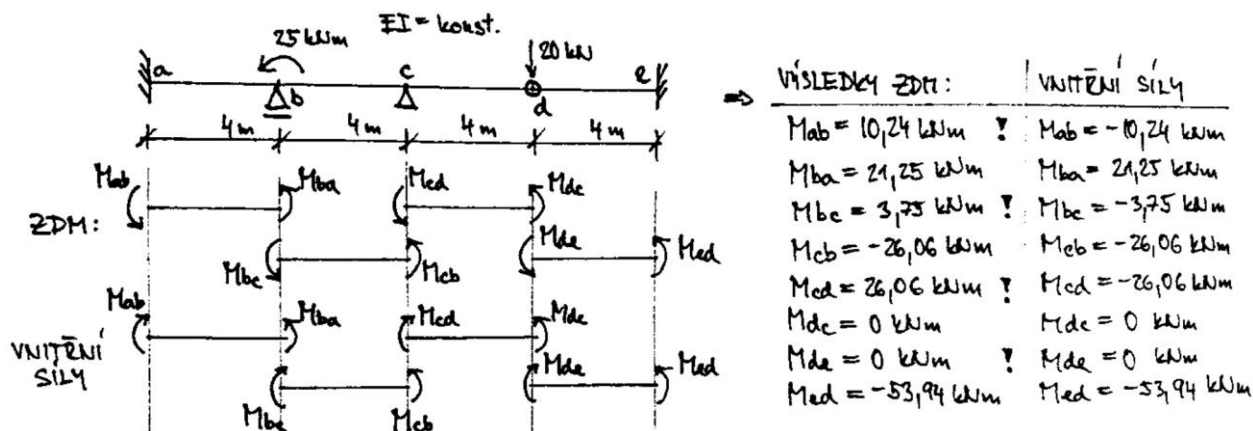
Zpracoval Lukáš Zrůbek – poslední úprava 4. prosince 2016

10. Převedení vypočtených koncových momentů M_{ij} a koncových sil Z_{ij} do konvence vnitřních sil

- každý prut má dva konce – levý a pravý
- u hodnot získaných ZDM na levém konci, je nutné otočit znaménko, protože konvence ZDM je na levém konci obráceně, než konvence vnitřních sil
- na pravém konci je konvence ZDM stejná jako konvence vnitřních sil, znaménko hodnot na pravém konci se tedy nemění
- tímto krokem končí práce se ZDM a pracuje se již s klasickými vnitřními silami

