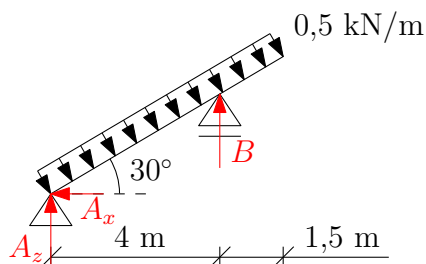


Příklady k procvičení 6: Vnitřní síly na šikmých nosnících, lineární spojité zatížení

Zadání: Analyticky vyjádřete a následně vykreslete průběhy vnitřních sil N , V a M .

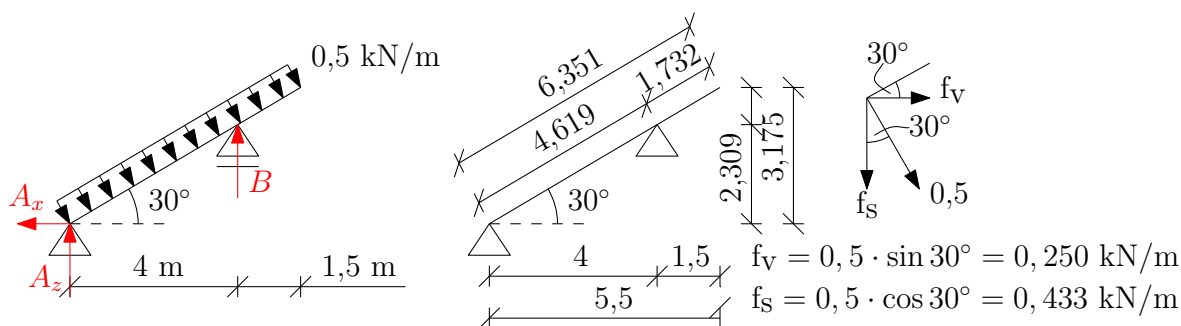
Příklad 6.1 a)



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:



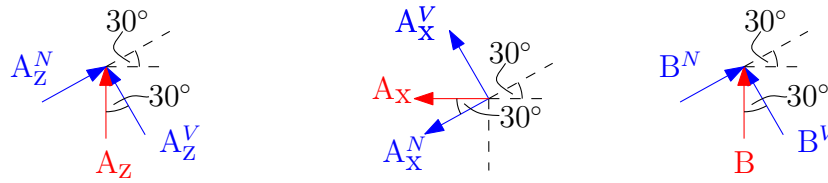
$$\circlearrowleft a: B \cdot 4 - 0,5 \cdot 6,351 \cdot \frac{6,351}{2} = 0, \quad \mathbf{B = 2,521 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow : -A_x + 0,25 \cdot 6,351 = 0, \quad \mathbf{A_x = 1,588 \text{ kN}}$$

$$\uparrow : A_z + B - 0,433 \cdot 6,351 = 0, \quad \mathbf{A_z = 0,229 \text{ kN}}$$

$$\text{kontrola: } \circlearrowleft b: -A_x \cdot 2,309 - A_z \cdot 4 + 0,5 \cdot 6,351 \cdot \left(\frac{6,351}{2} - (6,351 - 4,619) \right) = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

Rozklad reakcí do směru rovnoběžného s nosníkem a kolmého na něj:



$$A_Z^V = 0,229 \cdot \cos 30^\circ = 0,198 \text{ kN}, \quad A_Z^N = 0,229 \cdot \sin 30^\circ = 0,115 \text{ kN}$$

$$A_X^V = 0,1,588 \cdot \sin 30^\circ = 0,794 \text{ kN}, \quad A_X^N = 1,588 \cdot \cos 30^\circ = 1,375 \text{ kN}$$

$$B^V = 2,521 \cdot \cos 30^\circ = 2,183 \text{ kN}, \quad B^N = 2,521 \cdot \sin 30^\circ = 1,261 \text{ kN}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,b):

$$N(x) = 1,261 \text{ kN}$$

$$V(x) = 0,992 - 0,5 \cdot x$$

$$M(x) = 0,992 \cdot x - 0,5 \cdot \frac{x^2}{2} = -0,25 \cdot x^2 + 0,992 \cdot x$$

$N(0) = 1,261 \text{ kN}$	$V(0) = 0,992 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(4,619) = 1,261 \text{ kN}$	$V(4,619) = -1,3175 \text{ kN}$	$M(4,619) = -0,752 \text{ kNm}$

$$x_{\text{ext}} : V(x_{\text{ext}}) = 0,992 - 0,5 \cdot x_{\text{ext}} = 0 \rightarrow x_{\text{ext}} = \mathbf{1,984 \text{ m}}$$

$$M_{\text{ext}} = M(1,984) = -0,25 \cdot 1,984^2 + 0,992 \cdot 1,984 = \mathbf{0,984 \text{ kNm}}$$

interval (b,c):

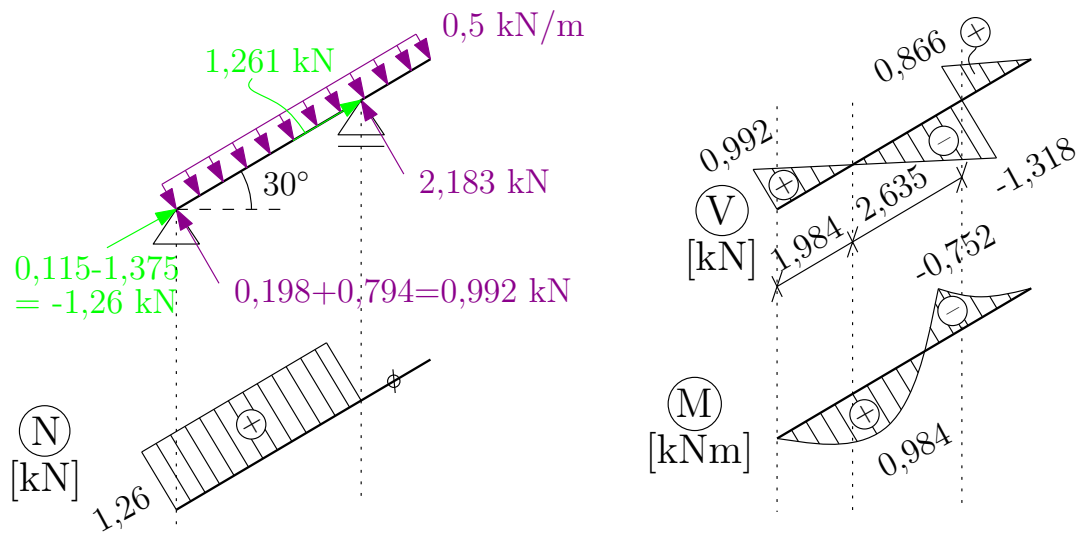
$$N(x) = 0 \text{ kN}$$

$$V(x) = -1,3175 + 2,183 - 0,5 \cdot x = -0,5 \cdot x + 0,8655$$

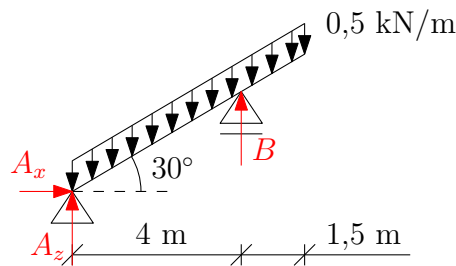
$$M(x) = -0,752 - 1,3175 \cdot x + 2,183 \cdot x - 0,5 \cdot \frac{x^2}{2} = -0,25 \cdot x^2 + 0,8655 \cdot x - 0,752$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 0,8655 \text{ kN}$	$M(0) = -0,752 \text{ kNm}$
$N(1,732) = 0 \text{ kN}$	$V(1,732) = 0 \text{ kN}$	$M(1,732) = 0 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



