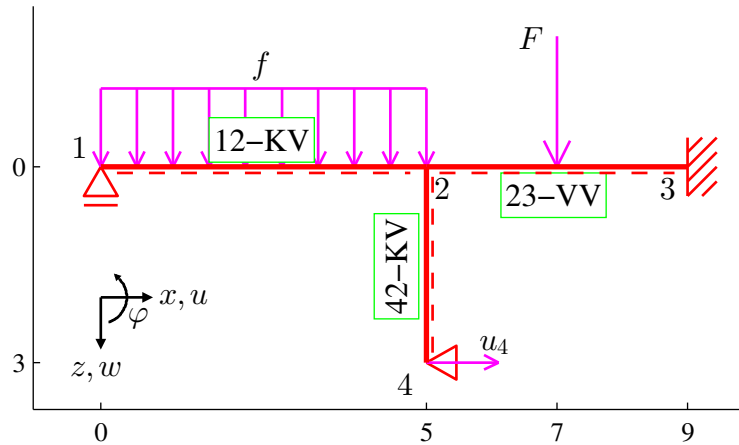


Pomocí zjednodušené deformační metody určete a vykreslete průběhy vnitřních sil (M, V, N) na zadané konstrukci (Obr. 1). Všechny pruty mají obdélníkový průřez o rozměrech 20 x 30 cm (šířka x výška) a jsou vyrobeny z materiálu, jehož modul pružnosti je $E = 20 \text{ GPa}$. Konstrukce je zatížena silou $F = 10 \text{ kN}$, rovnoměrným spojitým zatížením $f = 6 \text{ kN/m}$ a posunem $u_4 = 3 \text{ cm}$. (Jednotky použité pro výpočet jsou m, rad, kN, kNm, kPa.)




Obrázek 1: Schéma konstrukce a zatížení

Při použití zjednodušené deformační metody, tedy za předpokladu nekonečné normálové tuhosti jednotlivých prutů, zredukujeme počet neznámých použitím následujících identit:

$$\begin{aligned} u_1 = u_2 = u_3 &= 0 \\ w_2 = w_4 &= 0 \end{aligned}$$

Za základní neznámou tedy zvolíme φ_2 .
Sestavení podmínek rovnováhy:

- Momentová podmínka rovnováhy

$$M_{21} + M_{23} + M_{24} = 0$$


Koncové momenty vyjádřené v závislosti na koncových posunech a pootočeních.

Prut 12-KV (z hlediska tahu-tlaku staticky určitá část konstrukce)

- Koncové momenty:

$$\begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= -\frac{L_{12}^2 f_z}{8} + \frac{3}{4} k_{12} \left(2\varphi_2 - \frac{2w_1 - 2w_2}{L_{12}} \right) \\ &= -\frac{75}{4} + 5400 \varphi_2 \end{aligned}$$

Prut 23-VV ($k_{23} = 2E_{23}I_{23}/L_{23} = 4500 \text{ kNm}$):

- Koncové momenty:

$$\begin{aligned} M_{23} &= \frac{a_{23} b_{23}^2 F_z}{L_{23}^2} + k_{23} \left(2\varphi_2 + \varphi_3 - \frac{3w_2 - 3w_3}{L_{23}} \right) \\ &= 5 + 9000 \varphi_2 \\ M_{32} &= -\frac{a_{23}^2 b_{23} F_z}{L_{23}^2} + k_{23} \left(\varphi_2 + 2\varphi_3 - \frac{3w_2 - 3w_3}{L_{23}} \right) \\ &= -5 + 4500 \varphi_2 \end{aligned}$$

Prut 42-KV ($k_{42} = 2E_{42}I_{42}/L_{42} = 6000 \text{ kNm}$):

- Koncové momenty:

$$\begin{aligned} M_{42} &= 0 \\ M_{24} &= 0 + \frac{3}{4}k_{42} \left(2\varphi_2 - \frac{2u_4 - 2u_2}{L_{42}} \right) \\ &= 0 + 9000 \varphi_2 - 90 \end{aligned}$$

Po dosažení koncových sil do podmínky rovnováhy dostaneme rovnici:

$$2.34 \cdot 10^4 \varphi_2 - 103.8 = 0$$

Vyřešením rovnice o jedné neznámé obdržíme hodnotu deformace

$$\varphi_2 = 0.004434 \text{ rad}$$

Po dosažení vypočteného pootočení zjistíme koncové momenty na prutech. Koncové příčné síly lze dopočítat pomocí Schwedlerovy věty nebo z podmínek rovnováhy na jednotlivých prutech. Podélné koncové síly na prutech lze následně dopočítat ze silových podmínek rovnováhy ve styčnicích.

Prut 12:

$$\begin{aligned} X_{12} &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{12} &= -16.038 \text{ kN} \\ M_{12} &= 0.000 \text{ kNm} \\ X_{21} &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{21} &= -13.962 \text{ kN} \\ M_{21} &= 5.192 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Prut 23:

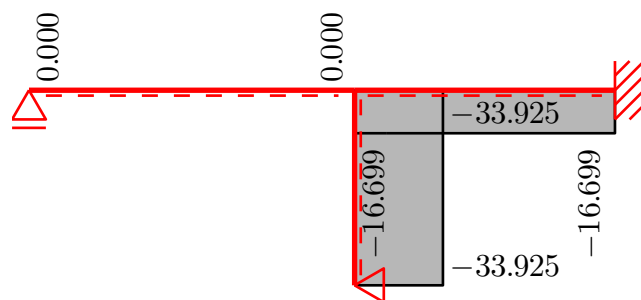
$$\begin{aligned} X_{23} &= 16.699 \text{ kN} \\ Z_{23} &= -19.964 \text{ kN} \\ M_{23} &= 44.904 \text{ kNm} \\ X_{32} &= -16.699 \text{ kN} \\ Z_{32} &= 9.964 \text{ kN} \\ M_{32} &= 14.952 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Prut 42:

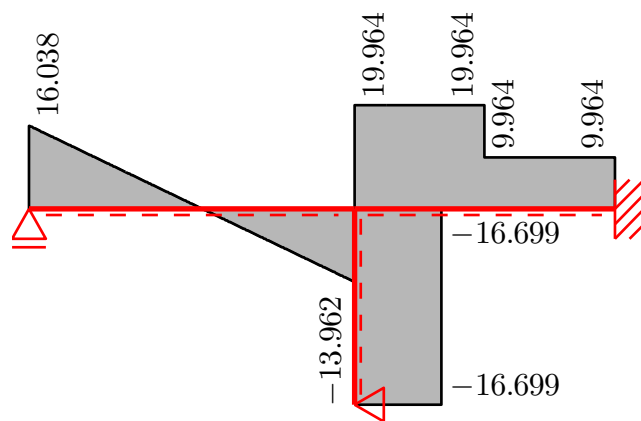
$$\begin{aligned} X_{42} &= 33.925 \text{ kN} \\ Z_{42} &= 16.699 \text{ kN} \\ M_{42} &= 0.000 \text{ kNm} \\ X_{24} &= -33.925 \text{ kN} \\ Z_{24} &= -16.699 \text{ kN} \\ M_{24} &= -50.096 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Na základě takto určených hodnot koncových sil vykreslíme příslušné průběhy vnitřních sil.

- Normálové síly N [kN]



- Posouvající síly V [kN]



- Ohybové momenty M [kNm]