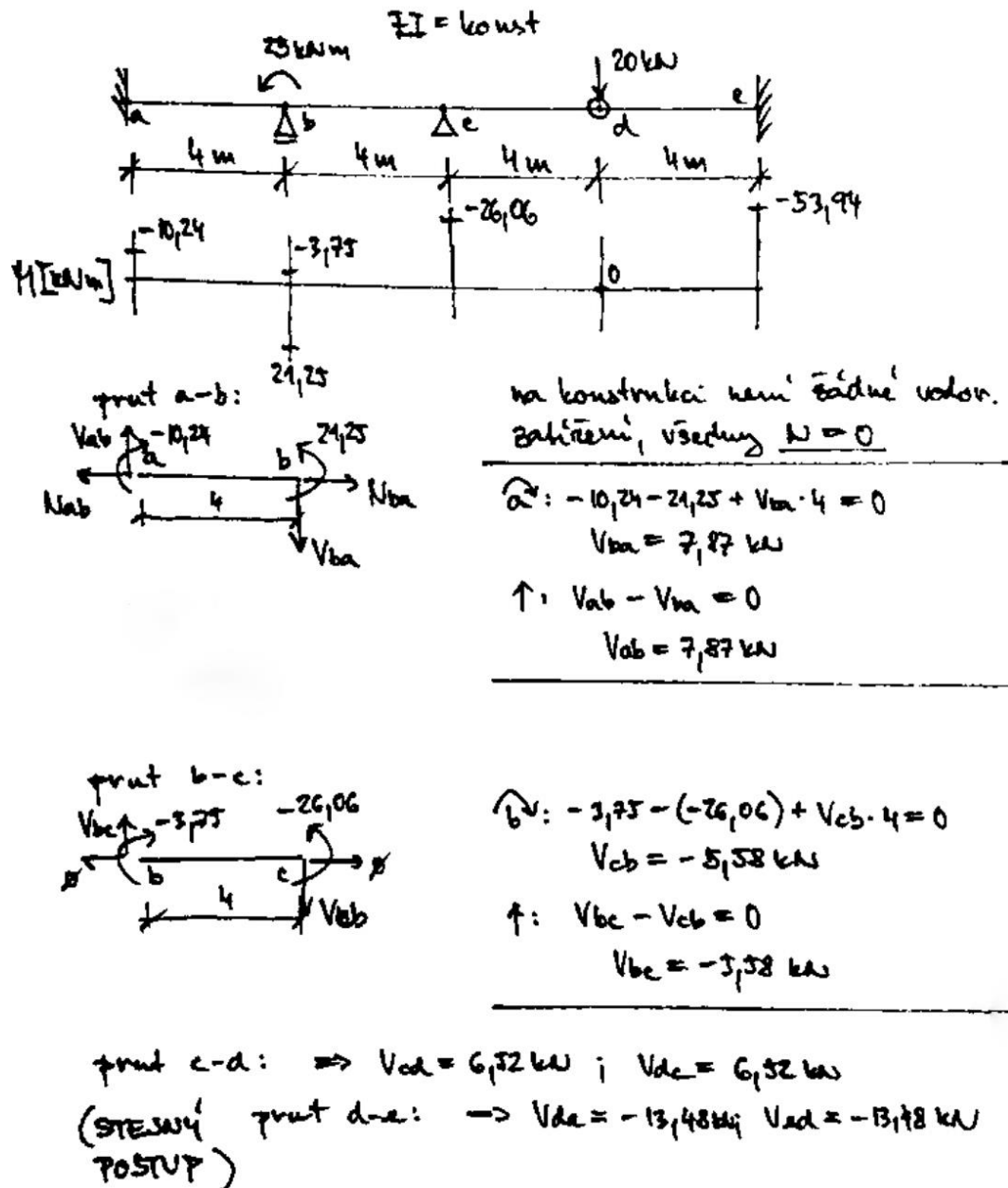


Obr. 10.1 – konvence ZDM vs. konvence vnitřních sil



Obr. 10.2 – příklad převedení hodnot z konvence ZDM do konvence vnitřních sil

11. Dopočetí zbývajících vnitřních sil (normálové síly, posouvající síly a případně extrémů) z rovnováhy na jednotlivých prutech, případně ve styčnicích
- na prut se umístí styčnickové momenty a prutové silové zatížení
 - pracuje se s konvencí vnitřních sil
 - reakce lze dopočítat z rovnováhy ve styčnicích

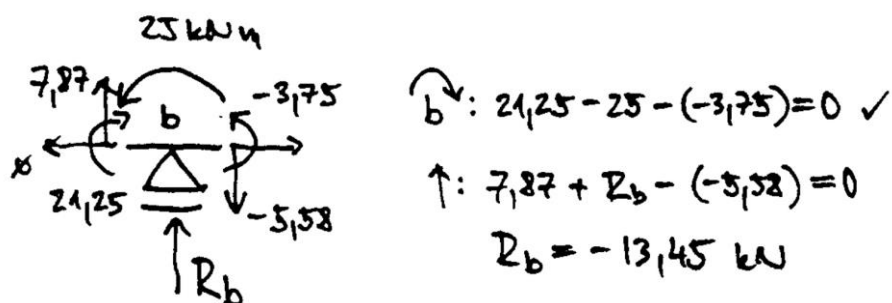


Obr. 11.1 – dopočetí posouvajících sil z rovnováhy na jednotlivých prutech

(POZOR: na této konstrukci z obrázku je pouze styčnickové zatížení, které se nezapočítává do rovnováhy na prutech, ale pokud by na jednotlivých prutech bylo zadáno libovolné silové zatížení, je nutné jej uvažovat při výpočtu rovnováhy na prutech!)

Ač byl tento dokument vytvořen s maximální obezřetností, může obsahovat chyby. Proto NELZE tento návod používat bez znalostí získaných na cvičení a NELZE se na tento dokument odvolávat jako na oficiální studijní podklad. Případné nalezené chyby nebo nesrovnalosti prosím zašlete na email lukas.zrubek@fsv.cvut.cz.

Zpracoval Lukáš Zrubek – poslední úprava 4. prosince 2016



Obr. 11.2 – ukázka výpočtu reakce z rovnováhy ve styčnicku

12. Vykreslení vnitřních sil N, V, M