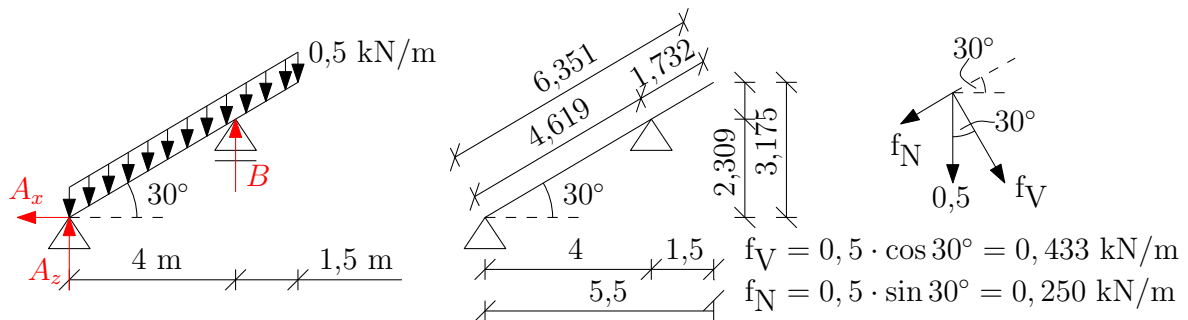
Příklad 6.1 b)



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

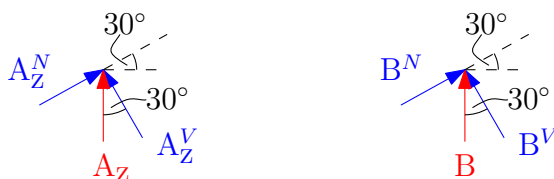
2) Výpočet reakcí:



$$\begin{aligned} \rightarrow : \quad & A_x = 0, \quad \mathbf{A_x = 0 \text{ kN}} \\ \curvearrowright a : \quad & B \cdot 4 - 0,5 \cdot 6,351 \cdot \frac{5,5}{2} = 0, \quad \mathbf{B = 2,183 \text{ kN}} \\ \uparrow : \quad & A_z + B - 0,5 \cdot 6,351 = 0, \quad \mathbf{A_z = 0,9925 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\text{kontrola: } \curvearrowright b : \quad -A_z \cdot 4 + 0,5 \cdot 6,351 \cdot \left(\frac{5,5}{2} - 1,5 \right) = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

Rozklad reakcí do směru rovnoběžného s nosníkem a kolmého na něj:



$$\begin{aligned} A_z^V &= 0,9925 \cdot \cos 30^\circ = 0,860 \text{ kN}, & A_z^N &= 0,9925 \cdot \sin 30^\circ = 0,496 \text{ kN} \\ B^V &= 2,183 \cdot \cos 30^\circ = 1,891 \text{ kN}, & B^N &= 2,183 \cdot \sin 30^\circ = 1,092 \text{ kN} \end{aligned}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,b):

$$\begin{aligned} N(x) &= -0,496 + 0,25 \cdot x \\ V(x) &= 0,860 - 0,433 \cdot x \\ M(x) &= 0,860 \cdot x - 0,433 \cdot \frac{x^2}{2} = -0,2165 \cdot x^2 + 0,86 \cdot x \end{aligned}$$

$N(0) = -0,496 \text{ kN}$	$V(0) = 0,860 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(4,619) = 0,660 \text{ kN}$	$V(4,619) = -1,140 \text{ kN}$	$M(4,619) = -0,647 \text{ kNm}$

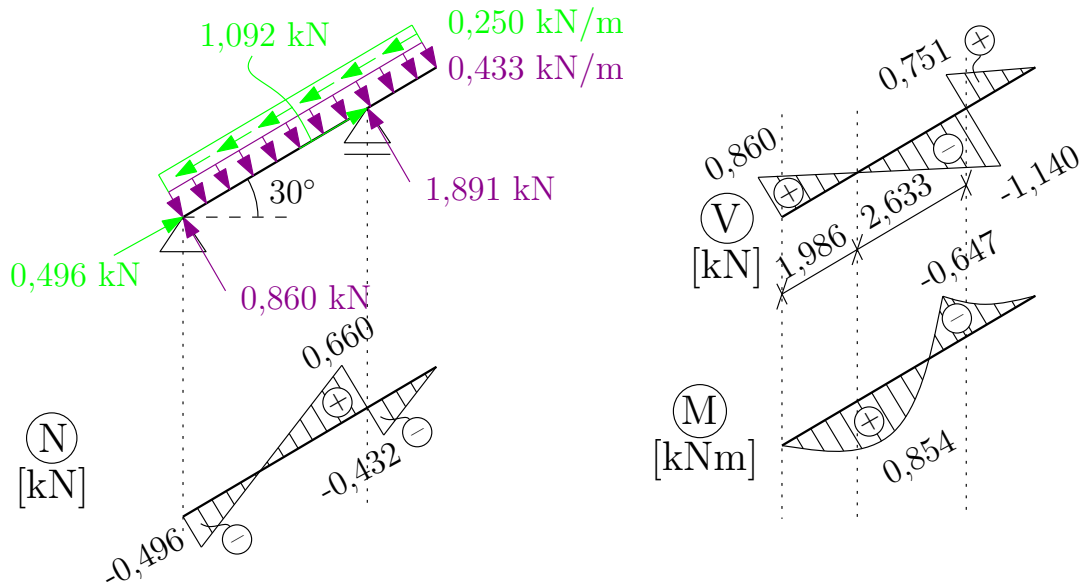
$$\begin{aligned} x_{\text{ext}} : \quad & V(x_{\text{ext}}) = 0,860 - 0,433 \cdot x_{\text{ext}} = 0 \rightarrow \mathbf{x_{\text{ext}} = 1,986 \text{ m}} \\ M_{\text{ext}} &= M(1,986) = -0,2165 \cdot 1,986^2 + 0,86 \cdot 1,986 = \mathbf{0,854 \text{ kNm}} \end{aligned}$$

interval (b,c):

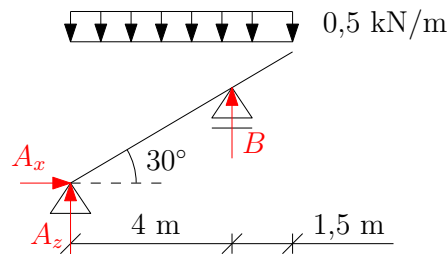
$$\begin{aligned} N(x) &= 0,660 - 1,092 + 0,25 \cdot x = 0,25 \cdot x - 0,432 \\ V(x) &= -1,140 + 1,891 - 0,433 \cdot x = -0,433 \cdot x + 0,751 \\ M(x) &= -0,647 - 1,140 \cdot x + 1,891 \cdot x - 0,433 \cdot \frac{x^2}{2} = -0,2165 \cdot x^2 + 0,751 \cdot x - 0,647 \end{aligned}$$

$N(0) = -0,432 \text{ kN}$	$V(0) = 0,751 \text{ kN}$	$M(0) = -0,647 \text{ kNm}$
$N(1,732) = 0 \text{ kN}$	$V(1,732) = 0 \text{ kN}$	$M(1,732) = 0 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



