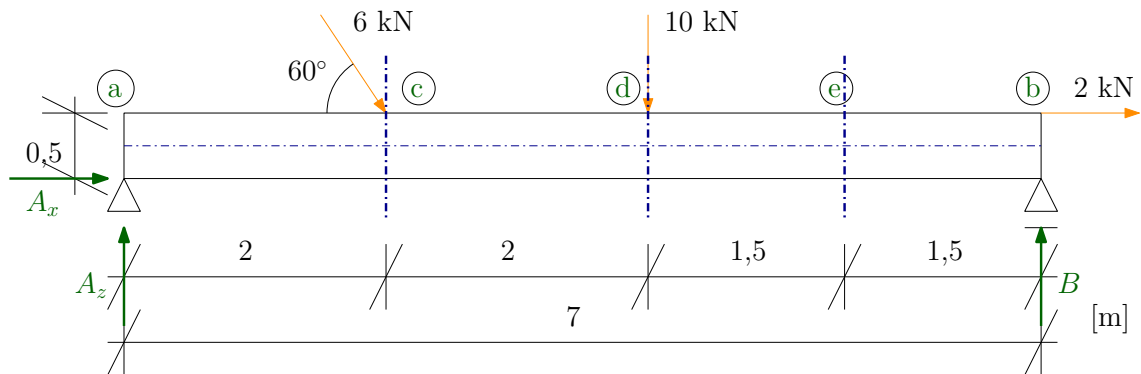


# Vnitřní síly ve 2D - příklad 1

15. března 2020

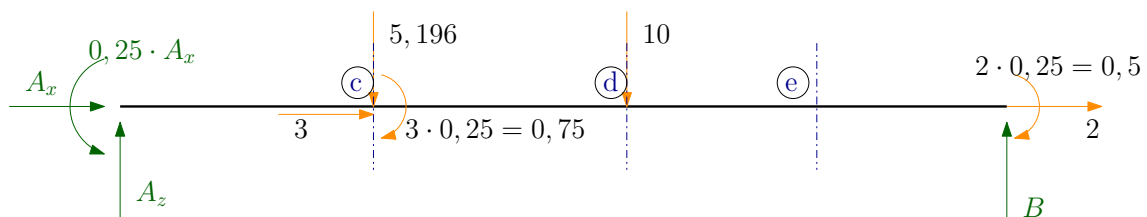


Obrázek 1: Zatěžovací schéma.

**Úkol:** Určete analytické průběhy vnitřních sil na konstrukci a vykreslete je.

**Řešení:**

- Nejprve začneme rozkladem zatížení do kolmých směrů a redukcí zatížení i reakcí ke střednici. Všechno silové zatížení, jehož osa působení neprochází střednicí prutu, má momentový účinek roven součinu dané síly a vzdálenosti osy jejího působení od střednice prutu. Výsledné schéma redukováného zatížení je ukázáno na Obrázku 2.



Obrázek 2: Redukce zatížení a reakcí ke střednici.

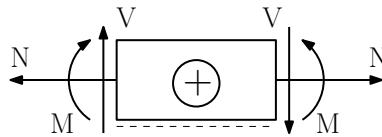
- Spočítáme vnější reakce konstrukce:

$$\rightarrow : A_x + 3 + 2 = 0 \Rightarrow A_x = -5 \text{ kN} \quad (1)$$

$$\circlearrowleft a : 0,25 \cdot A_x - 5,196 \cdot 2 - 0,75 - 10 \cdot 4 - 0,5 + 7B = 0 \Rightarrow B = 7,556 \text{ kN} \quad (2)$$

$$\uparrow : A_z - 5,196 - 10 + B = 0 \Rightarrow A_z = 7,640 \text{ kN} \quad (3)$$

- Kladné směry vnitřních sil ve 2D jsou znázorněny na Obrázku 3.



Obrázek 3: Konvence pro kladné směry vnitřních sil, čárkovaná čára označuje spodní vlákna.

- Výpočet vnitřních sil v řezu e:

– zleva:

$$N^e = 5 - 3 = 2 \text{ kN}$$

$$V^e = 7,640 - 5,196 - 10 = -7,556 \text{ kN}$$

$$M^e = -0,25 \cdot (-5) + 7,64 \cdot 5,5 + 0,75 - 5,196 \cdot 3,5 - 10 \cdot 1,5 = 10,834 \text{ kN}$$

– zprava:

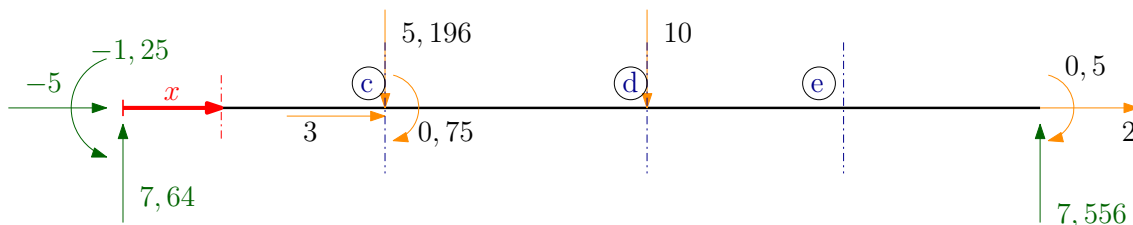
$$N^e = 2 \text{ kN}$$

$$V^e = -7,556 \text{ kN}$$

$$M^e = -0,5 + 1,5 \cdot 7,556 = 10,834 \text{ kN}$$

- Určení analytický průběhů vnitřních sil.

