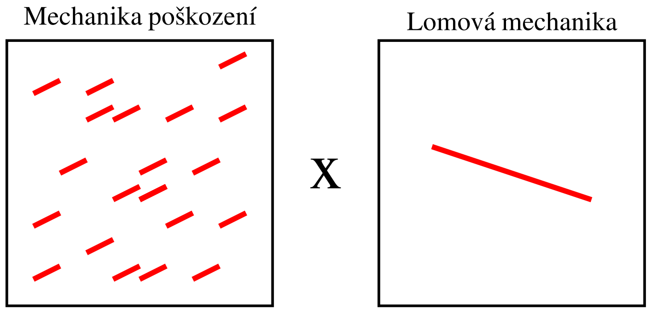
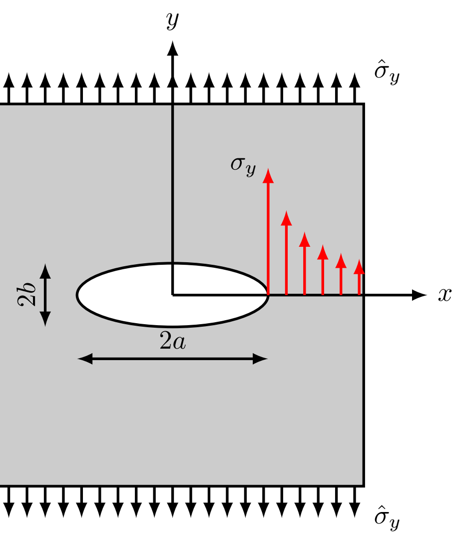
Lomová mechanika

Elastický materiál s trhlinami



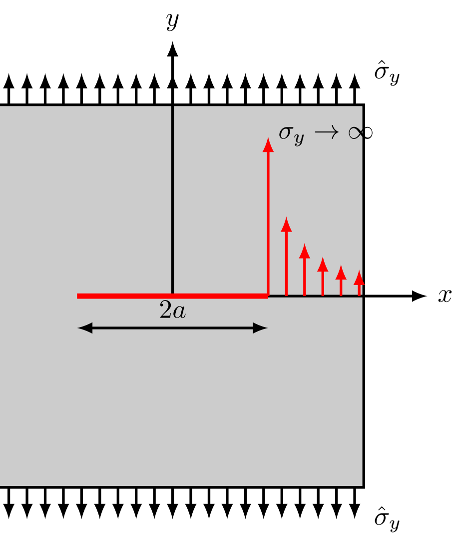
Pružné řešení eliptické dutiny



$$\sigma_y(a,0) = \left(1 + \frac{2a}{b}\right)\hat{\sigma}_y$$

Trhlina

$b \to 0 \quad \to \quad \sigma_y \to \infty$



$$\sigma_y(x,0) = \begin{cases} 0 & \text{, pro } |x| < a \\ \frac{\hat{\sigma}_y |x|}{\sqrt{x^2-a^2}} & \text{, pro } |x| \geq a \end{cases}$$

V okolí kořene trhliny ($x = a + r,\ r \ll a$):

$$\sigma_y = \frac{\hat{\sigma}_y |x|}{\sqrt{x^2-a^2}} = \hat{\sigma}_y \frac{a+r}{\sqrt{(a+r)^2-a^2}} = \hat{\sigma}_y \frac{a+r}{\sqrt{a^2+2ar+r^2-a^2}} \approx \hat{\sigma}_y \frac{a}{\sqrt{2ar}} = \hat{\sigma}_y \sqrt{\frac{a}{2r}}$$

Faktor intenzity napětí K (pro různá namáhání různé výrazy, viz. skriptum str. 115):

$$K = \hat{\sigma}_y \sqrt{\pi a} \quad \rightarrow \quad \sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}}$$

K nezávisí na r, $[K] = \mathrm{Nm}^{-\frac{3}{2}}$.

Kritérium pro šíření trhliny nelze založit na napětí (vždy $\sigma_y(a,0) \rightarrow \infty$).

Lokální (Irwinovo) kritérium

$$K_I \leq K_{Ic}$$

K_I ... faktor intenzity napětí, namáhání kořene trhliny
K_{Ic} ... lomová houževnatost, odolnost materiálu, materiálová charakteristika

Globální (Griffithovo) kritérium

$$\mathcal{G} \leq G_f$$

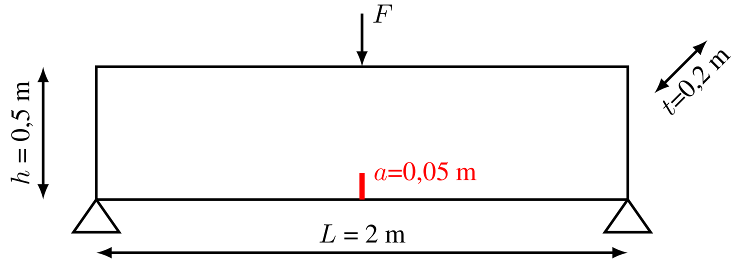
$\mathcal{G}$ ... hnací síla trhliny (energie pružné deformace uvolněná při šíření trhliny, vztažená na jednotku nově vytvořené plochytrhliny). Závisí na zatížení, tvaru a rozměrech tělesa a na velikosti trhliny
G_f ... lomová energie, odolnost materiálu, materiálová charakteristika. $[G_f] = \mathrm{J/m}^2 = \mathrm{N/m}$.