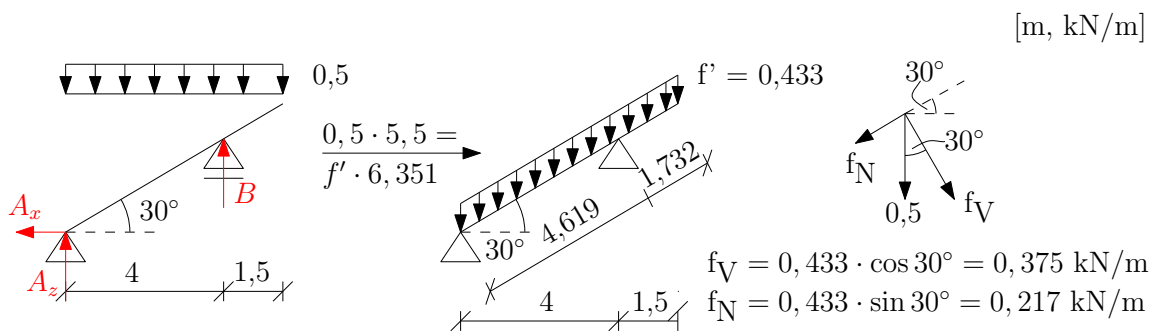
Příklad 6.1 c)



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

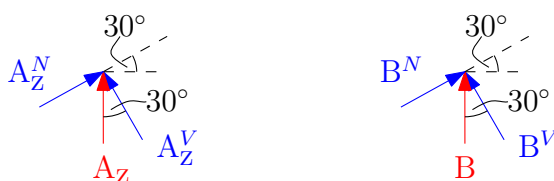
2) Výpočet reakcí:



$$\begin{aligned} \rightarrow : \quad & A_x = 0, \quad \mathbf{A_x = 0 \text{ kN}} \\ \circlearrowleft a : \quad & B \cdot 4 - 0,5 \cdot 5,5 \cdot \frac{5,5}{2} = 0, \quad \mathbf{B = 1,891 \text{ kN}} \\ \uparrow : \quad & A_z + B - 0,5 \cdot 5,5 = 0, \quad \mathbf{A_z = 0,859 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\text{kontrola: } \circlearrowleft b : \quad -A_z \cdot 4 + 0,5 \cdot 5,5 \cdot \left(\frac{5,5}{2} - 1,5 \right) = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

Rozklad reakcí do směru rovnoběžného s nosníkem a kolmého na něj:



$$\begin{aligned} A_z^V &= 0,859 \cdot \cos 30^\circ = 0,744 \text{ kN}, & A_z^N &= 0,859 \cdot \sin 30^\circ = 0,430 \text{ kN} \\ B^V &= 1,891 \cdot \cos 30^\circ = 1,638 \text{ kN}, & B^N &= 1,891 \cdot \sin 30^\circ = 0,946 \text{ kN} \end{aligned}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,b):

$$\begin{aligned} N(x) &= -0,430 + 0,217 \cdot x \\ V(x) &= 0,744 - 0,375 \cdot x \\ M(x) &= 0,744 \cdot x - 0,375 \cdot \frac{x^2}{2} = -0,1875 \cdot x^2 + 0,744 \cdot x \end{aligned}$$

$N(0) = -0,430 \text{ kN}$	$V(0) = 0,744 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(4,619) = 0,572 \text{ kN}$	$V(4,619) = -0,988 \text{ kN}$	$M(4,619) = -0,564 \text{ kNm}$

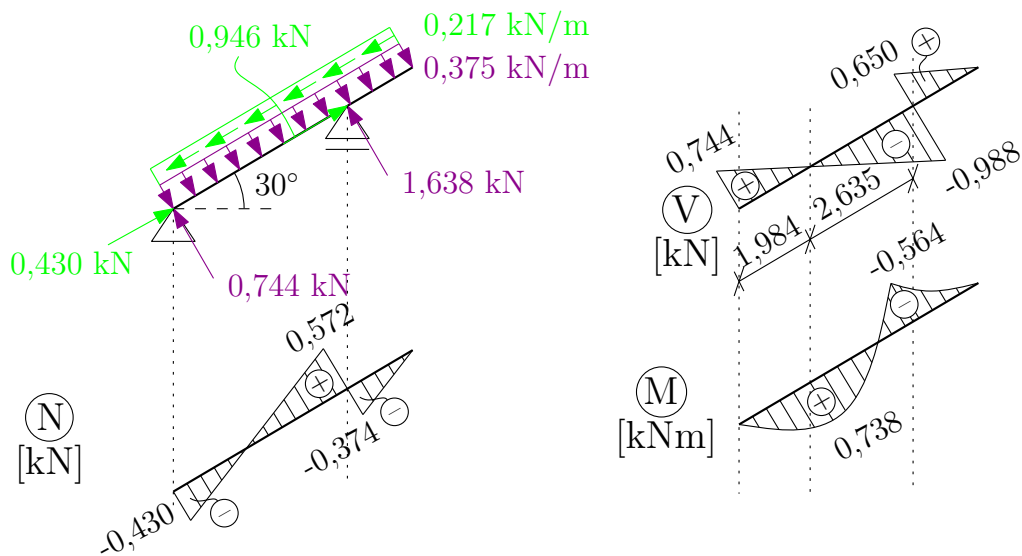
$$\begin{aligned} x_{\text{ext}} : \quad & V(x_{\text{ext}}) = 0,744 - 0,375 \cdot x_{\text{ext}} = 0 \rightarrow \mathbf{x_{\text{ext}} = 1,984 \text{ m}} \\ M_{\text{ext}} &= M(1,984) = -0,1875 \cdot 1,984^2 + 0,744 \cdot 1,984 = \mathbf{0,738 \text{ kNm}} \end{aligned}$$

interval (b,c):

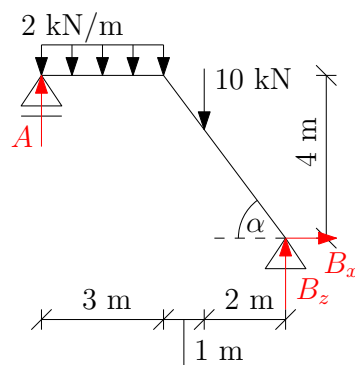
$$\begin{aligned} N(x) &= 0,572 - 0,946 + 0,217 \cdot x = 0,217 \cdot x - 0,374 \\ V(x) &= -0,988 + 1,638 - 0,375 \cdot x = -0,375 \cdot x + 0,650 \\ M(x) &= -0,564 - 0,988 \cdot x + 1,638 \cdot x - 0,375 \cdot \frac{x^2}{2} = -0,1875 \cdot x^2 + 0,65 \cdot x - 0,564 \end{aligned}$$

$N(0) = -0,374 \text{ kN}$	$V(0) = 0,650 \text{ kN}$	$M(0) = -0,564 \text{ kNm}$
$N(1,732) = 0 \text{ kN}$	$V(1,732) = 0 \text{ kN}$	$M(1,732) = 0 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



Příklad 6.2 a)



1) Výpočet statické určitosti:

