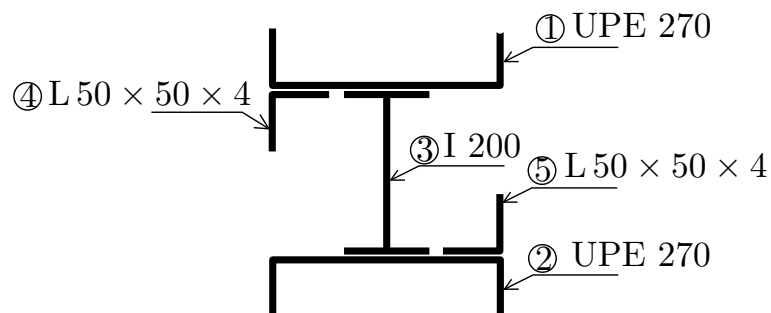
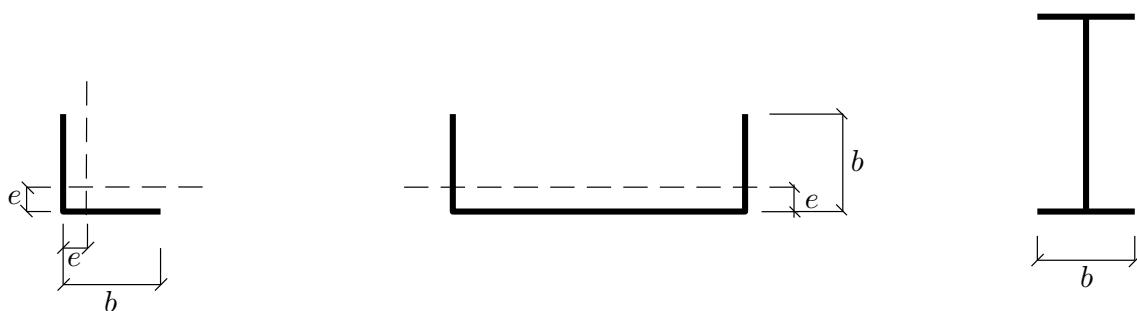


Průřezové charakteristiky



Obrázek 1: Schéma průřezu.

Úkol: U zadaného příčného řezu ocelových válcovaných profilů určete hlavní centrální momenty setrvačnosti a vykreslete v měřítku odpovídající elipsu setrvačnosti.



Obrázek 2: Tabulkové charakteristiky.

	A [mm ²]	I_y [mm ⁴]	I_z [mm ⁴]	b [mm]	e [mm]
UPE 270	3540	$42,1 \cdot 10^6$	$3220 \cdot 10^3$	95	28,2
I 200	3340	$21,4 \cdot 10^6$	$1,16 \cdot 10^6$	90	-
L 50 × 50 × 4	389	$90,2 \cdot 10^3$	$90,2 \cdot 10^3$	50	13,5
Σ	11198				

Tabulka 1: Průřezové charakteristiky válcovaných výrobků.

Řešení :

- Výpočet těžiště:

$$y_c = \frac{3540 \cdot 135 + 3540 \cdot 135 + 3340 \cdot 135 + 389 \cdot 256,5 + 389 \cdot 13,5}{11198} = \underline{135\text{mm}}$$

	y_i [mm]	z_i [mm]
1	135	66,8
2	135	323,2
3	135	195
4	256,5	108,5
5	13,5	281,5

Tabulka 2: Těžiště jednotlivých profilů

$$z_c = \frac{3540 \cdot 66,8 + 3540 \cdot 323,2 + 3340 \cdot 195 + 389 \cdot 108,5 + 389 \cdot 281,5}{11198} = \underline{195\text{mm}}$$

- Tabulkové řešení výpočtu:

	$y_i - y_c$	$z_i - z_c$	I_{y_i}	$A_i(z_i - z_c)^2$	I_{z_i}	$A_i(y_i - y_c)^2$	D_{yz}	$A_i(y_i - y_c)(z_i - z_c)$
1	0	-128,2	$3220 \cdot 10^3$	58180749,6	$42,1 \cdot 10^6$	0	0	0
2	0	128,2	$3220 \cdot 10^3$	58180749,6	$42,1 \cdot 10^6$	0	0	0
3	0	0	$21,4 \cdot 10^6$	0	$1,16 \cdot 10^6$	0	0	0
4	121,5	-86,5	$90,2 \cdot 10^3$	2910595,25	$90,2 \cdot 10^3$	5742515,25	$52 \cdot 10^3$	-4088292,75
5	-121,5	86,5	$90,2 \cdot 10^3$	2910595,25	$90,2 \cdot 10^3$	5742515,25	$52 \cdot 10^3$	-4088292,75
Σ			$2,802 \cdot 10^7$	$12,218 \cdot 10^7$	$8,554 \cdot 10^7$	$1,149 \cdot 10^7$	$1,042 \cdot 10^5$	$-8,177 \cdot 10^6$