Vztah mezi lokálním a globálním kritériem (pro rovinnou napjatost):

$$G_f = \frac{K_{Ic}^2}{E}$$

Příklad

Zjištění lomové houževnatosti experimentálně



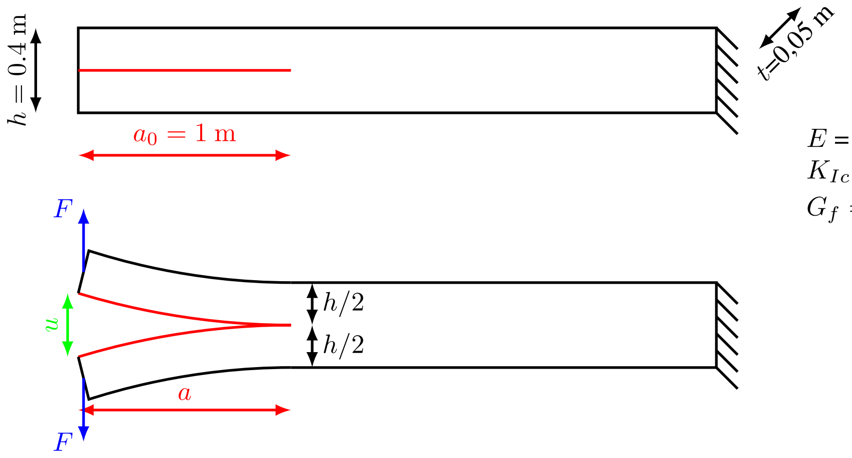
a je výška předpřipravené trhliny. Z experimentu F při porušení vzorku F_c = 170 kN.

$$K_I = \frac{3FL}{2th^{\frac{3}{2}}} k\left(\frac{a}{h}\right), \quad k\left(\frac{0{,}05}{0{,}5}\right) \approx 0{,}556$$

Porušení: $K_I = K_{Ic}$:

$$K_{Ic} = K_I = \frac{3 \cdot 170 \cdot 2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5^{\frac{3}{2}}} \cdot 0{,}556 = 4010\ \mathrm{kNm}^{-\frac{3}{2}}$$

Příklad (štípací test)



E = 210 GPa
K_{Ic} = 50 MNm$^{-\frac{3}{2}}$
$G_f = \frac{K_{Ic}^2}{E}$=11.9 kJ/m^2

? pracovní diagram $F(u)$

pružné řešení

pro konzolu délky L:

$$w = \frac{FL^3}{3EI}$$

pro naši dvojkonzolu ($w = \frac{1}{2}u, L = a, I = \frac{1}{12}t(\frac{h}{2})^3 = \frac{1}{96}th^3$):

$$u = 2w = 2\frac{Fa^3}{3EI} = \frac{64Fa^3}{Eth^3}$$

$$u = \frac{64a^3}{Eth^3}F, \quad F = \frac{Eth^3}{64a^3}u$$

a) lokální kritérium

$$K_I = \frac{4\sqrt{6}}{th^{\frac{3}{2}}}Fa$$

$K_I < K_{Ic} \quad \rightarrow \quad$ pružné řešení ($a = a_0$)
$K_I = K_{Ic} \quad \rightarrow \quad$ šíření trhliny ($a \geq a_0$)

$K_I = K_{Ic} \wedge a = a_0$

$$K_I = K_{Ic} = \frac{4\sqrt{6}}{th^{\frac{3}{2}}}F_0 a_0 \quad \rightarrow \quad F_0 = \frac{K_{Ic}th^{\frac{3}{2}}}{4\sqrt{6}a_0}, \quad u_0 = \frac{64a_0^3}{Eth^3}F_0$$

pro konkrétní zadání:

$$u_0 = 6{,}148 \text{ mm}, \quad F_0 = 64{,}55 \text{ kN}$$

$K_I = K_{Ic} \wedge a > a_0$

$$F = \frac{Eth^3}{64a^3}u \quad \rightarrow \quad a = \sqrt[3]{\frac{Eth^3u}{64F}}$$

$$K_I = K_{Ic} = \frac{4\sqrt{6}}{th^{\frac{3}{2}}}Fa = \frac{4\sqrt{6}}{th^{\frac{3}{2}}}F\sqrt[3]{\frac{Eth^3u}{64F}} = \frac{\sqrt{6}\sqrt[3]{Eu}}{t^{\frac{2}{3}}h^{\frac{1}{2}}}F^{\frac{2}{3}}$$