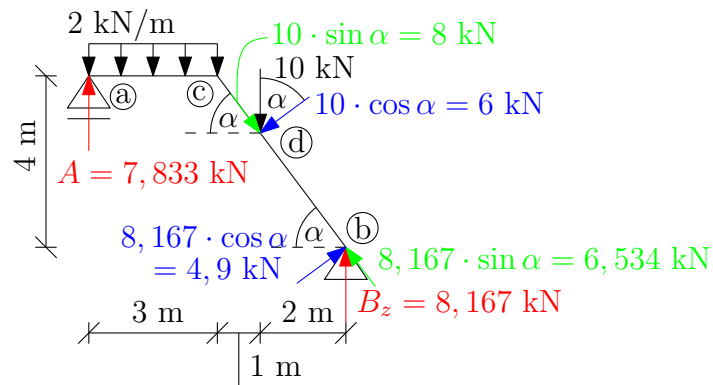
$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:

$$\begin{aligned} \rightarrow : & \quad B_x = 0, \quad \mathbf{B_x = 0 \text{ kN}} \\ \odot b : & \quad -A \cdot 6 + 2 \cdot 3 \cdot (1,5 + 3) + 10 \cdot 2 = 0, \quad \mathbf{A = 7,833 \text{ kN}} \\ \uparrow : & \quad A + B_z - 2 \cdot 3 - 10 = 0, \quad \mathbf{B_z = 8,167 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\text{kontrola: } \odot a : \quad B_z \cdot 6 - 10 \cdot 4 - 2 \cdot 3 \cdot 1,5 = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

Rozklad reakcí a sil do směru rovnoběžného s nosníkem a kolmému na něj:



$$\cos \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,c):

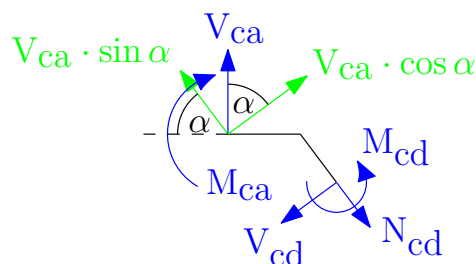
$$N(x) = 0$$

$$V(x) = 7,833 - 2 \cdot x$$

$$M(x) = 7,833 \cdot x - 2 \cdot \frac{x^2}{2} = -x^2 + 7,833 \cdot x$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 7,833 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(3) = 0 \text{ kN}$	$V(3) = 1,833 \text{ kN}$	$M(3) = 14,499 \text{ kNm}$

rovnováha na styčnicku c:



$$\searrow : N_{cd} - V_{ca} \cdot \sin \alpha = 0, \quad N_{cd} = 1,466 \text{ kN}$$

$$\swarrow : V_{cd} - V_{ca} \cdot \cos \alpha = 0, \quad V_{cd} = 1,1 \text{ kN}$$

$$\circlearrowleft : -M_{ca} + M_{cd} = 0, \quad M_{cd} = 14,499 \text{ kNm}$$

interval (c,d):

$$N(x) = 1,466$$

$$V(x) = 1,1$$

$$M(x) = 14,499 + 1,1 \cdot x$$

$N(0) = 1,466 \text{ kN}$	$V(0) = 1,1 \text{ kN}$	$M(0) = 14,499 \text{ kNm}$
$N(1,667) = 1,466 \text{ kN}$	$V(1,667) = 1,1 \text{ kN}$	$M(1,667) = 16,332 \text{ kNm}$

interval (c,d):

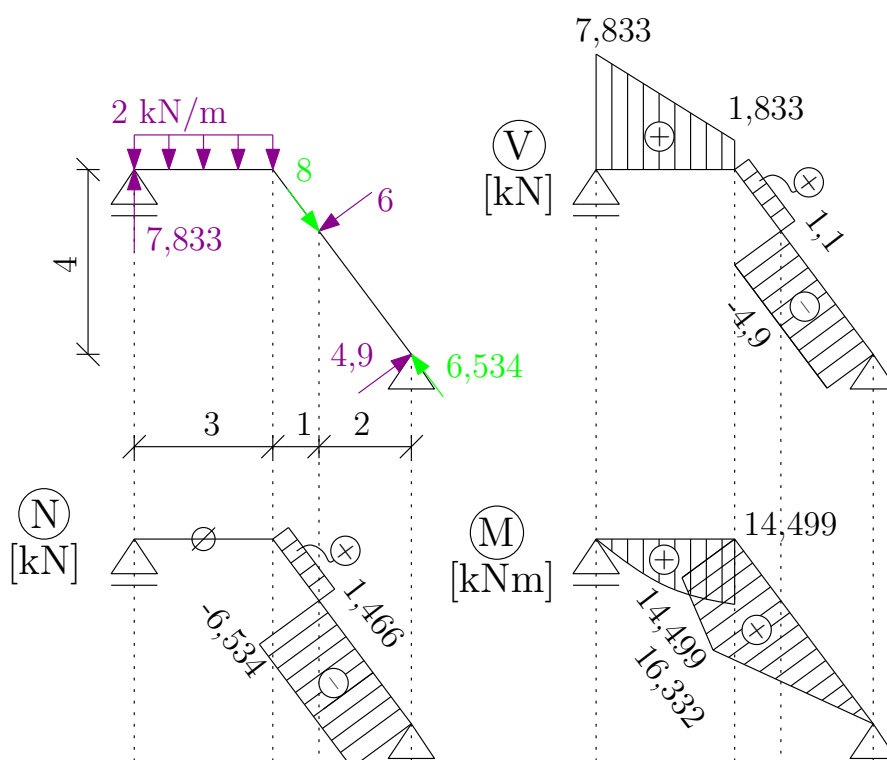
$$N(x) = 1,466 - 8 = -6,534$$

$$V(x) = 1,1 - 6 = -4,9$$

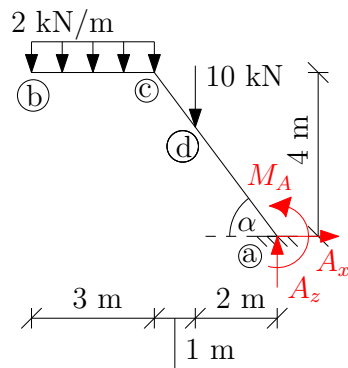
$$M(x) = 16,332 + 1,1 \cdot x - 6 \cdot x = -4,9 \cdot x + 16,332$$

$N(0) = -6,534 \text{ kN}$	$V(0) = -4,9 \text{ kN}$	$M(0) = 16,332 \text{ kNm}$
$N(3,333) = -6,534 \text{ kN}$	$V(3,333) = -4,9 \text{ kN}$	$M(3,333) = 0 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



Příklad 6.2 b)



1) Výpočet statické určitosti:

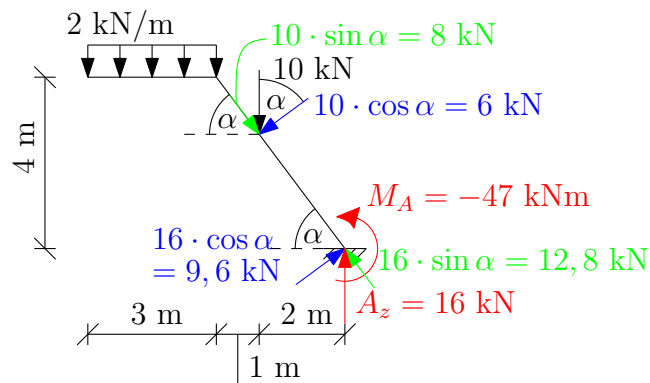
$$s = 3 - 3 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:

$$\begin{aligned} \rightarrow : & \quad A_x = 0, & \quad \mathbf{A}_x = 0 \text{ kN} \\ \odot a : & \quad 10 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 4,5 + M_A = 0, & \quad \mathbf{M}_A = -47 \text{ kNm} \\ \uparrow : & \quad A_z - 2 \cdot 3 - 10 = 0, & \quad \mathbf{A}_z = 16 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{kontrola: } \odot b : \quad -2 \cdot 3 \cdot 1,5 - 10 \cdot 4 + M_A + A_x \cdot 4 + A_z \cdot 6 = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