Tabulka 3:

$$I_y = \Sigma I_{y_i} + \Sigma A_i(z_i - z_c)^2 = 2,802 \cdot 10^7 + 12,218 \cdot 10^7 = \underline{1,502 \cdot 10^8 \text{ mm}^4}$$

$$I_z = \Sigma I_{z_i} + \Sigma A_i(y_i - y_c)^2 = 8,554 \cdot 10^7 + 1,149 \cdot 10^7 = \underline{9,703 \cdot 10^7 \text{ mm}^4}$$

$$D_{y_c z_c} = \Sigma D_{yz} + \Sigma A_i(y_i - y_c)(z_i - z_c) = 1,042 \cdot 10^5 - 8,177 \cdot 10^6 = \underline{-8,073 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}$$

- Výpočet úhlu α :

$$\text{tg} \cdot 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot D_{y_c z_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}}$$

$$\text{tg} \cdot 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot -8072585,5}{97025430,5 - 150203089,7} \Rightarrow \alpha_0 = \underline{8,444^\circ}$$

- Výpočet maximálního a minimálního momentu setrvačnosti :

$$I_{y_0} = I_{y_c} \cdot \cos^2 \alpha_0 + I_{z_c} \cdot \sin^2 \alpha_0 - D_{y_c z_c} \cdot \sin 2\alpha_0$$

$$I_{y_0} = 1,502 \cdot 10^8 \cdot \cos^2 8,444 + 9,703 \cdot 10^7 \cdot \sin^2 8,444 + 8,073 \cdot 10^6 \cdot \sin 2 \cdot 8,444$$

$$\underline{I_{y_0} = 15,14 \cdot 10^7 \text{ mm}^4}$$

$$I_{z_0} = I_{y_c} \cdot \sin^2 \alpha_0 + I_{z_c} \cdot \cos^2 \alpha_0 + D_{y_c z_c} \cdot \sin 2\alpha_0$$

$$I_{z_0} = 1,502 \cdot 10^8 \cdot \sin^2 8,444 + 9,703 \cdot 10^7 \cdot \cos^2 8,444 - 8,073 \cdot 10^6 \cdot \sin 2 \cdot 8,444$$

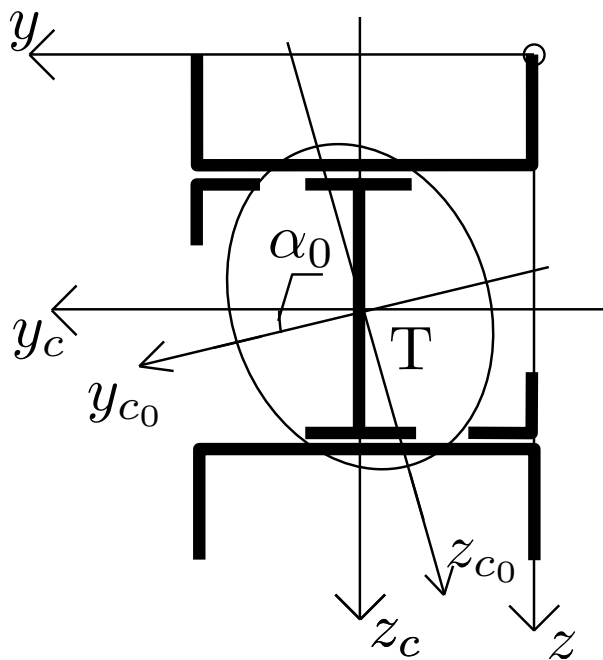
$$\underline{I_{z_0} = 9,583 \cdot 10^7 \text{ mm}^4}$$

- Výpočet maximálního a minimálního poloměru setrvačnosti :

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{z_0}}{A}} = \underline{92,51 \text{ mm}}$$

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{I_{y_0}}{A}} = \underline{116,28 \text{ mm}}$$

- Vykreslení elipsy setrvačnosti :



Obrázek 3: Elipsa setrvačnosti.

Opravy: opraveno chybné znaménko ve vzorci pro I_{z_0} (na chyby upozornila Svetlana Usik)