$$F = \sqrt{\frac{t^2h^{\frac{3}{2}}K_{Ic}^3}{E6\sqrt{6}}\frac{1}{\sqrt{u}}}$$

např. $F(20 \text{ mm}) = 35{,}787$ kN

b) globální kritérium

analogie s pružinou

$$F = ku, \quad W_e = \frac{1}{2}Fu = \frac{1}{2}ku^2, \quad F = \frac{\partial W_e}{\partial u} = ku$$

$$F = \underbrace{\frac{Eth^3}{64a^3}}_{k} u \quad \to \quad W_e = \frac{1}{2}ku^2 = \frac{1}{2}\frac{Eth^3}{64a^3}u^2 = \frac{Eth^3}{128a^3}u^2$$

$$\mathcal{G} = -\frac{\Delta W_e}{\Delta A} = -\frac{\Delta W_e}{t\Delta a} \quad \xrightarrow{\lim_{\Delta a \to 0}} \quad \mathcal{G} = -\frac{1}{t}\frac{\partial W_e}{\partial a}$$

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{t}\frac{\partial W_e}{\partial a} = \frac{3Eh^3}{128a^4}u^2$$

$\mathcal{G} < G_f \quad \to \quad$ pružné řešení ($a = a_0$)
$\mathcal{G} = G_f \quad \to \quad$ šíření trhliny ($a \geq a_0$)

$\mathcal{G} = G_f \wedge a = a_0$

$$\mathcal{G} = G_f = \frac{3Eh^3}{128a_0^4}u_0^2 \quad \to \quad u_0 = \sqrt{\frac{128a_0^4 G_f}{3Eh^3}} \quad \to \quad F_0 = \frac{Eth^3}{64a_0^3}u_0$$

pro konkrétní zadání:

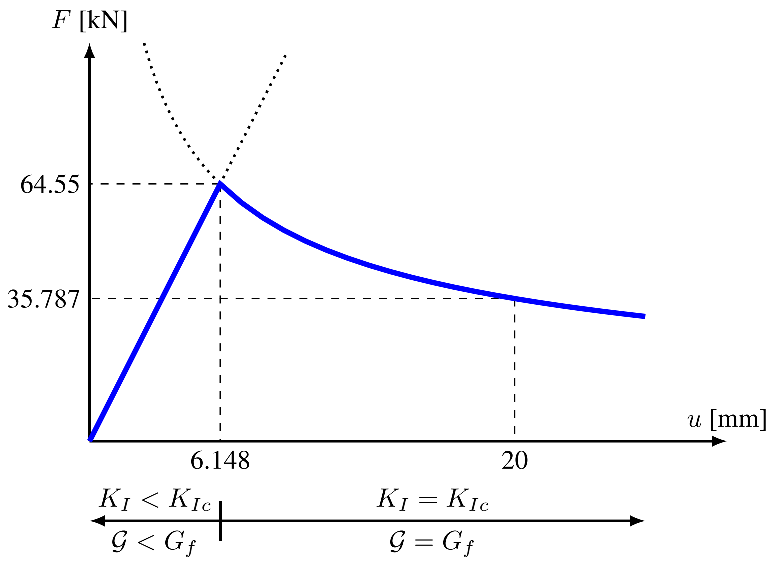
$$u_0 = 6{,}148 \text{ mm}, \quad F_0 = 64{,}55 \text{ kN}$$

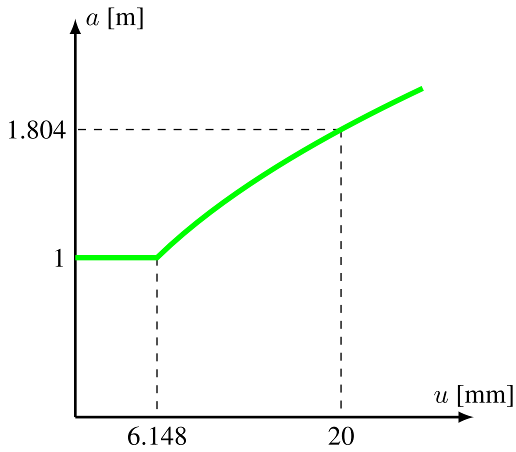
$\mathcal{G} = G_f \wedge a > a_0$

$$\mathcal{G} = G_f = \frac{3Eh^3}{128a^4}u^2 \quad \to \quad a = \sqrt[4]{\frac{3Eh^3}{128G_f}}\sqrt{u}, \quad u = \sqrt{\frac{128G_f}{3Eh^3}}a^2$$

$$F = \frac{Eth^3}{64a^3}u = \frac{Eth^3}{64\left(\sqrt[4]{\frac{3Eh^3}{128G_f}}\sqrt{u}\right)^3}u = \sqrt{\frac{t^2h^{\frac{3}{2}}E^{\frac{1}{2}}G_f^{\frac{3}{2}}}{6\sqrt{6}}}\frac{1}{\sqrt{u}}$$

např. $F(20 \text{ mm}) = 35{,}787$ kN





V případě nalezení chyb, nejasností či dotazů mi prosím napište na jan.stransky@fsv.cvut.cz

verze 01, 6.1.2015