Rozklad reakcí a sil do směru rovnoběžného s nosníkem a kolmého na něj:



$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{3}{5} = 0,6 \\ \sin \alpha &= \frac{4}{5} = 0,8 \end{aligned}$$

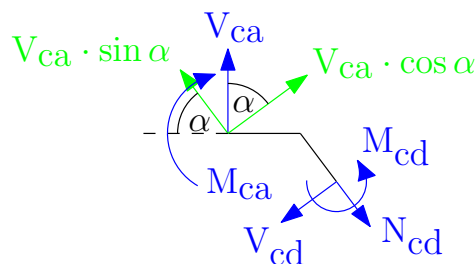
3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (b,c):

$$\begin{aligned} N(x) &= 0 \\ V(x) &= -2 \cdot x \\ M(x) &= -2 \cdot \frac{x^2}{2} = -x^2 \end{aligned}$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 0 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(3) = 0 \text{ kN}$	$V(3) = -6 \text{ kN}$	$M(3) = -9 \text{ kNm}$

rovnováha na styčnicku c:



$$\begin{aligned} \searrow : \quad N_{cd} - V_{ca} \cdot \sin \alpha &= 0, \quad \mathbf{N_{cd} = -4,8 \text{ kN}} \\ \swarrow : \quad V_{cd} - V_{ca} \cdot \cos \alpha &= 0, \quad \mathbf{V_{cd} = -3,6 \text{ kN}} \\ \curvearrowright : \quad -M_{ca} + M_{cd} &= 0, \quad \mathbf{M_{cd} = -9 \text{ kNm}} \end{aligned}$$

interval (c,d):

$$\begin{aligned} N(x) &= -4,8 \\ V(x) &= -3,6 \\ M(x) &= -9 - 3,6 \cdot x \end{aligned}$$

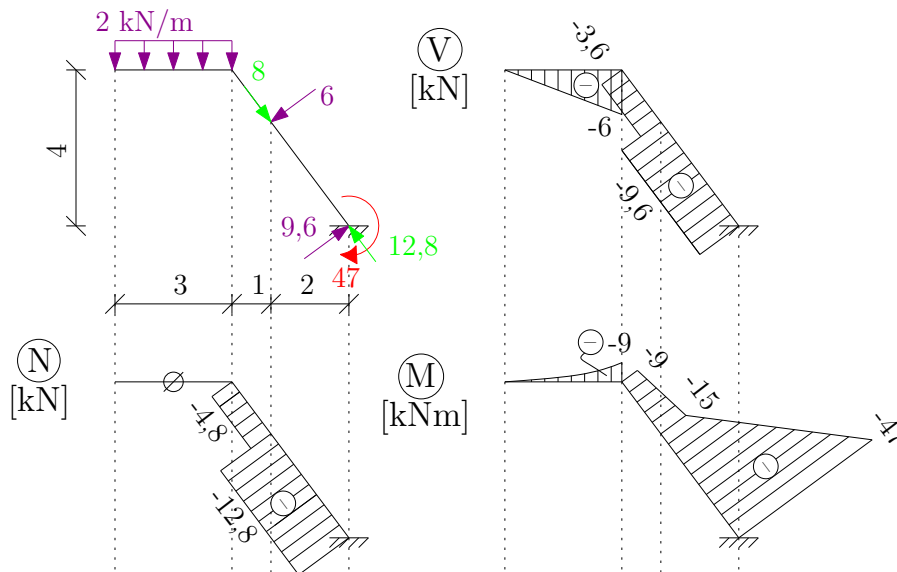
$N(0) = -4,8 \text{ kN}$	$V(0) = -3,6 \text{ kN}$	$M(0) = -9 \text{ kNm}$
$N(1,667) = -4,8 \text{ kN}$	$V(1,667) = -3,6 \text{ kN}$	$M(1,667) = -15 \text{ kNm}$

interval (d,a):

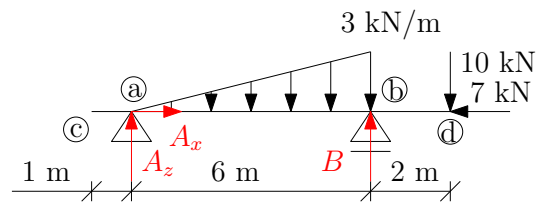
$$\begin{aligned} N(x) &= -4,8 - 8 = -12,8 \\ V(x) &= -3,6 - 6 = -9,6 \\ M(x) &= -15 - 3,6 \cdot x - 6 \cdot x = -9,6 \cdot x - 15 \end{aligned}$$

$N(0) = -12,8 \text{ kN}$	$V(0) = -9,6 \text{ kN}$	$M(0) = 15 \text{ kNm}$
$N(3,333) = -12,8 \text{ kN}$	$V(3,333) = -9,6 \text{ kN}$	$M(3,333) = -47 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



Příklad 6.3



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:

$$\rightarrow : \quad A_x - 7 = 0, \quad A_x = 7 \text{ kN}$$

$$\odot a : \quad B \cdot 6 - 10 \cdot 8 - 9 \cdot 4 = 0, \quad B = 19,333 \text{ kN}$$

$$\uparrow : \quad A_z - 9 + B - 10 = 0, \quad A_z = -0,333 \text{ kN}$$

$$\text{kontrola: } \odot b : \quad -A_z \cdot 6 + 9 \cdot 2 - 10 \cdot 2 = 0, \quad \text{O.K.}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (c,a):

$$N(x) = 0$$

$$V(x) = 0$$

$$M(x) = 0$$

interval (a,b):

$$N(x) = -7$$

$$f(x) = \frac{3}{6} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot x$$

$$V(x) = - \int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \quad | \quad V(0) = c_1 = -0,333$$

$$V(x) = -0,25 \cdot x^2 - 0,333$$

$$M(x) = \int V(x) dx = -0,25 \cdot \frac{x^3}{3} - 0,333 \cdot x + c_2 \quad | \quad M(0) = c_2 = 0$$

$$M(x) = -0,08\bar{3} \cdot x^3 - 0,333 \cdot x$$

$N(0) = -7 \text{ kN}$	$V(0) = -0,333 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(6) = -7 \text{ kN}$	$V(6) = -9,333 \text{ kN}$	$M(6) = -20 \text{ kNm}$

interval (b,d):

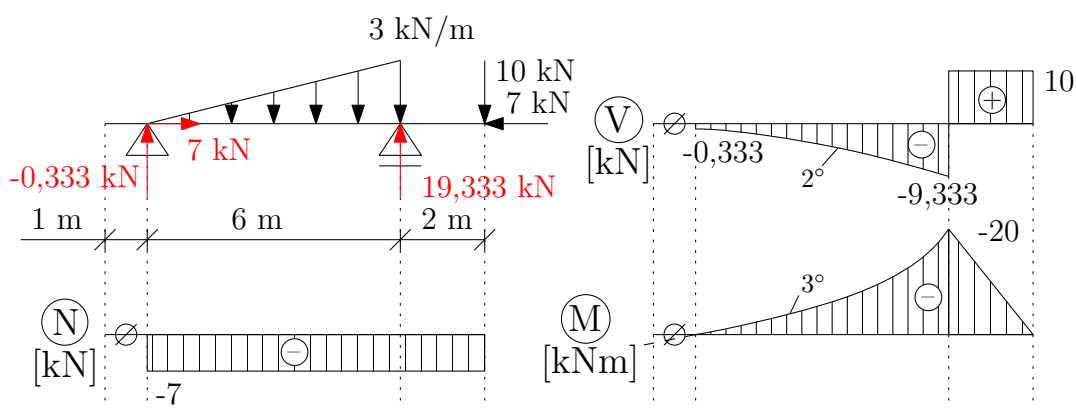
$$N(x) = -7$$

$$V(x) = -9,333 + 19,333 = 10$$

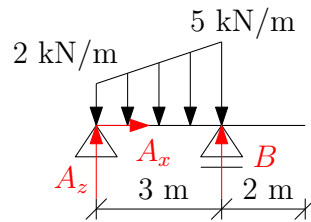
$$M(x) = -20 - 9,333 \cdot x + 19,333 \cdot x = 10 \cdot x - 20$$