- Analytické průběhy budeme vyjadřovat jako funkci pořadnice podél střednice prutu, musíme si ale zvolit její počátek, např. do řezu a.
- Analytické průběhy jsme schopni vyjádřit pomocí elementárních funkcí, které jsou spojitě a hladké. Nedokážeme do nich zahrnout skoky způsobené osamělými břemeny či podporami a proto je vyjádříme postupně pro jednotlivé intervaly, které podmínky spjitosti splňují. Jinými slovy, každá změna zatížení, každá osamělá síla či moment nebo každá podpora nás nutí k rozdělení konstrukce.
- Přírůstková metoda: Při sestavování analytického vyjádření si můžeme představit, jako bychom určovali vnitřní síly v obecném řezu  $x$ , viz Obrázek 4. Analytické průběhy vnitřních sil na



Obrázek 4: Zavedení pořadnice  $x$ .

intervalu  $(a; c)$  jsou:

$$N(x) = 5 \text{ kN} \quad (4)$$

$$V(x) = 7,64 \text{ kN} \quad (5)$$

$$M(x) = 1,25 + 7,64 \cdot x \text{ kNm} \quad (6)$$

Dosazením do funkce momentu dostaneme hodnoty momentu v řezech a a c:

$$M^{a+}(x=0) = 1,25 + 7,64 \cdot 0 = 1,25 \text{ kNm} \quad (7)$$

$$M^{c-}(x=2) = 1,25 + 7,64 \cdot 2 = 16,53 \text{ kNm} \quad (8)$$

Obdobným způsobem pokračujeme i v následujících intervalech:

(c; d):

$$N(x) = 5 - 3 = 2 \text{ kN} \quad (9)$$

$$V(x) = 7,64 - 5,196 = 2,444 \text{ kN} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M(x) &= 1,25 + 7,64 \cdot x + 0,75 - 5,196 \cdot (x - 2) = \\ &= 12,392 + 2,444 \cdot x \text{ kNm} \end{aligned} \quad (11)$$

$$M^{c+}(x = 2) = 17,28 \text{ kNm} \quad (12)$$

$$M^{d-}(x = 4) = 22,168 \text{ kNm} \quad (13)$$

(d; b):

$$N(x) = 2 \text{ kN} \quad (14)$$

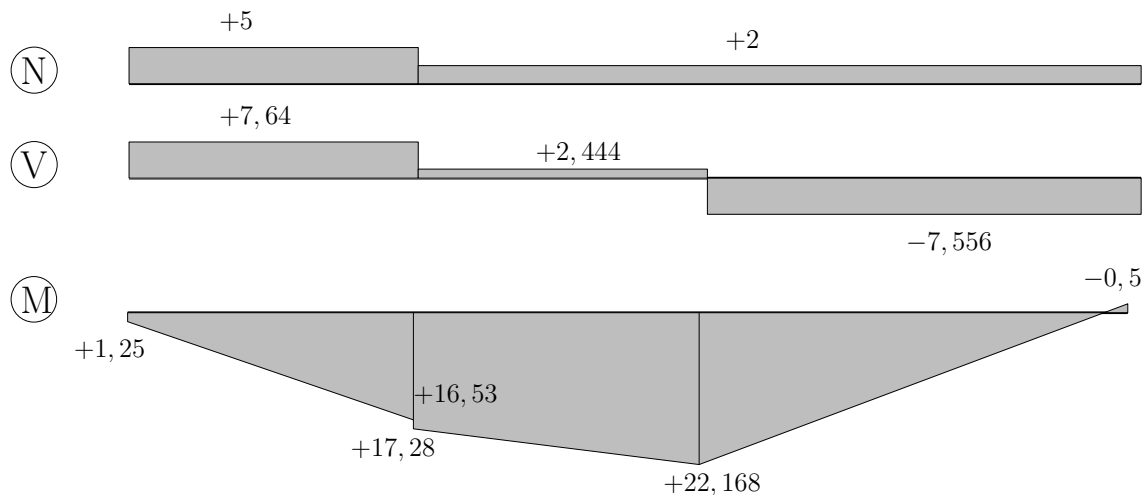
$$V(x) = 2,444 - 10 = -7,556 \text{ kN} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} M(x) &= 12,392 + 2,444 \cdot x - 10 \cdot (x - 4) = \\ &= 52,392 - 7,556 \cdot x \text{ kNm} \end{aligned} \quad (16)$$

$$M^{d+}(x = 4) = 22,168 \text{ kNm} \quad (17)$$

$$M^{b-}(x = 7) = -0,5 \text{ kNm} \quad (18)$$

- Vykreslení vnitřních sil je v tomto případě velmi jednoduché. Dodržujeme následující pravidla:
  - Zejména u normálových sil velmi pečlivě dbáme na znaménka. Znaménko u normálové síly nám určuje, zda je prut tažen či tlačěn. Některé materiály jako např. beton mají pevnost v tahu a tlaku velmi rozdílnou, proto je třeba dát velký pozor, ke kterému namáhání skutečně dochází.
  - Moment vykreslujeme na stranu tažených vláken! Znaménka u momentu proto nejsou už podstatná. Vykreslení momentu na špatnou stranu je považováno za velmi hrubou chybu. V praxi by to znamenalo, že výztuž dáte na špatnou stranu a konstrukce se zborťí.



Obrázek 5: Vykreslení průběhů vnitřních sil.