$N(0) = -7 \text{ kN}$	$V(0) = 10 \text{ kN}$	$M(0) = -20 \text{ kNm}$
$N(2) = -7 \text{ kN}$	$V(2) = 10 \text{ kN}$	$M(2) = 0 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



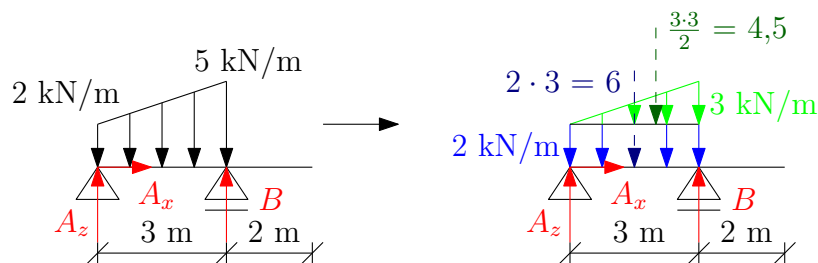
Příklad 6.4



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:



$$\begin{aligned} \rightarrow : \quad & A_x = 0, \quad \mathbf{A_x = 0 \text{ kN}} \\ \circlearrowleft a : \quad & B \cdot 3 - 4,5 \cdot 2 - 6 \cdot 1,5 = 0, \quad \mathbf{B = 6 \text{ kN}} \\ \uparrow : \quad & A_z + B - 6 - 4,5 = 0, \quad \mathbf{A_z = 4,5 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\text{kontrola: } \circlearrowleft b : \quad -A_z \cdot 3 + 6 \cdot 1,5 + 4,5 \cdot 1 = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,b):

$$N(x) = 0$$

$$f(x) = 2 + \frac{3}{3} \cdot x = x + 2$$

$$V(x) = - \int f(x) dx = -\frac{x^2}{2} - 2 \cdot x + c_1 \quad \Big| \quad V(0) = c_1 = 4,5$$

$$V(x) = -0,5 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4,5$$

$$M(x) = \int V(x) dx = -0,5 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{2 \cdot x^2}{2} + 4,5 \cdot x + c_2 \quad \Big| \quad M(0) = c_2 = 0$$

$$M(x) = -0,1\bar{6} \cdot x^3 - x^2 + 4,5 \cdot x$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 4,5 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(3) = 0 \text{ kN}$	$V(3) = -6 \text{ kN}$	$M(3) = 0 \text{ kNm}$

$$x_{\text{ext}} : V(x_{\text{ext}}) = -0,5 \cdot x_{\text{ext}}^2 - 2 \cdot x_{\text{ext}} + 4,5 = 0 \rightarrow x_{\text{ext}} = \mathbf{1,606 \text{ m}}$$

$$M_{\text{ext}} = M(1,606) = -0,1\bar{6} \cdot 1,606^3 - 1,606^2 + 4,5 \cdot 1,606 = \mathbf{3,957 \text{ kNm}}$$

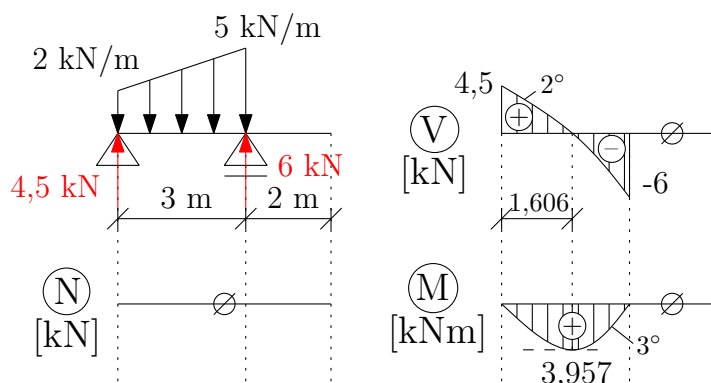
interval (b,c):

$$N(x) = 0$$

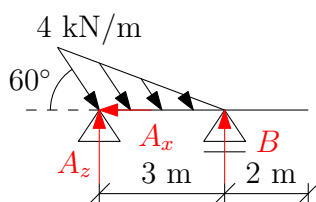
$$V(x) = -6 + 6 = 0$$

$$M(x) = 0 - 6 \cdot x + 6 \cdot x = 0$$

4) Vykreslení:



Příklad 6.5



1) Výpočet statické určitosti:

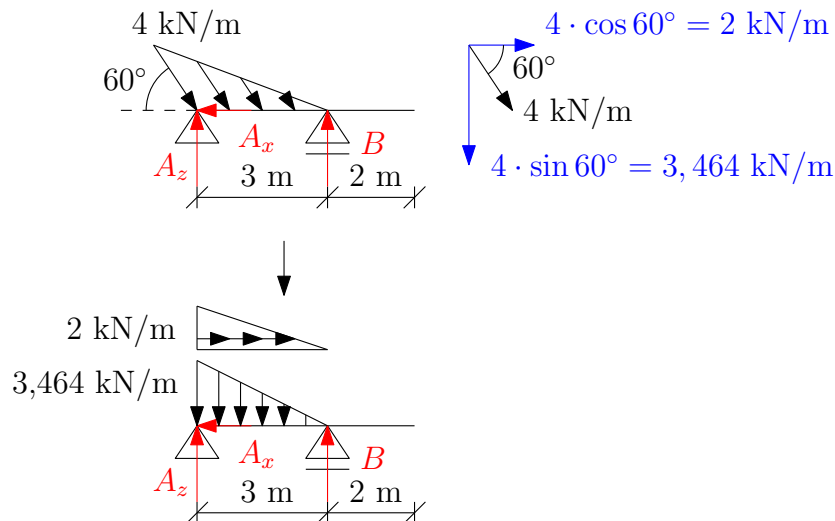
$$s = 3 - 2 - 1 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:

$$\rightarrow : -A_x + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 0, \quad \mathbf{A_x = 3 \text{ kN}}$$

$$\circlearrowleft a : B \cdot 3 - 3,464 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} = 0, \quad \mathbf{B = 1,732 \text{ kN}}$$

$$\uparrow : A_z + B - 3,464 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 0, \quad \mathbf{A_z = 3,464 \text{ kN}}$$



kontrola: $\circlearrowleft b$: $-A_z \cdot 3 + 3,464 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = 0$, **O.K.**

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,b):

$$f_x(x) = 2 - \frac{2}{3} \cdot x$$

$$N(x) = - \int f_x(x) dx = -2 \cdot x + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \quad \Big| \quad N(0) = c_1 = 3$$

$$N(x) = \frac{x^2}{3} - 2 \cdot x + 3$$

$$f(x) = 3,464 - \frac{3,464}{3} \cdot x$$

$$V(x) = - \int f(x) dx = -3,464 \cdot x + \frac{3,464}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + c_2 \quad \Big| \quad V(0) = c_2 = 3,464$$

$$V(x) = 0,577\bar{3} \cdot x^2 - 3,464 \cdot x + 3,464$$

$$M(x) = \int V(x) dx = 0,577\bar{3} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{3,464 \cdot x^2}{2} + 3,464 \cdot x + c_3 \quad \Big| \quad M(0) = c_3 = 0$$

$$M(x) = 0,192\bar{4} \cdot x^3 - 1,732 \cdot x^2 + 3,464 \cdot x$$

$N(0) = 3 \text{ kN}$	$V(0) = 3,464 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(3) = 0 \text{ kN}$	$V(3) = -1,732 \text{ kN}$	$M(3) = 0 \text{ kNm}$

$$x_{\text{ext}} : V(x_{\text{ext}}) = 0,577\bar{3} \cdot x_{\text{ext}}^2 - 3,464 \cdot x_{\text{ext}} + 3,464 = 0 \rightarrow x_{\text{ext}} = \mathbf{1,2679 \text{ m}}$$

$$M_{\text{ext}} = M(1,2679) = 0,192\bar{4} \cdot 1,2679^3 - 1,732 \cdot 1,2679^2 + 3,464 \cdot 1,2679 = \mathbf{2 \text{ kNm}}$$

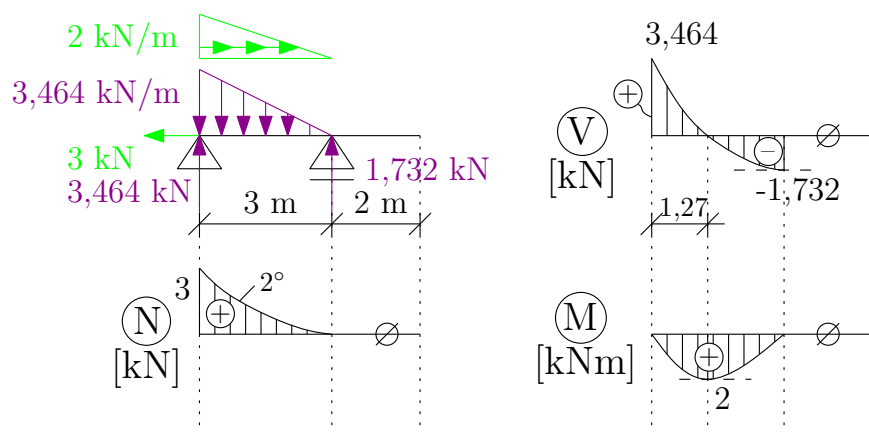
interval (b,c):

$$N(x) = 0$$

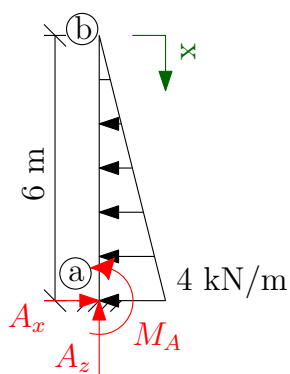
$$V(x) = -1,732 + 1,732 = 0$$

$$M(x) = 0 - 1,732 \cdot x + 1,732 \cdot x = 0$$

4) Vykreslení:



Příklad 6.6 a)



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 3 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:

$$\rightarrow : A_x - 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 0, \quad A_x = 12 \text{ kN}$$

$$\odot a : M_A + \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot 2 = 0, \quad M_A = -24 \text{ kNm}$$

$$\uparrow : A_z + 0 = 0, \quad A_z = 0 \text{ kN}$$

$$\text{kontrola: } \odot b : M_A + A_x \cdot 6 - \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot 4 = 0, \quad \text{O.K.}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (b,a): (jdu od volného konce k vetknutí, volný konec je na začátku)

$$N(x) = 0$$

$$f(x) = \frac{4}{6} \cdot x = \frac{2}{3} \cdot x$$

$$V(x) = - \int f(x) dx = -\frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \quad | \quad V(0) = c_1 = 0$$

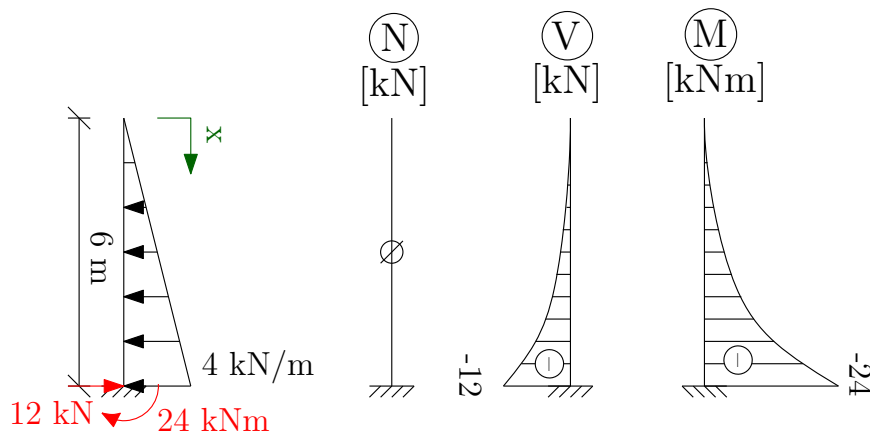
$$V(x) = -\frac{x^2}{3}$$

$$M(x) = \int V(x) dx = -\frac{x^3}{3 \cdot 3} + c_2 \quad | \quad M(0) = c_2 = 0$$

$$M(x) = -\frac{x^3}{9}$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 0 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(6) = 0 \text{ kN}$	$V(6) = -12 \text{ kN}$	$M(6) = -24 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



ALTERNATIVNĚ:

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (a,b): (jdu od vetknutí k volnému konci, vetknutí je na začátku)

$$N(x) = 0$$

$$f(x) = -(4 - \frac{4}{6} \cdot x) = -4 + \frac{2}{3} \cdot x$$

$$V(x) = - \int f(x) dx = 4 \cdot x - \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \quad | \quad V(0) = c_1 = -12$$

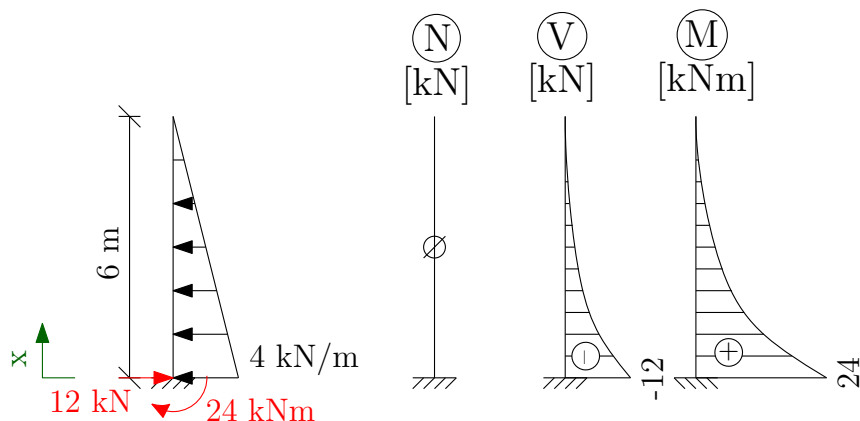
$$V(x) = -\frac{x^2}{3} + 4 \cdot x - 12$$

$$M(x) = \int V(x) dx = -\frac{x^3}{3 \cdot 3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} - 12 \cdot x + c_2 \quad | \quad M(0) = c_2 = 24$$

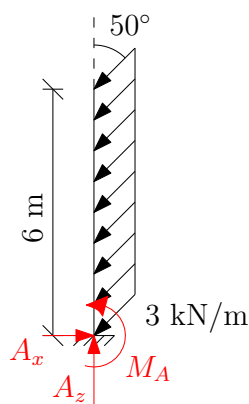
$$M(x) = -\frac{x^3}{9} + 2 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 24$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = -12 \text{ kN}$	$M(0) = 24 \text{ kNm}$
$N(6) = 0 \text{ kN}$	$V(6) = 0 \text{ kN}$	$M(6) = 0 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



Příklad 6.6 b)



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad \text{konstrukce je staticky určitá}$$

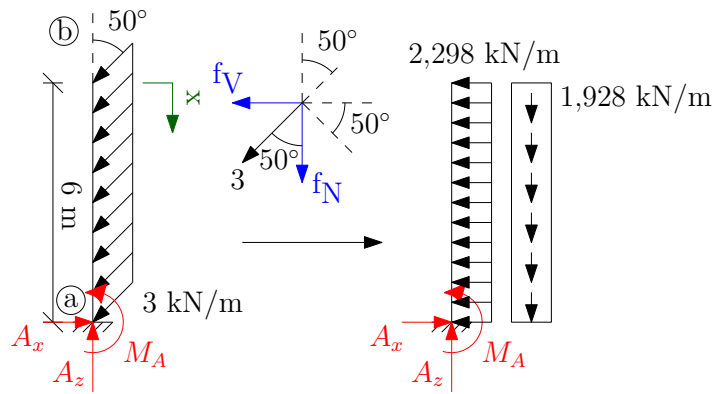
2) Výpočet reakcí:

$$\rightarrow : \quad A_x - 2,298 \cdot 6 = 0, \quad A_x = 13,788 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright a : \quad M_A + 2,298 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} = 0, \quad M_A = -41,364 \text{ kNm}$$

$$\uparrow : \quad A_z - 1,928 \cdot 6 = 0, \quad A_z = 11,568 \text{ kN}$$

$$\text{kontrola: } \curvearrowright b : \quad M_A + A_x \cdot 6 - 2,298 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} = 0, \quad \text{O.K.}$$



$$f_N = 3 \cdot \cos 50^\circ = 1,928 \text{ kN/m}$$

$$f_V = 3 \cdot \sin 50^\circ = 2,298 \text{ kN/m}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (b,a):

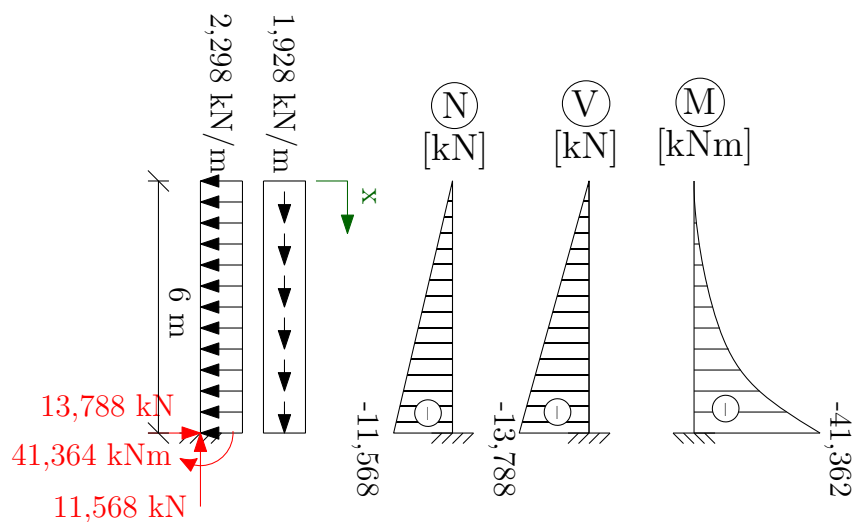
$$N(x) = -1,928 \cdot x$$

$$V(x) = -2,298 \cdot x$$

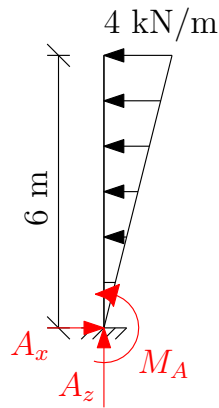
$$M(x) = -2,298 \cdot x \cdot \frac{x}{2} = -1,149 \cdot x^2$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 0 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(6) = -11,568 \text{ kN}$	$V(6) = -13,788 \text{ kN}$	$M(6) = -41,364 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



Příklad 6.6 c)



1) Výpočet statické určitosti:

$$s = 3 - 3 = 0 \rightarrow \text{konstrukce je staticky určitá}$$

2) Výpočet reakcí:

$$\begin{aligned} \rightarrow : \quad A_x - \frac{4 \cdot 6}{2} &= 0, & \mathbf{A_x = 12 \text{ kN}} \\ \odot a : \quad M_A + \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6}{3} &= 0, & \mathbf{M_A = -48 \text{ kNm}} \\ \uparrow : \quad A_z &= 0, & \mathbf{A_z = 0 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\text{kontrola: } \odot b : \quad M_A + A_x \cdot 6 - 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} = 0, \quad \mathbf{O.K.}$$

3) Analytické vyjádření vnitřních sil a výpočet důležitých hodnot:

interval (b,a):

$$N(x) = 0$$

$$f(x) = 4 - \frac{4}{6} \cdot x = 4 - \frac{2}{3} \cdot x$$

$$V(x) = -\int f(x) dx = -4 \cdot x + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \quad | \quad V(0) = c_1 = 0$$

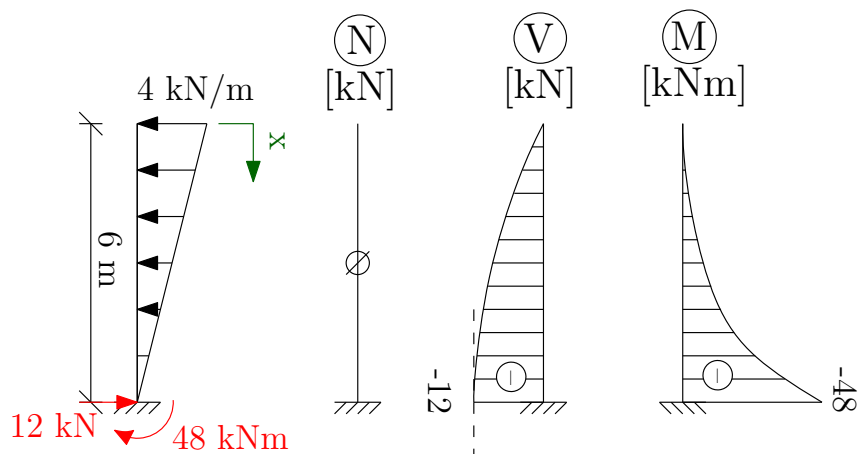
$$V(x) = \frac{x^2}{3} - 4 \cdot x$$

$$M(x) = \int V(x) dx = \frac{x^3}{3 \cdot 3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + c_2 \quad | \quad M(0) = c_2 = 0$$

$$M(x) = \frac{x^3}{9} - 2 \cdot x^2$$

$N(0) = 0 \text{ kN}$	$V(0) = 0 \text{ kN}$	$M(0) = 0 \text{ kNm}$
$N(6) = 0 \text{ kN}$	$V(6) = -12 \text{ kN}$	$M(6) = -48 \text{ kNm}$

4) Vykreslení:



Prosba V případě, že v textu objevíte nějakou chybu nebo budete mít námět na jeho vylepšení, ozvěte se prosím na adela.pospisilova@fsv.cvut.cz.

V02: Opraven svislý rozměr u příkladu 6.1a a 6.1b. (Na chybu upozornila Lenka Kilia-
nová.)